大学物理——电磁学

期末复习

北京理工大学　胡海云

- 电磁学
  - 静电场
    - 真空
    - 导体和电介质
  - 恒定磁场
    - 真空
    - 磁介质
  - 电磁场
    - 电磁感应
    - 麦克斯韦方程组

静电场

小结

库仑定律

真空中的静电场

$$A_{12} = q\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = W_1 - W_2$$

$$\vec{F} = \int_Q \mathrm{d}\vec{F} = \int_Q \vec{E}\,\mathrm{d}q$$

性　质	电场中电荷受力	电场力对电荷做功
引　入	电场强度	电势
定　义	$\vec{E} = \vec{F}/q_0$	$\varphi = W/q_0$，　$\varphi = \int_P^{\text{零点}} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$
叠　加	矢量叠加原理	标量叠加原理
形象化	电场线	等势面
规　律	$\vec{E}$ 高斯定理	$\vec{E}$ 环路定理
	$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_{\text{int}}/\varepsilon_0$	$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$

关　系　$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi = -\nabla\varphi$

小结

静电场中的导体和电介质

导体的静电感应

静电平衡时 $E_{内} = 0$

$\vec{E}_{表面} \perp$ 表面

或电势：导体是等势体

表面是等势面

电荷只分布在表面

电介质的极化

电介质中 $E_{内} \neq 0$

$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}$

$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$

$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{0int}$

$\sigma' = \vec{P} \cdot \hat{e}_n$

电容器的电容 $C = Q/U$

电容器的电容 $C = Q/U$

↓

电容器贮存的电场能量

$$W_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

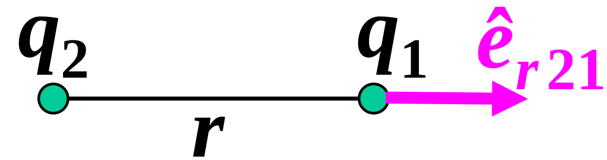
↓

电场能量密度 $w_e = DE/2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2/2$

电场能量 $W_e = \int w_e \mathrm{d}V = \int \frac{DE}{2} \mathrm{d}V$

I

1. 库仑定律 $\boxed{\vec{F}_{21} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q_1 q_2}{r^2} \hat{e}_{r21}}$



2. 电力叠加原理 $\boxed{\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i}$

3. 电场强度定义 $\boxed{\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}}$ 单位： N/C or V/m

4. 点电荷的场强公式 $\boxed{\vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \hat{e}_r}$

5. 场强叠加原理 $\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$ $\boxed{\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E}}$

一、电荷元场强直接积分法求电场强度

利用电荷元场强公式

如点电荷

无限长均匀带电直线

均匀带电圆环

通过矢量积分求场强

$$\boxed{\vec{E} = \int_{(Q)} \mathrm{d}\vec{E}}$$

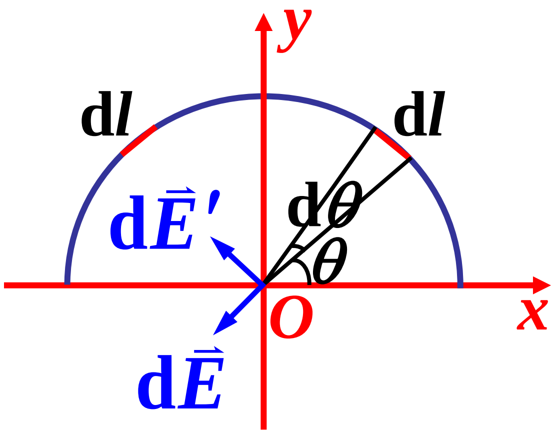
选好微元，画出 $\mathrm{d}\vec{E}$； 引入密度，写出 $\mathrm{d}E$。

建立坐标，写出分量式； 统一变量，写出积分式。

定好上、下限，注意对称性； 积分求结果，代数求数值。

[1]　一带电细线弯成半径为 R 的半圆形，电荷线密度 $\lambda=\lambda_0\cos\theta$。求圆心 O 处的电场强度。

解：长度为 dl 的圆弧带电荷量为 $\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}l=\lambda R\mathrm{d}\theta$，
它在 O 点产生的场强大小



$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0R^2}=\frac{\lambda_0\cos\theta\cdot R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0R^2}$$

分析对称性：关于 y 轴对称的两电荷元所带电量等值异号，所以在 O 点 y 方向 $E_y=0$；

x 方向 $$\mathrm{d}E_x=-\mathrm{d}E\cos\theta=-\frac{\lambda_0\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0R}\cos^2\theta$$

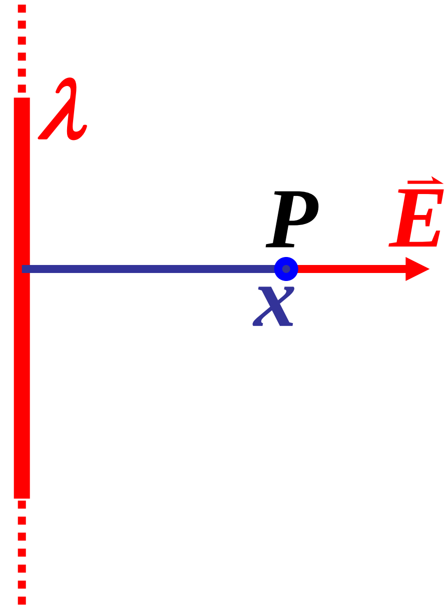
$$E_x=\int\mathrm{d}E_x=-\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0R}\int_0^{\pi}\cos^2\theta\,\mathrm{d}\theta=-\frac{\lambda_0}{8\varepsilon_0R}$$

$$\vec{E}=-\frac{\lambda_0}{8\varepsilon_0R}\hat{i}$$

典型场的场强表达式

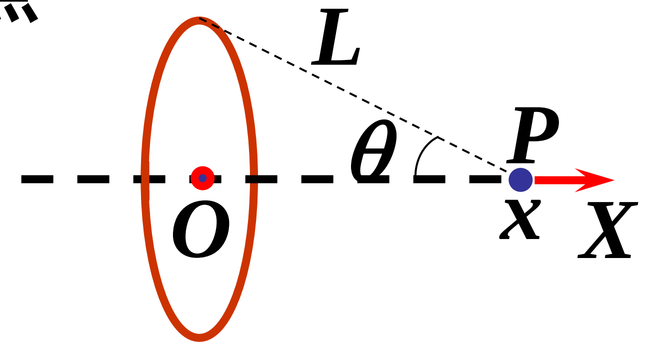
A. 无限长均匀带电直线

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$



B. 均匀带电圆环（Q，R）轴线上 P 点

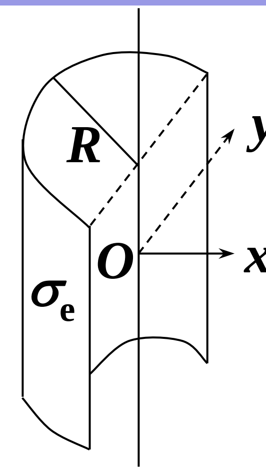
$$\vec{E}=\frac{Q\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\hat{i}=\frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}\hat{i}$$



C. 无限大均匀带电平面

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n$$

[2] 真空中有半个无限长均匀带电圆柱面，截面半径为 R，电荷面密度为 σ_e，如图所示。求中部轴线上 O 点的电场强度。

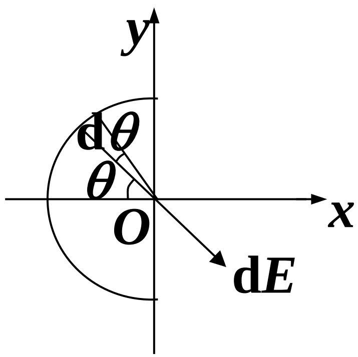


解：取其中一条窄条，其电荷线密度

$$\lambda_e = \sigma_e R \mathrm{d}\theta$$

它在 O 点产生的电场强度大小为

$$\mathrm{d}E = \frac{\lambda_e}{2\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\sigma_e R \mathrm{d}\theta}{2\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\sigma_e \mathrm{d}\theta}{2\pi\varepsilon_0}$$

