

实验十二 微分方程模型

一、实验目的

1. 学会用matlab软件求解微分方程的初值问题.
2. 了解微分方程数值解思想, 掌握微分方程数值解方法.
3. 学会根据实际问题建立简单微分方程模型.
4. 了解计算机仿真、数值模拟的基本方法.

二、实验内容

1. 用matlab软件求微分方程解析解、数值解.
2. 微分方程模型实验: 缉私艇追击走私船.
3. 问题的进一步扩展.
4. 微分方程数值解 (理论) .

理论知识

1.微分方程及其解析解

$$f\left(x, y, y', y'', \mathbf{L}, y^{(n)}\right)=0$$

$$f\left(x, y(x), y'(x), y''(x), \mathbf{L}, y^{(n)}(x)\right) \equiv 0$$

则称 $y = y(x)$ 为方程的解析解.

2.微分方程的数值解

(1) 基本理论

一阶微分方程的初值问题：
$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

解的存在唯一性定理：

设函数 $f(x, y)$ 在矩形域 $D = \{(x, y) \mid |x - x_0| \leq a, |y - y_0| \leq b\}$

上满足如下两个条件： (1) 连续；

(2) 关于 y 满足利普希茨(*Lipschitz*)条件，

即 \exists 常数 $L > 0$ ，使得 $\forall (x, y_1), (x, y_2) \in D$ ，

恒有 $|f(x, y_2) - f(x, y_1)| \leq L|y_2 - y_1|$ ，则初值问题存在

唯一解 $y = y(x) \quad x \in I = [x_0 - h, x_0 + h]$

数值解方法：欧拉法和改进的欧拉法（主要掌握基本思想）

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

$$y = y_0 + f(x_0, y_0)(x - x_0)$$

$$x = x_1$$

$$y_1 = y_0 + f(x_0, y_0)(x_1 - x_0)$$

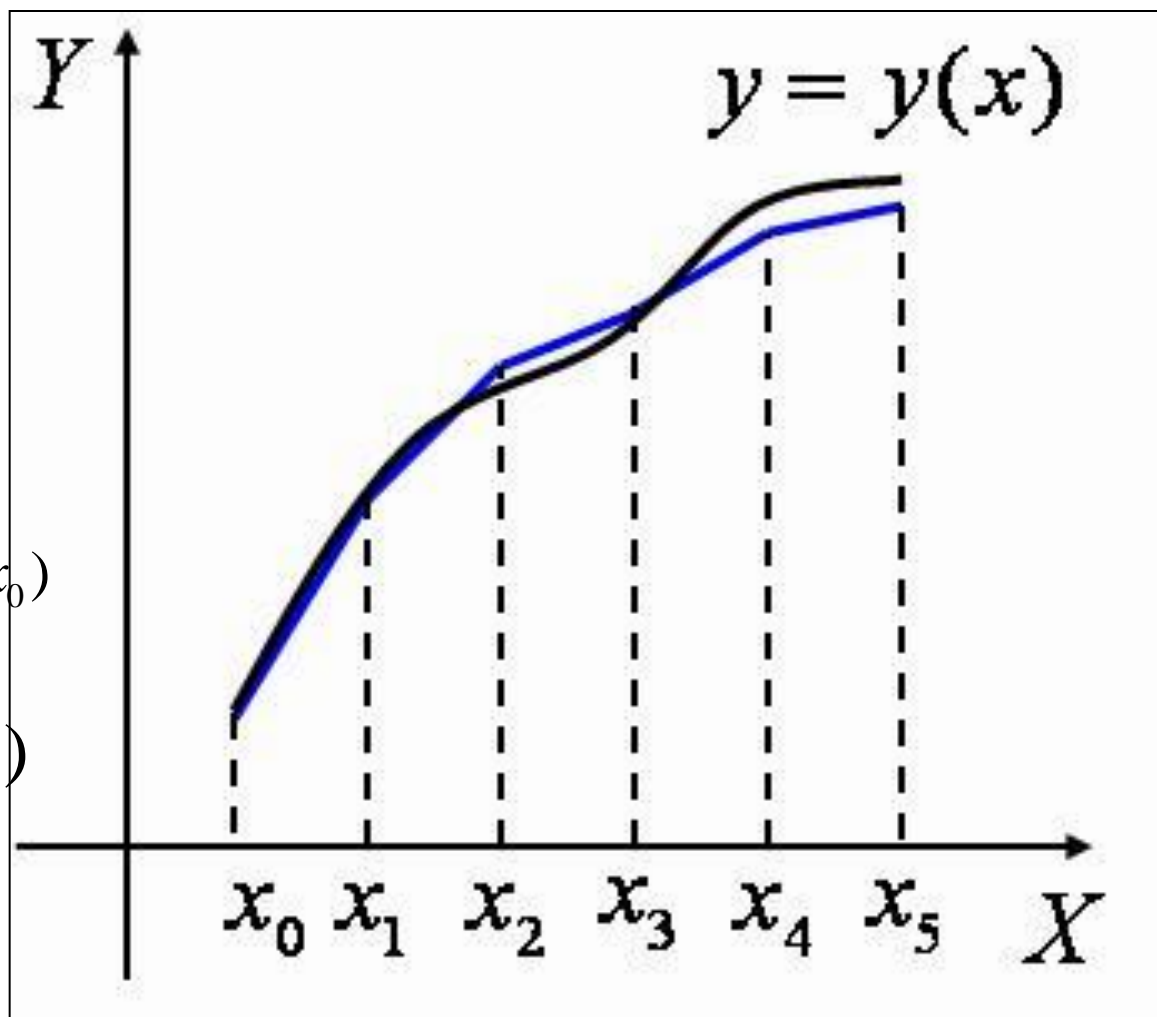
$$y(x_1) \approx y_1 = y_0 + f(x_0, y_0)(x_1 - x_0)$$

$$y = y_1 + f(x_1, y_1)(x - x_1)$$

$$x = x_2$$

$$y = y_1 + f(x_1, y_1)(x - x_1)$$

$$y(x_2) \approx y_2 = y_1 + f(x_1, y_1)(x_2 - x_1) \quad y(x_{n+1}) \approx y_{n+1} = y_n + f(x_n, y_n)(x_{n+1} - x_n)$$



