

考虑到 $P = q\dot{l} = q\dot{l}_0 \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right)$,

$$\ddot{P} = -q\dot{l}_0 \omega^2 \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\text{辐射}} = \begin{cases} E_r = E_\theta = 0 \\ E_\phi = \frac{|\ddot{P}| \sin \theta}{4\pi \varepsilon_0 r c^3} e_\phi \end{cases} \quad (2)$$

由于时变电场能激发时变磁场, 若选用

同一坐标系, 由 $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 得:

$$B_r = B_\theta = 0.$$

$$B_\phi = -e_\phi \int \frac{1}{r} \frac{\partial (rE_\theta)}{\partial t} dt$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{q\dot{l}_0 \omega^2 \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \sin \theta}{4\pi \varepsilon_0 r c^3} e_\phi + c(r) \\ &= \frac{|\ddot{P}| \sin \theta}{4\pi \varepsilon_0 r c^3} e_\phi + c(r) \end{aligned}$$

略去与时间无关的 $c(r)$, 于是得到:

$$\mathbf{B}_{\text{辐射}} = \begin{cases} B_r = B_\theta = 0 \\ B_\phi = \frac{|\ddot{P}| \sin \theta}{4\pi \varepsilon_0 r c^3} e_\phi \end{cases} \quad (3)$$

若辐射的电磁波是在介质中传播, 只需把(2)、(3)两式中的光速 c 改为在介质中的传播速度 v 即可。到此, 我们已推出了电偶极辐射场的公式, 这个结果对远离发射源的区域——辐射区是足够准确的。

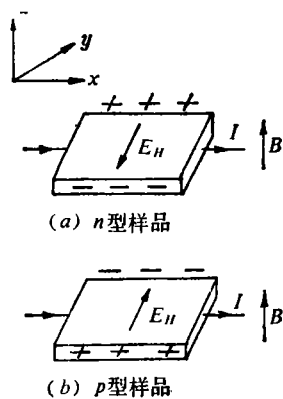
用电子运动定性解释 p 型半导体中的霍尔效应

东北师大物理系 邢 旭

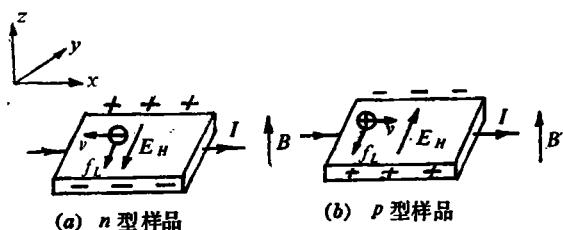
如图 1 所示, 一块半导体样品当沿 X 方向通以电流 I , 沿 Z 方向加以磁场 B , 在 Y 方向则产生一霍尔电场 E_H , 这种现象称为霍尔效应。实验表明, 在图 1 所示样品电流 I 和磁场 B 的情况下, n 型半导体样品(图 1a)所产生的霍尔电场 E_H 指向负 Y 方

向, 而 p 型样品(图 1b)所产生的霍尔电场 E_H 则指向正 Y 方向, 二者正好相反。为了表示这个差别, 将 p 型半导体样品的霍尔系数 R 定为正值, 而 n 型样品的霍尔系数 R 则定为负值。

目前各种书上对 n 型和 p 型半导体霍尔效应的定性解释都是这样的, n 型样品载流子是电子。如图 2a 所示, 当沿正 X 方向通以电流 I , 沿正 Z 方向加以磁场 B 时, 电子在洛伦兹力 f_L 的作用下沿负 Y 方向偏转, 从而产生沿负 Y 方向的霍尔电场 E_H 。对 p 型样品载流子为空穴。如图 2b 所示, 空穴在洛伦兹力 f_L 作用下沿负 Y 方向偏转, 从而产生沿正 Y 方向的霍尔电场 E_H 。这种定性解释的结果与图 1 所示的实验结果是完全一致的。因此, 目前这种解释方法被广泛地采用着。

