

第十六次 热力学基础-习题解析与知识点拓展

一、单选题

1. 下列准静态过程中，理想气体可以经历

- A. 等体加热，内能减少，压强升高
- B. 等温压缩，吸收热量，压强升高
- C. 等压膨胀，吸收热量，内能增加
- D. 绝热压缩，内能减少，压强升高

[C]

【解析】本题考查理想气体过程变化的规律。

对于这种题目，需要把文字过程翻译成为我们熟悉的状态方程等公式进而判断合理性。

A: $pV = \nu RT, V \uparrow, T \uparrow, U = U(T) \uparrow$ 等体加热温度升高内能变大，A 错误；

B: $pV = \nu RT, V \downarrow, p \uparrow, \Delta U = Q + W, W > 0, Q < 0$ B 错误；

C: 等压膨胀体积增大，气体对外界做功，温度升高，根据第一定律的一种表达方式→

“从外界吸收热量一部分用来对外做功，另一部分增加内能”得知，C 表述可以实现；

D: $Q = 0, W > 0, \Delta U > 0$ 绝热压缩，外界对气体做功， $W > 0$ ，内能增加，D 错误。

因此本题选择 C。

【注意】关于热力学第一定律的热力学/物理化学/不同物理教材的讲述方法的辨析

公式① $E, \Delta E = A, W + Q$ (或 $U, \Delta U = A, W + Q$ 其中 E 和 U 与 A 和 W 含义相同，表示内能及做功)

② $Q = \Delta U + W$ 均可以正确的表达热力学第一定律。

①表示：“系统内能的改变一部分来源于从外界吸收/放出的热量，另一部分来源于外界对系统做的功”

②表示：“系统从外界吸收/对外界放出的热量一部分使其内能增加/减少，另一部分用于对外界做功（进一步考虑做功的±）”

2. 有两个相同的容器，容积固定不变，一个盛有氦气，另一个盛有氢气（看成刚性分子的理想气体），它们的压强和温度都相等，现将 10J 的热量传给氢气，使氢气温度升高，如果使氦气也升高同样的温度，则应向氦气传递热量是

- A. 12J
- B. 10J
- C. 6J
- D. 4J

[A]

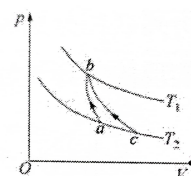
【解析】本题考查计算热量的方法，注意热量要从热容的定义出发。

容器容积固定不变则气体发生的都是等容过程，计算热量利用等体热容，注意带入单、双原子分子的 γ 即可(本题用到了气体动理论中的公式)由 $H_2: Q_V = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}R = 10J$

计算出 $NH_3: Q_V = \nu C'_V(T_2 - T_1) = 3R = \frac{6}{5} \times 10J = 12J$ ，所以选择 A。

3. 如图所示， T_1 和 T_2 为两条等温线。若 ab 为一绝热压缩过程，

则理想气体由状态 c 经过程 cb 被压缩到状态 b ，在该过程中气体的平均热容 C 为



A. $C > 0$ B. $C < 0$ C. $C = 0$ D. 不能确定 [B]

【解析】 本题考查 p - V 图像中，以等温线绝热线为基本单元搭建的循环过程中的计算。

$$a \rightarrow b \quad \Delta U_{ab} = Q_{ab} + A_{ab}$$

$$c \rightarrow b \quad \Delta U_{cb} = Q_{cb} + A_{cb} \rightarrow A_{ab} < A_{cb} \quad \Delta U_{ab} = \Delta U_{cb} \rightarrow Q_{ab} = 0 > Q_{cb} \rightarrow C < 0$$

4. 质量一定的理想气体，从相同状态出发，分别经历等温过程、等压过程和绝热过程，使其体积增加一倍。那么气体温度的改变（绝对值）在

- A. 绝热过程中最大，等压过程中最小
 B. 绝热过程中最大，等温过程中最小
 C. 等压过程中最大，绝热过程中最小
 D. 等压过程中最大，等温过程中最小 [D]

【解析】 本题考查三种基本过程的，计算时结合状态方程以及绝热方程即可。

根据条件得到等温过程： $V_2 = 2V_1$
 $(\Delta T)_T = 0$

$$\text{等压过程：} (\Delta T)_p = \frac{p\Delta V}{\nu R}, \left(\frac{T_2}{T_1}\right)_p = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)_p = 2$$

$$\text{绝热过程：} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)_Q = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)_Q^{\gamma-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)_Q^{1-\gamma} = 2^{1-\gamma}$$

