第十二次　机械波-习题 $y=0.08\cos(10\pi t-4\pi x)$ 解析与知识点拓展

一、选择题

1.一沿绳子传播的横波，波动方程为 $y=0.08\cos(10\pi t-4\pi x)$ (SI)，则

A.其波长为 0.25m　B.波速为 5m/s

C.波速为 2.5m/s　　D.频率为 2Hz　　　　[　C　]

[解析] 本题考查机械波波动方程和有关物理量的基本认识。

对于这类具有固定模式的题目(如 1 2 12 等题目)，我们需要回顾一下本章是如何导出波动方程的

波动是振动的传播形式→翻译：

振动方程（这里 x 统一换成 y）$y_{(t)}=A\cos(\omega t+\varphi)$，波动表示的是某一个位置的振动（通常认为是波源）传递到另一个空间位置引起的振动，所以在数学处理上我们要把振动方程这个 t 的单值函数引入 x 变量。在位置为 x 处的振动比波源处落后了 x/u 这么多，在设定 x 轴正方向朝右侧，波向右侧传播的时候，

$$\boxed{y_{(t)}=A\cos(\omega t+\varphi)\rightarrow y_{(x,t)}=A\cos\left[\omega(t-\frac{x-x_0}{u})+\varphi\right]}$$

，（x_0 是考虑到波源可能不在坐标原点）这就导出来了沿 x 轴正方向传播的波函数方程，注意到它是一个二元函数了。对于纯数学形式的波函数问题，进行的就是不同 1.传播方向 2.坐标轴取向时波函数的变换，方法是：绝对理解向 x 轴右侧传播的波函数的给出方式，

在此基础上：波速方向变化时，在 u 加±，变换坐标方向，在 x 前加±，不用每一种都要理解。数学公式的方便就是减少我们理解很多次的麻烦。

当然，相关概念以及各自的导出关系肯定是必须要会的，

比如

$\lambda\rightarrow$（$y-x/x-t$ 图中找）

$T\rightarrow=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{1}{f}$,

$u=\dfrac{\lambda}{T}=\lambda f$,(波速一般用 u,但是用 v 也要认识) $y=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

在回顾基本知识之后，我们回到本题由于 $\rightarrow y(x,t)=A\cos\left[\omega(t-\dfrac{x}{u})+\varphi_0\right]$

进而我们通过变量对比的方法得到：

$\omega=10\pi$

$\dfrac{\omega}{u}=4\pi$

$u=2.5m/s$

所以选择 C。

[变式练习]

【3411】若一平面简谐波的表达式为 $y=A\cos(Bt-Cx)$，式中 A、B、C 为正值常量，则：

(A) 波速为 C　　(B) 周期为 $1/B$　　(C) 波长为 $2\pi/C$　　(D) 角频率为 $2\pi/B$

平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

其中

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{2\pi}{k}$$
$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}}=\frac{\omega}{k}$$

所以，依题意，有 $\omega=B$，$k=C$，所以 $T=2\pi/B$，$\lambda=2\pi/C$，$v=B/C$。

2.以下哪个函数表示沿 x 轴负方向传播的行波，其中 A,a,b 均为正的常量，φ也是常量

A. $y=A\cos(at-x+\varphi)$　B. $y=A\cos[a(x-bt)+\varphi]$

C. $y=A\cos ax\cdot\cos bt$

D. $y=A\sin(-ax-t+\pi/2)+A\cos(ax+t-\varphi)$　　[**D**]

[解析]本题考查对于机械波表示方法的理解。

根据第 1 题解析，在判断方向的时候，习惯用最原始向右形式的标准形式去对比得到判断，而且延续机械振动的 cos 习惯，本题的关键判断点在于根据 a,b 正常数对应到 x,t 的系数的正负，向负方向传播的波 x,t 系数应该取正，。其中 A,B 选项经过化简均不符合；C 选项不是波动方程的标准形式；D 选项化简之后符合题意，而且注意其实表示的是两列波的叠加，根据线性叠加原理不难得到，所以本题选择 D。

[变式练习]

【3413】下列函数 $f(x,t)$ 可表示弹性介质中的一维波动，式中 A、a 和 b 是正的常量。其中哪个函数表示沿 x 轴负向传播的行波？

(A) $f(x,t)=A\cos(ax+bt)$　　(B) $f(x,t)=A\cos(ax-bt)$

(C) $f(x,t)=A\cos(ax)\cdot\cos(bt)$　　(D) $f(x,t)=A\sin(ax)\cdot\sin(bt)$

沿 x 正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

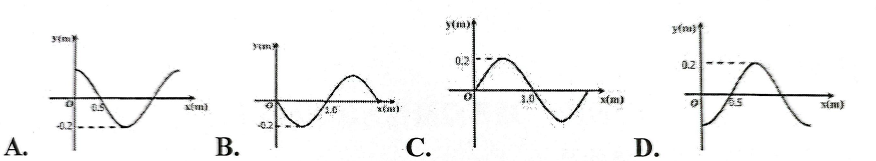
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

沿 x 负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$$

3.有一平面简谐波沿 x 轴正向传播，其波动表达式为

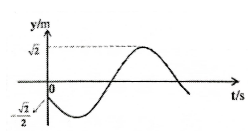
$y=0.20\cos[2\pi(t-x/2)+\pi]$ (SI)，则该波在 0.5s 时刻的波形图为　[**A**]



[解析]本题考查波动方程的具体化问题。

这类题目&后面振动与波动结合的题目首先要做的事情都是将相关物理量自觉确定，而后对于本题来说我们可以通过选项中的特殊点来确定而不用自行画出来对比，即 $t=0.5s\rightarrow y(x)=0.20\cos\left[2\pi\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{2}\right)+\pi\right]=0.02\cos\left[\pi\left(1-x\right)+\pi\right]$**。我们可以考查** $x=1,y=-0.20;x=0,y=0.20$ **两个特殊点，对比四个图，得到本题选择 A。**

4.　一简谐波沿 x 轴正方向传播，其波长λ=4m，周



期 T =4s，x =0 处质点的振动如图所示，则该简谐波的波函数为

A. $y=\sqrt{2}\cos[\pi(t-x)+\frac{2}{3}\pi]$ B. $y=\sqrt{2}\cos[\frac{\pi}{2}(t-x)+\frac{3}{4}\pi]$

C. $y=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos[2\pi(t+x)+\frac{3}{4}\pi]$ D. $y=\sqrt{2}\cos[\frac{\pi}{2}(t-x)+\frac{2}{3}\pi]$　　　　[D]

