西安交通大学考试题 (A) 卷

课 程 线性代数与空间解析几何

成

学 院 序号

专业班号 _____ 考试日期 2019年 10月 20日

学号 _____ 期中 🗸 姓

注: 试题参考答案将于 10 月 22 日在《线性代数与解析几何》微信公众号公布。 一、单项选择题(请将正确选项填写在后面的括号中,每小题 3 分,共 15 分)

 $|x+y| = z^2$ **1.** 设x, y, z为两两互不相同的数,则行列式 $|y+z| x x^2 = 0$ 的充要条件是【 】

(A) xyz = 0 (B) x + y + z = 0 (C) x = -y, z = 0 (D) y = -z, x = 0

2. 设A为n 阶方阵($n \ge 3$), 若 $A^3 = O$, 则下式中未必成立的是 【 】

(A)A=O $(B)(A^{T})^{3}=O$ $(C)A^{4}=O$ (D)|A|=0

3. 设A为 n 阶可逆矩阵 $(n \ge 2)$, I为 n 阶单位矩阵, 则 $\left(\left(A^*\right)^*\right)^{-1} = \mathbb{I}$

 $(A)|A|^{n-1}I$ $(B)|A|^{1-n}I$ $(C)|A|^{n-1}A^*$ $(D)|A|^{1-n}A^*$

 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{2018} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{2019} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{J} \end{bmatrix}$

设 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 均为非零向量且 $\vec{a} = \vec{b} \times \vec{c}, \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a}, \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$,则 $\|\vec{a}\| + \|\vec{b}\| + \|\vec{c}\| = \mathbb{C}$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

二、填空题(每题3分,共15分)

6. 已知 x_1, x_2, x_3 为方程 $x^3 + px + q = 0$ 的三个根,则 $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix} = \underline{\qquad}$.

- **7.** $\mathfrak{P}(\alpha=(1,2,3), \beta=(1,-1,1), \mathbb{N}(\alpha^T\beta)^{2020}=$
- 8. 设A为 3 阶方阵,且|A|=2,则 $\left(\frac{1}{2}A^*\right)^{-1}-3A\right|=$ ______.
- 9. 设有直线 $L_1: \frac{x-1}{9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-3}{5}, L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1},$ 则过直线 L_1 且与 L_2 平行 的平面方程为

三、解答题(第11题10分;第12-16每题12分,共70分)

11. 设有n元线性方程组Ax = b,其中A为三对角矩阵、

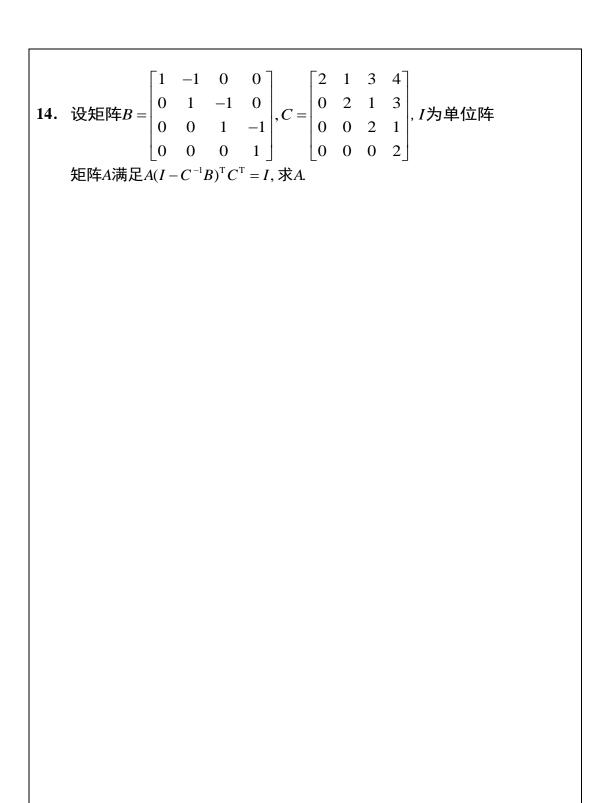
11. 设有
$$n$$
 元线性方程组 $Ax = b$, 其中 A 为三对角矩阵,
$$\begin{bmatrix} 2a & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a^2 & 2a & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 2a & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^2 & 2a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^2 & 2a \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(1)证明 $A = (n+1)a^n$; (2) a 为何值时,该方程组有唯一统

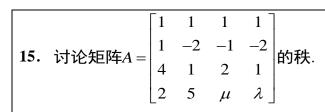
(1)证明 $|A|=(n+1)a^n$; (2)a为何值时,该方程组有唯一解,并在此时求 x_1 和 x_n .

12. 设A为n阶实矩阵, I为单位阵, 满足 $AA^{T} = I$, 此时称A为正交矩阵, 若已知||4||<0, 求||4||及||A+|||.

13. 设有两条直线 L_1 : $\begin{cases} x-y=3\\ 3x-y+z=1 \end{cases}$ 和 L_2 : $x+1=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$, 点M(1,0,-1).

(1)求L的对称式方程; (2)求点M到L的距离; (3)研究L与L的位置关系.





16. 设 $A = (a_{ij})_{3\times 3}$ 为非零实矩阵, A_{ij} 为 a_{ij} 的代数余子式, 且 $a_{ij} + A_{ij} = 0$, (i, j = 1, 2, 3) (1)求|A|; (2)证明A为正交矩阵(正交矩阵定义参见第12题).