西安交通大学考试题

成绩	

课　程　高等数学（上）

学　院 ________　　考试日期　2018　年　5　月 6　日

专业班号 ________

姓　名 ________　学　号 ________　期中 ☐　期末 ☐

一．单选题（每小题 4 分，共 20 分）

1．曲面 $z=\sin x\sin y\sin(x+y)$ 上点 $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3},\frac{\sqrt{3}}{4})$ 处法线与 z 轴夹角的正弦值为.　（　）

A．$\frac{2\sqrt{26}}{13}$　B．$\frac{3\sqrt{26}}{26}$　C．$\frac{\sqrt{65}}{13}$　D．$\frac{1}{\sqrt{26}}$

2．设 $\lim\limits_{r\to0}\frac{1}{\pi r^2}\iint\limits_D e^{x^2-y^2}\cos(x+y)dxdy=(\ )$

其中 D: $x^2+y^2\le r^2$　（　）

A．π．B．$\frac{1}{\pi}$．　C．1．　D.-1.

3．二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$ 可写成　（　）

A．$\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)dx$．　B．$\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$．

B．$\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$．　D．$\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)dy$．

4．设 $f(x,y)=e^{x+y}[x^{\frac{1}{3}}(y-1)^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{1}{3}}(x-1)^{\frac{2}{3}}]$，则在（0,1）点处的两个偏导数 $f_x(0,1)$ 和 $f_y(0,1)$ 的情况为　（　）

A．$f_x(0,1)$ 不存在，$f_y(0,1)=\frac{4}{3}e$　B．$f_x(0,1)=\frac{1}{3}e$，$f_y(0,1)=\frac{4}{3}e$．

C．$f_x(0,1)=\frac{1}{3}e$．$f_y(0,1)$ 不存在　D．两个偏导数均不存在．

西安交通大学考试题

八．（10 分）设 $f(t)$ 在 $[0\ +\infty)$ 上连续，且满足 $f(t)=e^{4\pi t^2}+\iint\limits_{x^2+y^2\le 4t^2} f(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2})dxdy$，求 $f(t)$

③ $\lim\limits_{\rho\to 0}\dfrac{f(\Delta x,\Delta y)-f(0,0)-f_x(0,0)\Delta x-f_y(0,0)\Delta y}{\rho}=\lim\limits_{\rho\to 0}\rho\sin\dfrac{1}{\rho^2}=0$

可微．(12')

六、微分得：$\begin{cases}2dx+2dy-dz=0\\2dx-3dy+5dz=0\end{cases}$ ．(3') 解一组 $(dx,dy,dz)=(-7,12,10)$ (5')

切线：$\dfrac{x-1}{-7}=\dfrac{y-1}{12}=\dfrac{z-1}{10}$ (8')．法平面：$-7(x-1)+12(y-1)+10(z-1)=0$ (10')

七．设椭圆上一点 $C(x,y)$．因直线AB方程为：$x+3y-10=0$ (2')

∴C到AB的距离为 $d=\dfrac{|x+3y-10|}{\sqrt{10}}$ ∴$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|x+3y-10|$ (4')

$L(x,y,\lambda)=(x+3y-10)^2+\lambda(\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}-1)$ (5')

令 $\dfrac{\partial L}{\partial x}=0$．$\dfrac{\partial L}{\partial y}=0$ $\dfrac{\partial L}{\partial \lambda}=0$ 得驻点 $(\dfrac{3}{\sqrt5},\dfrac{4}{\sqrt5})$ (8')

此时 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|\dfrac{3}{\sqrt5}+3\cdot\dfrac{4}{\sqrt5}-10|\doteq1.645$．由几何意义．所求点可能为 $D(3,0)$．和 $E(0,2)$．比较得所求点应为 $(3,0)$ (10')

12．$f(t)=e^{4\pi t^2}+\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{2t}f(\frac{1}{2}\rho)\rho\,d\rho\overset{(3')}{=\!=}e^{4\pi t^2}+2\pi\int_0^{2t}f(\frac{\rho}{2})\rho\,d\rho$ (5')