(1) 欧拉方法

$$y(x_{n+1}) \approx y_{n+1} = y_n + f(x_n, y_n)(x_{n+1} - x_n)$$

取等距，得到欧拉公式

$$y(x_{n+1}) \approx y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

向前的欧拉公式

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = f(x_n, y_n)$$

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = f(x_{n+1}, y_{n+1})$$

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1}, y_{n+1})$$

后退的欧拉公式

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1})]$$

梯形公式

(2) 欧拉两步法

$$\frac{y(x_{n+1}) - y(x_{n-1}))}{2h} = f(x_n, y(x_n)) \quad y(x_{n+1}) \approx y_{n+1}, y(x_{n-1}) \approx y_{n-1}$$

$$\frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} = f(x_n, y_n) \quad y_{n+1} - y_{n-1} = 2hf(x_n, y_n)$$

(3) 改进的欧拉法

第一步：由欧拉公式得到预测值

$$\overline{y}_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

第二步：对预测值用梯形公式校正一次得校正值。

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} \left[f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, \overline{y}_{n+1}) \right]$$

校正的欧拉公式

$$\overline{y_{n+1}} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} \left[f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, \overline{y_{n+1}}) \right]$$

整个这个预测校正过程可以表示为：

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} \left[f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + hf(x_n, y_n)) \right]$$

$\overline{y_{n+1}}$ 可以由向前的欧拉公式、向后的欧拉公式、

欧拉两步公式得到，从而得到不同的算法。

通过构造平均斜率不同的公式来提高精度的方法就是龙格库塔方法的基本思想。

实验内容

1.用matlab软件求微分方程数的解析解（R2018b版本）

`dsolve('equ1' , ' equ2' , 'cond'...)`

其中'eqn1','eqn2',...是方程输入项，每项包括三部分：微分方程、初始条件、指定变量。若不指定变量，则默认小写字母t为独立变量。在输入微分方程时，若y是因变量，则用 Dny 表示y的n阶导数。

例1 $y''(x) = e^x, y(0) = 1, y'(0) = 2$

`dsolve('D2y=exp(x)' , ' x')`

ans =

exp(x)+x*C1+C2

`dsolve('D2y=exp(x)')`

ans =

1/2*exp(x)*t^2+C1*t+C2

`dsolve('D2y=exp(x)' , ' y(0)=1,D1y(0)=2' , ' x')`

ans =

exp(x)+x

例2 $y' - 2y = x + 2, y(0) = 1$

```
dsolve( 'Dy-2*y=x+2' , ' y(0)=1' , ' x' )
```

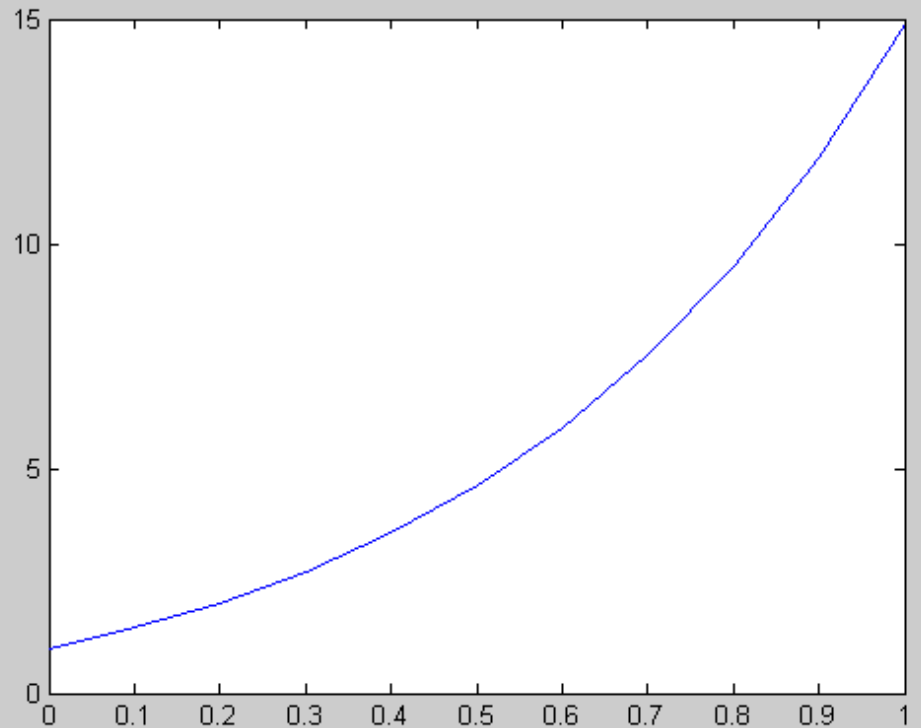
ans =

$-1/2*x-5/4+9/4*\exp(2*x)$

```
x=0:0.1:1;
```

```
y=-1/2*x-5/4+9/4*exp(2*x);
```

```
plot (x,y)
```



用matlab软件求微分方程数的解析解(R2018a版本)

MATLAB软件提供的解常微分方程及方程组解析解的指令是dsolve，可以用于求解存在解析解的常微分方程（组）。调用格式如下：

S = dsolve(eqn)

S = dsolve(eqn,cond)

[y1,...,yN] = dsolve(____)

例3 求微分方程 $y' = x + xy$ 的通解

程序：

```
syms y(x)
eqn = diff(y,x) == x+x*y;
y=dsolve(eqn)
```



运行结果：

```
y =
    C1*exp(x^2/2) - 1
```

例4 求微分方程 $\frac{d^2 y}{dt^2} = ay$ 的通解。

程序:

```
syms y(t) a %注意变量之间不能用逗号  
eqn = diff(y,t,2) == a*y;  
ySol(t) = dsolve(eqn)
```

运行结果:

```
ySol(t) = C2*exp(-a^(1/2)*t) +  
C3*exp(a^(1/2)*t)
```

例5 求微分方程 $\begin{cases} \frac{d^2 y}{dt^2} = a^2 y \\ y(0) = b, y'(0) = 1 \end{cases}$ 的解。

程序:

```
syms y(t) a b  
eqn = diff(y,t,2) == a^2*y;  
Dy = diff(y,t);  
cond = [y(0)==b, Dy(0)==1];  
ySol(t) = dsolve(eqn,cond)
```

运行结果:

```
ySol(t) =  
(exp(a*t)*(a*b + 1))/(2*a) + (exp(-  
a*t)*(a*b - 1))/(2*a)
```

例6

求微分方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -x \end{cases}$$

的通解。

程序：

```
syms x(t) y(t)
eqns = [diff(x,t)==y, diff(y,t)==-x];
[xSol(t) ySol(t)] = dsolve(eqns)
```

