第十七次　气体动理论-习题解析与知识点拓展

一、单选题

1.关于温度的意义，有下列几种说法

（1）气体的温度是分子平均平动动能的量度.

（2）气体的温度是大量气体分子热运动的集体表现，具有统计意义.

（3）温度的高低反映物质内部分子运动剧烈程度的不同.

（4）从微观上看，气体的温度表示每个气体分子的冷热程度.

这些说法中正确的是 [**B**]

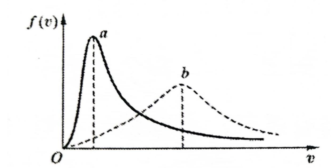
(A)　(1)、(2)、(4)　　　(B)　(1)、(2)、(3)

(C)　(2)、(3)、(4)　　　(D)　(1)、(3)、(4)

[解析] 本题考查温度的微观概念。

(1)、(2)、(3)的表述符合温度的微观概念，显然正确；(4)要注意对于单个分子没有所谓冷热程度的概念，冷热程度来自于宏观系统的热传导过程，对于微观的分子不适用。

2.设图示的两条曲线分别表示在相同温度下氧气和氢气分子的速率分布曲线令$(v_P)_{O_2}$和$(v_P)_{H_2}$分别表示氧气和氢气的最概然速率，则



（A）图中a表示氧气分子的速率分布曲线；$(v_P)_{O_2}/(v_P)_{H_2}=4$

（B）图中a表示氧气分子的速率分布曲线；$(v_P)_{O_2}/(v_P)_{H_2}=1/4$

（C）图中b表示氧气分子的速率分布曲线；$(v_P)_{O_2}/(v_P)_{H_2}=4$

（D）图中b表示氧气分子的速率分布曲线；$(v_P)_{O_2}/(v_P)_{H_2}=1/4$ [**B**]

[解析] 本题考查最概然速率。

根据最概然速率的结论公式

$$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

所以温度相同时，最概然速率与摩尔质量的根号成反比

$$\frac{(v_p)_{\mathrm{O_2}}}{(v_p)_{\mathrm{H_2}}}=\sqrt{\frac{M_{\mathrm{H_2}}}{M_{\mathrm{O_2}}}}=\sqrt{\frac{2}{32}}=\frac{1}{4}$$

3.理想气体处于平衡状态，设温度为T，气体分子自由度为i，则每个气体分子所具有的（玻尔兹曼常量$k=1.38\times10^{-23}\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$，普适气体常量$R=8.31\,\mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$）

（A）动能为$\frac{i}{2}kT$　　（B）动能为$\frac{i}{2}RT$　　[C]

（C）平均动能为$\frac{i}{2}kT$（D）平均平动动能为$\frac{i}{2}RT$

[解析] 本题考查能量按自由度均分定理。

能量按自由度均分定理所表达的是处于经典统计的平衡态下的气体分子每一个自由度/围观气体分子速度平方项对应 kT/2 的能量，因此本题中指的是平均动能，这个平均动能可以按照不同运动方式，如平动、转动、振动的各自自由度进行分配。

4.两容器中分别盛有两种理想气体，一个盛氢气，一个盛氧气。如果这两种气体的方均根速率相等，那么

（A）氧气的温度比氢气的温度高　（B）氢气的温度比氧气的温度高　　[A]

（C）两种气体的温度相同　　（D）两种气体的压强相等

[解析] 本题考查方均根速率公式以及压强围观表达式的结合。

根据方均根速率相等，则很同意从二者的摩尔质量或者单个分子质量的比例关系得到两种气体温度的关系；摩尔质量氧气>氢气。因此温度氧气>氢气，因此选择 A。

5.用公式$\Delta E=\nu C_v \Delta T$ (式中C_V为定体摩尔热容量，视为常量，ν为气体摩尔数)计算理想气体内能增量时，此式

（A）只适用于准静态的等体过程　（B）只适用于一切等体过程

（C）只适用于一切准静态过程　（D）适用于一切始末态为平衡态的过程　　[D]