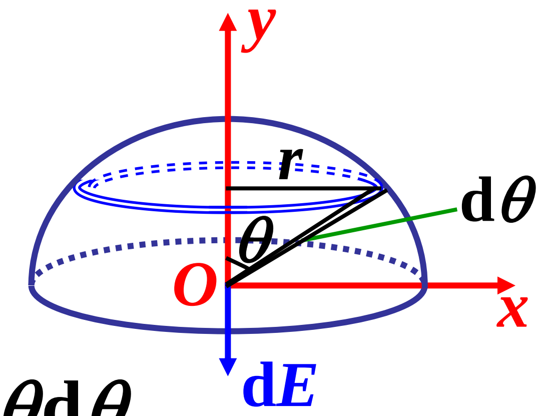


根据对称性，y 方向的分量相互抵消。因此，O点的电场强度为

$$E = E_x = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathrm{d}E\cos\theta = 2\int_0^{\pi/2} \frac{\sigma_e \cos\theta \mathrm{d}\theta}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma_e}{\pi\varepsilon_0}$$

场强的方向沿 x 轴正向。

[3] 一半径为 R 的半球面，均匀地带有电荷，电荷面密度为 σ。求球心处的电场强度的大小。



解： 1. 取细圆环：

半径：$r = R\sin\theta$

宽为：$\mathrm{d}l = R\mathrm{d}\theta$

面积：$\mathrm{d}S = 2\pi r\mathrm{d}l$

带电荷：$\mathrm{d}q = \sigma\mathrm{d}S = 2\pi R^2\sigma\sin\theta\mathrm{d}\theta$

2. 细圆环在球心 O 处产生的场强为：

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$$

方向如图

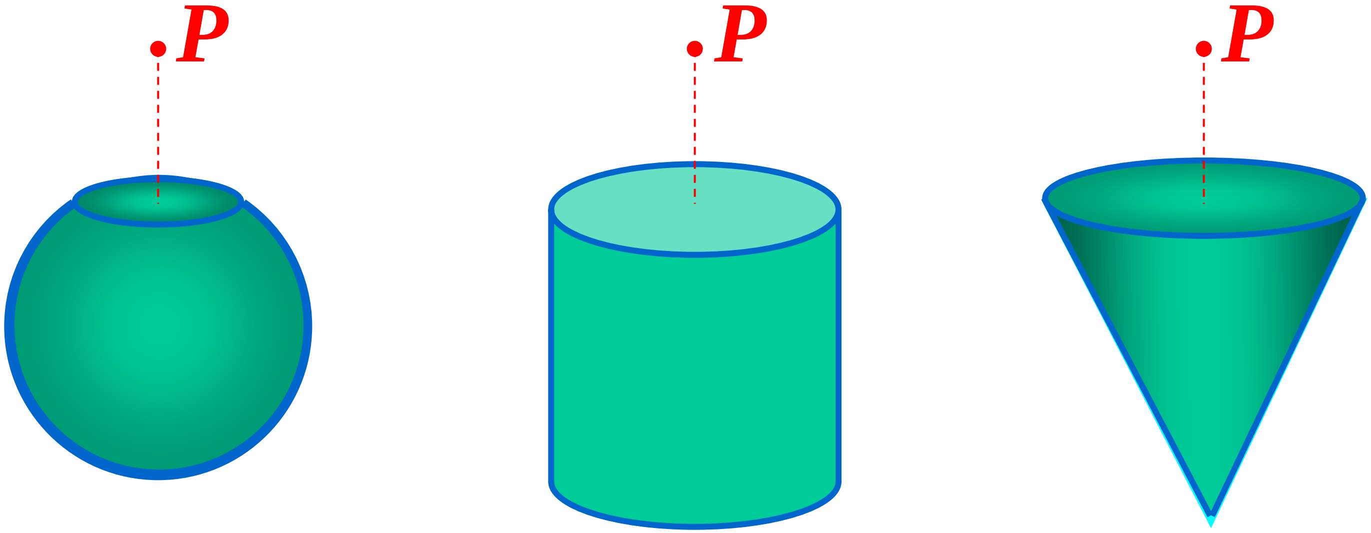
3. 积分：

$$E = \int\mathrm{d}E = \int_0^{\pi/2}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$$

方向沿 y 轴反方向

或写成矢量形式：$\vec{E} = -\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\hat{j}$

推广示例：

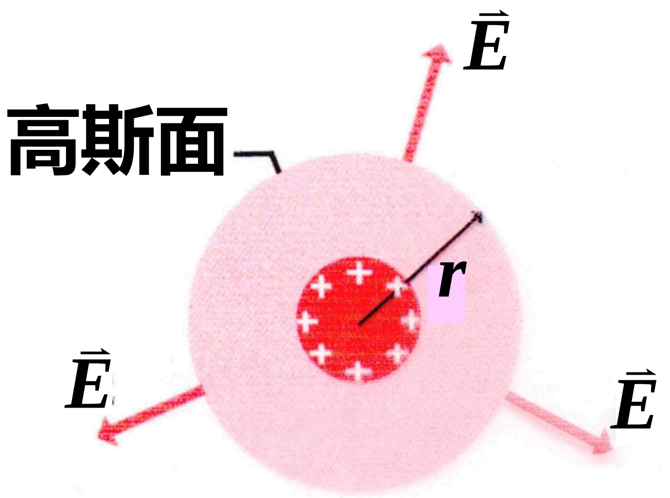


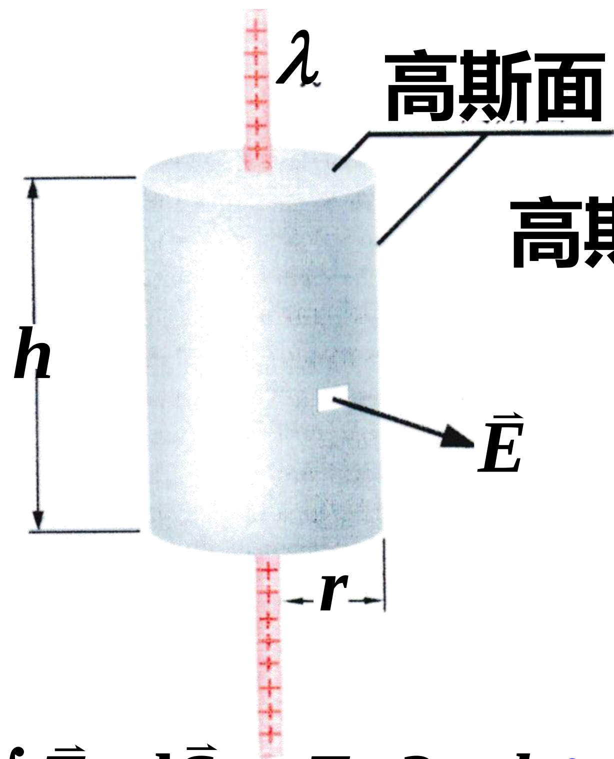
二、应用高斯定理求解电场强度

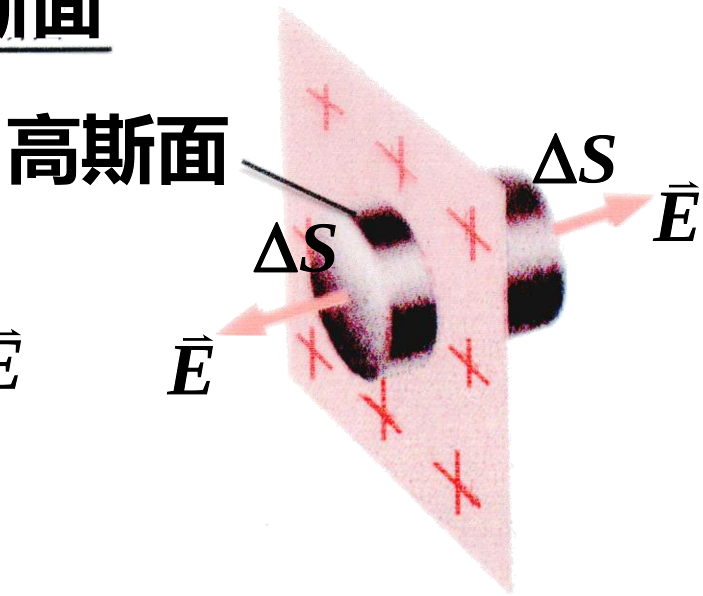
在电荷分布有某种对称性时，通过高斯定理求场强。

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \sum q_{\text{int}} / \varepsilon_0}$$