运行结果：

```
xSol(t) =C7*cos(t) + C6*sin(t)
ySol(t) =C6*cos(t) - C7*sin(t)
```

2.编程计算微分方程数的数值解

已知初值问题

例7

$$\begin{cases} y' = \frac{3}{x}y + x^3(e^x + \cos x) - 2x \\ y|_{x=\pi} = (e^\pi + \frac{2}{\pi})\pi^3 \end{cases}, \pi \leq x \leq 2\pi$$

- (1) 用 MATLAB 软件求解析解，算出解析解在结点 $x=\pi: 0.1: 2*\pi$ 处的纵坐标
- (2) 取步长 0.1，用尤拉公式求数值解；
- (3) 取步长 0.1，用改进的尤拉公式求数值解；
- (4) 比较两种数值解和解析解，并画出数值解和解析解曲线。

解：（1）软件求解析解

```
dsolve('Dy=3/x*y+x^3*(exp(x)+cos(x))-2*x','y(pi)=(exp(pi)+2/pi)*pi^3','x')
```

ans =

$x^3 \exp(x) + x^3 \sin(x) + 2x^2$

```
y0=[];  
for x=pi:0.1:2*pi  
y1=x.^3*exp(x)+  
x.^3*sin(x)+2*x.^2;  
y0=[y0,y1];  
end  
y0
```

y0 =							wffcszj2
1.0e+005 *							
Columns 1 through 7							
0.0074	0.0089	0.0107	0.0128	0.0154	0.0185	0.0221	
Columns 8 through 14							
0.0263	0.0314	0.0374	0.0444	0.0527	0.0625	0.0740	
Columns 15 through 21							
0.0874	0.1031	0.1216	0.1431	0.1682	0.1976	0.2317	
Columns 22 through 28							
0.2714	0.3176	0.3713	0.4336	0.5058	0.5894	0.6862	
Columns 29 through 32							
0.7982	0.9276	1.0771	1.2497				

(2) 取步长为0.1，欧拉方法

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

$$\begin{cases} y' = \frac{3}{x}y + x^3(e^x + \cos x) - 2x \\ y|_{x=\pi} = (e^\pi + \frac{2}{\pi})\pi^3 \end{cases}, \pi \leq x \leq 2\pi$$

```
y=(exp(pi)+2/pi)*(pi)^3;y1=[];
```

```
for x=pi:0.1:2*pi
```

```
y=y+0.1*(3/x*y+x^3*(exp(x)+cos(x))-2*x);
```

```
y1=[y1,y];
```

```
end
```

```
y1
```

y1 =

1.0e+005 *

Columns 1 through 7

0.0088	0.0104	0.0123	0.0146	0.0174	0.0206	0.0244
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 8 through 14

0.0289	0.0342	0.0405	0.0478	0.0564	0.0666	0.0785
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 15 through 21

0.0925	0.1088	0.1279	0.1502	0.1762	0.2066	0.2419
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 22 through 28

0.2830	0.3308	0.3863	0.4508	0.5255	0.6121	0.7123
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 29 through 32

0.8283	0.9624	1.1173	1.2961
--------	--------	--------	--------

(3) 取步长为0.1, 用改进的欧拉法

$$\overline{y}_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

$$\begin{cases} y' = \frac{3}{x}y + x^3(e^x + \cos x) - 2x \\ y|_{x=\pi} = (e^\pi + \frac{2}{\pi})\pi^3 \end{cases}, \pi \leq x \leq 2\pi$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} \left[f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, \overline{y}_{n+1}) \right]$$

format short

h=0.1;y=(exp(pi)+2/pi)*pi^3; **y3=[y];**

x=pi:0.1:2*pi;

for i=1:length(x)-1

 y1=y+h*(3/x(i)*y+x(i)^3*(exp(x(i))+cos(x(i)))-2*x(i));

 y2=y+h/2*(3/x(i)*y+x(i)^3*(exp(x(i))+cos(x(i)))-2*x(i))+

 h/2*(3/x(i+1)***y1**+x(i+1)^3*(exp(x(i+1))+cos(x(i+1)))-2*x(i+1));

y=y2;

 y3=[y3,y2];

end

y3

y3 =

1.0e+005 *

Columns 1 through 7

0.0074	0.0089	0.0107	0.0128	0.0154	0.0184	0.0220
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 8 through 14

0.0263	0.0314	0.0373	0.0444	0.0527	0.0624	0.0739
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 15 through 21

0.0873	0.1030	0.1214	0.1430	0.1681	0.1974	0.2315
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 22 through 28

0.2712	0.3174	0.3710	0.4333	0.5054	0.5890	0.6858
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 29 through 32

0.7978	0.9272	1.0767	1.2492
--------	--------	--------	--------

3.用matlab软件求微分方程数的数值解

MATLAB软件求常微分方程数值解的指令有ode23, ode23t和ode45, 分别表示二三阶龙格—库塔法, 二三阶龙格—库塔梯形法和四五阶龙格—库塔法。最简单的使用格式为

ode23('fname',[xs,xs],sv)

其中用单引号引起的是存储微分方程的函数文件名, xs表示自变量的初始值, xe表示自变量的终止值, sv表示迭代初始向量值。该命令执行后自动画出微分方程数值解曲线