[解析] 本题考查基本概念。

6.处于平衡态的两瓶理想气体一瓶氦气、一瓶氮气，两者的分子数密度相等，分子的平均平动动能相等，则两者

（A）温度相同，压强相等

（B）温度和压强都不同

（C）温度相同，氦气的压强大于氮气的压强

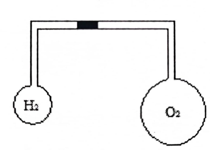
（D）温度相同，氦气的压强小于氮气的压强　　[A]

[解析] 本题考查压强的微观公式。

根据 p=nkT，数密度 n 相同因此压强相同；

又由平均平动动能相同因此 kT 相同，所以温度相同，因此选择 A。

7.如图所示，两个大小不同的容器用均匀的细管相连，管中有一水银滴作活塞，大容器装有氧气，小容器装有氢气。当温度相同时，水银滴静止于细管中央，则此时这两种气体中



（A）氧气的质量密度较小

（B）氢气的质量密度较小

（C）密度一样大

（D）哪种的密度较大是无法判断的　[**B**]

[解析] 本题考查理想气体状态方程的简单应用。

根据 pV=νRT→pM=ρRT，液滴静止在中央因此两侧气体对其作用的力平衡，两侧气体有相同的压强，所以根据两种气体已知的摩尔质量的到质量密度之比为氧气：氢气=16：1，因此选择 B。

8.气缸内盛有一定量的理想气体，当温度不变而压强增大一倍时，该气体分子的平均碰撞频率 $\overline{Z}$ 和平均自由程 $\overline{\lambda}$ 的变化情况是　[**D**]

（A）$\overline{Z}$ 和 $\overline{\lambda}$ 都增大一倍

（B）$\overline{Z}$ 和 $\overline{\lambda}$ 都减为原来的一半

（C）$\overline{Z}$ 减为原来的一半而 $\overline{\lambda}$ 增大一倍

（D）$\overline{Z}$ 增大一倍而 $\overline{\lambda}$ 减为原来的一半

[解析] 本题考查气体分子平均碰撞频率，分子平均自由程结论公式的简单变换。

由理想气体的物态方程

$$pV = \frac{N}{N_A}RT$$

可得，T 不变，p 变成 $2p$ 时，V 变成 $V/2$。分子数不变，体积变小，所以单位体积的分子数即分子数密度增大一倍，温度不变，分子的平均速率不变，所以单位时间走过的路程不变，单位时间遇到的分子数越多，即碰撞的频率越大，而两次碰撞之间分子走过的路程（平均自由程）越短。

平均碰撞频率

$$\bar{Z} = \sqrt{2}n\pi d^2\bar{v}$$

平均自由程

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$$

因此本题选择 D。

9.水蒸气分解成同温度的氢气和氧气，内能增加到原先内能的百分之几(不计振动自由度和化学能)?

(A)166.7%　　(B)150%　　(C)125%　　(D)100%　[**C**]

[解析] 本题考查能量按自由度均分定理在化学反应中的计算应用。

1 mol 水蒸气分解成 1 mol 的氢气和 0.5 mol 氧气。水蒸气是多原子分子，由于不考虑振动自由度，所以平动自由度为 3，转动自由度为 3；氢气和氧气都是双原子分子，平动自由度为 3，转动自由度为 2。又理想气体不考虑势能，所以内能就等于其动能，根据能量均分定理，1 mol 水蒸气的内能为

$$E_{\mathrm{H_2O}} = 1 \times N_A \times \frac{6}{2}kT = 3RT$$

1 mol 氢气的内能为

$$E_{H_2} = 1 \times N_A \times \frac{5}{2}kT = \frac{5}{2}RT$$

0.5 mol 氧气的内能为

$$E_{O_2} = 0.5 \times N_A \times \frac{5}{2}kT = \frac{5}{4}RT$$

所以内能增加了

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{E_{H_2} + E_{O_2} - E_{H_2O}}{E_{H_2O}} = \frac{\frac{5}{2}RT + \frac{5}{4}RT - 3RT}{3RT} = \frac{1}{4}$$