常见的三种高斯面的选取：

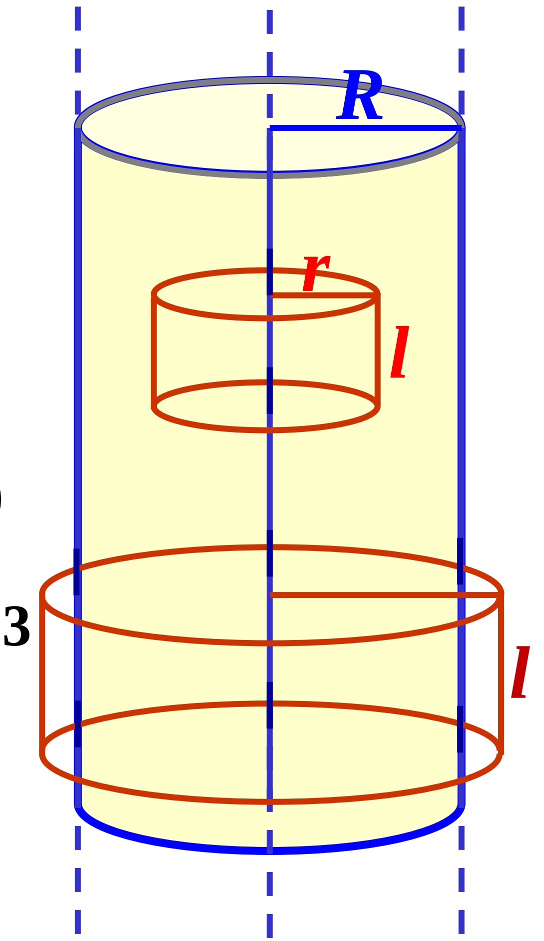






$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot 4\pi r^2$; $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot 2\pi rh$; $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot 2\Delta S$

例： 半径为 R 的无限长圆柱形带电体，电荷体密度为 Ar（$r \le R$），r 为距轴线距离，A 为常数。计算圆柱体内外各点的电场强度。



解： 根据高斯定理 $2\pi r l E = q_{\text{int}} / \varepsilon_0$

柱内 $q_{\text{int}} = \int_0^r A r' 2\pi r' l \mathrm{d}r' = \dfrac{2}{3}\pi A l r^3$

$$E = \frac{1}{3\varepsilon_0} A r^2 \qquad (r < R)$$

柱外 $q_{\text{int}} = \int_0^R A r' 2\pi r' l \mathrm{d}r' = 2\pi A l R^3 / 3$

$$E = \frac{A R^3}{3\varepsilon_0 r} \qquad (r > R)$$

你会计算了吗?

可要会啊!

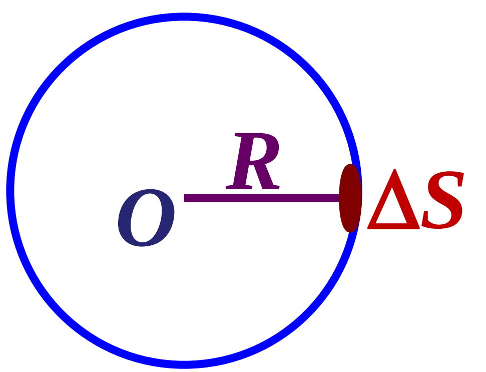
电场强度的计算

一、电荷元场强直接积分法 $\vec{E} = \int_{(Q)} \mathrm{d}\vec{E}$

二、应用高斯定理求解 $\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_{\mathrm{int}} \big/ \varepsilon_0$

三、补偿(叠加)法

如图所示，真空中一半径为 R 的均匀带电球面，总电荷量为 Q（$Q<0$）。今在球面上挖去一块非常小的面积 ΔS（连同电荷），且假设不影响原来的电荷分布，则挖去 ΔS 后球心处电场强度的大小 $E =$ $Q\Delta S/(16\pi^2\varepsilon_0 R^4)$，其方向为 由 ΔS 指向球心 O 点 。

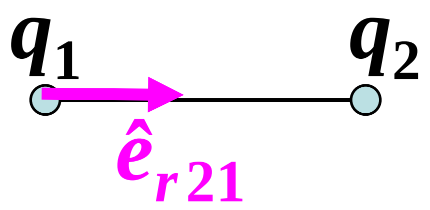


静电场力

1. 点电荷：

A. 库仑定律

$$\boxed{\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{e}_{r21}}$$



+ 电力叠加原理

$$\boxed{\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{e}_{r0i}}$$

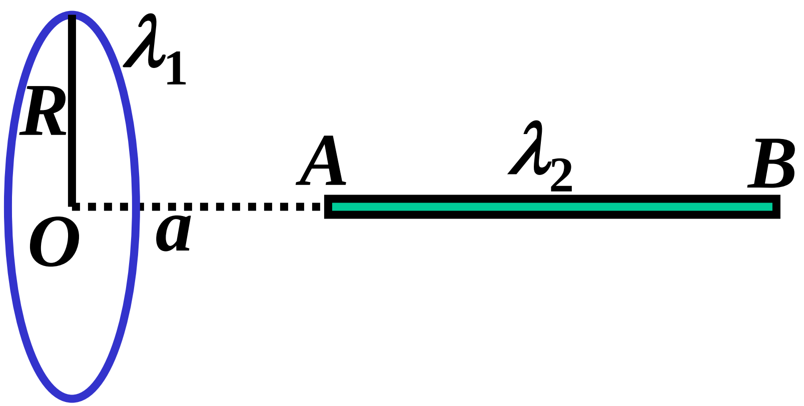
B. 由场强求

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

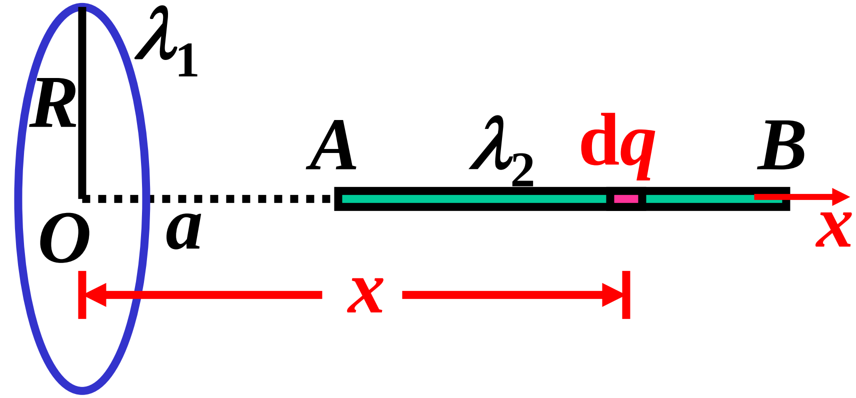
2. 任意带电体：点电荷元 $\mathrm{d}\vec{F} = \vec{E}\mathrm{d}q$

$$\boxed{\vec{F} = \int_Q \mathrm{d}\vec{F} = \int_Q \vec{E}\mathrm{d}q}$$

均匀带电圆环，半径为 R， 电荷线密度为 λ_1，其轴线上放一长为 L，电荷线密度为 λ_2 的均匀带电直线，$AO=a$，如图所示。**求：直线段 AB 受的电场力。**



求：均匀带电圆环（R，λ_1）轴线上的均匀带电直线（L，λ_2）受的电场力。



解：（1）分割 AB，取电荷元 $\quad \mathrm{d}q=\lambda_2\mathrm{d}l$

（2）dq 所在处场强：
$$\vec{E}=\frac{2\pi R\lambda_1 x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}\hat{i}$$

dq 所受电场力：$\mathrm{d}\vec{F}=\vec{E}\mathrm{d}q$

（3）计算：
$$F=\int_Q \mathrm{d}F=\int_a^{a+L}\frac{\lambda_1\lambda_2 R x}{2\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}\mathrm{d}x$$
$$=\frac{\lambda_1\lambda_2 R}{2\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{(a^2+R^2)^{1/2}}-\frac{1}{[(a+L)^2+R^2]^{1/2}}\right\}$$