比较结果可以得到：等压过程 > 绝热过程 > 等温过程 = 0，选择 D。

【变式练习】

【4094】 1 mol 的单原子分子理想气体从状态 A 变为状态 B，如果不知是什么气体，变化过程也不知道，但 A、B 两态的压强、体积和温度都知道，则可求出：

- (A) 气体所作的功 (B) 气体内能的变化
 (C) 气体传给外界的热量 (D) 气体的质量

【解析】 理想气体物态方程，热力学第一定律。

根据理想气体物态方程

$$pV = nRT$$

依题意，已知压强、温度、体积，则可以求出气体的摩尔数，但气体的类型不懂，无法确定其摩尔质量，所以气体的质量无法确定。

题目给定的气体是单原子分子理想气体，所以其自由度为 $i = 3$ ，其内能为

$$E = \frac{i}{2}nRT$$

始末状态的温度已知，所以温度的变化量 ΔT 已知，所以内能的变化量 ΔE 也可求。根据热力学第一定律

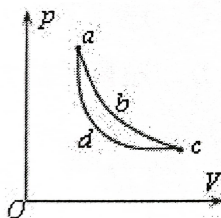
$$\Delta E = Q - W$$

过程未知，所以 Q 和 W 无法确定。

5. 在 $p-V$ 图上, a 经两个不同过程 abc 和 adc 到达 c ,

由此可以得出以下结论正确的是

- A. 其中一条是绝热线, 另一条是等温线
B. 两个过程吸收的热量相同
C. 两个过程中系统对外作的功相等
D. 两个过程中系统的内能变化相同



[D]

【解析】 本题考查 $p-V$ 图像的理解。

图中的两条路径连接着相同的初末态, 根据 $pV = \nu RT$, 同样的点对应着同样的温度,

由于内能是状态函数, 因此两条路径内能变化相同, D 正确。

根据曲线与 V 轴所围面积得知做功不等, 根据热力学第一定律, 热量变化也不等, BC 错误。

两条陡峭程度不同的曲线并不一定就是等温线和绝热线, A 错误。因此选择 D。

6. 对于室温下的氧气 (视为刚性分子), 在等压膨胀的情况下, 系统对外所作的功与从外界吸收的热量之比 W/Q 等于

- A. $2/3$ B. $1/2$ C. $2/5$ D. $2/7$

[D]

【解析】 本题考查第一定律的计算。

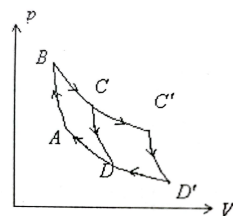
对氧气: $C_P = C_V + R$, O_2 : $C_V = \frac{5}{2}R$, 根据状态方程以及等压热容定义: $Q = \nu C_P (T_2 - T_1)$
进而得到: $\frac{W}{Q} = \frac{R}{C_P} = \frac{R}{\left(1 + \frac{5}{2}\right)R} = \frac{2}{7}$, 因此本题选择 D。
 $W = \nu R (T_2 - T_1)$

7. 如图表示的两个卡诺循环, 第一个沿 $ABCD A$ 进行,

第二个沿 $ABC'D'A$ 进行, 这两个循环的效率 η_1 和 η_2 的

关系及这两个循环对外界所做的净功 W_1 和 W_2 的关系是

- A. $\eta_1 = \eta_2, W_1 = W_2$ B. $\eta_1 > \eta_2, W_1 = W_2$
C. $\eta_1 = \eta_2, W_1 < W_2$ D. $\eta_1 = \eta_2, W_1 > W_2$



[C]

【解析】 本题考查卡诺循环的基本知识, 效率的判断。

工作在高温热源 T_1 和低温热源 T_2 之间的卡诺热机, 在一个循环过程中从高温热源处吸收了热量 Q_1 , 释放了 Q_2 热量到低温热源处, 对外做了功 W , 该热机的效率为

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

依题意, 循环 $ABC'D'A$ 比 $ABCD A$ 的面积大, 所以所做净功大, 但两个循环的高低温热源相同, 所以效率不变。

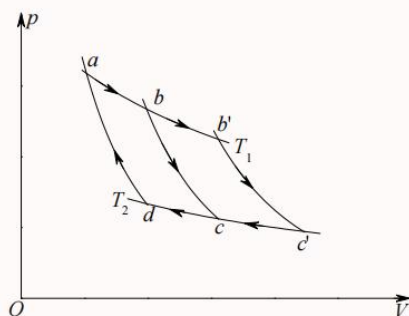
【变式练习】

【4122】 如果卡诺热机的循环曲线所包围的面积从图中的 $abcda$ 增大为 $ab'c'da$, 那么循环 $abcda$ 与 $ab'c'da$ 所作的净功和热机效率变化情况是:

- (A) 净功增大, 效率提高 (B) 净功增大, 效率降低

(C) 净功和效率都不变

(D) 净功增大, 效率不变



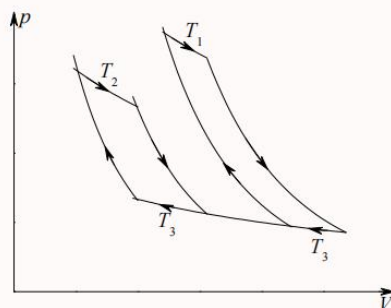
工作在高温热源 T_1 和低温热源 T_2 之间的卡诺热机, 在一个循环过程中从高温热源处吸收了热量 Q_1 , 释放了 Q_2 热量到低温热源处, 对外做了功 W , 该热机的效率为

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

依题意, 循环 $ab'c'da$ 比 $abcda$ 的面积大, 所以所做净功大, 但两个循环的高低温热源相同, 所以效率不变。

【4121】两个卡诺热机的循环曲线如图所示, 一个工作在温度为 T_1 与 T_3 的两个热源之间, 另一个工作在温度为 T_2 与 T_3 的两个热源之间, 已知这两个循环曲线所包围的面积相等。由此可知:

- (A) 两个热机的效率一定相等
- (B) 两个热机从高温热源所吸收的热量一定相等
- (C) 两个热机向低温热源所放出的热量一定相等
- (D) 两个热机吸收的热量与放出的热量 (绝对值) 的差值一定相等



工作在高温热源 T_1 和低温热源 T_2 之间的卡诺热机, 在一个循环过程中从高温热源处吸收了热量 Q_1 , 释放了 Q_2 热量到低温热源处, 对外做了功 W , 该热机的效率为

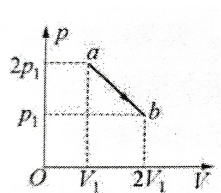
$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

而在 $p-V$ 图中, 循环曲线所包围的面积表示循环过程系统对外界所做的功, 顺时针的正循环, 系统做正功, 逆时针的逆循环, 系统做负功。依题意, 两个循环过程的面积相等, 所以两个过程系统对外界所做的功相等, 此功等于系统从高温吸收的热量与释放到低温的热量之间的差值。而两个循环, 低温热源的温度相同, 均为 T_3 , 但高温热源的温度不等, 分别为 T_1 和 T_2 , 所以两个热机的效应不等。

8. 在 $p-V$ 图中 1mol 理想气体从状态 a 沿直线到达状态 b ,

则此过程中系统做的功 W 和内能的变化 ΔE 是

- A. $W > 0, \Delta E > 0$ B. $W < 0, \Delta E < 0$
C. $W > 0, \Delta E = 0$ D. $W < 0, \Delta E > 0$



[C]

[解析] 本题考查 $p-V$ 图线的计算。

先计算做功: $W = \frac{1}{2}(p_1 + 2p_1)(2V_1 - V_1) > 0$

根据始末点的分析得到内能变化: $p_a V_a = 2p_1 V_1 = p_b V_b = p_2 2V_1 \rightarrow T_a = T_b \rightarrow \Delta E = 0$

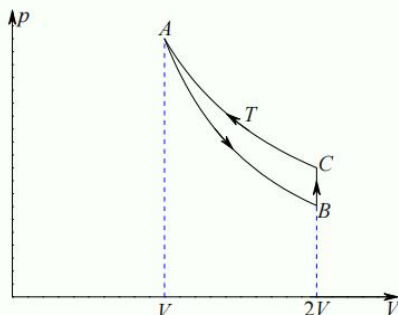
因此本题选择 C。

[变式练习]

【4095】一定量的某种理想气体起始温度为 T , 体积为 V , 该气体在下面循环过程中经过三个平衡过程: (1) 绝热膨胀到体积为 $2V$, (2) 等体变化使温度恢复为 T , (3) 等温压缩到原来体积 V , 则此整个循环过程中

- (A) 气体向外界放热 (B) 气体对外界作正功
(C) 气体内能增加 (D) 气体内能减少

依题意, 循环过程的 $p-V$ 图如下图所示

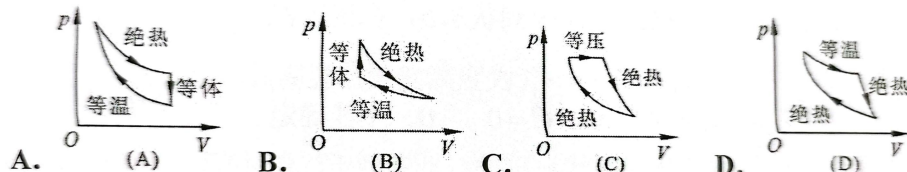


对于一个循环过程, 始态和末态重合, 内能保持不变, 而由图可以看出, 这个循环是一个逆循环, 所以循环过程外界对系统做正功, 系统对外界作负功, 根据热力学第一定律,

$$\Delta E = Q - W$$

内能不变, $\Delta E = 0$, 系统对外界做负功, $W < 0$, 所以 $Q < 0$, 即系统向外界放出热量。

9. 所列四图分别表示理想气体的四个设想的循环过程, 其中符合热力学理论、可能实现的循环过程是



[B]