所以内能增加到原来的 125%，因此本题选择 C。

10. 下面几种关于最概然速率意义的说法，正确的是　　[**C**]

（A）最概然速率是分子运动的最大速率

（B）分子运动速率等于最概然速率的分子数最多

（C）速率在最概然速率附近单位速率区间这种的分子数所占的百分比最大

（D）分子的平均速率等于最概然速率

[解析] 本题考查对于最概然速率的理解。

根据定义，C 说法显然是正确的(可以理解为在最概然速率处函数值最大，在其周围小区间内竖条面积最大，实际上也是导数的直观表现)；ABD 均不正确。

同时还要说明，我们在教材中给出的三种速率均是从麦克斯韦速率分布得到的，对于给定的某种分布的气体，最概然速率都有对应的值，简单搬运麦克斯韦分布下的公式显然毫无道理。

二、填空题

11.已知 $f(v)$ 为麦克斯韦速率分布函数，N 为总分子数，m 为分子质量，则速率处于 $v_1 \sim v_2$ 区间的分子数为 $\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)\,dv$ ，速率处于 $v_1 \sim v_2$ 区间的分子的平均速率为 $\frac{\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\,dv}{\int_{v_1}^{v_2} f(v)\,dv}$ ，速率处于 $v_1 \sim v_2$ 区间的分子的总平动动能为 $\frac{1}{2}mN\int_{v_1}^{v_2} v^2 f(v)\,dv$ 。

[解析] 本题考查对速率分布的理解以及用麦克斯韦速率分布计算各种物理量的方法。

①根据概率密度表示等价于用频率表示的常用关系 $\frac{dN}{N} = f(v)\,dv$ ，对 dN 积分即可得到位于这一速率区间内的分子数为 $N_{(v_1 v_2)} = \int dN = \int_{v_1}^{v_2} Nf(v)\,dv$ ；②根据统计公式，这一速率区间内速率平均值为：

$$\overline{v}_{(v_1 - v_2)} = \frac{\int_{v_1}^{v_2} v dN}{\int_{v_1}^{v_2} dN} = \frac{N\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\,dv}{N\int_{v_1}^{v_2} f(v)\,dv} = \frac{\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\,dv}{\int_{v_1}^{v_2} f(v)\,dv}$$

③同样得到动能的平均值为： $\int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{2}mv^2 dN = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{2}mNv^2 f(v)\,dv = \frac{1}{2}mN\int_{v_1}^{v_2} v^2 f(v)\,dv$

12.某系统由两种理想气体 A、B 组成，其分子数分别是 N_A、N_B，若在某一温度下，A、B 气体各自的速率分布函数为 $f_A(v)$、$f_B(v)$，则在同一温度下，由 A、B 气体组成的系统的速率分布函数为 $f(v)=\frac{N_A}{N_A+N_B}f_A(v)+\frac{N_B}{N_A+N_B}f_B(v)$。

[解析] 本题考查多组分气体系统的速率分布函数。

根据温度相同，则 AB 两种气体组成的系统的分布函数可按照各自所占比例表示成相加的形式，组合系数即为二者各自的数量分数/物质的量分数。

13.在重力场中，气体（分子质量为 m）温度 T 恒定，取 z 轴竖直向上，z =0 处的分子数密度为 n_0，则任一高度 z 处的分子数密度为 $n=n_0e^{-\frac{mgz}{kT}}$。若 z =0 处的压强为 p_0，并测得高度 z 处的压强为 p，则 z 与 p 之间的关系为 $z=-\frac{kT}{mg}\ln\frac{p}{p_0}$。

[解析] 本题考查玻尔兹曼分布。

数密度关系为教材中展示的重力场中分子的数密度分布；同样可以写出用压强表示的玻尔兹曼分布 $p=p_0e^{-\frac{mgz}{kT}}$，简单的变换即可得到 $z=-\frac{kT}{mg}\ln\frac{p}{p_0}$。