λ_1 与 λ_2 同号时，方向向右

平行板电容器极板面积为 S，充电至带电 Q 后，两极板之间的静电吸力的大小 F_e 为

A $\dfrac{2Q^2}{\varepsilon_0 S}$

B $\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$

C $\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$

D $\dfrac{Q^2}{4\varepsilon_0 S}$

C

II

一、静电场环路定理

$$\boxed{\oint_{L(\text{任意})} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0}$$

二、电势

定义 $\varphi = \dfrac{W_e}{q_0}$

$$\boxed{\varphi_P = \int_{(P)\text{任意路径}}^{\text{电势零点}} \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

1. 利用电势定义，

步骤：

(1) 先算场强

(2) 选择合适的路径

(3) 积分(计算)

2. 电势叠加法

$\varphi = \sum \varphi_i$;　　$\varphi = \int d\varphi$

步骤：

(1) 选电荷元；

(2) 电荷元电势；

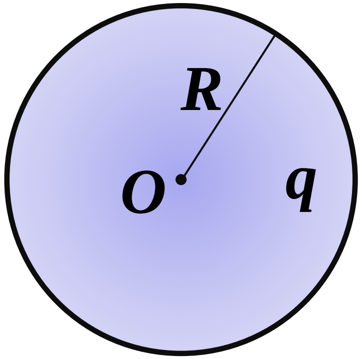
(3) 叠加。

求均匀带电球体的电势分布，并画 $\varphi — r$ 曲线。

设球体总带电荷量为 q，半径为 R。

解：由高斯定理可求得场强分布为

$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} & (r \le R) \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r & (r \ge R) \end{cases}$$



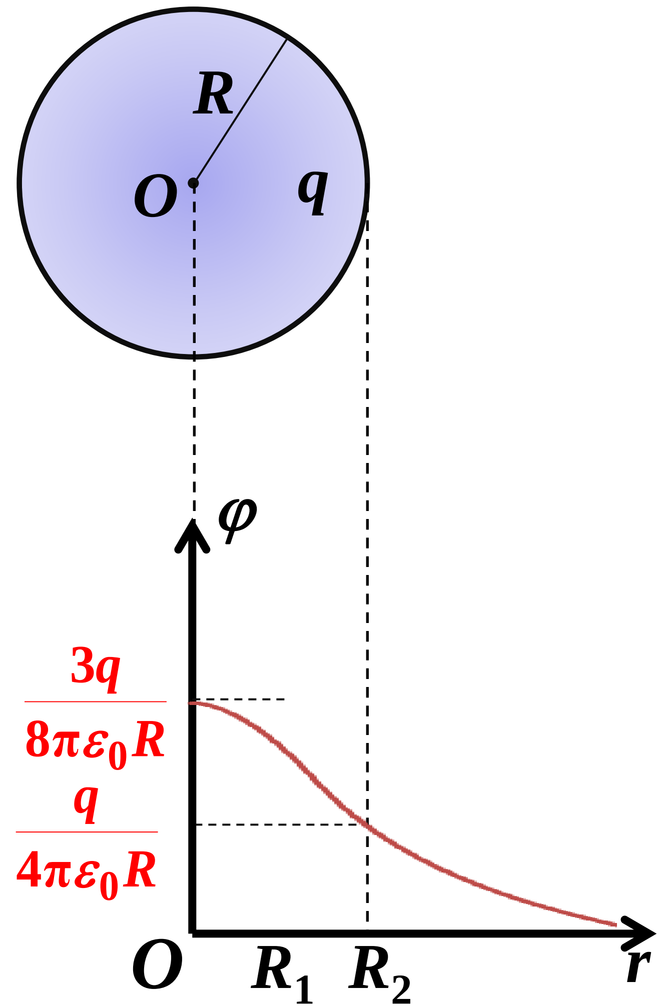
由电势的定义式 $\varphi = \int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}$ 求得电势分布

当 $r \le R$ 时，$\varphi = \int_r^\infty E\mathrm{d}r = \int_r^R \dfrac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\mathrm{d}r + \int_R^\infty \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r$

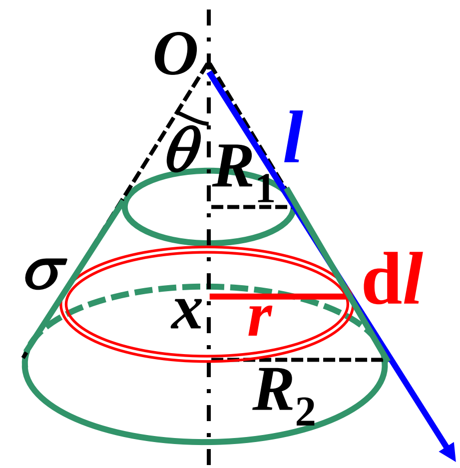
$$= \frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{R} - \frac{r^2}{R^3}\right) = \frac{q(3R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$$

当 $r \geq R$ 时， $\varphi = \int_r^\infty E \mathrm{d}r = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

φ—r 曲线如图所示：



如图所示，一锥顶角为 θ 的圆台，上下底面半径分别为 R_1 和 R_2，在它的侧面上均匀带电，电荷面密度为 σ。求顶点 O 的电势。



解：以顶点 O 作坐标原点，在任意位置 l 处宽度为 $\mathrm{d}l$ 的小圆环，其面积为

$$\mathrm{d}S = 2\pi r\mathrm{d}l = 2\pi l\sin\theta\mathrm{d}l$$

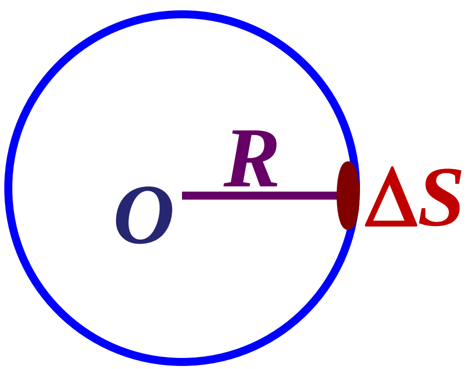
其上电荷量为 $\mathrm{d}q = \sigma\mathrm{d}S = 2\pi\sigma l\sin\theta\,\mathrm{d}l$

它在 O 点产生的电势为 $\mathrm{d}\varphi = \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 l} = \dfrac{\sigma\sin\theta\,\mathrm{d}l}{2\varepsilon_0}$

则 O 点的总电势为

$$\varphi = \int\mathrm{d}\varphi = \frac{\sigma\sin\theta}{2\varepsilon_0}\int_{l_1}^{l_2}\mathrm{d}l = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(R_2 - R_1)$$

真空中，一半径为 R 的均匀带电球面，总电荷量为 Q。今在球面上挖去很小一块面积 ΔS（连同其上电荷），若电荷分布不改变，则挖去小块后球心处电势（设无穷远电势为零）为 ________________。



$$\varphi_0=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(1-\frac{\Delta S}{4\pi R^2}\right)$$

1. 求解电场强度的方法：

（1）利用点电荷或电荷元场强公式和场强叠加原理，通过矢量积分求场强。

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r} \qquad \vec{E} = \int_{(Q)} \mathrm{d}\vec{E}$$

（2）在电荷分布有某种对称性条件下，通过高斯定理求场强。

2. 求解电势的方法：

（1）利用电势定义，利用场强积分法。

$$\varphi_P = \int_P^{\text{零点}} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