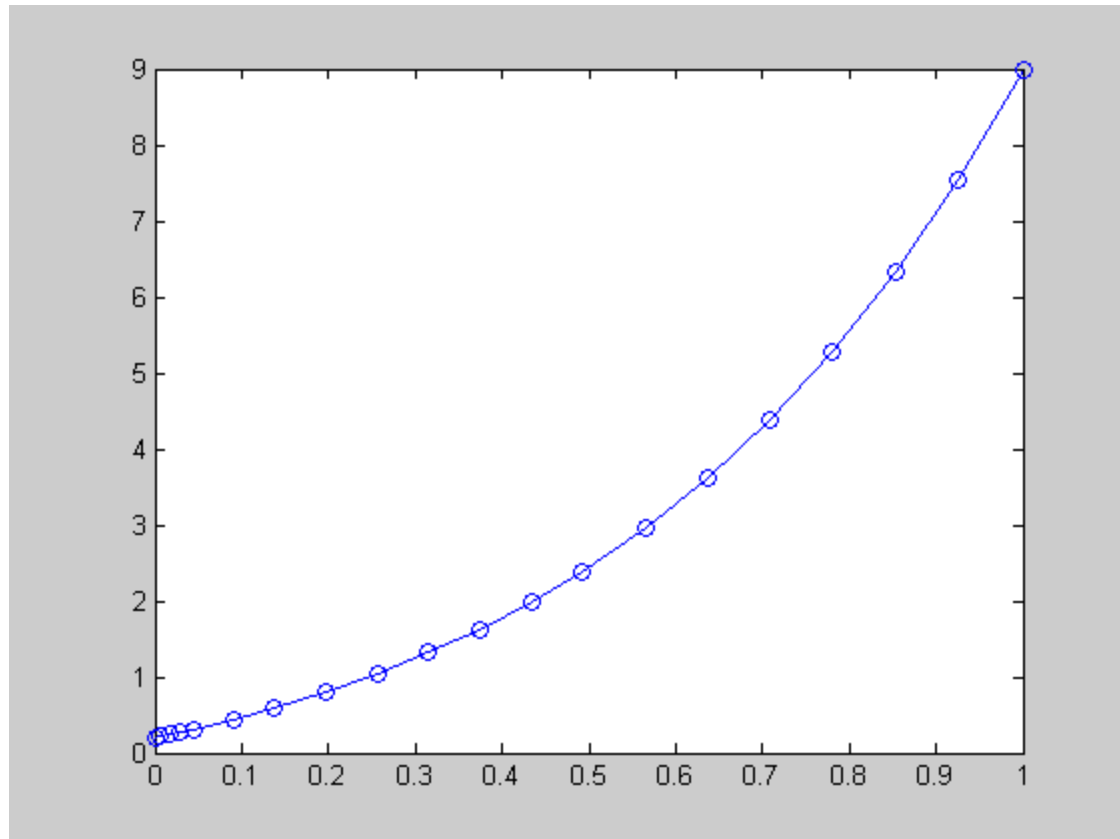
ode45使用的数值公式的精度为中等, 是大多数场合的首选算法, **ode23**使用的数值公式的精度较低。若想对其它指令有进一步的了解, 请查看帮助文件。

例2 $y' - 2y = x + 2, y(0) = 1$

function f=ff(x,y)

f=2*y+x+2

ode23('ff',[0,1],0.2)



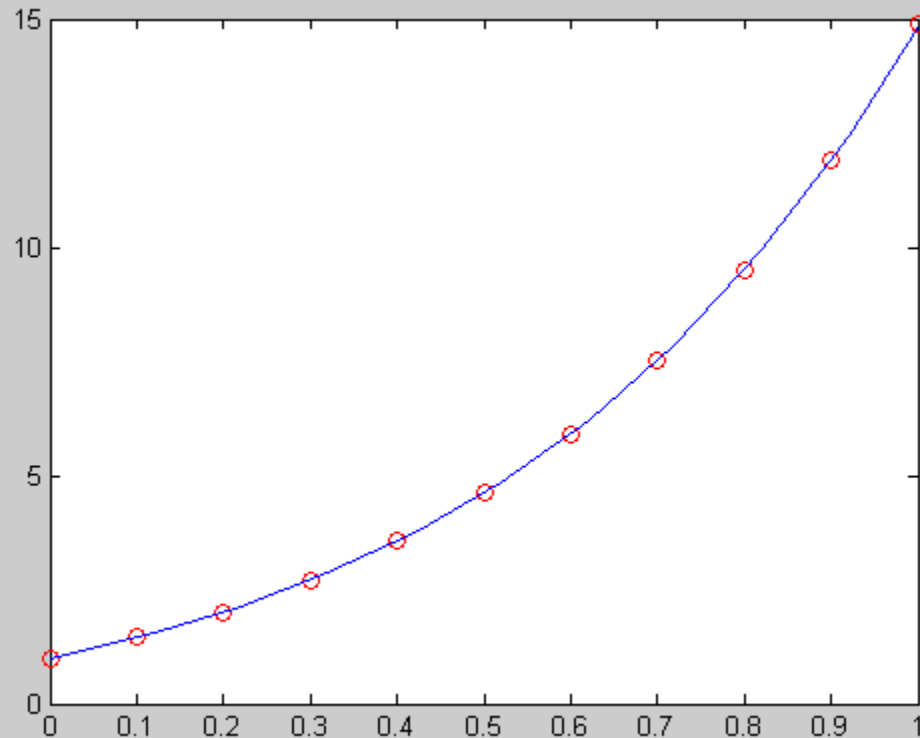
```
format short
```

```
[xx,yy]=ode23('ff',[0,1],1)
```

```
x=0:0.1:1;
```

```
y=-1/2*x-5/4+9/4*exp(2*x)
```

```
plot (x,y,'ro',xx,yy,'b-')
```



例8 求二阶微分方程 $y'' - (1 - y^2)y' + y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 0$ 上的数值解。