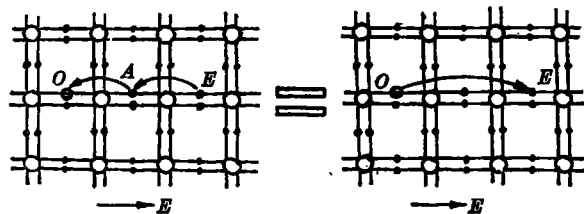


(图 1)

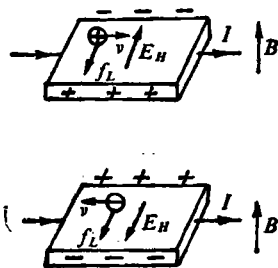


(图 2)

可是正如大家所知,空穴与电子不同,它并不是一个真实的粒子,它只不过是一个电子的空位。人们为了处理问题方便,才人为地把它假想成一个带正电的粒子。所以一个空穴的定向运动,实质上是众多价键上的电子参与的、“接力”式的反方向运动(图3)。这样,人们自然会想到:既然用空穴运动可以正确解释p型半导体的霍尔效应,那么用电子的反方向运动也应该能正确地解释p型半导体的霍尔效应。这个问题如果从理论上进行严格的定量计算,是可以得出肯定性答案来的。但是如果用上述方法进行定性地讨论时,则常会得出下述的错误结果。如图4所示,在相同的电流 I 和磁场 B 的情况下,若以电子的反向运动代替空穴运动时,所得出的霍尔电场 E_H 与用空穴运动所得霍尔电场 E_H 方向正好相反。显然,这是错误的。由此得



(图 3)



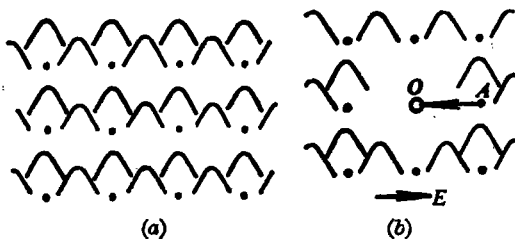
(图 4)

出,用电子运动似乎是不能正确解释p型半导体的霍尔效应。正因如此,目前人们都把这个问题看成是一个无法解决的问题,并且把这个错误结果归罪于价键模型的不严格性所引起的。因此,这个问题就常常成为人们指责价键模型不完美的重要依据。

可事实上,上述错误结果的出现,并不是价键模型的问题,而是人们对这个问题的处理上存在错误而引起的。这个错误就是:当以电子的运动代替空穴运动时,人们错误地把电子的运动同自由空穴一样,也当成了自由电子运动来处理,这显然是错误的。而正是这个错误才导致了上述的错误结果来。

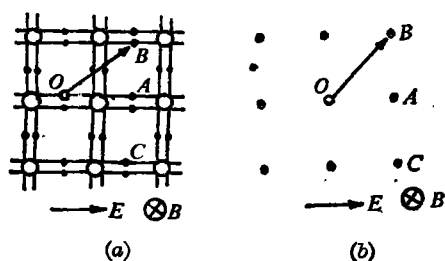
我们知道,p型半导体中的空穴可以近似地看成是自由的导电粒子——载流子。可是p型半导体中的电子,则不是自由电子,而是受原子和周围电子有较强束缚作用的束缚电子。在一般平衡态情况下,这些电子可以看成是被紧紧地束缚着,不能在晶体内自由运动。因此,它们在外电场作用下,不能做定向运动,即不能参与导电,因此不是载流子。这些电子若以价键模型图(图3)表示,则其是被紧紧束缚在共价键上,如果以势能图来表示,则如图5a(二维图)所示每个电子都被束缚于势阱中。如果有空穴出现,如图5b所示,空穴与其最近邻的电子间的势垒高度降得最低,即最邻近的电子向空穴位置运动的几率最大。这时,如果有一如图5b所示的外加电场 E ,则只有电子A可以产生向空穴位置的水平运动,最后占据空穴位置。若依此类推下去则产生导电作用。

