离散数学
Discrete Mathematics

西安交通大学 计算机学院

§8.10　树

定义1. 设**G=(V,E)**是无向图，若**G**是连通的并且无圈，则称**G**为自由树，树中的边称为树枝，若**deg(v)=1**，称**v**为叶子，否则称为分枝点或树杈。

定理 1　设G=(V,E)是(n,m)无向图，下面六种说法是等价的：

1) G是一棵树；
2) G的每一对结点间有且只有一条路；
3) G是连通的并且m=n-1；
4) G是无圈的并且m=n-1；
5) G是无圈的但若在G的任一对结点间加一条边，则G中有一个圈；
6) G是连通的但若在G中任意删除一条边，则G有两个连通支。

定义2　设G=(V,E)是无向图，若G是无圈，则称G为一个森林。

定义3　设G=(V,E) 是无向图，G~=(V,E~)是 G的生成子图，若G~ 是一棵树，则称 G~ 是G 的一棵生成树或支撑树(shanning tree)。

定理2　设G=(V,E) 是无向图。则 G有生成树⇔G是连通图。

“管氏破圈”算法：

No1.若G中无圈，exit 。G即为生成树；

No2. G中有圈C，在圈C上任意删去一边e；令

G:=G\{e}，goto No1 。

“Kruskal避圈”算法：

设G=(V, E)，E={e1, e2,…,em}。

No1. T:={e1}，i:=1，k:=1 ；

No2. i:=i+1，若T∪{ei}无圈，则令

T:=T∪{ei}， k:=k+1 ；

No3. 若k=n-1或i=m，exit ；否则，goto No2 。

定义4 设G=(V, E, w) 是连通的无向带权图，设T={e1,e2,…,en-1}是G 的一棵生成树 ， T的总权和为：

$$w(T)=\sum_{i=1}^{n-1} w(e_i)$$ ，

若有G 的一棵生成树T0，使其总权和w(T0)在诸生成树中达到最小，即w(T0)=min{w(T) | T是G 的生成树}，则称 T 是G 的最小生成树或最优树 。

Kruskal算法：　　设G=(V, E, w)，并且|V|=n ，|E|=m 。

No1. 把E中边按权值排队 E={e1, e2, ..., em}，使得

∀i, j∈Nm，i<j ⇒w(ei)< w(ej) ；/*若两边权相同，即(ei)=w(ej) ，则可将其中之一加上百万分之一。 * /

No2. i:=1，k:=1，ε1:=e1， T:={ε1} ；

No3. i:=i+1，若T∪{ei}无圈，则令

k:=k+1， εk:=ei ， T:=T∪{εk} ；

No4.若k=n-1或i=m，exit；否则，goto No3。/*最后，所求之最优树为T={ε1, ε2, ..., εn-1}。* /

管氏破圈算法：

No1.若G中无圈，则G已为最小生成树，exit ；

No2. 任找G中一圈C，在圈C上删去权值最大的边e；

No3.G:=G\{e}，goto No1 。