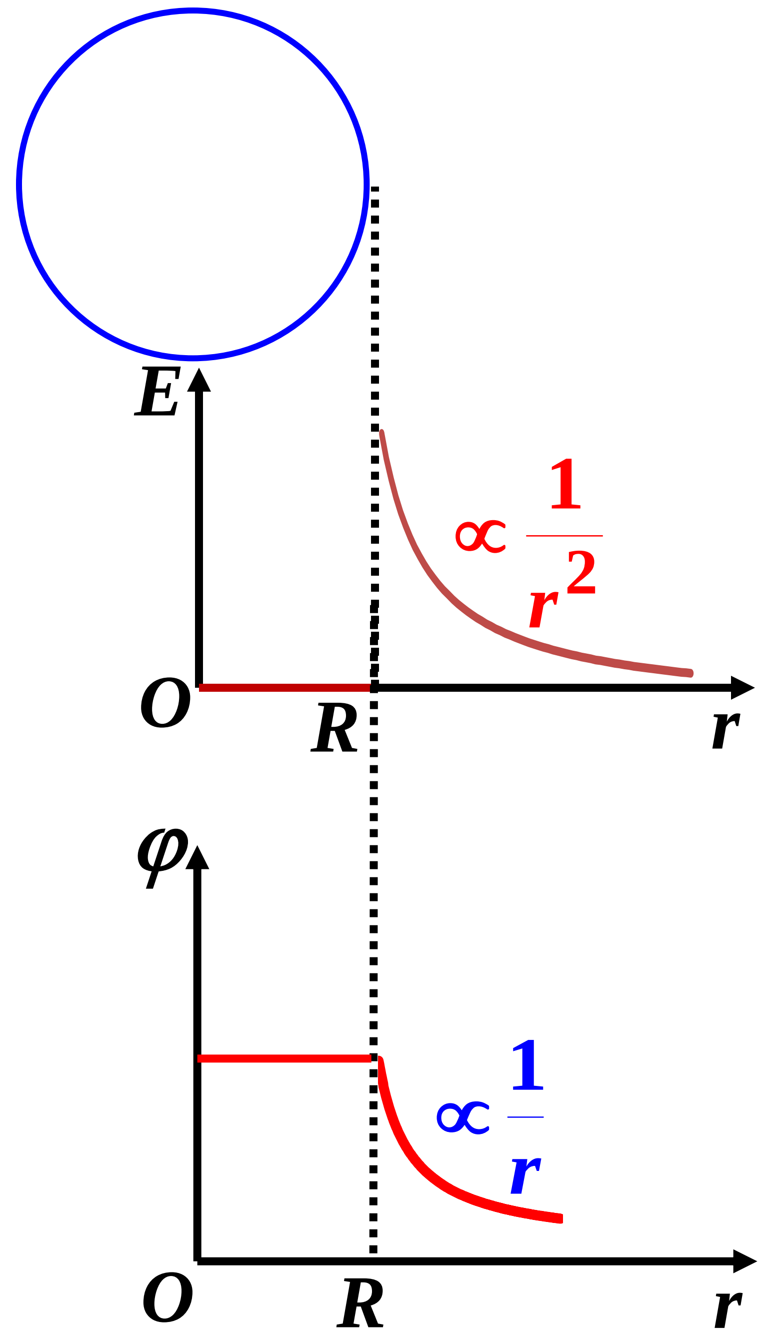
（2）电势叠加法。

$$\varphi = \int_{(Q)} \mathrm{d}\varphi$$

[例] 均匀带电球面 (*Q*, *R*)

$$\vec{E}=\begin{cases}0 & (r<R)\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r & (r>R)\end{cases}$$

$$\varphi=\begin{cases}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} & (r\le R)\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & (r>R)\end{cases}$$

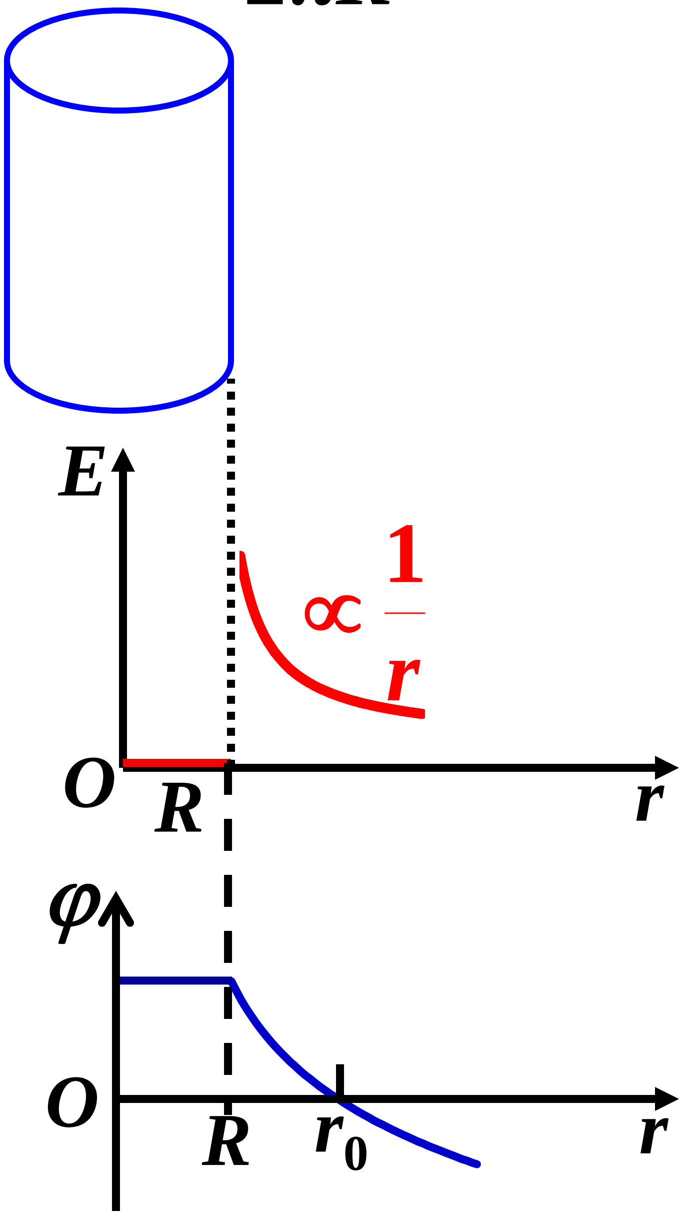


[例] 无限长均匀带电薄壁圆筒（σ，R） $\sigma = \dfrac{\lambda}{2\pi R}$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & (r < R) \\ \dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}\hat{e}_r = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{e}_r & (r > R) \end{cases}$$

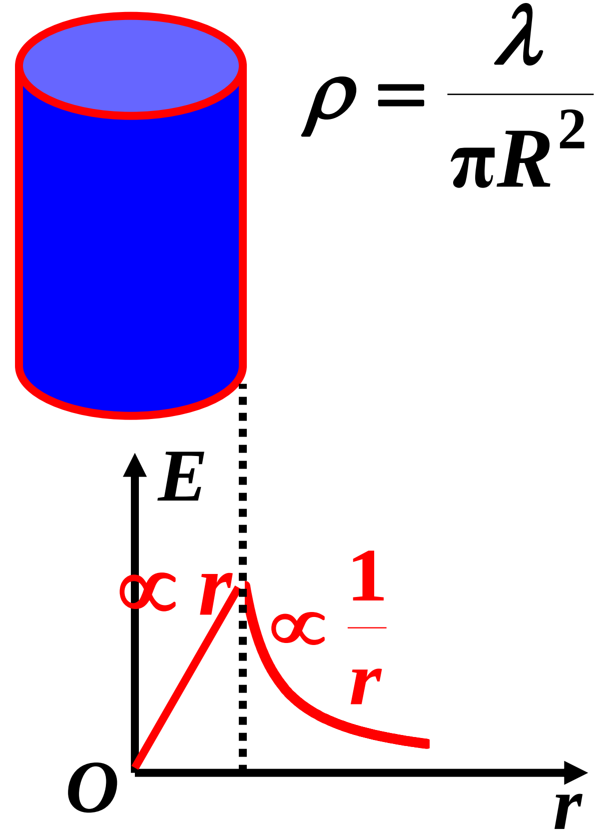
选 $\varphi_{r_0} = 0$

$$\varphi = \begin{cases} \dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0}\ln\dfrac{r_0}{R} & (r < R) \\ \dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0}\ln\dfrac{r_0}{r} & (r \geq R) \end{cases}$$



[例] 无限长均匀带电圆柱（ρ，R）

$$\rho = \frac{\lambda}{\pi R^2}$$



$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{e}_r = \dfrac{\lambda r}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\hat{e}_r & (r < R) \\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{e}_r = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{e}_r & (r \ge R) \end{cases}$$

