BÀI TẬP NHÓM D

Contents

PHÂN CÔNG VIỆC

1. ĐỖ THỊ THANH THẢO - 23C23009

- Bài tập 5

2. NGUYỄN BÍCH TRÂM - 23C23010

-

BÀI TẬP 5

Câu 1:

Chứng minh rằng, về mặt tổng quát phân phối Weibull không thuộc vào họ phân phối mũ phân tán.

Ta có:

$$f(y;\alpha,\gamma) = \frac{\alpha}{\gamma}.(\frac{y}{\gamma})^{\alpha-1}.exp[-(\frac{y}{\gamma})^{\alpha}]$$

Lấy logarit của $f(y;\alpha,\gamma)$, ta được:

$$logf(y;\alpha,\gamma) = log(\frac{\alpha}{\gamma}) + (\alpha-1).log(\frac{y}{\gamma}) - (\frac{y}{\gamma})^{\alpha}$$

$$logf(y;\alpha,\gamma) = log(\alpha) - log(\gamma) + (\alpha-1).[log(y) - log(\gamma)] - (\frac{y}{\gamma})^{\alpha}$$

$$logf(y;\alpha,\gamma) = log(\alpha) - log(\gamma) + (\alpha-1).log(y) - (\alpha-1).log(\gamma) - (\frac{y}{\gamma})^{\alpha}$$

$$logf(y;\alpha,\gamma) = log(\alpha) - log(\gamma) + (\alpha-1).log(y) - \alpha.log(\gamma) + log(\gamma) - (\frac{y}{\gamma})^{\alpha}$$

$$logf(y;\alpha,\gamma) = log(\alpha) + (\alpha-1).log(y) - \alpha.log(\gamma) - (\frac{y}{\gamma})^{\alpha}$$

$$logf(y;\alpha,\gamma) = [-(y)^{\alpha}.\gamma^{-\alpha}] + log(\alpha) - \alpha.log(\gamma) + (\alpha-1).log(y) \qquad \textbf{(1)}$$

Suy ra,

$$f(y;\alpha,\gamma) = exp[-(y)^{\alpha}.\gamma^{-\alpha}].\frac{\alpha}{\gamma^{\alpha}}.y^{\alpha-1}$$

Vậy trong trường hợp tổng quát, phân phối Weibull không thuộc vào họ phân phối mũ phân tán

Câu 2:

Chứng minh rằng nếu $\alpha = 1$, phân phối Weibull thuộc vào họ phân phối mũ phân tán. Khi này, xác định tham số tự nhiên θ, tham số phân tán ϕ, các hàm $b(\theta)$, $a(\phi)$ và $c(\phi; y)$

Khi $\alpha = 1$, (1) thành:

$$logf(y;\gamma) = [-(y).\gamma^{-1}] - log(\gamma)$$

$$f(y;\gamma) = \gamma^{-1}.exp(\frac{-y}{\gamma})$$

Vậy khi $\alpha = 1$ thì phân phối Weibull thuộc vào họ phân phối mũ phân tán với:

- Tham số tự nhiên θ là γ
- Tham số phân tán ϕ là α
- Hàm $a(\phi)$ là 1
- Hàm $b(\theta)$ là γ^{-1}
- Hàm $c(\phi, y)$ là $exp(\frac{-y}{\gamma})$

Câu 3:

Xác định hàm liên kết chính tắc.

THAM KHẢO

- https://math.stackexchange.com/questions/3341439/show-that-a-weibull-distribution-belongs-to-an-exponential-family