

第十八次 量子物理基础-习题解析与知识点拓展

本章内容较为琐碎，考试时多以概念以及基本计算(光谱公式、一维势阱的概率密度、光电效应、康普顿效应)考查。因而本次作业较多题目解析从略，涉及教材中的大篇幅计算以及图解的内容不再引入，读者自行查阅即可。

一、单选题

1. 下列各物体哪个是绝对黑体

- A. 不反射任何光线的物体 B. 不辐射任何光线的物体
C. 不能反射可见光的物体 D. 不辐射可见光的物体

[A]

【解析】本题考查绝对黑体的概念。

所谓绝对黑体，就是指这样一种物体，它能够在任何温度下将辐射到它表面上的任何波长的能量全部吸收。当物体的吸收率 $\alpha=1$ 时，则表示该物体能全部吸收投射来的各种波长的热辐射线，这种物体称为绝对黑体，或简称黑体。因此本题选择 A。

2. 黑体 A 和 B 具有相同的温度 T ，但 A 周围的温度低于 B，B 周围的温度高于 T ，则 A、B 的辐出度 M_A 和 M_B 的关系是

- A. $M_A > M_B$ B. $M_A < M_B$
C. $M_A = M_B$ D. 不能确定

[C]

【解析】本题考查斯特藩—玻尔兹曼公式。

黑体的辐出度可以由斯特藩—玻尔兹曼公式给定：与材料本身无关，只取决于温度；因此选择 C。

注意：此结论只适用于黑体，其余物质的辐出度可能还与材料有关；

3. 某原子的一个电子的轨道角动量的大小等于 $3.464\hbar$ ，则电子的轨道角动量量子数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[C]

【解析】本题考查电子轨道角动量。

由电子轨道的量子化条件： $|M| = \frac{h}{2\pi} \sqrt{l(l+1)}$ ，令 $|M| = \frac{h}{2\pi} \sqrt{l(l+1)} = 3.464\hbar$ 不难解得 $l=3$ ，因此选择 C。

4. 已知某单色光照射到一金属表面产生了光电效应，若此金属的逸出电势是 U_0

(使电子从金属逸出需作功 eU_0)，则此单色光的波长 λ 必须满足

- A. $\lambda \leq hc/(eU_0)$ B. $\lambda \geq hc/(eU_0)$
C. $\lambda \leq eU_0/(hc)$ D. $\lambda \geq eU_0/(hc)$

[A]

【解析】本题考察根据逸出功计算红限频率。

5. 下列实验现象中，最能体现光具有粒子性的是

- A. α 粒子被金箔表面散射
 B. 任意物体在任意温度下都向外辐射电磁波
 C. 电子束被晶体表面散射后形成衍射图样
 D. 金属表面被光照射后有电子逸出

[D]

【解析】本题考查证明光的波粒二象性的实验。

A 是 α 粒子散射试验，与光无关；B 无法体现光的粒子性；C 表现的是电子束的波动性；D 是光电效应，因此本题选择 D。

6. 某物体可视为绝对黑体，在 $\lambda_m = 600\text{nm}$ 处辐射为最强，若黑体被加热到使其

$\lambda_m = 500\text{nm}$ ，则前后两种情况的辐射总能量之比约为

[B]

- A. 1:1 B. 1:2 C. 1:4 D. 2:1

【解析】本题考查维恩位移公式斯特藩黑体辐射公式简单计算。

7. 动能为 2.0MeV 的中子（静止质量为 1kg ）的德布罗意波长最接近下列数值中的哪一个

- A. $1.8 \times 10^{-14}\text{m}$ B. $1.9 \times 10^{-14}\text{m}$
 C. $2.0 \times 10^{-14}\text{m}$ D. $2.1 \times 10^{-14}\text{m}$

[C]

【解析】本题考查德布罗意波长计算。

根据相对论动能定律： $E_k = \sqrt{(P^2 C^2) + (m_0 C^2)^2} - \sqrt{(m_0 C^2)^2}$

再根据德布罗意波长的定义： $\lambda = \frac{h}{p}$ 得到 C 选项。

8. 关于不确定关系 $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$ 的正确叙述是，在 x 方向上