[解析]本题考查看图写出波动方程。

这类题目比 3 题中略微上一个层级，基础工作给出： $y=\sqrt{2}\cos(\frac{2\pi}{4}t+\varphi_0),\ \underset{t=0}{\sqrt{2}\cos\varphi_0}=-\frac{\sqrt{2}}{2},\cos\varphi_0=-\frac{1}{2}$

我们来到和上一章中处理振动问题同样的处境，即加上一步通过旋转矢量法确定初相位

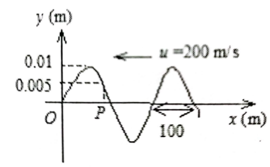
$$y(t)=\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{2}{3}\pi\right)$$

$$y(x,t)=\sqrt{2}\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t-\frac{x}{u}\right)+\frac{2}{3}\pi\right]\quad\rightarrow\varphi_0=\frac{2}{3}\pi$$

$$u=\lambda\cdot f=4\cdot\frac{1}{4}=1m/s\quad\rightarrow y(x,t)=\sqrt{2}\cos\left[\frac{\pi}{2}(t-x)+\frac{2\pi}{3}\right]$$

通过对比答案，选择 D 选项。

5.一平面简谐波在 t =1s 时刻波形图如图所示，则平衡位置在 P 点的质点的振动方程是



A. $y_P=0.01\cos(\pi t-\frac{2}{3}\pi)$ (SI)

B. $y_P=0.01\cos(\pi t+\frac{2}{3}\pi)$ (SI)

C. $y_P=0.01\cos(2\pi t+\frac{1}{3}\pi)$ (SI)

D. $y_P=0.01\cos(2\pi t-\frac{1}{3}\pi)$ (SI)　　　　[C]

[解析]本题考查振动和波动的结合应用。

沿 x 轴负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$$

依题意，$t=2$ s 时刻的波形图表达式为

$$y(x,2)=A\cos(2\omega+kx+\varphi_0)$$

P 点的振动方程为

$$y(x_P,t)=A\cos(\omega t+kx_P+\varphi_0)$$

由图中可以看出，振幅 $A=0.01$ m，波长 $\lambda=200$ m，波速 $u=200$ m/s，$t=2$ s 时刻 P 点的离开平衡位置的距离为 $y(x_P,2)=0.05\text{ m}=\frac{1}{2}A$，且 P 点的速度小于零，所以有

$$y(x_P,2)=A\cos(2\omega+kx_P+\varphi_0)=\frac{1}{2}A\Rightarrow\cos(2\omega+kx_P+\varphi_0)=\frac{1}{2}$$

$$v(x_P,2)=-A\omega\sin(2\omega+kx_P+\varphi_0)<0\Rightarrow\sin(2\omega+kx_P+\varphi_0)>0$$

$$2\omega + kx_P + \varphi_0 = \frac{1}{3}\pi$$
$$kx_P + \varphi_0 = \frac{1}{3}\pi - 2\omega$$

又因为

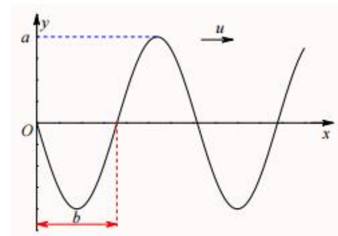
$$u = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{u}$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\frac{u}{\lambda} = 2\pi\frac{200}{200} = 2\pi \text{ rad/s}$$

所以 P 点的振动方程为

$$y(x_P,t) = A\cos\left[\omega t + \frac{1}{3}\pi - 2\omega\right] = A\cos\left[\omega(t-2) + \frac{1}{3}\pi\right] = 0.01\cos\left[2\pi(t-2) + \frac{1}{3}\pi\right]$$

[变式练习] →振动与波动综合训练

【3071】一平面简谐波以速度 u 沿 x 轴正方向传播，在 $t=t'$ 时波形曲线如图所示。则坐标原点 O 的振动方程为



(A) $y = a\cos\left[\frac{u}{b}(t-t') + \frac{\pi}{2}\right]$　　(B) $y = a\cos\left[2\pi\frac{u}{b}(t-t') - \frac{\pi}{2}\right]$

(C) $y = a\cos\left[\pi\frac{u}{b}(t+t') + \frac{\pi}{2}\right]$　　(D) $y = a\cos\left[\pi\frac{u}{b}(t-t') - \frac{\pi}{2}\right]$

由题目所给波形图可以看出，振幅 $A=a$，波长 $\lambda=2b$，波速为 $v=u$，$t=t'$ 时坐标原点 O 的位置为 $y(0,t')=0$，振动的速度 $v(0,t')>0$。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

所以坐标原点 O 的振动方程为

$$y(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

依题意，

$$A = a$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2b} = \frac{\pi}{b}$$
$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\omega}{k}$$
$$\omega = vk = u\frac{\pi}{b}$$
$$y(0,t') = 0 = a\cos\left(u\frac{\pi}{b}t' + \varphi_0\right) \Rightarrow u\frac{\pi}{b}t' + \varphi_0 = \pm\frac{1}{2}\pi$$
$$v(0,t') = -au\frac{\pi}{b}\sin\left(u\frac{\pi}{b}t' + \varphi_0\right) > 0 \Rightarrow \sin\left(u\frac{\pi}{b}t' + \varphi_0\right) < 0 \Rightarrow u\frac{\pi}{b}t' + \varphi_0 = -\frac{1}{2}\pi$$
$$\varphi_0 = -\frac{1}{2}\pi - u\frac{\pi}{b}t'$$

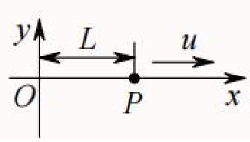
所以坐标原点 O 的振动方程为

$$y(0,t) = a\cos\left[u\frac{\pi}{b}t - \frac{1}{2}\pi - u\frac{\pi}{b}t'\right] = a\cos\left[\pi\frac{u}{b}(t-t') - \frac{1}{2}\pi\right]$$

【3072】如图所示，一平面简谐波沿 x 轴正向传播，已知 P 点的振动方程为 $y = A\cos(\omega t + \phi_0)$，则波的表达式为

(A) $y = A\cos\{\omega[t-(x-L)/u] + \phi_0\}$　　(B) $y = A\cos\{\omega[t-(x/u)] + \phi_0\}$