选 $\varphi_{r_0} = 0$

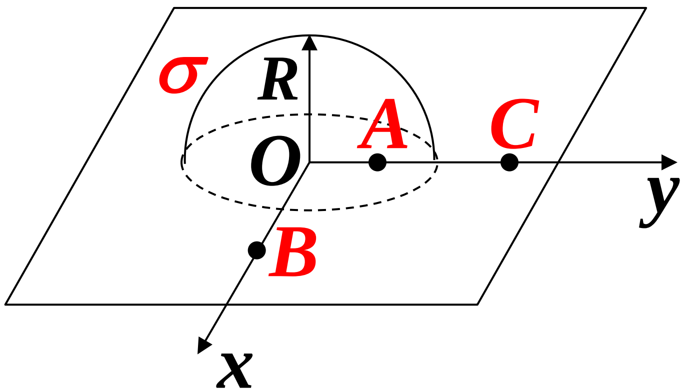
$$\varphi = \begin{cases} \dfrac{\rho}{4\varepsilon_0}(R^2 - r^2) + \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\dfrac{r_0}{R} & (r < R) \\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\dfrac{r_0}{r} & (r \ge R) \end{cases}$$

三、电势差

$$\boxed{U_{12}=\varphi_1-\varphi_2=\int_{(P_1)\text{任意路径}}^{(P_2)}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

[例] 在 xOy 面上倒扣着半径为 R 的半球面上电荷均匀分布，电荷面密度为 σ。A 点的坐标为(0，$R/2$)，B 点的坐标为($3R/2$，0)，求电势差 U_{AB}。

解：由对称性



$$\varphi_A = \frac{1}{2}\varphi_{A\text{整}} = \frac{1}{2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

Q 整个带电球面的电荷：$\sigma \cdot 4\pi R^2$

$$\varphi_B = \frac{1}{2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \frac{3R}{2}} = \frac{\sigma R}{3\varepsilon_0}$$

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \frac{\sigma R}{6\varepsilon_0}$$

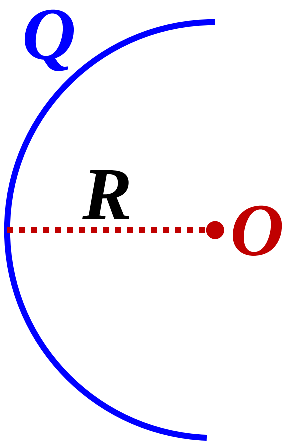
此题也可从电场的角度考虑

$$U_{AB} = U_{AC} = \frac{1}{2}U_{AC\text{整}} = \frac{1}{2}\int_A^C \vec{E}_{\text{整}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{1}{2}\int_R^{\frac{3}{2}R} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \frac{\sigma R}{6\varepsilon_0}$$

四、电场力的功

$$\boxed{A_{12}=q\int_{P_1}^{P_2}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=W_1-W_2=q(\varphi_1-\varphi_2)=qU_{12}}$$

真空中有一半径为 R 的半圆细环，均匀带电 Q，如图所示。设无穷远处为电势零点，则圆心 O 点处的电势 φ_0 = $\underline{\;Q/4\pi\varepsilon_0 R\;}$，若将一电荷量为 q 的点电荷从无穷远处移到圆心 O 点，则电场力做功 A = $\underline{\;-qQ/4\pi\varepsilon_0 R\;}$。



五、电势能

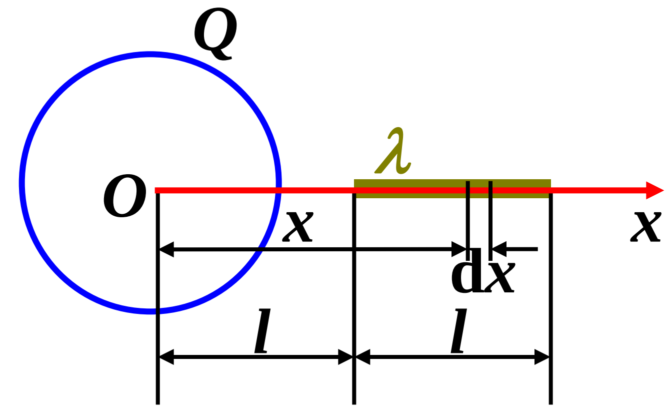
- 点电荷 q_0 在电场中的电势能为 $W_e = q_0\varphi$

氢原子中电子：$W_e = -\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

- 任意带电体在电场中的电势能为 $W_e = \int \varphi \, \mathrm{d}q$

[例] 如图所示，一半径为 R 的均匀带电球面，电荷量为 Q，沿半径方向有一均匀带电细线，电荷线密度为 λ，长度为 l，细线近端离球心的距离为 l。设球和细线上的电荷分布固定，求细线在电场中的电势能。

解： 均匀带电球面在球面外各点产生的电势为



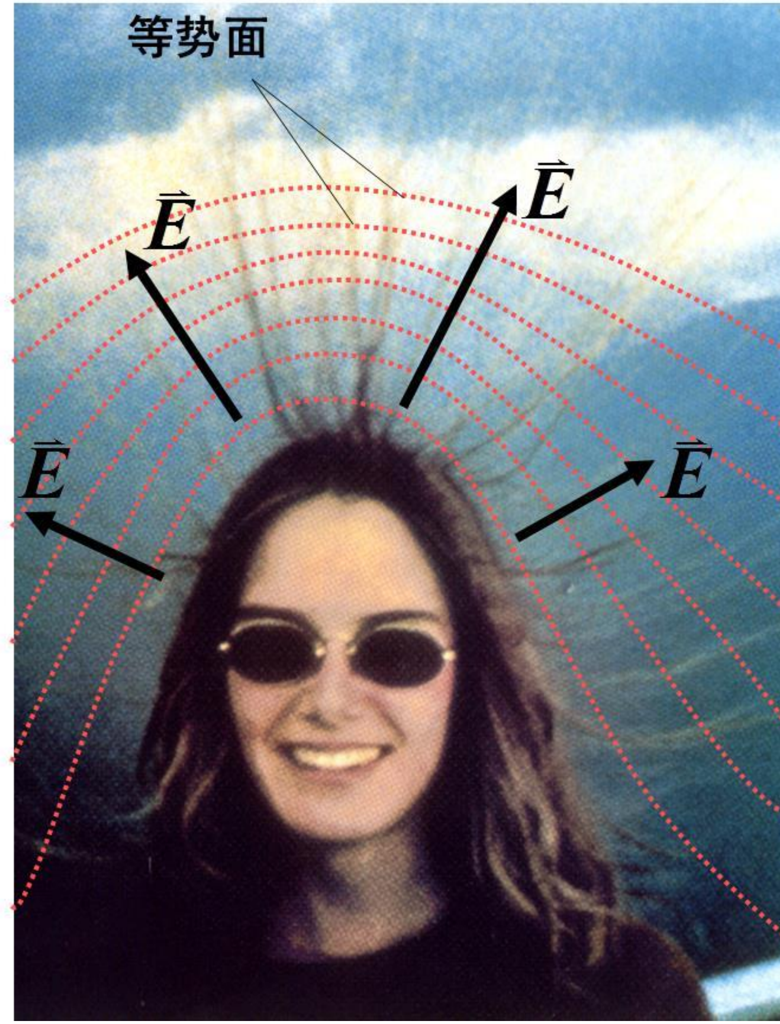
$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

取如图所示的坐标系，均匀带电细线在此电场中的电势能

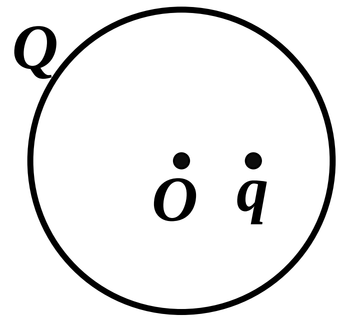
$$W_e = \int \varphi \mathrm{d}q = \int_l^{2l} \frac{Q\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{Q\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln 2$$

六、电场线与等势面的关系

- 电场线处处垂直等势面
- 电场线指向电势降的方向
- 等势面密的地方场强大



[例] 电荷 Q 均匀地分布在半径为 R 的球面上，与球心 O 相距 $R/2$ 处有一静止的点电荷 q，如图所示。球心 O 处电势为____________；过 O 点的等势面面积为____________。



解：球心 O 处电势为

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R/2}=\frac{Q+2q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