ode45只能求解形如 $y' = f(y, t), y'' = f(y, t)$ 的微分方程或方程组,

对形如 $y'' = f(y', y, t)$ 的微分方程或方程组,

令 $y = y_1, y' = y_2$, 则 $y'' - (1 - y^2)y' + y = 0$ 可化为

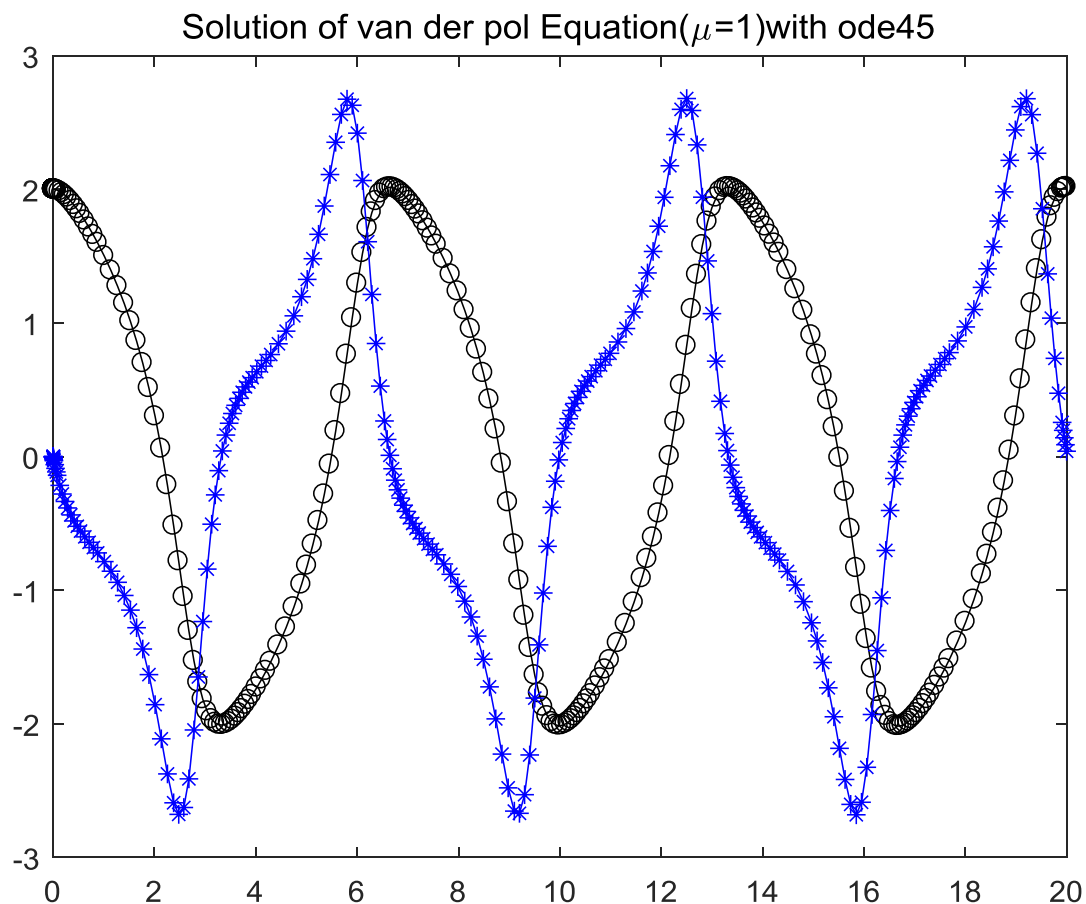
$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = (1 - y_1^2)y_2 - y_1 \end{cases}$$

(1) 编写函数文件, 定义右端的函数

```
function dydt=vdp1(t,y)
dydt=[y(2);(1-y(1)^2)*y(2)-y(1)];
```

(2) Matlab程序如下

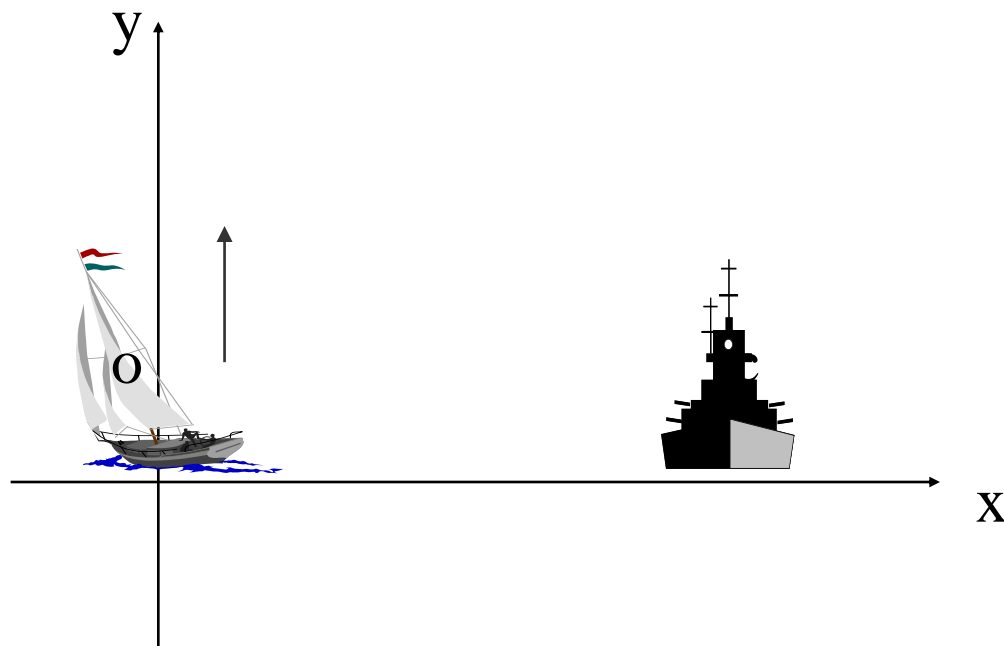
```
[t,y]=ode45(@vdp1,[0,20],[2;0]) ;  
plot(t,y(:,1),'k-o',t,y(:,2),'b-o*')  
title('Solution of van der pol Equation(\mu=1)with ode45');  
xlabel ('Time t')  
ylabel('Solution y');  
legend('y_1','y_2')
```



4. 模型实验 缉私艇追击走私船

(1) 实验问题

海上边防缉私艇发现距 c 公里处有一走私船正以匀速 a 沿直线行驶, 缉私艇立即以最大速度 b 追赶, 在雷达的引导下, 缉私艇的方向始终指向走私船。问缉私艇何时追赶上走私船? 并求出缉私艇追赶的路线。



(2) 建立模型

走私船初始位置在点 $(0, 0)$,

缉私艇的初始位置在点 $(c, 0)$,

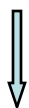
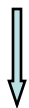
缉私艇行驶的路程为 s 。

在时刻 t :

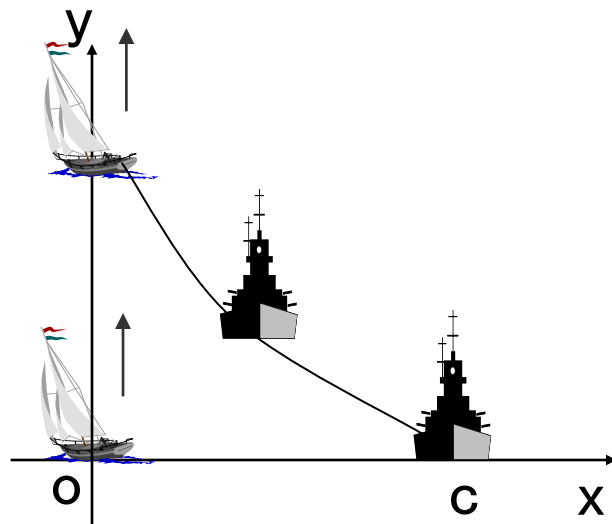
走私船的位置到达点 $R(0, at)$

缉私艇到达点 $D(x, y)$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y - at}{x - 0} \quad \frac{ds}{dt} = b$$



$$x \frac{d^2 y}{dx^2} = -a \frac{dt}{dx} \quad \frac{dt}{dx} = \frac{dt}{ds} \frac{ds}{dx} = -\frac{1}{b} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}$$



$$\begin{cases} x \frac{d^2 y}{dx^2} = r \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} \\ y(c) = 0, y'(c) = 0 \end{cases}$$

$$r = a / b$$

(3) 模型求解

(a) 求解析解

$$\begin{cases} x \frac{d^2 y}{dx^2} = r \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} \\ y(c) = 0, y'(c) = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{r = a / b}$$

$$\text{令: } \frac{dy}{dx} = p, \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dp}{dx},$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{dp}{\sqrt{1+p^2}} = r \frac{dx}{x} \\ p(c) = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow p + \sqrt{1+p^2} = \left(\frac{x}{c} \right)^r$$