如果给p型样品加电场 E 的同时,再加

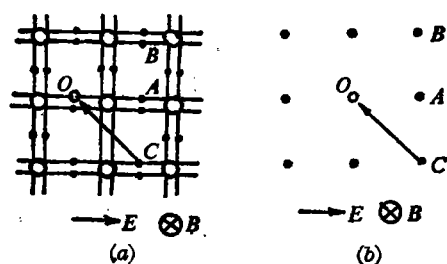


(图 5)

上磁场 B , 这时若以空穴运动讨论霍尔效应, 则如图 6 所示。因空穴是自由导电粒子, 所以其运动不受原子和周围电子的较强束缚作用, 即无势垒的束缚(图 6b)。所以自由空穴在电场力和洛伦兹力的共同作用下, 可自由的跑到电子 B 的位置, 从而产生霍尔效应。如果这时错误地将电子也当成自由的电子, 那么自由电子同上述自由空穴一样, 在电场力和洛伦兹力的共同作用下, 自由运动的结果应是电子 O 占据空穴位置, 即相当空穴占据了电子 O 的位置(图 7)。这显然与用空穴运动讨论的结果相反, 即得出了错误的结果。

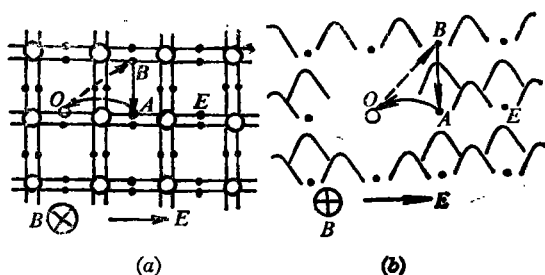


(图 6)



(图 7)

如果将电子不是看成自由电子, 而是看成非自由电子, 那么在讨论电子运动时, 必然要考虑其受原子和周围电子的束缚作用, 即必须考虑其周围势垒对其的束缚作用。由于空穴周围最近邻的电子与空穴间的势垒高度降得最低, 所以它们占据空穴位置的几率最大。这时如图 8 所示, 若外加电场 E , 则空穴周围最近邻的四个电子中, 只有电子 A 在电场 E 作用下产生水平方向运动, 其余三个电子都因势垒束缚作用不能产生水平方向运动。如果在加外电场 E 的同时再加上磁场 B (图 8), 那么只有电子 A 受竖直向上的洛



(图 8)

伦兹力的作用, 其余三个电子都因无水平方向运动, 则都不受竖直方向洛伦兹力的作用。这样一来, 只有电子 A 可以占据空穴位置。下面就讨论一下电子 A 占据空穴位置的详细过程。电子 A 在运动的起始阶段, 一方面受电场力的作用沿水平方向向左运动, 另一方面受洛伦兹力的作用沿竖直方向向上运动。所以总的运动是二者的合成运动。电子 A 竖直向上的运动, 使其与电子 B 间的距离靠近, 所以将受电子 B 的排斥力作用。根据牛顿第三定律, 电子 B 也同时将受电子 A 的竖直向上的排斥力作用。当电子 A 与电子 B 靠近到一定程度时, 电子 A 受电子 B 的竖直向下的排斥力与洛伦兹力大小相等, 二者正好相互抵消时, 电子 A 将只沿水平方向运动。最后当电子 A 靠近空穴时, 在空穴的吸引下占据空穴位置。这时相当空穴移到了电子 A 的位置上。空穴新位置上的四个最近邻电子中, 只有电子 B 和电子 C 有可能占据空穴的位置。其中电子 B 是由于受电子 A 的排斥力作用, 偏离原平衡位置, 当电子 A 占据空穴位置后, 电子 B 在恢复力作用下将产生竖直向下的运动, 而恰在这时空穴在原电子 A 的位置上出现, 所以电子 B 将会很容易地占据空穴的位置。电子 C 则有可能按上述电子 A 的运动过程占据空穴位置。但由于其运动过程较复杂, 因此比电子 B 占据空穴将困难些。所以可以认为电子 B 占据空穴位置的几率比电子 C 大一些。如果电子 B 占据了空穴的位置, 那么空穴则相当移到电子 B 的位置上。这个结果与用自由空穴所讨论得