[解析] 本题考查热力学过程的判断。

对 A: 可以通过证明以及斜率计算分析得到绝热线比等温线陡峭, 因此 A 错误, B 正确

对 CD: 根据两条绝热线不能相交, CD 均可排除。 因此本题选择 B。

10. 有人设计了一台可逆的卡诺热机，每循环一次可从 400K 的高温热源吸热 1600J，向 300K 的低温热源放热 600J，同时对外做净功 1000J，这样的设计

- A. 符合热力学第一定律，可行 B. 符合热力学第二定律，可行
C. 违背了热力学第一定律，不可行
D. 违背了热力学第二定律，不可行

[**D**]

【解析】 本题考查热力学第二定律。

首先计算卡诺热机和本题中热机的效率， $\eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{300}{400} = \frac{1}{4}$ ， $\eta = \frac{1000}{1600} = \frac{5}{8} > \eta_{\text{carnot}} = \frac{1}{4}$

根据第二定律以及卡诺定理：不可逆热机的效率上限为卡诺热机的效率，因此根据计算结果，因违背热力学第二定律而不可实现。

【变式练习】 热力学第二定律的概念理解

【4135】 根据热力学第二定律可知：

- (A) 功可以全部转换为热，但热不能全部转换为功
(B) 热可以从高温物体传到低温物体，但不能从低温物体传到高温物体
(C) 不可逆过程就是不能向相反方向进行的过程
(D) 一切自发过程都是不可逆的

【答案】 D

【解析】 热力学第二定律。

在等温膨胀过程中，系统所吸收的热量全部转化成功。

热不能自动从低温传到高温，但在外界做功的条件下，可以实现，比如制冷机。

不可逆过程并不是不能反向进行，而是反向进行的时候，系统和外界不能完全恢复原状。

一切自发的宏观过程都是不可逆的。

【4136】 根据热力学第二定律判断下列哪种说法是正确的

- (A) 热量能从高温物体传到低温物体，但不能从低温物体传到高温物体
(B) 功可以全部变为热，但热不能全部变为功
(C) 气体能够自由膨胀，但不能自动收缩
(D) 有规则运动的能量能够变为无规则运动的能量，但无规则运动的能量不能变为有规则运动的能量

【答案】 C

【解析】 热力学第二定律。

热不能自动从低温传到高温，但在外界做功的条件下，可以实现，比如制冷机。

在等温膨胀过程中，系统所吸收的热量全部转化成功。

在一定的条件下，无规则运动的能量也可以变为有规则运动的能量。

气体自由膨胀是一个自发的过程，自发的过程是不可逆的，所以气体不会自动收缩，除非外界条件发生变化。

【4143】“理想气体和单一热源接触作等温膨胀时，吸收的热量全部用来对外作功。”对此说法，有如下几种评论，哪种是正确的？

- (A) 不违反热力学第一定律，但违反热力学第二定律
- (B) 不违反热力学第二定律，但违反热力学第一定律
- (C) 不违反热力学第一定律，也不违反热力学第二定律
- (D) 违反热力学第一定律，也违反热力学第二定律

【答案】C

【解析】热力学第一定律，热力学第二定律。

等温膨胀过程，温度不变，内能不变，气体膨胀，对外做功，根据热力学第一定律，气体吸收的热量等于气体对外所做的功，因此没有违反热力学第一定律。对于一个循环过程，气体不可能把吸收到的热量全部用来做功，但这里的过程并不是一个循环过程，所以与第二定律不矛盾。

二、填空题

11. 如果理想气体的体积按照 $pV^3 = C$ (常量) 的规律从体积 V_1 膨胀到 V_2 ，则它对外做的功为 $W = \frac{C}{2} \left(\frac{1}{V_1^2} - \frac{1}{V_2^2} \right)$ ，膨胀过程中气体内能 减少 (填增加、减少或不变)，气体 放热 (填吸热、放热或绝热)。

