西安交通大学考试题

成绩

课 程 高等数学(Ⅰ.Ⅱ)

______ 考试日期 2016年11月6日

专业班号

一、填空(每小题3分,共15分)

1 若
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{x+2}, & x \ge 0 \\ \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a-x}}{x}, & x < 0 \end{cases}$$
 有可去间断点 $x = 0$,则 $a =$ ______.

3 曲线
$$y = y(x)$$
 由参数方程
$$\begin{cases} x = t^3 + 9t \\ y = t^2 - 2t \end{cases}$$
 确定,则 $y = y(x)$ 的凸区间是______.

4 极限
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^x-1}{r \ln x} = _____.$$

- 二、单项选择 (每小题 3 分, 共 15 分)
 - 1. 设 f(x), $\varphi(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, f(x) 为连续函数且 $f(x) \neq 0$, $\varphi(x)$ 有间断 点,则()

 - A. $\varphi(f(x))$ 必有间断点 B. $(\varphi(x))^2$ 必有间断点

 - C. $f(\varphi(x))$ 必有间断点 D. $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$ 必有间断点

2. 设 f(x) 为可导函数且满足 $\lim_{x\to 0} \frac{f(1)-f(1-x)}{2x} = -1$,则过曲线 y = f(x) 上点

(1, f(1)) 处的切线的斜率为 ()

A. 2 B. -1 C. 1 D. -2

3. 若
$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{(x - a)^2} = -1$$
,则在点 $x = a$ 处().

- A. f'(a) 存在,且 $f'(a) \neq 0$
- B. f(x) 取得极大值
- C. f(x) 取得极小值
- D. f(x) 的导数不存在

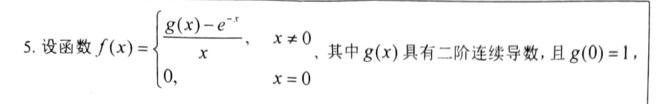
4. 设
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ x^2 g(x), & x \le 0 \end{cases}$$
, 其中 $g(x)$ 是有界函数,则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处 ().

A. 极限不存在

- B. 极限存在, 但不连续
- C. 连续,但不可导
- D. 可导
- 5. 下列命题中正确的是().
- A. 若 $f''(x_0) = 0$,则 $(x_0, f(x_0))$ 一定是曲线y = f(x)的拐点.
- B. 若 $f'(x_0) = 0$,则 f(x) 在 x_0 处一定取极值.
- C. 若 f(x) 可导,且在 x_0 处取得极值,则 $f'(x_0) = 0$.
- D. 若 f(x) 在 [a,b] 上取得最大值,则最大值一定是 f(x) 在 (a,b) 内的极大值.
- 三、计算下列各题(每小题9分,共45分)
 - 1. 求极限 $\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x x}{\ln(1+2x^3)}$.

3. 设函数
$$y = y(x)$$
 由 $e^y + 6xy + x^2 - 1 = 0$ 确定,求 $y''(0)$.

4. 讨论函数
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x(1+x)}{\cos\frac{\pi}{2}x}, & x < 0 \\ \sin\frac{\pi}{2}x, & \text{的连续性, 并确定其间断点的类型.} \end{cases}$$



$$g'(0) = -1$$
. (1) 求 $f'(x)$; (2) 讨论 $f'(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续性.

四、(13 分)设 $f(x) = \frac{x^2}{2(x+1)^2}$,求(1)函数 f(x) 的单调区间和极值;(2)曲线 y = f(x) 的凹凸区间和拐点.

五、证明题(每小题6分,共计12分).

1. 设 f(x) 在 [-1,1] 上三阶可导,且 f(-1)=0,f(0)=0,f(1)=1,f'(0)=0,证明:存 在 $\xi \in (-1,1)$,使 $f'''(\xi) \geq 3$.

2. 设 f(x) 在 [a,b] 上连续,在 (a,b) 内可导,且 f(a) = f(b) = 1,试证:存在 $\xi, \eta \in (a,b)$,使 $e^{\xi-\eta} \left(f(\eta) - f'(\eta) \right) = 1$.

西安交通大学本科生课程考试试题标准答案与评分标准

3.
$$\sum x = 0, i = 0$$
 (2) $i = 0$ (2) $i = 0$ $i = 0$ (2) $i = 0$ $i =$