14.一辆高速运动的卡车突然刹车停下，试问卡车上的氧气瓶静止下来后，瓶中氧气的温度__升高__（升高、降低）；氧气压强___升高___（升高、降低）。

[解析] 本题考查微观与宏观的结合问题。(注意本题可以拓展为解答)

[变式练习] (原题答案是显然的，通过能量守恒以及转化即可解释)

【4069】容积为 10 L(升) 的盒子以速率 $v=200$ m/s 匀速运动，容器中充有质量为 50 g，温度为 18℃ 的氢气，设盒子突然停止，气体的全部定向运动的动能都变为气体分子热运动的动能，容器与外界没有热量交换，则达到热平衡后；氢气的温度将增加______K；氢气的压强将增加______Pa。

当气体定向运动时，定向运动的动能为

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

由于氢气是刚性双原子分子理想气体，所以其内能就是气体分子热运动的动能

$$E=\frac{i}{2}nRT=\frac{5}{2}\times\frac{50}{2}RT=\frac{125}{2}RT$$

依题意，有

$$\Delta E=\frac{5}{2}nR(\Delta T)=\frac{125}{2}R\Delta T=E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta T=\frac{mv^2}{5nR}=\frac{mv^2}{125R}=\frac{0.05\times200^2}{125\times8.31}\approx1.93\ \mathrm{K}$$

根据理想气体的物态方程

$$pV=nRT$$

在题目所给的过程中，容器的容积保持不变，因此气体的体积也保持不变，所以有

$$(\Delta p)V = nR(\Delta T)$$

$$\Delta p = \frac{nR(\Delta T)}{V} = \frac{mv^2}{5V} = \frac{0.05\times 200^2}{5\times 0.01} = 4\times 10^4 \text{ Pa}$$

15.如果不仅考虑分子运动速度的大小而且考虑速度的方向，则在温度为T的平衡态下，质量为μ分子运动速度在X方向投影 v_的下列平均值为：

$\overline{v}_x$ =___**0**___；$\overline{v_x^2}$ =___**kT/μ**___；$\overline{v_x^3}$ =___**0**___。

[解析] 本题考查速度投影的计算。

根据理想气体分子模型和统计假设

$$\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0$$

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

而根据方均根速率

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

而不难得到，奇数次方均为零。

PS：由于我们不要求掌握麦克斯韦速度分布，因此从物理的角度理解也可得到答案。

事实上通过 x 方向的速度分布来积分可以算出任意幂次的平均，计算复杂需要用到特殊函数。

16. 氮气在标准状态下的分子平均碰撞频率为$7.82\times10^8\text{s}^{-1}$，分子平均自由程为$5\times10^{-6}\text{cm}$，若温度不变，气压降为$1.0\times10^4\text{Pa}$，则分子的平均碰撞频率变为$7.82\times10^7 s^{-1}$；平均自由程变为$5\times10^{-5}cm$。

[解析] 本题考查气体分子平均碰撞频率，分子平均自由程结论公式的简单计算。

根据两个物理量的公式，直接带入计算即可。

由 $\overline{\lambda} = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$，得到 $p = 0.1p_0 \to \overline{\lambda} = 10\overline{\lambda}_0 = 5\times10^{-5}cm$，以及 $Z = \dfrac{1}{10}\overline{Z}_0 = 7.82\times10^7 s^{-1}$

17.在A、B、C三个容器中储有同一种理想气体，其分子数密度之比为$n_A:n_B:n_C$，而分子的方均根速率之比为$\sqrt{\overline{v_A^2}}:\sqrt{\overline{v_B^2}}:\sqrt{\overline{v_C^2}}$=1:2:4，那么它们的温度之比应是$T_A:T_B:T_C$=__**1:4:16**__;它们的压强之比为$p_A:p_B:p_C$=__**1:2:4**__。

[解析] 本题考查压强的微观公式以及方均根速率综合的比例计算。

由$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}} \to T_A:T_B:T_C = 1^2:2^2:4^2 = 1:4:16$