【解析】本题考查理想气体变化过程的计算分析。

计算物理量需要结合第一定律并按照一定顺序，

$$\text{先计算做功: } W = \int p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{C}{V^3} dV = -\frac{1}{2} \frac{C}{V^2} \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{C}{2} \left(\frac{1}{V_1^2} - \frac{1}{V_2^2} \right)$$

根据初末态都是准静态的内能变化计算方法得到：

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \frac{C_V}{R} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{C_V}{R} \left(\frac{C}{V_2^2} - \frac{C}{V_1^2} \right) < 0$$

再根据第一定律计算热量变化为：

$$\Delta Q = \Delta U + A = \left(\frac{C_V}{R} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{C}{V_2^2} - \frac{C}{V_1^2} \right) < 0$$

12. 氢气和氧气可视为理想气体，若从 $p-V$ 图上同一状态出发分别作绝热膨胀，则在 $p-V$ 图上两者的绝热线是否重合？不重合，这是因为两者的 γ 不同。

若两种气体的质量相同，从同一温度出发作等温膨胀，在 $p-V$ 图上两者的等温线是否重合？不重合。

【解析】本题考查 $p-V$ 图中几个典型过程的理解。

由于两种气体的比热容比不同，因此绝热方程不同，绝热线不重合；

由于两种气体摩尔质量不同，相同质量对应物质的量不同，因此等温线也不重合。

13. 一定量的某种理想气体在等压过程中对外做功 200J。若此种气体为单原子分子气体，则该过程中需吸热 500 J；若为双原子分子气体，则需吸热 700 J。

【解析】本题考查等压过程的计算，注意不同的分子的 γ 的关系。

根据第一定律以及相关公式： $\Delta U = Q_P + W = \nu C_V \Delta T = \nu C_P \Delta T + (-200J)$
 $\nu(C_V - C_P) \Delta T = -200 \rightarrow \nu R \Delta T = 200$

$$Q_P = \nu C_P \Delta T = 200 \times \left(\frac{3}{2} + 1 \right) = 500J$$

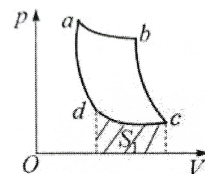
双原子分子将 $\gamma = 5/2$ 代入计算即可。

14. 理想气体的状态发生变化时，其内能的改变量只决定于 温度，而与 过程 无关。使系统的内能增加，可以通过 做功 或 热传递 两种方式，或两种方式兼用。

【解析】本题考查基本概念。

15. 如图所示的 $abcd$ 循环过程为卡诺循环，等温过程 ab 的温度为 $3T_0$ ，等温过程 cd 的温度为 T_0 ， cd 过程下方面积为 S_1 ，
 则这卡诺循环的效率 $\eta = \frac{2}{3}$ ，这卡诺循环对外所做的净功

$$W = 2S_1$$



【解析】本题考查卡诺循环的计算。

根据效率计算公式的两种形式可得： $\eta = \frac{W}{Q_{\text{吸}}} = \frac{W}{S_{abcd} + S_1} = 1 - \frac{T_0}{3T_0} = \frac{2}{3}$ $S_{abcd} = 2S_1 = W$

16. 有一可逆卡诺热机，其高温热源的温度为 $T_1 = 450K$ ，低温热源的温度为

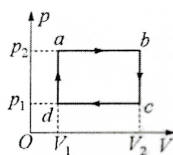
$T_2 = 300K$ ，卡诺热机逆向循环时从低温热源吸热 $Q_2 = 400J$ ，则该卡诺热机的效率为 $\frac{1}{3}$ ，逆向循环一次外界必须做功 $W = 200J$ 。

【解析】本题考查卡诺循环的计算，基本同上题。

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{450} = \frac{1}{3} \quad Q_1 = W + Q_2 \quad \eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{3} \quad Q_1 = 600J \rightarrow W = 200J$$

17. 一定量的单原子分子和双原子分子理想气体分别经历 $abcd$ 的循环过程，如图所示。在一次循环中，两种气体对外做的净功分别为 W_I 和 W_{II} ，循环的效率分别为 η_I 和 η_{II} ，则比较

$W_I = W_{II}$ ， $\eta_I > \eta_{II}$ 。（填 >、< 或 =）



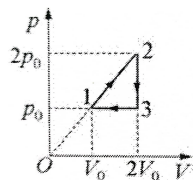
【解析】本题考查循环过程。

图线和 V 轴围成相同面积所以做功相同 $W_I = W_{II}$ ，又 $\eta_I = \frac{W_I}{Q_I}$ ， $\eta_{II} = \frac{W_{II}}{Q_{II}}$ 得 $Q_I < Q_{II} \rightarrow \eta_I > \eta_{II}$

18. 1mol 双原子分子理想气体，经历 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 的循环过程，