过O点的等势面为以 q 为中心的球面，故面积为

$$4\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2=\pi R^2$$

七、电场中的电偶极子

电偶极子（$\vec{p}$）在电场（$\vec{E}$）中所受的力矩

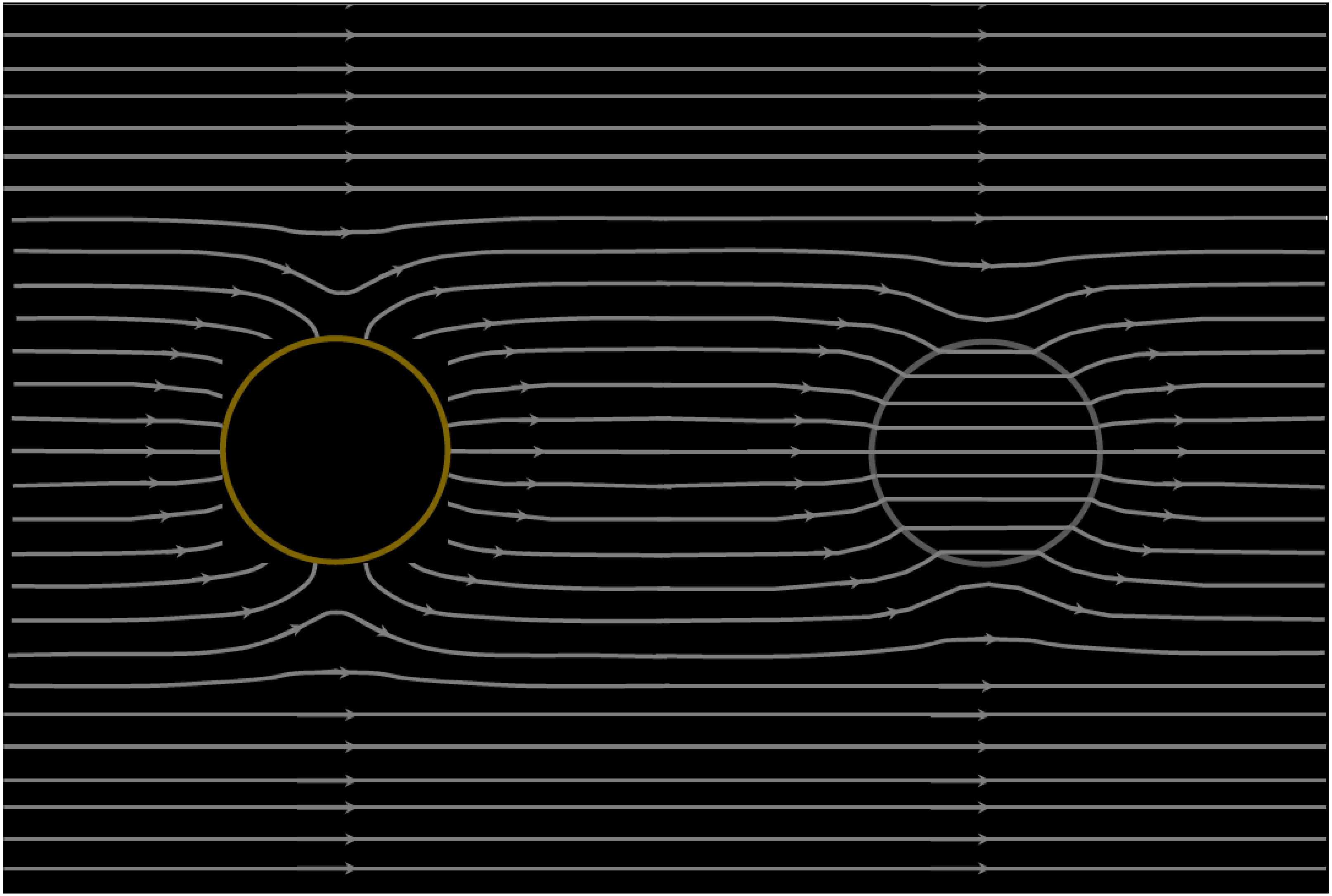
$$\boxed{\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

电偶极子（$\vec{p}$）在均匀外场（$\vec{E}$）中的势能

$$\boxed{W = -\vec{p} \cdot \vec{E}}$$

一偶极矩为 $\vec{p}$ 的电偶极子放在场强为 $\vec{E}$ 的均匀外电场中，$\vec{p}$ 与 $\vec{E}$ 的夹角为 α 角。在此电偶极子绕垂直于（$\vec{p}$，$\vec{E}$）平面的轴沿 α 角增加的方向转过 180° 的过程中，电场力做功 $A =$ ______ $-2pE\cos\alpha$ ______。

III 静电场中的导体和电介质



一、静电场中的导体

导体静电平衡的条件

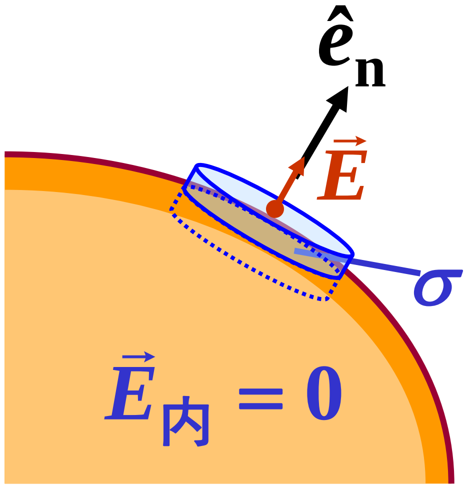
导体内部 $E_{内}=0$，$\vec{E}_{表面}\perp$表面。

导体成为等势体，表面成为等势面。

静电平衡时导体上电荷的分布

1. 导体带电只能在表面！

2. 表面附近：$\boxed{\vec{E}=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{e}_{\mathrm{n}}}$



3. 孤立导体处于静电平衡时，曲率越大的地方（表面凸出的尖锐部分），面电荷密度也大。

★ 有导体存在时静电场场量的计算

原则：

1. 静电平衡的条件

$$E_{内} = 0 \qquad \text{or} \quad \varphi = \text{const.}$$

2. 基本性质方程

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{i内}}{\varepsilon_0}; \qquad \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

3. 电荷守恒定律 $\sum_i Q_i = \text{const.}$

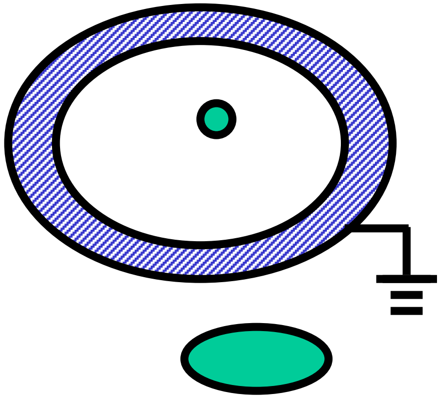
导体静电屏蔽：

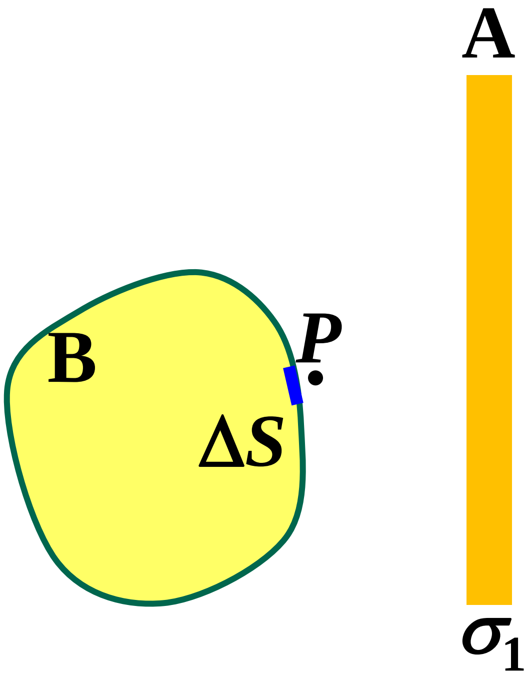
腔内场：

只与内部带电荷量及内部几何条件及介质有关（无论接地与否）；

腔外场（接地）：

只由外部带电荷量和外部几何条件及介质决定。





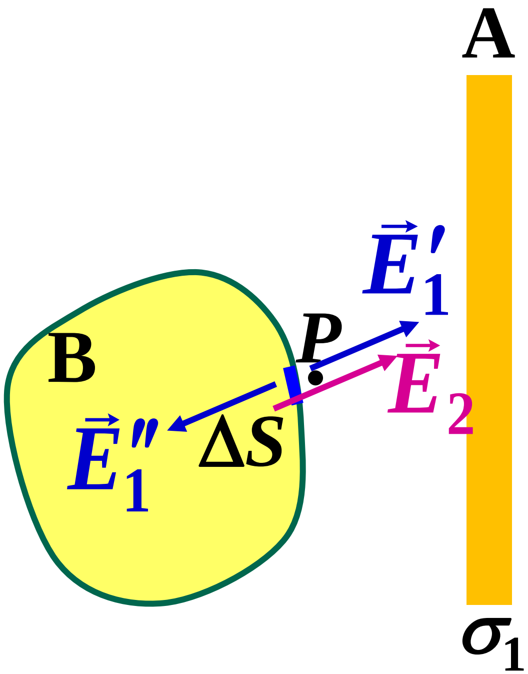
如图所示，电荷面密度为 σ_1 的均匀带电无限大平板 A 旁边有一带电导体 B，今测得 导体 B 表面靠近 P 点处的电荷面密度为 σ_2。求：（1）P 点处的电场强度；（2）导体 B 表面靠近 P 点处的电荷元 $\sigma_2\Delta S$ 所受的电场力?