对上式取倒数

$$\rightarrow p - \sqrt{1+p^2} = -\left(\frac{c}{x} \right)^r$$



$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{c} \right)^r - \left(\frac{c}{x} \right)^r \right] \\ y(c) = 0 \end{cases}$$

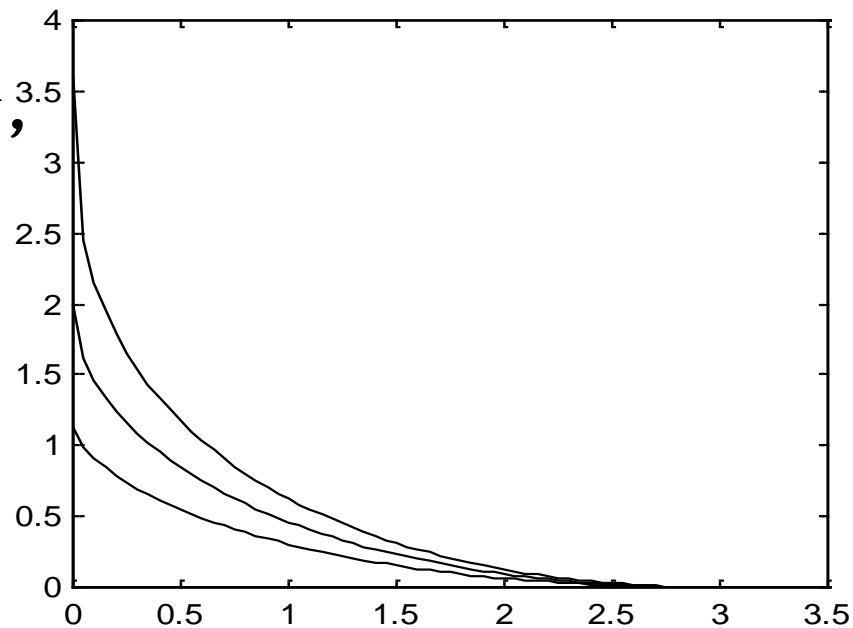
$$1) r = \frac{a}{b} < 1, \quad \begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{c} \right)^r - \left(\frac{c}{x} \right)^r \right] \\ y(c) = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{c}{2} \left[\frac{1}{1+r} \left(\frac{x}{c} \right)^{1+r} - \frac{1}{1-r} \left(\frac{x}{c} \right)^{1-r} \right] + \frac{cr}{1-r^2}$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = \frac{cr}{1-r^2}, \quad t = \frac{y}{a} = \frac{cr}{a(1-r^2)} = \frac{bc}{(b^2 - a^2)}$$

c=3千米, a=0.4千米/分,
分别取b=0.6, 0.8, 1.2千米/分时,
缉私艇追赶路线的图形。

追赶时间分别为:
t=9, 5, 2.8125 (分钟)



$$2) \quad r = \frac{a}{b} > 1, \quad \begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{c} \right)^r - \left(\frac{c}{x} \right)^r \right] \\ y(c) = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{c}{2} \left[\frac{1}{1+r} \left(\frac{x}{c} \right)^{1+r} + \frac{1}{r-1} \left(\frac{c}{x} \right)^{r-1} \right] - \frac{cr}{r^2-1}$$

当 $x \rightarrow 0$ 时, $y \rightarrow +\infty$, 缉私艇不可能追赶上走私船。

$$3) \quad r = 1, \quad y = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 - c^2}{2c} - c \ln \frac{x}{c} \right)$$

当 $x \rightarrow 0$ 时, $y \rightarrow +\infty$, 缉私艇不可能追赶上走私船。

(b) 用MATLAB软件求解析解

$$\begin{cases} x \frac{d^2 y}{dx^2} = r \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} \\ y(c) = 0, y'(c) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{c} \right)^r - \left(\frac{c}{x} \right)^r \right] \\ y(c) = 0 \end{cases}$$

`dsolve('Dy=1/2*((x/c)^r-(c/x)^r)', 'y(c)=0', 'x')`

`ans=1/2*exp(-r*(log(c)-log(x)))*c^r*(1/c)^r/(r+1)*x+
1/2*exp(r*(log(c)-log(x)))/(-1+r)*x-
1/2*c*(-(1/c)^r*c^r+c^r*(1/c)^r*r+r+1)/(r^2-1)`

(c) 用MATLAB软件求数值解

$$c=3, \quad a=0.4, \quad b=0.8, \quad r=a/b=0.5$$

程序wu.m

```
function y=wu(x,y)
```

$$y=0.5*((x/3)^{0.5}-(3/x)^{0.5})$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{c} \right)^r - \left(\frac{c}{x} \right)^r \right] \\ y(c) = 0 \end{cases}$$

执行下面的命令: `[x,y]=ode23('wu',3,0.0005,0)`

此时缉私艇的位置坐标是 (0.0005, 1.9601)

执行下面的命令: `[x,y]=ode45('wu',3,0.0005,0)`

此时缉私艇的位置坐标是 (0.0005, 1.9675)

(d) MATLAB软件仿真法

当建立动态系统的微分方程模型很困难时，我们可以用计算机仿真法对系统进行分析研究。所谓计算机仿真就是利用计算机对实际动态系统的结构和行为进行编程、模拟和计算，以此来预测系统的行为效果。

MATLAB软件仿真法

$t = t_k$: 走私船的位置 $(0, at_k)$

缉私艇的位置: (x_k, y_k)