如图所示。在一次循环中气体对外做的净功 $W = \frac{1}{2} p_0 V_0$ ，

在 $1 \rightarrow 2$ 的过程中气体吸收的热量 $Q = 9p_0 V_0$



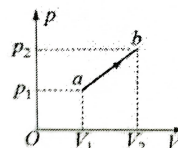
【解析】本题考查循环的计算。

$$W = S_{1231} = \frac{1}{2} (2V_0 - V_0) (2p_0 - p_0) = \frac{1}{2} p_0 V_0 \quad Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} + W = 0$$

$$Q_{23} = \nu \frac{5}{2} R \Delta T_{23} = \frac{5}{2} (p_0 2V_0 - 2p_0 2V_0) = -\frac{10}{2} p_0 V_0 \quad Q_{12} = 9p_0 V_0$$

$$Q_{31} = \nu \left(1 + \frac{5}{2}\right) R \Delta T_{31} = \frac{7}{2} (p_0 V_0 - p_0 2V_0) = -\frac{7}{2} p_0 V_0$$

19. 如图所示, 某双原子分子理想气体从状态 a 缓慢沿直线变化到状态 b 。已知 $p_2 = 2p_1$, $V_2 = 2V_1$ 则在这一过程中, 该气体的摩尔热容 $C = \underline{3R}$ 。

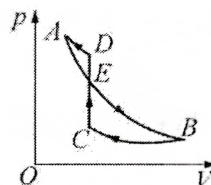


【解析】本题考查热容的综合计算。

$$W = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (V_2 - V_1) = \frac{3p_1 V_1}{2} \rightarrow \Delta T = \frac{2p_1 2V_1 - p_1 V_1}{\nu R} = \frac{3p_1 V_1}{\nu R} \rightarrow \Delta U = \nu C_{V,m} \Delta T = \nu \frac{5}{2} R \frac{3p_1 V_1}{\nu R} = \frac{15p_1 V_1}{2}$$

$$Q = \Delta U + W = 9p_1 V_1 \quad \text{根据定义} \quad C = \frac{1}{\nu} \frac{Q}{\Delta T} = 3R$$

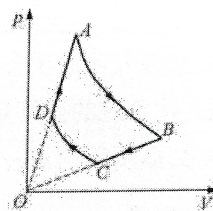
20. 如图所示为一理想气体的循环过程, AEB 为绝热过程, BC 、 DA 为等温过程, CED 为等体过程。 BC 、 DA 过程分别向外界放热 30J 、 50J , 图中 $EBCE$ 所围成的面积为 70J , $EDCE$ 所围成的面积为 30J 。则经历一次循环系统对外所做的净功 $W = \underline{40\text{J}}$, CED 过程系统内能的增量 $\Delta E = \underline{120\text{J}}$ 。



【解析】本题考查循环过程的计算。

三、计算题

21. 已知某理想气体的摩尔热容比 γ 为常数, 它经历的正循环过程如图中的实线所示, 由两个绝热过程 (AB 、 CD) 和两个直线 (BC 、 DA) 过程构成。已知温度 T_A 和 T_B , 试求循环过程的效率。



【解析】本题考查循环的计算问题。

解: 从 D 状态到 A 状态, 气体增压膨胀, 对外做功且内能增加, 于是气体吸热:

$$\begin{aligned} \text{于是有 } Q_{DA} &= C_v \nu (T_A - T_D) + \int_{V_D}^{V_A} p dv \\ &= C_v \nu (T_A - T_D) + \frac{P_A}{2V_A} (V_A^2 - V_D^2) \quad \left[\text{注意到 } \frac{P_A}{V_A} = \frac{P_D}{V_D}, \text{ 带入克拉伯龙方程} \right] \\ &= \nu \left(C_v + \frac{R}{2} \right) (T_A - T_D) \end{aligned}$$

同理可得: 从 B 状态到 C 状态有:

$$Q_{BC} = \nu \left(C_v + \frac{R}{2} \right) (T_C - T_B)$$

又因为 AB , CD 为两个绝热过程, 不进行热量交换:

所以 $W = Q_{DA} + Q_{BC}$

于是系统的效率为: $\eta = \frac{W}{Q_{DA}} = \frac{T_A - T_D + T_C - T_B}{T_D - T_A}$

又因为AB点满足 $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$, CD点同;

且AD直线满足 $p = k_1 v$, BC直线满足 $p = k_2 v$

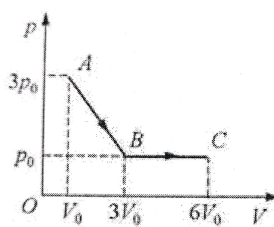
与绝热方程联立不难解得: $\frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_C}$