(C) $y = A\cos[\omega(t-x/u)]$　　(D) $y = A\cos\{\omega[t+(x-L)/u] + \phi_0\}$



沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

所以 P 点的振动方程为

$$y(L,t)=A\cos(\omega t-kL+\varphi_0)$$

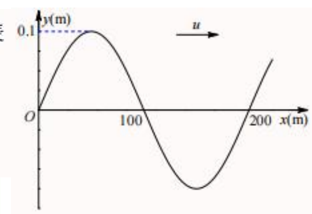
依题意，

$$-kL+\varphi_0=\phi_0$$
$$\varphi_0=\phi_0+kL$$
$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}}=\frac{\omega}{k}$$
$$k=\frac{\omega}{u}$$
$$\varphi_0=\phi_0+\frac{\omega}{u}L$$

所以波的表达式为

$$\begin{aligned}y(x,t)&=A\cos\left(\omega t-\frac{\omega}{u}x+\phi_0+\frac{\omega}{u}L\right)\\&=A\cos\left[\omega t-\frac{\omega}{u}(x-L)+\phi_0\right]\\&=A\cos\left\{\omega\left[t-\frac{(x-L)}{u}\right]+\phi_0\right\}\end{aligned}$$

【3338】图示一简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，波速 $u=200\ \mathrm{m/s}$，则图中 O 点的振动加速度的表达式为



(A) $a=0.4\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)$(SI)　　(B) $a=0.4\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{3}{2}\pi\right)$(SI)

(C) $a=-0.4\pi^2\cos(2\pi t-\pi)$(SI)　　(D) $a=-0.4\pi^2\cos\left(2\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)$(SI)

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

依题意，$t=0$ 时刻的波形图表达式为

$$y(x,0)=A\cos(-kx+\varphi_0)$$

由图中可以看出，振幅 $A=0.1\ \mathrm{m}$，波长 $\lambda=200\ \mathrm{m}$，波速 $u=200\ \mathrm{m/s}$，$t=0$ 时刻 O 点的离开平衡位置的距离为 $y(0,0)=0$，且 O 点的速度小于零，所以有

$$y(0,0)=A\cos\varphi_0=0\Rightarrow\cos\varphi_0=0$$
$$v(0,0)=-A\omega\sin\varphi_0<0\Rightarrow\sin\varphi_0>0$$
$$\varphi_0=\frac{1}{2}\pi$$

又因为

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{200}=0.01\pi\ \mathrm{rad/m}$$
$$u=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow T=\frac{\lambda}{u}$$
$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\frac{u}{\lambda}=2\pi\frac{200}{200}=2\pi\ \mathrm{rad/s}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=0.1\cos\left(2\pi t-0.01\pi x+\frac{1}{2}\pi\right)$$

所以 O 点的振动表达式为

$$y(0,t)=0.1\cos\left(2\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)$$

其振动的速度和加速度分别为

$$v(0,t) = -0.2\pi\sin\left(2\pi t + \frac{1}{2}\pi\right)$$
$$a(0,t) = -0.4\pi^2\cos\left(2\pi t + \frac{1}{2}\pi\right)$$

6.一球面机械波，在均匀、各向同性、无吸收的介质中传播，则任意点波的强度 I 与该点到波源距离 r 的关系为

A.　$I \propto r$　　B. $I \propto \dfrac{1}{r}$　　C. $I \propto r^2$　　D. $I \propto \dfrac{1}{r^2}$　　　　[　**D**　]

[解析]本题考查波的强度概念理解。

我们先对本章涉及到的各种强度量进行回顾：

1^o **能量密度** $\varepsilon = \dfrac{\text{能量（动能加势能）}}{\text{体积元}} = \dfrac{W}{\Delta V} = \rho A^2\omega^2\sin^2[\omega(t-\dfrac{x}{u})+\varphi_0],$

将 ε 做一个周期内的平均值得到 $\bar{\varepsilon} = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T \varepsilon dt = \dfrac{1}{2}\rho A^2\omega^2$ **，对所有机械波都适用！**

2^o **能流** $P = \dfrac{\text{单位时间内通过截面}\Delta S\text{的能量}}{\text{单位时间}\Delta t} = \dfrac{\text{能量密度}\,\varepsilon\times\text{体积}\,u\Delta t S}{\Delta t} = \varepsilon u S$

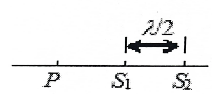
同样一个周期平均下来得到平均能流密度.

3^o **能流密度** $J = \text{通过垂直与波线截面/波阵面/沿波阵面法线方向的能流} = \dfrac{dP}{dS} = \varepsilon u$ **但是无论从何种角度都可以感受到这个物理量具有很强的矢量性质，于是他也确实是，在上面的公式中标量变成矢量就好。**

4^o **波的强度/波强** $\bar{I} = \langle \bar{J} \rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T \bar{J}\,dt = \dfrac{\bar{u}}{T}\int_0^T \varepsilon\,dt = \bar{u}\,\bar{\varepsilon} = \dfrac{1}{2}\bar{u}\rho A^2\omega^2$ **在非吸收耗散媒质中可以通过传播到相邻的两个波阵面附近的体积元的能量相等建立关系，推导出平面波/球面波/柱面波的波强与距离之间的关系（教材有）**

回到本题，注意对于球面波如何表达体积元，根据能量传播的连续性，由于球面与半径平方成反比，波强对应于能流密度的大小，而能流密度×体积元=某一常量，体积元与半径二次方相关，故波的强度反比于半径平方，选择 D。

7.在同一直线上传播的两相干波，其波源 S_1 和 S_2 相距 $\lambda/2$ (λ 为波长)，S_1 的相位比 S_2 的相位超前π/2，在 S_1 和 S_2 的连线上，S_1 左侧各点（如图示 P 点）两波引起的两简谐振动的相位差 $\varphi_1 - \varphi_2 =$



A.0　　B.π/2　　C.π　　D.3π/2　　　　[　**D**　]

[解析]本题考查相位差的判断，线量与角量之间的关系。

注意相位差包括由于两个波源初始振动的初相差以及距离引起的相位差两部分，

$$\triangle\varphi_0=\varphi_{10}-\varphi_{20}=\frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \Delta\varphi=\Delta\varphi_0+\Delta r\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\pi}{2}+\frac{\frac{\lambda}{2}}{\lambda}\cdot 2\pi=\frac{3}{2}\pi$$

所以本题选择 D 选项。

8. 两个完全相同的喇叭相距 6.0m，两者是被同一个振荡器驱动的，振动始终同相，频率都在 1350Hz 到 1826Hz 之间。一点 P 到两个喇叭的距离分别是 3.6m 和 4.9m。已知空气中声速为 344m/s，若使 P 点发生相消干涉，则振荡器的频率可调为