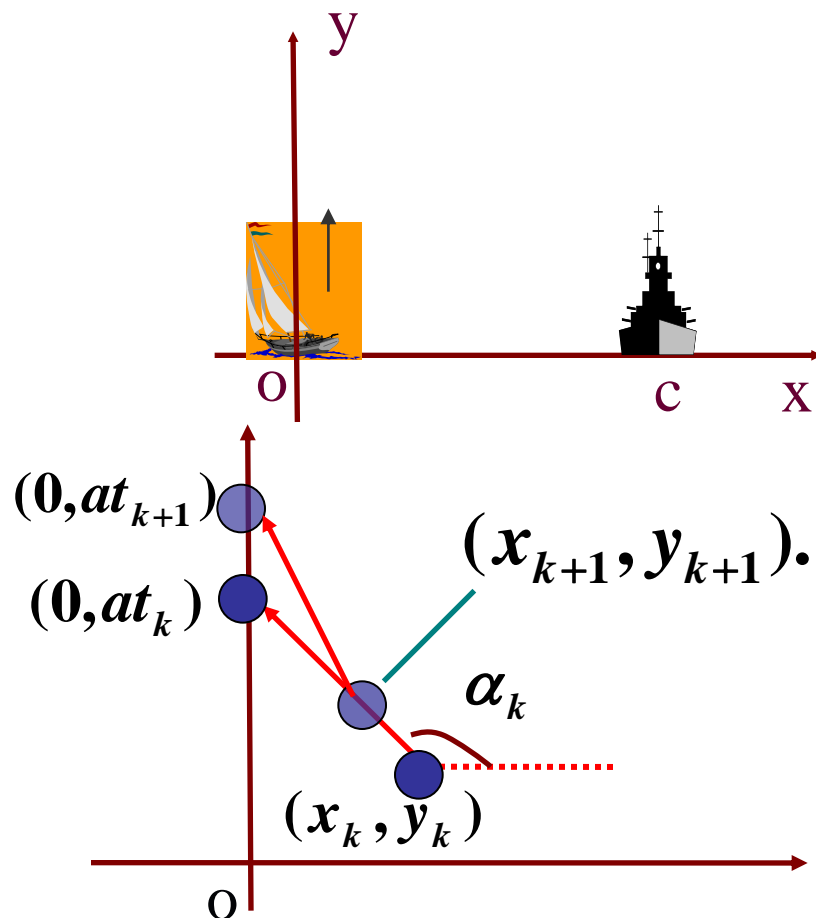
追赶方向可用方向余弦表示为:

$$\cos \alpha_k = \frac{0 - x_k}{\sqrt{(0 - x_k)^2 + (at_k - y_k)^2}}$$

$$\sin \alpha_k = \frac{at_k - y_k}{\sqrt{(0 - x_k)^2 + (at_k - y_k)^2}}$$

$t = t_{k+1} = t_k + \Delta t$ 时, 缉私艇的位置 (x_{k+1}, y_{k+1}) . 则

$$x_{k+1} - x_k = \Delta x_k \approx b \Delta t \cos \alpha_k, \quad y_{k+1} - y_k = \Delta y_k \approx b \Delta t \sin \alpha_k$$



时间步长

仿真算法:

第一步: 设置时间步长 Δt , 速度a, b及初始位置

$$x_0 = c, y = 0, k = 0$$

第二步: 计算动点缉私艇D在时刻 $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ 时的坐标

$$x_{k+1} = x_k + b\Delta t \frac{-x_k}{\sqrt{x_k^2 + (at_k - y_k)^2}}$$

$$y_{k+1} = y_k + b\Delta t \frac{at_k - y_k}{\sqrt{x_k^2 + (at_k - y_k)^2}}$$

计算走私船R在时刻 $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ 时的坐标 $(\tilde{x}_{k+1}, \tilde{y}_{k+1})$

$$\tilde{x}_{k+1} = 0$$

$$\tilde{y}_{k+1} = a(t_k + \Delta t)$$

第三步：计算缉私艇与走私船这两个动点之间的距离：

$$d_k = \sqrt{(x_{k+1} - \tilde{x}_{k+1})^2 + (y_{k+1} - \tilde{y}_{k+1})^2}$$

根据事先给定的距离，判断缉私艇是否已经追上了走私船，从而判断退出循环还是让时间产生一个步长，返回到第二步继续进入下一次循环；

第四步：当从上述循环退出后，由点列 (x_{k+1}, y_{k+1}) 和 $(\tilde{x}_{k+1}, \tilde{y}_{k+1})$ 可分别绘制成两条曲线即为缉私艇和走私船走过的轨迹曲线。

取 $c=3$ 千米, $a=0.4$ 千米/分钟, $b=0.8$ 千米/分钟, $r = a / b = 0.5$

$c=3$; $a=0.4/60$; $b=0.8/60$;

$d=0.01$; $dt=4$; $t=0$;

$jstx=c$; $jsty=0$; $zscx=0$; $zscy=0$;

hold on

$axis([0,3,0,2])$

while ($\sqrt{(jstx-zscx)^2+(jsty-zscy)^2}>d$)

$t=t+dt$;

$jstx=jstx-b*dt*jstx/\sqrt{jstx^2+(a*t-jsty)^2}$;

$jsty=jsty+b*dt*(a*t-jsty)/\sqrt{jstx^2+(a*t-jsty)^2}$;

$zscy=a*t$;