带入 η 表达式中不难得到: $\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}$

22. 1mol 刚性双原子分子理想气体, 从A初态 ($3p_0, V_0$) 经历如图所示的直线过程变到B状态 ($p_0, 3V_0$), 再经等压过程变到C终态 ($p_0, 6V_0$)。

求: (1) 在ABC过程中气体对外做的功、吸收的热量以及内能的变化。

(2) ABC过程的熵变。



[解析] 本题考查 p-V 图中的状态变化的计算问题。

解: 从A->B->C的过程中气体所做的功为

$$W = \int_{V_0}^{3V_0} (4P_0 - \frac{V}{V_0} P_0) dV + \int_{3V_0}^{6V_0} P_0 dV = 7P_0 V_0$$

而内能为状态量, 所以它的变化量为:

$$\Delta E = C_v \nu \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{5}{2} (6P_0 V_0 - 3P_0 V_0) = \frac{15}{2} P_0 V_0$$

由热力学第二定律: 吸收的热量为

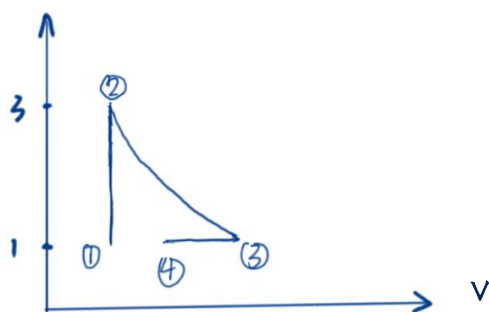
$$Q = W + \Delta E = \frac{29}{2} P_0 V_0$$

23. 质量为 $2.8 \times 10^{-3} \text{ kg}$, 压强为 1 atm , 温度为 27°C 的氮气, 先在体积不变的情况下使其压强增至 3 atm , 再经等温膨胀使压强降至 1 atm , 然后又在等压过程中将体积压缩一半。

(1) 画出过程的 $p-V$ 图

(2) 求氮气在全部过程中的内能变化、对外所做的功以及吸收的热量。

[解析] 本题考查状态图以及状态变化计算。

(1) p/atm 

(2) 如(1)中所示:

从1到2为等容过程:

内能变化为

$$\Delta E_1 = C_v v \Delta T = 2.5 \times 0.1 \times 8.314 \times (27 + 273) \times (3 - 1) = 1247.1 J$$

由于体积无变化, 于是对外做功为 $W_1 = 0$;

$$\text{吸收热为 } Q_1 = \Delta E_1 = 1247.1 J$$

从2到3为等温过程, 温度不变化, 于是

$$\Delta E_2 = 0$$

$$\text{对外做功为 } W_2 = \int_{v_0}^{3v_0} P dV = \int_{v_0}^{3v_0} \frac{P_0 V_0}{V} dV$$

$$= P_0 V_0 \ln 3 = v R T_2 \ln 3 = 0.1 \times 8.314 \times 3 \times (27 + 273) \times 1.098 J = 822.1 J$$

$$\text{吸收的热量为 } Q_2 = W_2 = 822.1 J$$

从3到4为等压过程:

气体对外作功为

$$W_3 = P \Delta V = -\frac{1}{2} v R T_3 = -0.5 \times 0.1 \times 8.314 \times (273 + 27) \times 3 J = -374.13 J$$

$$\text{内能变化为 } \Delta E_3 = C_v v \Delta T = -935.325 J$$

$$\text{气体吸收的热为 } Q_3 = W_3 + \Delta E_3 = -1309.46 J$$

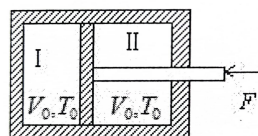
24. 一个可以自由滑动的绝热活塞(不漏气)把体积为 $2V_0$ 的

绝热容器分成相等的两部分 I 和 II。I、II 中各盛有摩尔数为

 ν 的刚性分子理想气体(分子的自由度为 i), 温度均为 T_0 。

今用一外力作用于活塞杆上, 缓慢地将 I 中气体的体积压缩为原体积的一半。忽

略摩擦以及活塞和杆的体积, 求外力作的功。

**[解析] 本题考查热学系统的综合分析。**

解：依据题意： $C_V = \frac{iR}{2}, C_P = \frac{(i+2)R}{2}$

于是绝热系数 $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{2}$

初始时平衡状态有： $P_0 V_0 = \nu R T_0$

活塞运动之后：有 $P_{\text{左}} V_{\text{左}}^\gamma = P_{\text{右}} V_{\text{右}}^\gamma = P_0 V_0^\gamma$