A.1720Hz　B.1799Hz　C.1773Hz　D.1746Hz　　[A]

[解析]本题考查干涉相消的条件应用。

$$\Delta\varphi=(2k+1)\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x=\frac{2\pi}{u}f\Delta x \quad f=(2k+1)\cdot\frac{344}{2\cdot 6}=\frac{86}{3}(2k+1)$$

$$1350<\frac{86}{3}(2k+1)<1826$$ **所以 k 可以取 6，带入计算得选择 A。**

[变式练习]

【3433】如图所示，两列波长为 λ 的相干波在 P 点相遇。波在 S_1 点振动的初相是 ϕ_1，S_1 到 P 点的距离是 r_1；波在 S_2 点的初相是 ϕ_2，S_2 到 P 点的距离是 r_2，以 n 代表零或正、负整数，则 P 点是干涉极大的条件为：

(A) $r_2-r_1=n\lambda$　　(B) $\phi_2-\phi_1=2n\pi$

(C) $\phi_2-\phi_1+2\pi(r_2-r_1)/\lambda=2n\pi$　　(D) $\phi_2-\phi_1+2\pi(r_1-r_2)/\lambda=2n\pi$

【解析】简谐波的干涉。

依题意，波长为 λ，所以波数 $k=2\pi/\lambda$，已知 S_1 点振动的初相为 ϕ_1，S_1 到 P 点的距离是 r_1，所以由 S_1 传到 P 点引起 P 点振动的初相为

$$\varphi_1=\phi_1-kr_1=\phi_1-2\pi r_1/\lambda$$

波在 S_2 点的初相是 ϕ_2，S_2 到 P 点的距离是 r_2，所以由 S_2 传到 P 点引起 P 点振动的初相为

$$\varphi_2=\phi_2-kr_2=\phi_2-2\pi r_2/\lambda$$

而 P 点干涉极大，要求二者在 P 点的相位差为 $\Delta\varphi=2n\pi$，所以

$$\Delta\varphi=2n\pi=\varphi_2-\varphi_1=[\phi_2-2\pi r_2/\lambda]-[\phi_1-2\pi r_1/\lambda]=(\phi_2-\phi_1)-2\pi(r_2-r_1)/\lambda$$

9.关于驻波以下说法正确的是　　[D]

A.长为 L 且两端固定的弦上，可产生任意频率的驻波

B.长为 L 且两端自由的弦上，可产生任意频率的驻波

C.当弦上各点达到各自最大位移时，波腹处的质元势能最大

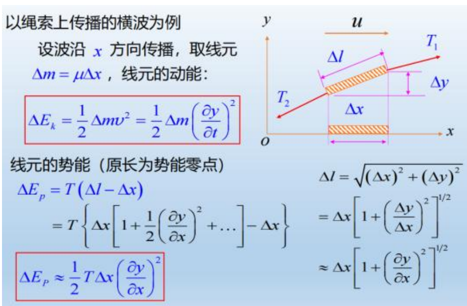
D.当弦上各点达到各自最大位移时，波节处的质元势能最大

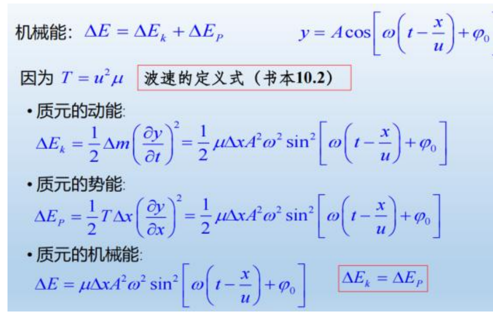
[解析]本题考查波动中能量规律以及驻波的熟练掌握。

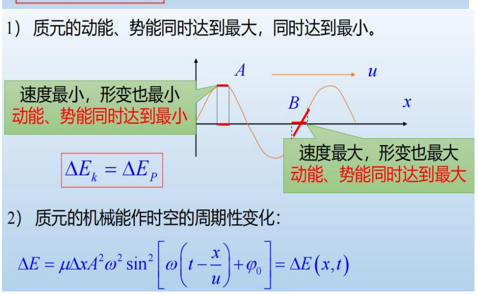
关于波动的动能与势能的推导回顾：

1^o 振动的能量→很容易理解，单质点的机械振动 E=势能+动能，而且有 E=E(t)=Constant,能量在最大正负位移与平衡位置处进行完全势能和完全动能的转化，总量始终是 $\frac{1}{2}kA^2$。

2^o 波动的能量→作为振动形式的传播，能量形式也一定也是势能以及动能。







波动是一个能量不守恒的物理过程，也正是因为不守恒所以能量得以在时间和空间上周期性传播，波传播的其实就是能量（在后面有更具体的数学形式佐证）

* 上述能量规律是从绳上的机械波导出的，但规律具有普适性！

同时关于驻波：

如何产生→两列同频率同振幅传播方向相反的机械波在一定的空间区域内叠加，

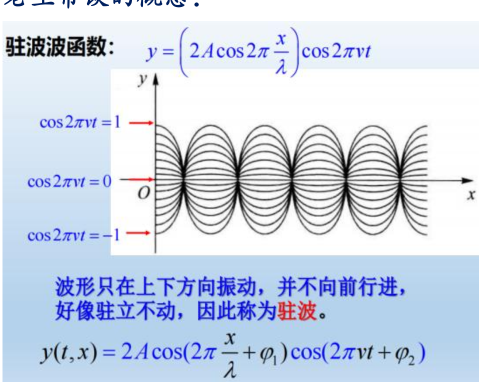
$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A\cos\left[2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})\right] \\ y_2 &= A\cos\left[2\pi(\nu t+\frac{x}{\lambda})\right]\end{aligned}\right\}\Rightarrow y=y_1+y_2=A[\cos 2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})+2\pi(\nu t+\frac{x}{\lambda})]$$

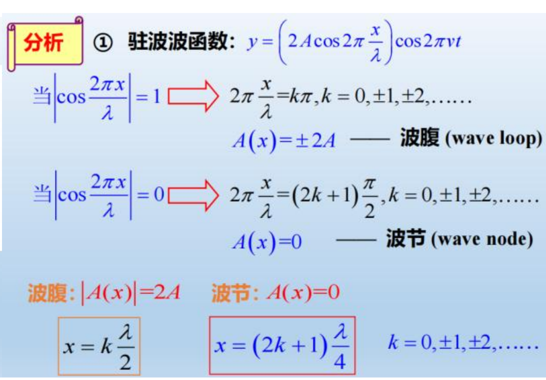
$$=\left(2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\cos\omega t$$