- A. 粒子位置不能准确确定
 B. 粒子动量不能准确确定
 C. 粒子位置和动量都不能准确确定
 D. 粒子位置和动量不能同时准确确定

[D]

【解析】本题考查不确定性关系的理解。

根据不确定关系的定义，其指出：不可能同时精确确定一个基本粒子的位置和动量。

粒子位置的不确定性和动量不确定性的乘积必然大于等于普朗克常数除以 4π ，于是选择 D。

9. Ξ 粒子的静止能量为 1530MeV ，其能量的不确定度为 $\Delta E = 9\text{MeV}$ ，由此可知，

Ξ 粒子的平均寿命最接近下列数值中的哪一个？

- A. $4 \times 10^{-21}\text{s}$ B. $4 \times 10^{-22}\text{s}$
 C. $4 \times 10^{-23}\text{s}$ D. $4 \times 10^{-24}\text{s}$

[C]

【解析】由能量与时间的不确定性关系： $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{4\pi}$ ，估计平均寿命的数量级在 $\frac{\hbar}{4\pi \Delta E}$ 的数量级，答

案中 C 选项最为接近，于是选择 C 选项；

10. 德布罗意波长为 810nm 的电子（静止质量为 9.11×10^{-31} ）的速率最接近下列数值中的哪一个

- A. 900m/s B. 990m/s
C. 800m/s D. 720m/s

[A]

【解析】先由德布罗意波长的定义计算得到动量 $p = \frac{h}{\lambda}$ ，

再由相对论动量公式 $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ，解得答案 C 是最接近的，因此选择 C 选项。

二、填空题

11. 从炉壁小孔用光测高温法测得辐出度为 $22.8 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ （斯特藩-玻尔兹曼常数 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ），则炉内温度为 1416.08 K。

【解析】由斯特藩辐射公式简单计算得到。

12. 绝对黑体的颜色取决于它所辐射的光的波长；绝对黑体虽然对任何入射光都不反射，但它并不总是呈现黑色，这是因为黑体不反射任何电磁波但是会辐射出可见光波长的电磁波。

【解析】本题考察对黑体性质的理解，注意仔细阅读教材的定义。

13. 虽然半导体和绝缘体都有禁带，但禁带的宽度不同，半导体的禁带宽度比绝缘体的禁带宽度要小得多。

【解析】本题考察对半导体和绝缘体性质的记忆，阅读教材即可。

14. 普通光源的发光过程是自发辐射，发出的光不是相干光，而激光器的发光过程是受激辐射，它发出的光是相干光。

【解析】本题考察几种发光方式的理解，阅读教材即可。

15. 某金属产生光电效应的红限频率为 ν_0 ，当用频率为 $\nu (\nu > \nu_0)$ 的单色光照射该金属时，从金属中逸出的光电子(质量为 m) 的德布罗意波长为 $\sqrt{\frac{h}{2m_e(\nu - \nu_0)}}$ 。

【解析】本题考察光电效应以及德布罗意波长的定义。

注意此题中光电子速度一般不太大，不需要考虑相对论效应；

16. 不考虑电子自旋的情况下，氢原子中的电子态可由主量子数 n 、角量子数 l 和磁量子数 m_l 标志，则对应 $n=3$ 的电子态数目为 18。

【解析】本题考查几个量子数的概念。按照规定进行推断即可

17. 频率为 ν 的单色光的光子的静止质量=__0__，相对论质量=__ $\frac{h\nu}{c^2}$ __。

【解析】本题考查光子的相对论力学性质。

18. 氢原子的运动速率等于它在 300K 时的方均根速率时，它的德布罗意波长是__0.145nm__。质量
为 $m=1\text{g}$ ，以速度 $v=1\text{cm/s}$ 运动的小球的德布罗意波长是__ 6.63×10^{-20} __。

(氢原子质量 $1.67 \times 10^{-27}\text{kg}$)