两边对t求导得：$f'(t)=8\pi t e^{4\pi t^2}+8\pi t f(t)$ (6') $f(0)=1$

$f(t)=e^{\int 8\pi t dt}[\int e^{-\int 8\pi t dt}\cdot 8\pi t e^{4\pi t^2}dt+C]$

$=e^{4\pi t^2}[\int 8\pi t\,dt+C]=4\pi t^2e^{4\pi t^2}+Ce^{4\pi t^2}$ (8') $f(t)=(4\pi t^2+1)e^{4\pi t^2}$ (10')

5. 在曲线 $x=t$， $y=-t^2$， $z=t^3$ 的所有切线中与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线 （ ）

A. 只有一条　　B. 只有 2 条

C. 至少有 3 条　　D. 不存在

二. 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 函数 $u=\ln(x^2+y^2+z^2)$ 在点 $M(1,2,-2)$ 处的梯度 $\operatorname{grad} u\big|_M=$ ________

2. 设 $f(x,y)=\arctan\sqrt{x^y}$，则 $f_x(x,1)=$ ________

3. 设 $z=z(x,y)$ 由方程 $\frac{x}{z}=\ln\frac{z}{y}$ 所确定，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$ ________

4. 设 $u=2xy-z^2$ 则 u 在点 $(2,-1,1)$ 处导数的最大值为________

5. 设有椭球面 $x^2+2y^2+z^2=1$，则它在点 $(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ 处切平面方程为 ________

三. （10 分）设 $z=f(e^{x+y},\frac{x}{y})$，其中 f 具有二阶连续偏导数，

求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

六. (10 分)求球面 $x^2+y^2+z^2-3z=0$ 与平面 $2x-3y+5z-4=0$ 的交线在点（1,1,1）处的切线与法平面方程。

七.（10 分）已知平面两定点 A(1，3),B(4，2),试在方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$（$x\geq 0, y\geq 0$）的椭圆上求一点 C,使 ΔABC 的面积最大?

西安交通大学本科生课程考试试题标准答案与评分标准

课程名称：高等数学下期中　课时：______　考试时间：2018 年5月6日

一、单选（$4'\times5$）　1. C.　2. C.　3. D　4. C.　5. B.

二、填空（$4'\times5$）　1. $(\frac{2}{9},\frac{4}{9},-\frac{4}{9})$.　2. $\frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$

3. $\frac{-z^2}{(z+x)^3}$　4. $2\sqrt{6}$.　5. $(x-\frac{1}{2})+2(y-\frac{1}{2})-(z+\frac{1}{2})=0$

$x+2y-z=2$

三、1. $\frac{\partial z}{\partial x}=f_1'\cdot e^{x+y}+f_2'\cdot\frac{1}{y}$　（$4'$）

2. $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=e^{x+y}f_1'+e^{x+y}(f_{11}''e^{x+y}+f_{12}''\frac{-x}{y^2})-\frac{1}{y^2}f_2'+$

$+\frac{1}{y}(f_{21}''e^{x+y}-\frac{x}{y^2}f_{22}'')$　（$10'$）

四、$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_{a\cos\theta}^{a}(1-\rho)\rho\,d\rho\overset{(5')}{=\!=}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\frac{\rho^2}{2}-\frac{\rho^3}{3})\Big|_{a\cos\theta}^{a}d\theta$（$7'$）

$=\frac{\pi}{8}a^2+\frac{2}{9}a^3-\frac{\pi}{6}a^3$　（$8'$）

五、① $f_x(0,0)=\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(\Delta x,0)-f(0,0)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to0}\Delta x\sin\frac{1}{(\Delta x)^2}=0$

同理 $f_y(0,0)=0$　（$4'$）

② ∵ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}f_x(x,y)=\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\left(2x\sin\frac{1}{x^2+y^2}-\frac{2x}{x^2+y^2}\cos\frac{1}{x^2+y^2}\right)$ 不存在.

（主要是 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\frac{2x}{x^2+y^2}\cos\frac{1}{x^2+y^2}\overset{y=0}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\frac{2}{x}\cos\frac{1}{x^2}$ 不存在）

西 安 交 通 大 学 考 试 题

四.（8 分）计算二重积分 $I=\iint\limits_D(1-\sqrt{x^2+y^2})dxdy$，其中 D 是由 $x^2+y^2=a^2$ 和 $x^2+y^2=ax$ 及 $x=0$ 所围在第一象限的区域（$a>0$）

五.（12 分)设 $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，问在原点（0,0）处.

（1） 偏导数是否存在？（2） 偏导数是否连续 ？（3）函数是否可微

均说明理由