，$\left(2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$→" A"

对于定域问题，这一项为常数，因此可以认为驻波的波函数实质上是一种特殊的振动方程。

老生常谈的概念：





波腹：$|A(x)|=2A \to x=k\lambda/2$

波节：$A(x)=0 \to x=(2k+1)\lambda/4$　　$k=0,\pm1,\pm2,\ldots\ldots$

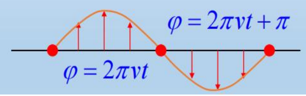
• 相邻波腹间的距离：

$$x_{k+1}-x_k=(k+1)\frac{\lambda}{2}-k\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{2}$$

• 相邻波节间的距离：

$$x_{k+1}-x_k=\left[2(k+1)+1\right]\frac{\lambda}{4}-(2k+1)\frac{\lambda}{4}=\frac{\lambda}{2}$$

②所有波节点将介质划分为长 $\lambda/2$ 的许多段，每段中各质点振动振幅不同，但相位相同。而相邻段间各质点的振动相位相反，相位差为 π。



$$y=\left|2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|\cos\varphi$$

因此回到本题，驻波的频率条件满足一定的限制关系，即驻波条件，不能产生任意频率。对于能量问题，在波节处曲线切线斜率最大，根据上述计算势能的公式可以看出在波节处势能有最大值，因此本题选择 D。

[变式练习]

【3089】一平面简谐波在弹性媒质中传播，在媒质质元从最大位移处回到平衡位置的过程中：

(A) 它的势能转换成动能

(B) 它的动能转换成势能

(C) 它从相邻的一段媒质质元获得能量，其能量逐渐增加

(D) 它把自己的能量传给相邻的一段媒质质元，其能量逐渐减小

【答案】C

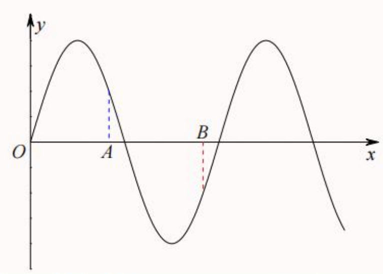
【解析】简谐波的能量。

简谐波中任意一个质元在任意时刻的动能等于势能，在位移最大处，质点的运动速度为零，所以动能和势能均为零；在平衡位置，质点的速度最大，所以动能和势能均最大。所以质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加。

【3289】图示一平面简谐机械波在 t 时刻的波形曲线。若此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大，则：

(A) A 点处质元的弹性势能在减小　　(B) 波沿 x 轴负方向传播

(C) B 点处质元的振动动能在减小　　(D) 各点的波的能量密度都不随时间变化



简谐波中任意一个质元在任意时刻的动能等于势能。在位移最大处，质点的运动速度为零，所以动能和势能均为零；在平衡位置，质点的速度最大，所以动能和势能均最大。所以质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加。

依题意，此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大，所以质元在向平衡位置运动，所以波沿 x 轴负方向传播，所以 B 处质元也向平衡位置运动，因此 B 处质元的动能也在增大。

对于某个质元，体积不变，能量越大，能量密度也越大，所以能量密度的变化趋势与能量的变化趋势相同，即质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小，能量密度也逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加，能量密度也逐渐增加。能量在做周期性变化，能量密度也在做周期性变化，不同位置的能量密度在某个时刻是不一样的。

【3101】在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动

(A) 振幅相同，相位相同 (B) 振幅不同，相位相同

(C) 振幅相同，相位不同 (D) 振幅不同，相位不同

由两列同振幅的相向传播的行波

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$
$$y_2 = A\cos(\omega t + kx + \varphi_2)$$

合成的驻波的一般表达式为

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

其中 x 处的振幅为

$$A_x = \left|2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right|$$

所以不同处质点的振幅是不一样的。而相邻两个节点之间的相位为

$$\varphi = \omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} + n\pi$$

所以相邻两个节点之间的相位是一样的，节点两侧的相位是反相的。

10.一辆汽车以 30m/s 的速度紧贴铁轨驰向一列以 50m/s 的速度迎面开来的火车。为了警示对方，汽车司机按喇叭，喇叭声的频率是 1.00kHz。若空气中的声速为 344m/s，且当时无风，则火车司机测得汽车喇叭声的频率最接近下列数值中的哪一个?

A.0.786 kHz B.0.936kHz C.1.05kHz D.1.25kHz [**D**]

[解析]本题考查多普勒效应的公式应用。

多普勒效应→解决大学物理考试不需要每一次做题都强迫自己懂，但是要会“安排”

$$\left.\begin{array}{l}\text{0. 波源和观察者都静止} \\ \text{1. 波源静止，观察者动} \\ \text{2. 波源动，观察者静止} \\ \text{3. 波源和观察者都运动}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{都可以归结为3.}$$

3.的公式表示为→ 观察者接收到的频率$=\dfrac{\text{波速}\pm\text{观察者速度}}{\text{波速}\mp\text{波源速度}}\times$原来的频率

※符号说明：上加下减是波源和观察者靠近；上减下加是波源和观察者远离

对于观察者的 v_O 来说，只要观察者远离波源就取负号；

对于波源的 v_S 来说，只要远离观察者就取正号；

（但是这个规定是按照最原始的基础来的，就相当于只改变一个速度的正负号，但是改变的方式有两种，自己明白即可）

＊ 这里通常波速用 u ，运动速度用 v_O v_S ，但是有些教材和习惯离是可以混搭的，包括频率用 f,ν 等等，自己尽量按照教材给定的习惯进行，但是看到不一样的时候也一定要清楚

还有就是（一般考不了这么细但还是要说一下就是公式里面的速度是在同一直线上的情况，对于非同一直线的问题要将速度分解，只有纵向有多普勒效应，而没有横向多普勒效应）

* 常规问题之外还有一些花样，
比如很多题目中（大多数都是涉及到反射问题）实际上你看到的公式是两次多普勒效应的整合(见 20 题)，即广义上的波源和观察者只是一个相对概念，处理问题的时候一定要灵活。
本题中，我们可以按照上述的符号约定写成这样：
$\nu = \frac{u+\nu_{train}}{u-\nu_{car}}\nu_0 = \frac{340+50}{340-30}\times 1.00kHz = 1.2548kHz$ ，所以选择 D 选项。

二、填空题

11.有一平面简谐波，波速为 6.0m/s，振动周期为 0.2s，则波长为__**1.2m**__。在波的传播方向上，有两质点的振动相位差为π/6，此两质点相距为__ **0.1m**__。