以及 $p=nkT \rightarrow p_A:p_B:p_c=4\times1:2\times4:1\times16=1:2:4$

18.一定质量的甲烷气体到达平衡，其温度为T，在该温度下，甲烷分子可视为是刚性的，则在这种情况下，甲烷分子的能量自由度i为__6__，其中分子绕其质心的转动对i的贡献为__3__。

[解析] 本题考查分子自由度的判断。

多原子分子的总自由度为 6；转动自由度为 3，根据能量按自由度均分，对 i 贡献为 3。

19.一定量的单原子分子理想气体，经绝热压缩，使其体积变为原来的一半，气体分子的平均速率变为原来的$\sqrt[3]{2}$倍。

[解析] 本题考查平均速率公式。

由 $\bar{v}=\sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}$，得到 $\dfrac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1}=\sqrt{\dfrac{T_2}{T_1}}=\sqrt{\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}=\sqrt{2^{\frac{5}{3}-1}}=\sqrt[3]{2}$

20. 设有ν摩尔的理想气体，经绝热自由膨胀，从体积为V_1的平衡态膨胀到体积为V_2，的平衡态，则气体内能的增量为__0__；熵__增加__（增加、减少、不变）。

[解析] 本题考查第一定律以及熵增加原理。

由第一定律，自由膨胀做功为零，绝热表明热量变化为零，因此内能增量也为 0；

根据熵增加原理，孤立系统的熵永远不会减少，气体绝热自由膨胀是自发过程，向着混乱度更大的状态进行，因此这一过程熵增加。

三、计算题

21.导体中自由电子的运动可看作类似于气体分子的运动（故称电子气）。设导体中共有N个自由电子，其中电子的最大速率为v_F(称为“费米速率”)。已知电子的速率分布函数为

$$f(v)=\begin{cases}Av^2 & (0\le v\le v_F)\\ 0 & (v>v_F)\end{cases}$$

（1）画出速率分布函数曲线

（2）用v_F定出常数A

（3）粒子的最概然速率

（4）N个粒子的平均速率

（5）速率在$v_F/2$到v_F之间粒子的平均速率。

[解析] 本题考查给定速率分布函数计算相关物理量的综合问题。

（1）图很简单，可自己画出。

（2）根据概率密度归一化可得 $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(v)\,dv=\int_0^{v_F} Av^2dv+\int_{v_F}^{+\infty}0\cdot dv=\frac{1}{3}Av_F^3=1$

$\rightarrow A=\dfrac{3}{v_F^3}$。

（3）根据图像不难得到$v_p=v_F$ 。

（4）
$$\bar{v}=\int_0^{v_F} vf(v)\,dv=\frac{A}{4}v_F^4=\frac{1}{4}\frac{3}{v_F^3}v_F^4=\frac{3}{4}v_F$$

（5）
$$\bar{v}=\frac{\int_{\frac{1}{2}v_F}^{v_F} f(v)\,dv}{\int_{\frac{1}{2}v_F}^{v_F} Nf(v)\,dv}=\frac{\frac{3}{v_F^3}\frac{1}{4}\left[v_F^4-\left(\frac{1}{2}v_F\right)^4\right]}{\frac{3}{v_F^3}\frac{1}{3}\left[v_F^3-\left(\frac{1}{2}v_F\right)^3\right]}=\frac{\frac{75}{64}v_F^4}{\frac{7}{8}v_F^3}=\frac{45}{56}v_F$$

PS：本学期有统计物理课程的同学可以继续计算一下强简并费米气下的费米能量，费米动量，简并压强等问题~~

22. 拉萨海拔约为 3600m，气温为 273K，忽略气温随高度的变化。当海平面上的气压为 $1.013\times10^5\,\text{Pa}$ 时，求：

（1）拉萨的大气压强；

（2）若某人在海平面上每分钟呼吸 17 次，他在拉萨呼吸多少次才能吸入同样质量的空气？

（空气的摩尔质量为$M_{mol}=29g/mol$，摩尔气体常量为$R=8.31\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$）