【解析】本题考查能量量子化以及物质波的概念计算。

19. 设一质量为 m 的粒子被限制在宽度为 L 的一维势阱中。一个学生经过计算发

现，这个粒子的一个定态波函数为 $\varphi(x) = \begin{cases} Ae^{kx}, & 0 < x < L \\ 0, & x < 0 \text{ 或 } x > L \end{cases}$ ，其中 A 和 k 为

常数。这个学生的计算一定是__错误__(填“正确”或“错误”)的，这是因为__此定态波函数在势阱边界上不连续__。

【解析】本题考查对波函数的要求。

20. 一电子(静止质量为 $9.11 \times 10^{-31}\text{kg}$)被限制在宽度为 L 的一维无限深方势阱

(在 $0 < x < L$ 范围内，势能函数 $E_p = 0$)中，其基态所对应的量子数为

$n=1$ 。当电子从量子数 $n=3$ 的激发态跃迁到基态时，发出的光子的波长为

20.9nm，由此可知，势阱的宽度 L =__0.2251__nm。

【解析】本题考察对一维无限深方势阱的理解与应用。

一维无限深方势阱的粒子能量是量子化的， $E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2}$ ， $n=1, 2, 3, \dots$ ，再结合粒子跃迁的能量与波长关系，代入数据不难得到 L 的数值。

三、计算题

21. 设恒星表面有如黑体表面，若测得太阳和北极星辐射波谱中的 λ_m 分别为510nm和350nm，试估算它们的表面温度和单位表面积辐射功率(即辐出度)

(已知 $b = 2.898 \times 10^{-3}\text{m} \cdot \text{K}$ ， $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)

【解析】本题考查斯特藩-玻尔兹曼公式简单计算。

解：不妨设太阳和北极星的温度分别为 T_1 和 T_2 ，则：由韦恩位移公式： $\lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2 = b$ ；

代入解得： $T_1 = 5.68 \times 10^3\text{K}$ ， $T_2 = 8.28 \times 10^3\text{K}$ ；

再由特潘-玻尔兹曼公式: $M_1(T_1) = \sigma T_1^4 = 5.901 \times 10^7 \text{K}$, $M_2(T_2) = \sigma T_2^4 = 2.665 \times 10^8 \text{K}$ 。

22. 从钨中移出一个电子需要 4.2eV 的能量。用波长为 200nm 的紫外光投射到钨的表面上, 求:

(1) 光电子的最大初动能 (2) 遏止电压 (3) 钨的红限波长。

[解析] 本题考查光电效应的简单计算。

解: (1) 设该紫外光的波长为 $\lambda_z = 200\text{nm}$, 故其频率 $\nu_z = \frac{c}{\lambda_z}$,

代入数据解得: $E_{km} = h\nu_z - W_0 = 2\text{eV}$;

(2) 根据截止电压的定义: $U_0 e = h\nu_z - W_0$

所以 $U_0 = \frac{h\nu_z - W_0}{e} = 2\text{V}$

(3) 设 Mo 的红限波长, 则: $\frac{hc}{\lambda_s} = W_0$, $\lambda_s = \frac{hc}{W_0} = 296\text{nm}$

23. 已知粒子在无限深势阱中运动, 其波函数 $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(\frac{\pi x}{a})$, ($0 \leq x \leq a$),

求发现粒子的概率最大的位置。

[解析] 本题考查量子物理基础, 无限深势阱的概率计算。

解: 先求粒子的位置位置概率密度: $|\phi(x)|^2 = (\frac{2}{a})\sin^2(\frac{\pi x}{a}) = \frac{1}{a}[1 - \cos(\frac{2\pi x}{a})]$

$x = \frac{1}{2}a$ 时, $\cos(\frac{2\pi x}{a}) = -1$ 又因为显然当 $\cos(\frac{2\pi x}{a}) = -1$ 时, $|\phi(x)|^2$ 取得最大值;

在 x 在 $[0, a]$ 之间取值时, 当且仅当 $x = \frac{1}{2}a$ 时, $\cos(\frac{2\pi x}{a}) = -1$ 时满足条件;

故发现粒子概率的位置为 $x = \frac{1}{2}a$;