[解析]本题考查简单的波动知识。

按照简单的常规方式计算即可。

$$\lambda = \frac{u}{f} = uT = 6.0m/s \times 0.2s = 1.2m$$
$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi}\times\frac{\pi}{6} = \frac{\lambda}{12} = 0.1m$$

12. 一平面简谐机械波在各向同性的均匀介质中沿 x 轴负方向传播，波动表达式为 $y = A\cos(\omega t + kx)$，则该波的波长 $\lambda =$ $\frac{2\pi}{k}$, $x = \lambda/2$ 处的质点的振动方程为 $y = A\cos(\omega t+\pi) = -A\cos\omega t$,若介质的密度为ρ，该波的平均能流密度为 $\left|\vec{I}\right| = -\frac{1}{2}\rho\frac{\omega^3}{k}A^2$ 。[解析]本题考查波动方程振动方程综合以及能流密度概念。

$$y = A\cos(\omega t + kx)$$
$$y = A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$
$$\frac{w}{u} = k = \frac{2\pi}{Tu}$$
$$\lambda = uT = \frac{2\pi}{k}$$
$$y = A\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2}\right) = -A\cos\omega t$$

能流密度按照公式计算即可 $\left|\vec{I}\right| = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^3\frac{\vec{u}}{\left|\vec{u}\right|} = -\frac{1}{2}\rho\frac{\omega^3}{k}A^2$

[变式练习]

【3294】在截面积为 S 的圆管中，有一列平面简谐波在传播，其波的表达式为 $y = A\cos[\omega t - 2\pi(x/\lambda)]$，管中波的平均能量密度是 w，则通过截面积 S 的平均能流是_____。

平均能量密度 $\bar{\varpi}$ 与平均能流 $\bar{P}$ 之间的关系为

$$\bar{P} = \bar{\varpi}uS$$

依题意，$\bar{\varpi} = w$，圆频率为 ω，波数为 $k = 2\pi/\lambda$，所以波传播的速度为

$$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega\lambda}{2\pi}$$

所以平均能流为

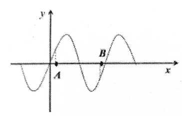
$$\bar{P} = w\times\frac{\omega\lambda}{2\pi}\times S = \frac{wS\omega\lambda}{2\pi}$$

13. 频率为 50Hz 的简谐波，波长 λ >0.5m，其波线上 A, B 两点相距 0.2m，且 A 点振动相位比 B 点超前 2π/3，则该波的波长 λ =_**0.6**_m，波速 u =_**30**_m/s。

[解析]本题考查相位差距离差的描述以及基本概念。

$$\Delta\varphi=\varphi_A-\varphi_B=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x=\frac{2}{3}\pi \quad \rightarrow \quad \begin{aligned}\lambda&=0.6m\\ u&=\lambda f=30m/s\end{aligned}$$

14. 如图所示，有一平面简谐波在 t 时刻的波形曲线。若此时 A 点处质元的弹性势能在减小，则 A 处质元的振动动能在__**减小**__。（填写增加还是减小）



[解析]本题考查波动中势能和动能的变化规律的掌握。

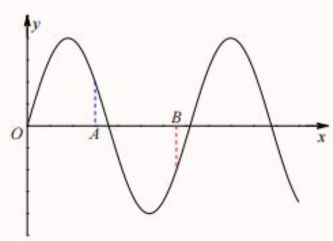
从结论上来看，经过上面展示的计算结果，在波动中势能和动能具有相同的表达式，两者同步变化，因此势能减小的同时动能也在减小。

[变式练习]

【3289】图示一平面简谐机械波在 t 时刻的波形曲线。若此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大，则：

(A) A 点处质元的弹性势能在减小　　(B) 波沿 x 轴负方向传播

(C) B 点处质元的振动动能在减小　　(D) 各点的波的能量密度都不随时间变化

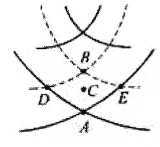


简谐波中任意一个质元在任意时刻的动能等于势能。在位移最大处，质点的运动速度为零，所以动能和势能均为零；在平衡位置，质点的速度最大，所以动能和势能均最大。所以质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加。

依题意，此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大，所以质元在向平衡位置运动，所以波沿 x 轴负方向传播，所以 B 处质元也向平衡位置运动，因此 B 处质元的动能也在增大。

对于某个质元，体积不变，能量越大，能量密度也越大，所以能量密度的变化趋势与能量的变化趋势相同，即质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小，能量密度也逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加，能量密度也逐渐增加。能量在做周期性变化，能量密度也在做周期性变化，不同位置的能量密度在某个时刻是不一样的。

15. 如图所示是两列相干波的干涉图样，实线表示波峰，虚线表示波谷，两列波的振幅都为 10cm，波速和波长分别为 1m/s 和 0.2m， C 点为 AB 连线的中点，则图示时刻 A, B 两点的竖直高度差为_**40**_cm,图所示五点中振动减弱的点是__**D E**__,从图示时刻再经过 0.65s 时，C 点的位移为__**-20**__cm。



[解析]本题考查波的干涉图样的识别。

实线交点和虚线交点分别表达波峰与波谷的叠加，叠加之后振幅相加，故此时的波峰和波谷竖直高度差为 40cm。注意只有虚线和实线的交点才是减弱点，AB 连线上还有许多没有画出的加强点。根据给的信息可以求出周期，0.65=0.2×3+0.2×1/4,所以相当于经过四分之一周期之后，C 从平衡位置运动到负方向最大位置，位移为−20cm。

※注意，加强点也可以有任意的位移，C 是 AB 中点因此在图示位置 C 在平衡位置。

16. 在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动振幅__不同_,相位__相同__。

（填“相同”或“不同”）

[解析]本题考查驻波的物理量规律。

由两列同振幅的相向传播的行波

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$
$$y_2 = A\cos(\omega t + kx + \varphi_2)$$

合成的驻波的一般表达式为

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

其中 x 处的振幅为

$$A_x = \left|2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right|$$

所以不同处质点的振幅是不一样的。而相邻两个节点之间的相位为

$$\varphi = \omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} + n\pi$$

所以相邻两个节点之间的相位是一样的，节点两侧的相位是反相的。

17. 一驻波方程为 $y = A\cos 3\pi x \cdot \cos 15\pi t$ (SI)，位于 $x_1 = \dfrac{1}{12}$ 和 $x_2 = \dfrac{1}{4}$ 两处

