

### 4.10.2 陷波滤波器

陷波滤波器是更有用的选择性滤波器。陷波滤波器拒绝(或通过)事先定义的关于频率矩形中心的一个邻域的频率。零相移滤波器必须是关于原点对称的,因此,一个中心位于 $(u_0, v_0)$ 的陷波在位置 $(-u_0, -v_0)$ 必须有一个对应的陷波。陷波带阻滤波器可以用中心已被平移到陷波滤波器中心的高通滤波器的乘积来构造。一般形式为

$$H_{NR}(u, v) = \prod_{k=1}^Q H_k(u, v) H_{-k}(u, v) \quad (4.10-2)$$

其中,  $H_k(u, v)$  和  $H_{-k}(u, v)$  是高通滤波器, 它们的中心分别位于  $(u_k, v_k)$  和  $(-u_k, -v_k)$  处。这些中心是根据频率矩形的中心  $(M/2, N/2)$  来确定的。对于每个滤波器, 距离的计算由下式执行:

$$D_k(u, v) = \left[ (u - M/2 - u_k)^2 + (v - N/2 - v_k)^2 \right]^{1/2} \quad (4.10-3)$$

和

$$D_{-k}(u, v) = \left[ (u - M/2 + u_k)^2 + (v - N/2 + v_k)^2 \right]^{1/2} \quad (4.10-4)$$

例如, 下面是一个  $n$  阶布特沃斯陷波带阻滤波器, 它包含三个陷波对:

$$H_{NR}(u, v) = \prod_{k=1}^3 \left[ \frac{1}{1 + [D_{0k}/D_k(u, v)]^{2n}} \right] \left[ \frac{1}{1 + [D_{0k}/D_{-k}(u, v)]^{2n}} \right] \quad (4.10-5)$$

其中,  $D_k$  和  $D_{-k}$  由式(4.10-3)和式(4.10-4)给出。常数  $D_{0k}$  对每一个陷波对都是相同的, 但对于不同的陷波对它可以不同。其他陷波带阻滤波器可用相同的方法构建, 具体取决于所选的高通滤波器。正如早期讨论的滤波器那样, 陷波带通滤波器可使用下式由陷波带阻滤波器得到:

$$H_{NP}(u, v) = 1 - H_{NR}(u, v) \quad (4.10-6)$$

正如接下来的三个例子所示, 陷波滤波的主要应用之一是选择性地修改 DFT 的局部区域。这种类型的典型的处理是交互式完成的, 它直接对 DFT 处理, 而不需要填充。交互式地处理实际的 DFT (相对于必须从填充“平移”到实际频率值来说) 的优点是没有因在滤波处理中未使用填充而导致任何缠绕错误。此外, 如我们将在 5.4.4 节中说明的那样, 陷波滤波技术比这里讨论的以无填充的 DFT 为基础的技术更有用。为得到如何随填充函数变化的 DFT 的概念, 请见习题 4.22。

#### 例 4.23 使用陷波滤波减少莫尔(波纹)模式。

图 4.64(a) 是来自图 4.21 的扫描报纸的图像, 它显示了突出的莫尔模式, 图 4.64(b) 是它的谱。我们从表 4.3 知道, 作为周期函数的一个纯正弦的傅里叶变换是一对共轭对称的冲激。在图 4.64(b) 中, 对称的“类冲激”是莫尔模式的近似周期性的结果。我们可以利用陷波滤波来减小这些脉冲。

图 4.64(c) 显示了使用一个布特沃斯陷波带阻滤波器乘以图 4.64(a) 的 DFT 的结果, 对所有陷波对, 该滤波器的参数为  $D_0 = 3$  和  $n = 4$ 。半径值选择为(用频谱的视觉检测)包围脉冲的全部能量, 将  $n$  值选择为给出陷波的适度过渡形状。陷波的中心位置由其频谱交互地确定。图 4.64(d) 显示了使用该滤波器并遵照 4.7.3 节给出的过程所得到的结果。考虑到低分辨率和原图像的退化, 改进是明显的。