*24.用相对论力学方法，通过分析光子与自由电子碰撞，证明光子不可能将其能量全部转移给电子。

【解析】本题考查相对论粒子动力学

(简单了解方法即可，考试不做过多考查)

解：不妨设入射光的频率为 ν_0 ，自由电子动量大小为 P ，方向与光子传播呈 θ 角；假设在光子碰撞之后全部的能量全部转换为电子的动能增量，那么碰撞之后光子动量为 0；

则由总动量守恒： $p' \leq p + \frac{h\nu_0}{c}$ ；(三角不等式)

再由总能量守恒： $\sqrt{(p')^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} = \sqrt{(p)^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} + h\nu_0$

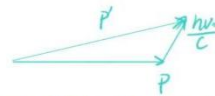
综合使用动量—能量三角关系和三角不等式易得：(画在旁边了)

$$E' - E_0 = \sqrt{(p')^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} - \sqrt{(p)^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} < (p' - p)c \leq h\nu_0$$

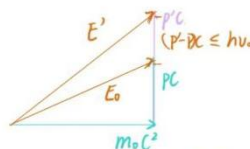
第一个不等号是取不到等号的，因为在动量—能量三角中 $m_0 c^2 \neq 0$ ；

那么能量守恒是必定无解的；

于是光子不可能将其能量全部转移给电子。



由三角不等式： $p'c \leq pc + h\nu_0$



由动量—动能三角关系及三角不等式

$$E' - E_0 < (p' - p)c \leq h\nu_0$$

(无法取等号，因为 $m_0 c^2 \neq 0$)

$$\text{于是 } E' - E_0 = \sqrt{(p'c)^2 + m_0^2 c^4} - \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \\ = h\nu_0$$

必定是无解的

拓展题：

1995年，美国费米国家实验室CDF实验组和D0实验组在质子反质子对撞机TEVATRON实验中，观察到了顶夸克，测得它的静止质量， $m_t = 1.75 \times 10^{11} \text{ eV}/c^2 = 3.1 \times 10^{-25} \text{ kg}$ ，寿命 $\tau = 0.4 \times 10^{-24} \text{ s}$ 。这是近来粒子物理研究最重要的实验进展之一。

(1) 正反顶夸克之间的强相互作用势能可写为 $V(r) = -k \frac{4a_s}{3r}$, 式中 r 是正反顶夸克之间的距离, $a_s = 0.12$ 是强相互作用耦合常数, k 是与单位制有关的常数, 在国际单位制中 $k = 0.319 \times 10^{-25} \text{J} \cdot \text{m}$. 为估算正反顶夸克能否构成一个处在束缚状态的系统, 可把束缚状态设想为正反顶夸克在彼此间的吸引力作用下绕它们连线的中点做匀速圆周运动. 如能构成束缚态, 试用波尔理论确定系统处于基态中正反顶夸克之间的距离 r_0 . 已知处于束缚态的正反夸克粒子满足量子化条件 $2mv \left(\frac{r_0}{2} \right) = n \frac{h}{2\pi}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 式中 $mv \left(\frac{r_0}{2} \right)$ 为一个粒子的动量 mv 与其轨道半径 $\frac{r_0}{2}$ 的乘积, n 为量子数. 普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$.

(1) 通过强相互作用势能 $V(r) = -k \frac{4a_s}{3r}$, 可求得距离为 r 时正反顶夸克间的强相互作用力为

$$F(r) = -\frac{dV(r)}{dr} = -\frac{4ka_s}{3r^2}$$

负号表示此力为吸引力.

正反顶夸克之间的距离为 r_0 时作用力大小为

$$F = \frac{4ka_s}{3r_0^2}$$

正反顶夸克满足动力学方程

$$F = \frac{mv^2}{r_0/2}$$

还满足量子化条件 (基态 $n = 1$)

$$2mv \left(\frac{r_0}{2} \right) = \frac{h}{2\pi}$$

通过以上各式可解得

$$r_0 = \frac{3h^2}{8\pi^2 ka_s m}$$

代入数据可得

$$r_0 = 1.41 \times 10^{-17} \text{m}$$