质元的振动相位差为__π__。

[解析]本题考查驻波波动方程的形式理解。

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 3\pi, \lambda = \frac{2}{3} \quad \frac{2\pi}{T} = 15\pi, T = \frac{2}{15}$$

$$x_1 = \frac{1}{12}m, y_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}A\cos 15\pi t$$
$$x_2 = \frac{1}{4}m, y_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}A\cos 15\pi t$$

根据简单的相位关系可以判断二者相位差为π

※注意 本题如果不加以思考，仅仅机械记忆角量和线量之间的关系，则容易按照如下

错误方法： $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x = 3\pi\left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{12}\right) = \dfrac{\pi}{2}$

18.一列光波从一种介质向另一种介质入射，光速较大的介质叫做_光疏介质_；光速较小的介质叫做_光密介质_。

[解析]本题考查基本概念，熟悉教材的定义即可。

19.一个相对于空气静止不动的声源发出的声波的波长为 λ_0，当声源沿其与观测者连线方向运动时，观测者测得声波的波长为 $3\lambda_0/4$，则声源是_**朝向**_，（填“朝向”或“背离”）观测者运动，声源相对于空气运动的速率是声波在空气中传播速度的___**1/4**___倍。

[解析]本题考查多普勒效应的公式应用。

$$\nu_0=\frac{u}{\lambda_0}$$
$$\nu=\frac{u}{\frac{3}{4}\lambda_0}=\frac{4}{3}\nu_0$$
$$\nu=\frac{u+\nu_{observer}}{u-\nu_{source}}\nu_0=\frac{u+0}{u-\nu_{source}}\nu_0=\frac{4}{3}\nu_0$$

代入计算得到声源运动速率为 1/4 倍。

18. 一超声波探测器，在海水中发出一束频率为 30000Hz 的超声波，刚好被向着探测器驶来的潜艇反射回来，两列波合成后得到频率为 341Hz 的拍，则潜艇的速率为_**8.48m/s**_。（设超声波在海水中的波速为 1500m/s）

[解析]本题考查多普勒效应的公式应用。

$$\nu_0=30000Hz$$
$$\nu_1=\frac{u+v}{u}\nu_0$$
$$\nu=\frac{u}{u-v}\nu_1=\frac{u}{u-v}\frac{u+v}{u}\nu_0=\frac{u+v}{u-v}\nu_0$$

其中下标 1 的频率表示第一次多普勒效应(波源不动，潜艇作为观察者移动接收发射波)的接收频率；不带下标的频率表示第二次多普勒效应(潜艇因为反射了接收的入射波所以看作发射反射波的波源，波源移动，超声波探测器作为不动的观察者)观察者接收的频率，两次累积效果相乘即可，带入数据计算出 v 即为所求的潜艇速率。

[变式练习]

【5523】设声波在媒质中的传播速度为 u，声源的频率为 ν_S。若声源 S 不动，而接收器 R 相对于媒质以速度 v_R 沿着 S、R 连线向着声源 S 运动，则位于 S、R 连线中点的质点 P 的振动频率为：

(A) ν_S (B) $\dfrac{u+v_R}{u}\nu_S$ (C) $\dfrac{u}{u+v_R}\nu_S$ (D) $\dfrac{u}{u-v_R}\nu_S$

接收器探测到的频率为

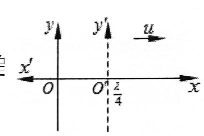
$$\nu'=\frac{v'}{\lambda'}=\frac{v\pm v_R}{\lambda\pm v_S T}=\frac{v\pm v_R}{v\pm v_S}\nu_0$$

- ☞ 当波源向着观察者以 v_S 运动时，$\lambda'=\lambda-v_S T=(v-v_S)/\nu_0$；
- ☞ 当波源背离观察者以 v_S 运动时，$\lambda'=\lambda+v_S T=(v+v_S)/\nu_0$；
- ☞ 当观察者向着波源以 v_R 运动时，$v'=v+v_R$；
- ☞ 当观察者背离波源以 v_R 运动时，$v'=v-v_R$。

但这个题目中问的并不是接收器探测到的频率，而是媒质中质点的运动频率，那就仅仅是波源发出的波传播到媒质中时引起质点的振动，因此其频率仍然是波源的频率。

三、计算题

21.一简谐横波以 0.8m/s 的速度沿 x 轴正方向传播。在 x=0.1m 处的质点位移随时间的变化关系为 $y=0.5\sin(1.0-4.0t)$ m，试写出：（1）波函数的表达式；（2）x=0.1m 质点的速度随时间的变化关系；（3）质元振动的最大速度与波的传播速度之比。



[解析]本题考查振动与波动综合应用。

21.解：(1)由 x=0.1m 处质点的振动函数

$$y = 0.5\sin(1.0 - 4.0t)$$

可得：

$$\omega = 4.0 rad * s^{-1}$$

$$\lambda = \frac{2\pi v}{\omega} = 0.4\pi$$

任意 x 处与 0.1m 处的相位差是

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(x-0.1)}{\lambda} = 5x - 0.5$$

于是波函数表达式可以写为:

$$y = 0.5\sin(1.0 - 4.0t + \Delta\varphi) = 0.5\sin(5.0x - 4.0t + 0.5)$$

(2)带入 x=0.1m:

$$y_{x=0.1} = 0.5\sin(1.0 - 4.0t)$$

$$V_{x=0.1} = -2\cos(1.0 - 4.0t)$$

(3)易得质点振动最大速度为

$$V_{max} = 2m/s$$

波速为

$$v = 0.8 \text{m/s}$$

于是有

$$\frac{V_{max}}{v} = 2.5$$

22.一沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的波动方程为 $y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$。若以 $x = \lambda/4$ 处为新的坐标轴原点，且此坐标轴指向与波的传播方向相反，试对此新坐标轴求该波的波动方程。

[解析]本题考查波动方程的变换问题。

22.解：议题设不难得$x = \frac{\lambda}{4}$处的振动方程为

$$y_{x=\frac{\lambda}{4}} = A\cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2} + \varphi)$$

而在新坐标下，波沿着 x 反方向传播$x=\frac{\lambda}{4}$作为原点，于是新的波动方程为

$$y_{re} = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2} + \varphi + \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

23. 有一横波波长 λ =0.8m、周期 T =0.5s、振幅 A =0.2m 的平面简谐波沿 x 轴正方向传播，在 t =0 时，x =0.2m 的质点恰好处于反向最大位移处，求：（1）该波传播的速度；（2）写出波动方程；（3）距离原点 O 为 3λ/4 处质点的振动方程；（4）与原点 O 相距 x_1 =0.3m 和 x_2 =0.6m 二质点的相位差。