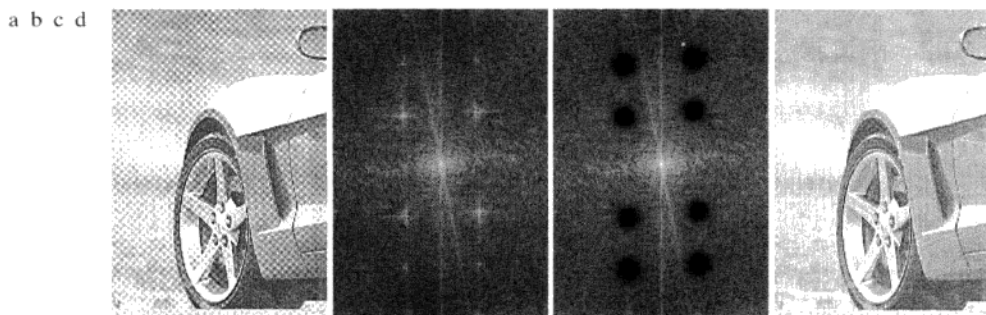


图 4.64 (a) 显示了莫尔模式的取样过的报纸图像; (b) 该图像的谱; (c) 布特沃斯陷波带阻滤波器乘以傅里叶变换后的结果; (d) 滤波后的图像

#### 例 4.24 使用陷波滤波增强恶化的卡西尼土星图像。

图 4.65(a) 显示了部分环绕土星的土星环的图像。太空船第一次进入该行星的轨道时由“卡西尼”首次拍摄了这幅图像。垂直的正弦模式是在对图像数字化之前由叠加到摄影机视频信号上的 AC 信号造成的。这是一个想不到的问题，它污染了来自某些任务的图像。幸运的是，这些类型的干扰很容易使用后续处理方法来校正。一种方法就是使用陷波滤波。

图 4.65(b) 显示了 DFT 谱。仔细分析垂直轴会发现一系列小能量脉冲，这些脉冲对应于近似正弦曲线的干扰。一种简单的方法是使用窄陷波矩形滤波器，它从最低频脉冲开始，并扩展到垂直轴的剩余部分。图 4.65(c) 显示了这样一个滤波器(白色代表 1，黑色代表 0)。图 4.65(d) 显示了使用该滤波器对污染图像滤波后的结果。该结果与原图像相比有较大的改进。

我们用陷波带通滤波器 [见图 4.66(a)] 隔离了垂直轴上的频率。然后，如图 4.66(b) 所示，使用这些频率的 IDFT 得到了空间干扰模式本身。

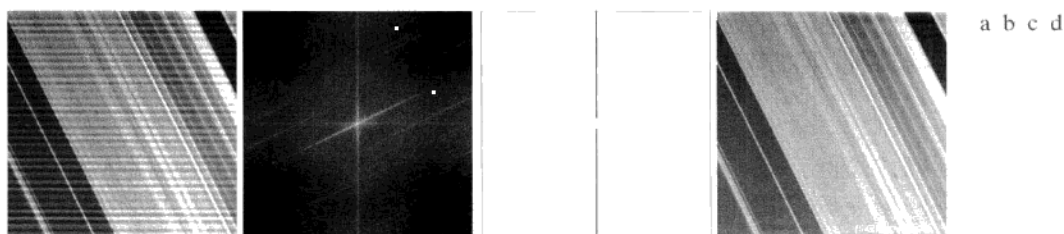


图 4.65 (a) 显示了近似周期性干扰的土星环图像，图像大小为  $674 \times 674$  像素; (b) 谱: 垂直轴上靠近原点的对应干扰模式的能量脉冲; (c) 一个垂直陷波带阻滤波器; (d) 滤波后的结果。图(c)中的细黑边是为清楚起见而添加的，它不是数据的一部分(原图像由 NASA/JPL 的 Robert A. West 博士提供)

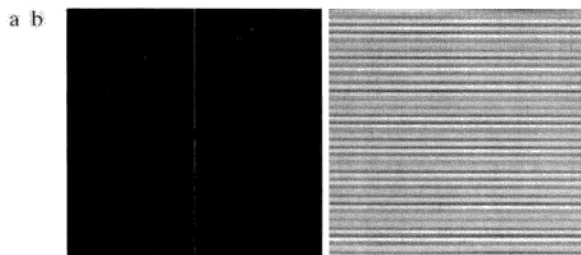


图 4.66 (a) 对图 4.65(a) 应用陷波带通滤波器后的结果(谱); (b) 通过计算(a)的 IDFT 而得到的空间模式