的结果(图6)则完全一致了。所以用非自由电子的运动来定性讨论 p 型半导体的霍尔效应则得出了正确的结果。

综上所述可以得出这样的结论： p 型半导体的霍尔效应以价键模型为基础，不论是用空穴运动或电子运动对其进行定性的讨论，均可得出与实验一致的正确结果来。

上述结论的得出，一方面对价键模型的正确性给以完全肯定；另一方面也进一步证实了“空穴的运动本质上是众多非自由电子的运动”这样一个重要的结论；最后它纠正了目前在探讨这个问题中存在的一种习惯性错误看法，告诉人们，用电子运动是完全可以正确的定性解释 p 型半导体中的霍尔效应的。

在旋转台上滚动的球与带电质点动力学的类比

Joseph A. Burns

在旋转的平台上作无滑动滚动的球需要形式为 $A\omega_d \times v$ 的摩擦力，这里 A 是已知常数， ω_d 是平台的角速度， v 是质点相对于惯性空间的速度。因为这个力与带电质点在磁场中运动受力的形式相同，所以球仅在封闭的圆形轨道上运动。球体滚动与带电质点运动的其它相似点是不难说明的，例如，沿盘的平面的任意外力都会引起垂直于力的漂移速度，而在盘的旋转速率发生改变时可以确定绝热不变量等。

在二十世纪四十年代中期，当 A. Einstein 正在为建立统一场论而不懈地工作时，有人曾向他提出过滚球在旋转台上运动的问题，他回答说任何这类运动仅在球与转台有摩擦力时才能实现。他接着又说这种摩擦也许影响不大，并且“对这种次要影响的分析将是复杂的，看来……问题并无多大的吸引力而使我们把时间消磨在它上面。”^[1] 没有顾及这个判断——或者是可能未曾注意到——一些别的物理学家认为此问题还值得研究。据最近报道，Weltner^[2] 为此作了一个有趣的课堂实验，他让一个球在旋转圆盘面上滚动，观察到球将沿着稳定的圆周运动。在这里我们要推广前面的讨论，并更容易地得到 Weltner 的结果。我们将指出球的运动与带电质

点在磁场中的运动完全相似，因此，可使学生们对许多带电质点运动中不易接受的问题作出直接的想象。对我们来说，与 Einstein 相反，这个问题似乎还真是“值得为它花费一些时间的。”但问题似乎是对谁的时间罢了。

一、基本方程

取球的半径为 R 、质量为 m 、转动惯量 $I = mk^2 R^2$ ，这里 kR 是球的回转半径。如图1所示，惯性系的原点取在圆盘中心，圆盘以常角速度 ω_d 旋转，球的中心相对于惯性系原点 O 的位矢是 r_b ，球对自身中心以角速度 ω_b 转动。

假设球作没有滑动的滚动。因而一般说来，为实现无滑动条件，需要一个沿盘的平面的摩擦力。作用于球上的其它力只有重力与与重力相应的盘对球的朝上的接触反作用力。既然球心是在水平面上运动，铅垂方向

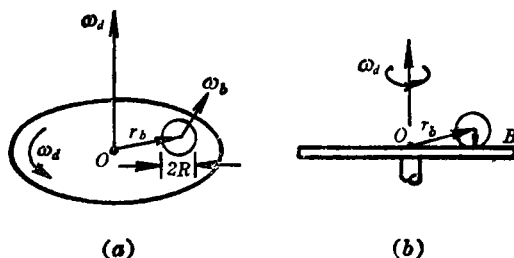


图1 (a) 半径为 R 的球在角速度 ω_d 的转台上自由滚动；(b) 侧视图 ω_b 是球的角速度