[解析] 本题考查玻尔兹曼关系以及气体过程的综合应用。

（1）由 $\dfrac{mgh}{kT}=\dfrac{mN_Agh}{RT}=\dfrac{M_{mo1}gh}{RT}$，以及玻尔兹曼关系得到：$p=p_0e^{-\dfrac{mgh}{kT}}=p_0e^{-0.127h}$

$$p=1.1013\times10^5\times e^{-0.127\times3600}=6.45\times10^4Pa$$

（2）将每次吸入当作等温过程，因此有：
$$17\cdot V\cdot p_0=n\cdot V\cdot p'$$
$$n=17\cdot\frac{p_0}{p'}=17\times^{-0.127\times3600}\approx26.7$$

23. 某理想气体在温度为 27℃和压强$1.01\times10^3\,\text{Pa}$ 为情况下，密度为11.3g/m^3。试求：

（1）这气体的摩尔质量，并确定它是什么气体；

（2）气体的方均根速率；

（3）气体分子的平均平动动能和平均转动动能；

（4）容器单位体积内分子的总平动动能和转动动能；

（5）若该气体有 0.3 摩尔，内能是多少？

[解析] 本题考查各种速率以及能量按自由度均分定理的综合与应用。

（1）由 $pV=\nu RT \rightarrow pM=\rho RT$，得 $M=\dfrac{11.3\times 8.31\times 300}{1.01\times 10^3}=28$，因此气体可能是 N_2, CO, C_2H_4。

（2）$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}=\sqrt{\dfrac{3RT}{M}}=\sqrt{\dfrac{3\times 8.31\times 300}{28\times 10^{-3}}}=516.8m/s$

（3）$E_{平}=n\cdot\bar{\varepsilon}_{平}=\dfrac{p}{kT}\times\bar{\varepsilon}_{平}=1515J$

$$E_{转}=n\cdot\overline{\varepsilon_{转}}=\frac{p}{kT}\times\overline{\varepsilon_{转}}=1010J$$

（4）

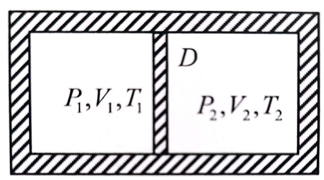
$$\overline{\varepsilon_{平}}=\frac{kT}{2}\times 3=\frac{3}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times 300=6.2\times 10^{-21}J$$

$$\overline{\varepsilon_{转}}=\frac{1}{2}kT\times 2=\frac{2}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times 300=4.14\times 10^{-21}J$$

（5）$E=\dfrac{5}{2}N_A\cdot\nu\cdot kT=\dfrac{5}{2}\nu RT=1870.65J$

24.绝热容器中有一层隔膜 D，把容器分成两部分，隔膜 D 也是绝热的，两边都储存有理想气体。已知其状态参量分别为 P_1、V_1、T_1 和 P_2、V_2、T_2，两部分气体的比热容比 $\gamma(C_P/C_V)$ 相同，如果由于隔膜破裂使得两部分气体相贯通，求贯通后达到平衡时的压强和温度。

（用已知的状态参量来表示）。



［解析］本题考查热力学综合问题。

打通之前：有 $p_1V_1=\nu_1RT_1$

$p_2V_2=\nu_2RT_2$

打通之后：$p\left(V_1+V_2\right)=\left(\nu_1+\nu_2\right)RT$

计算得到 $\dfrac{p_1V_1}{RT_1}+\dfrac{p_2V_2}{RT_2}=\dfrac{p\left(V_1+V_2\right)}{RT}$　　$p=\dfrac{p_1V_1T_2+p_2V_2T_1}{T_1T_2}\times\dfrac{T}{V_1+V_2}$

根据 $\Delta E_1=\Delta E_2\rightarrow\nu_1C_V(T-T_2)=\nu_2C_V(T-T_2)$

$$T=\frac{\nu_1T_1+\nu_2T_2}{\nu_1+\nu_2}\qquad p=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2}$$