$plot(jstx,jsty,'r+',zscx,zscy,'b*')$

$pause(0.2)$

end

$jstx,jsty,zscx,zscy,t$

$$x_{k+1} = x_k + b\Delta t \frac{-x_k}{\sqrt{x_k^2 + (at_k - y_k)^2}}$$

$$y_{k+1} = y_k + b\Delta t \frac{at - y_k}{\sqrt{x_k^2 + (at_k - y_k)^2}}$$

$$\tilde{y}_{k+1} = a(t_k + \Delta t)$$

jstx =

2.1893e-004

jsty =

1.9424

ZSCX =

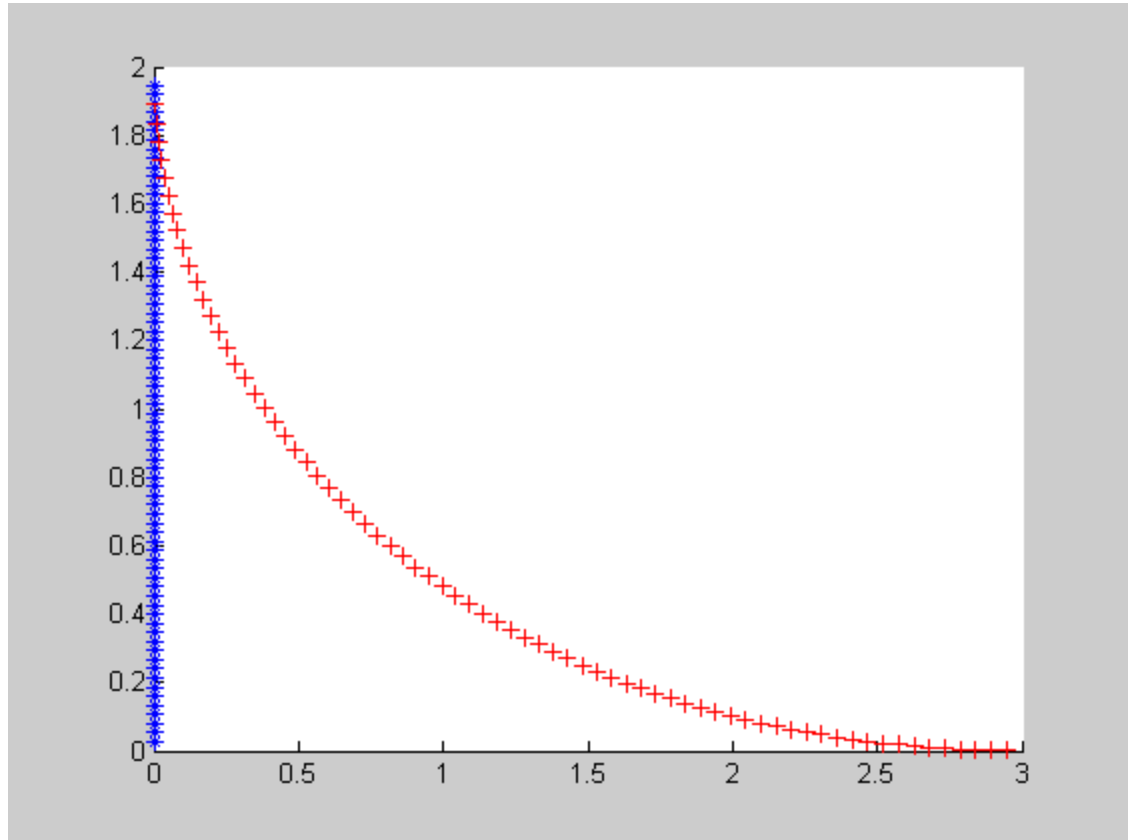
0

zscy =

1.9467

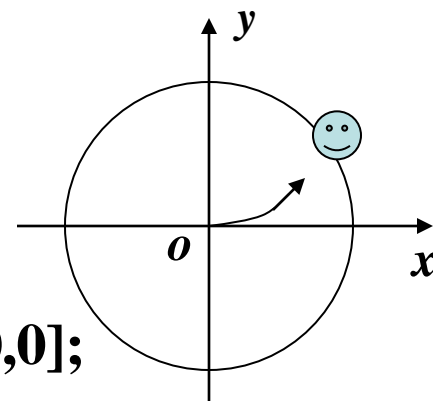
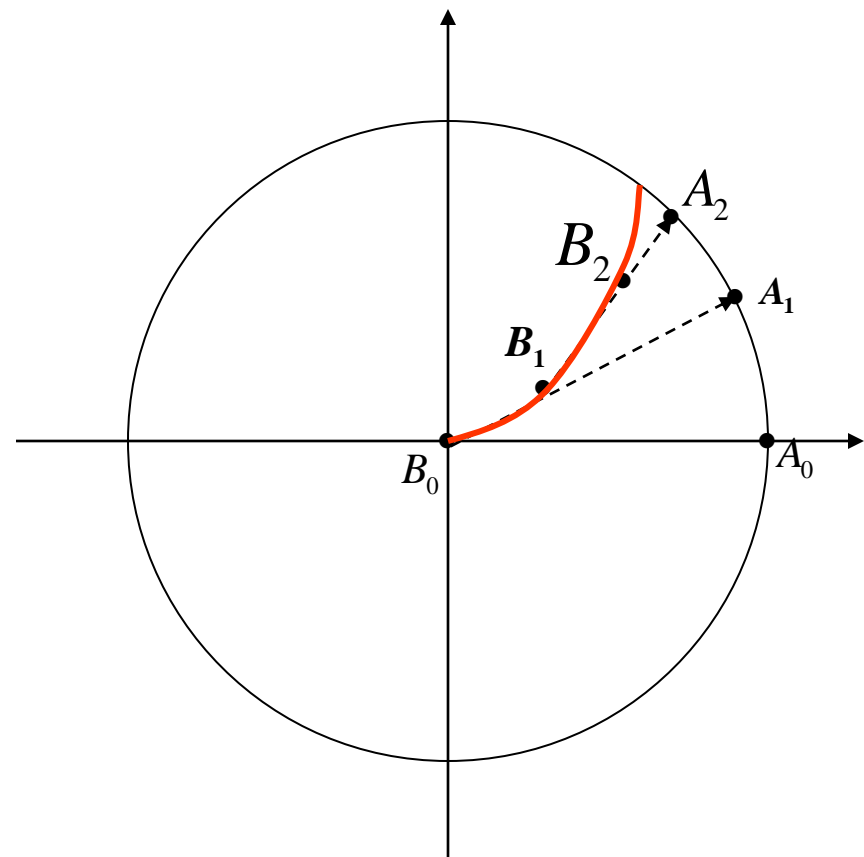
t =

292



4. 问题的延伸

一慢跑者在平面上沿圆周 $x^2 + y^2 = 25$ 以恒定的速率 $v=2$ 跑步，起点为 $(5, 0)$ ，方向为逆时针。这时，有一只狗从原点出发，以恒定速率 $w=3$ 跑向慢跑者，狗的运动方向始终指向慢跑者。用计算机仿真追逐这个过程。



$$A_0 = [5, 0], B_0 = [0, 0];$$

$$A_k = [R \cos(\frac{v}{R} kdt), R \sin(\frac{v}{R} kdt)]$$

$$B_{k+1} = B_k + \frac{\overrightarrow{B_k A_{k+1}}}{\|\overrightarrow{B_k A_{k+1}}\|} wdt$$

$$k = 0, 1, 2, \Lambda$$

实验任务及作业

熟悉实验课件上关于微分方程解析解和数值解的相关命令及用法，对清楚的用法用**help** 查询。

1. P220 第1 (1) (2) ;

2. P223 第2. 3

3. P227 第1, 2.

4. P234 第1, 5.