[解析]本题考查振动与波动综合应用。

23.解：（1）依题意波速

$$v = \frac{\lambda}{T} = 1.6\ m/s$$

(2)不难写出 x=0.2 处的振动方程为

$$y_0 = 0.2\cos(\frac{2\pi}{T}t + \pi)$$

又因为波向 x 轴正方向传播所以波动方程为

$$y_\lambda = 0.2\cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}(x-0.2)+\pi\right]$$

代入数据得波动方程为

$$y_\lambda = 0.2\cos\left(4\pi t - \frac{5\pi}{2}x - \frac{\pi}{2}\right)$$

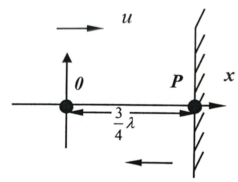
(3)代入$x=\frac{3\lambda}{4}$得振动方程为:

$$y_{x=\frac{3\lambda}{4}} = 0.2\cos(4\pi t)$$

(4)因为$\frac{2\pi}{\lambda}(|x1-x2|)=\frac{3}{4}\pi<\pi$，故两点的相位差为$\frac{3\lambda}{4}$。(注意相位差取值为 0 到$\pi$,如若超出范围可以通过加减 2k$\pi$来解决)

24. 一平面简谐波沿 x 轴正向一反射面入射，如图所示，入射波的振幅为 A，周期为 T，波长为 λ。t=0 时刻，在原点处的质元由平衡位置向位移为正的方向运动，入射波在界面处发生全反射，反射波的振幅等于入射波的振幅，而且反射点为波节。求：（1）入射波的波函数；（2）反射波的波函数；（3）求合成波，并标出因叠加而静止的各点的坐标。

[解析]本题考查驻波的反射与叠加波动方程的综合问题，较为复杂，需要细致以防出错。



24.解：（1）入射波在原点 O 处引起的振动为

$$y_0 = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

又因为入射波沿着 x 轴正方向传播，故其波函数为

$$y_\lambda = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

（2）入射波在 P 点处的振动方程为

$$y_{\lambda p} = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_p}{\lambda}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

考虑反射波的半波损失效应，反射波在 P 点的振动方程为

$$\mathbf{y_{\lambda p} = A\cos\left[\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{2\pi x_p}{\lambda}\right)+\frac{\pi}{2}\right]}$$

反射波沿 x 负方向传播，故其波函数为(其中$x_p=\frac{3\lambda}{4}$)

$$y_{rev} = A\cos\left[\left(\frac{2\pi t}{T}+\frac{2\pi(x-x_p)}{\lambda}-\frac{2\pi x_p}{\lambda}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$$

$$= A\cos\left[\left(\frac{2\pi t}{T}+\frac{2\pi(x-x_p)}{\lambda}-\frac{2\pi x_p}{\lambda}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$$

$$=\boldsymbol{A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)-\frac{\pi}{2}\right]}$$

（3）入射波与反射波相叠加，合成波函数为

$$y = y_v + y_{rev} = A\cos\left[\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{2\pi x}{\lambda}\right)-\frac{\pi}{2}\right] + A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

$$\boldsymbol{=2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{\pi}{2}\right)}$$

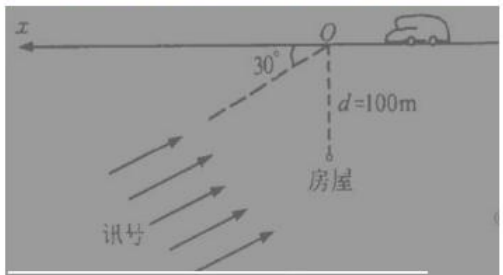
即形成驻波，各点处的振幅为$A(x) = |2A cos(\frac{2\pi x}{\lambda})|$

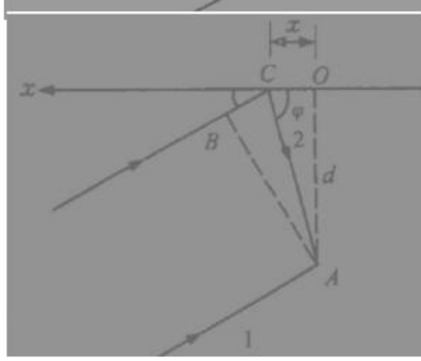
当$cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 0$时即$\frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$，该点振幅为 0，其坐标为

又因为$0 < x < \frac{3\lambda}{4}$,所以$\boldsymbol{x = \frac{2k+1}{4}\lambda}$**，(k=1,0,-1)**　处振幅为 0；

拓展题：

SCX 的房子坐落在一条东西走向公路的南面距离公路 100m 的地方，他屋内的电视机正接受着远方电视台的讯号，讯号频率率为 60MHZ，方向如下图所示。然而令 SCX 困扰的是他房间电视机的信号总是忽强忽弱，经过 SCX 的初步判断，应该是公路上的汽车反射的信号波与接受到的信号叠加导致了信号强度的不稳定。今天 SCX 打开了电视机，发现当一辆小轿车正好路过房屋正北面的瞬间，屋内电视机的信号强度的起伏为每秒两次，既然看不了电视，SCX 决定根据已有信息计算小轿车的速度来缓解无聊，但是他算不出来，作为 SCX 的好朋友，你能够帮帮他嘛？（提示：讯号频率很高，速度很快可以忽略多普勒效应）





解：设 t 时刻，汽车在位置 C 处，坐标如右 2 图所示，电视直接接受到的信号与反射信号的波程差为(θ为 BC 与 x 轴正方向的夹角 30 度)

$$\delta = BC + CA$$
$$= CA(1 + \cos(\pi - \theta - \varphi))$$

又因为：

$$CA = \sqrt{x^2 + d^2}$$

所以带入得到

$$\delta = \sqrt{x^2 + d^2} - x cos\theta + d sin\theta$$

所以相位差的变化率为

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}\frac{dx}{dt} - cos\theta * \frac{dx}{dt}$$

车位于正北方时，x=0;

于是

$$\frac{d\delta}{dt}|_{x=0} = -cos\theta * \frac{dx}{dt} = -v_{car}cos\theta$$

而电视机强度每秒变化两次

所以$\frac{d\delta}{dt}|_{x=0} = -2\lambda = -2\frac{C}{\vartheta}$ *（其中λ为波长，C 为光速，ϑ为讯号频率）*

所以$v_{car} = \frac{2C}{\vartheta cos\theta}$*=11.547m/s*