且： $V_{\text{左}} + V_{\text{右}} = 2V_0$

于是 $\Delta P = P_{\text{左}} - P_{\text{右}} = \frac{\nu R T_0}{V_0} \left[\left(\frac{V_0}{V_{\text{左}}} \right)^\gamma - \left(\frac{V_0}{2V_0 - V_{\text{左}}} \right)^\gamma \right]$

于是外力所作的功为 $W = \int_0^{\frac{l_0}{2}} \Delta P S dl$

$$= \int_{\frac{V_0}{2}}^{V_0} \frac{\nu R T_0}{V_0} \left[\left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma - \left(\frac{V_0}{2V_0 - V} \right)^\gamma \right] dV$$

$$= \frac{\nu R T_0}{\gamma - 1} \left[2^{\gamma-1} + \left(\frac{2}{3} \right)^{\gamma-1} - 2 \right]$$

拓展题

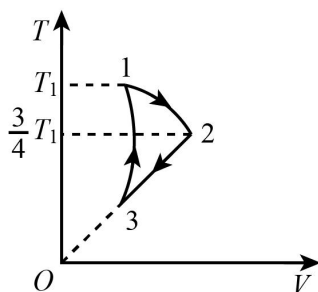
1mol 的理想气体经历了一个在 T - V 图上标为 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 的循环过程，

如图所示，其中，过程 $1 \rightarrow 2$ 的方程式为 $T = 2T_1 \left(1 - \frac{1}{2} \beta V \right) \beta V$ ，

过程 $2 \rightarrow 3$ 为经过原点的直线上的一段，过程 $3 \rightarrow 1$ 的方程式为

$T = T_1 \beta^2 V^2$ ，式中 β 是常量。状态 1 和 2 的热力学温度已知，分别为 T_1 和

$\frac{3}{4} T_1$ 。求该气体在此循环过程中对外所做的功。



我们首先应该把奇怪的 T - V 图改成 P - V 图，然后求图形包围的面积。

【解答】

(1) 利用状态方程将此循环过程用 p 、 V 参量来表述，并画出其 p - V 图线。以 p 、 V 为参量表述的过程1 → 2的方程为

$$p = 2RT_1 \left(1 - \frac{1}{2}\beta V \right) \beta = -R\beta^2 T_1 V + 2R\beta T_1$$

此过程在 p - V 图上为一直线段。过程2 → 3中 T 与 V 成正比，为一等压过程，在 p - V 图上为一条平行于横轴（ V 轴）过状态2的直线段，其过程方程为

$$p = p_2$$

式中 p_2 为状态2的压强。

过程3 → 1的方程为

$$p = R\beta^2 T_1 V$$

此过程在 p - V 图上为一条其延长线过原点的直线段。

(2) 确定状态1、2、3在 p - V 图上对应点的坐标。用 (p_1, V_1) ， (p_2, V_2) ， (p_3, V_3) 分别表示状态1、2、3的参量，由题中所给1 → 2过程方程可以求得状态1、2的体积分别为

$$V_1 = \frac{1}{\beta}, \quad V_2 = \frac{3}{2\beta} = \frac{3}{2}V_1$$

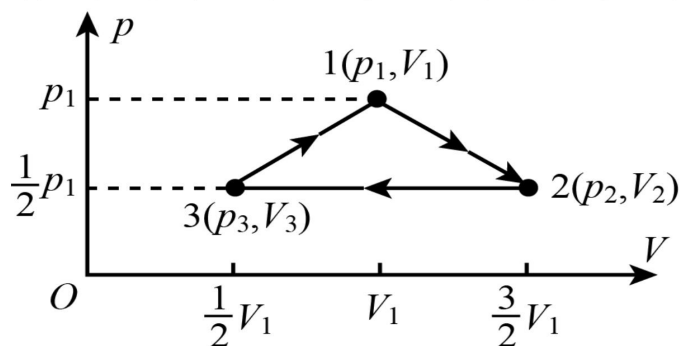
利用状态方程可得

$$p_1 = R\beta T_1, \quad p_2 = \frac{1}{2}R\beta T_1 = \frac{1}{2}p_1$$

由此可求出状态3的体积 V_3 为

$$V_3 = \frac{1}{2\beta} = \frac{1}{2}V_1$$

(3) 综合以上所得结果，可画出该循环过程的 p - V 图线，它是等腰三角形（如图所示）。



由循环过程的方向可知气体在循环过程中对外做正功，其值 A 等于此三角形的面积。即

$$A = \frac{1}{2}(p_1 - p_2)(V_2 - V_1)$$

进而可解得 $A = 0.25RT_1$ 。