解：（1）P 点处的场强大小为

$$E_P = \sigma_2 / \varepsilon_0$$

方向垂直于导体表面。

（2）ΔS 所带电荷在其两侧产生



$$\vec{E}_1' = -\vec{E}_1'' = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{e}_{\mathrm{n}}$$

除 ΔS 外的其它电荷在 ΔS 附近产生 $\vec{E}_2$

$$\vec{E}_{内} = \vec{E}_1'' + \vec{E}_2 = 0$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_1' = -\vec{E}_1'' = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{e}_{\mathrm{n}}$$

导体 B 表面靠近 P 点处的电荷元 $\sigma_2 \Delta S$ 所受的电场力

$$F = \sigma_2 \Delta S E_2 = \sigma_2 \Delta S \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_2^2}{2\varepsilon_0}\Delta S$$

方向垂直于导体表面指向导体外部。

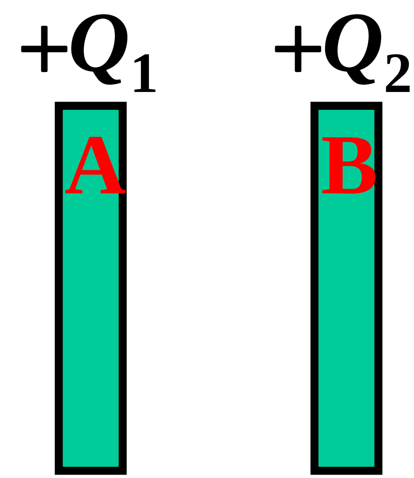
A、B 为两导体大平板，面积均为 S，平行放置，如图所示。A 板带电荷 $+Q_1$，B 板带电荷 $+Q_2$，如果使 B 板接地，则 AB 间电场强度的大小 E 为

A $\dfrac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}$。

B $\dfrac{Q_1-Q_2}{2\varepsilon_0 S}$。

C $\dfrac{Q_1}{\varepsilon_0 S}$。

D $\dfrac{Q_1+Q_2}{2\varepsilon_0 S}$。



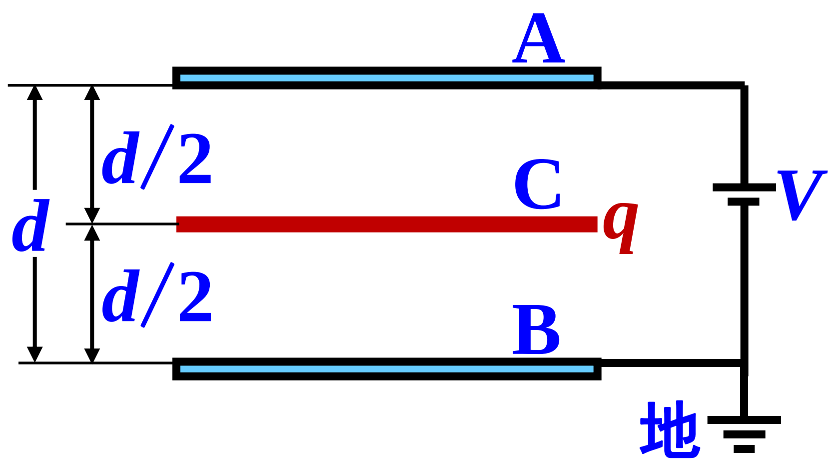
C

一“无限大”空气平板电容器，极板 A 和 B 的面积都是 S，两极板间距为 d。联接电源后 A 板电势 $\varphi_A = V$， B 板电势 $\varphi_B = 0$。现将一所带电荷量为 q、面积也为 S 而厚度可忽略不计的导体片 C 平行的插在两极板中间位置(如图所示)，则 C 片的电势 $\varphi_C =$ ________。

解：设导体片 C 两面带 Q_1、Q_2，

则 AC、CB 间场强分别为(向下为正)

$$E_1 = \frac{-Q_1}{\varepsilon_0 S};\quad E_2 = \frac{Q_2}{\varepsilon_0 S}$$



$$\begin{cases} V = \dfrac{-Q_1}{\varepsilon_0 S}\dfrac{d}{2} + \dfrac{Q_2}{\varepsilon_0 S}\dfrac{d}{2} \\ q = Q_1 + Q_2 \end{cases}$$

联立解出 Q_1、Q_2，则

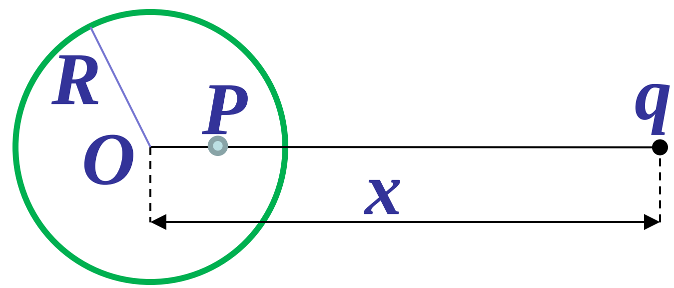
$$\varphi_C = \frac{Q_2}{\varepsilon_0 S}\frac{d}{2} = \frac{1}{2}\left(V + \frac{qd}{2\varepsilon_0 S}\right)$$

半径为 R、圆心位于 O 点的导体球所带电荷量为 Q。将所带电荷量为 q（>0）的点电荷放在导体球外距球心 O 点为 x（$x>R$）处，如图所示。P 点在点电荷 q 与球心 O 的连线上，且 $OP=R/2$。求：（1）O 点的场强和电势；（2）导体球上电荷在 P 点激发电场的场强和电势。

解：（1）根据静电平衡条件，O 点的场强为零。

球心 O 点的电势为

$$\varphi_O=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$



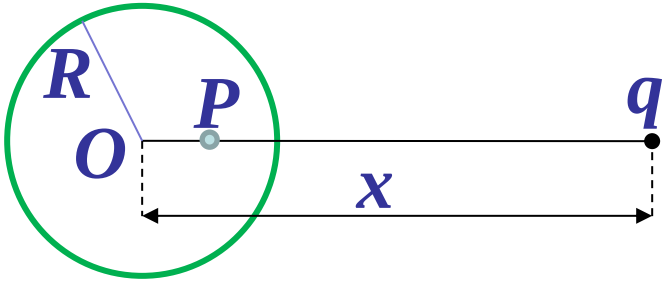
（2）根据静电平衡条件，P 点总的电场强度为零。所求场强等于总场强减去球外点电荷 q 产生的场强。

$$E'_P=0-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(x-\dfrac{R}{2}\right)^2}$$

方向沿球心 O 与点电荷 q 的连线，向右指向点电荷。

P 点的电势是导体球面上非均匀分布的电荷及球外点电荷 q 所共同产生的，于是，所求电势等于总电势减去球外点电荷 q 产生的电势。

$$\varphi_P' = \varphi_P - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(x - \frac{R}{2}\right)}$$



导体达到静电平衡后，P 点的电势与 O 的电势相等，即

$$\varphi_P = \varphi_O = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

导体球上电荷在 P 点激发电场的电势

$$\varphi_P' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(x - \frac{R}{2}\right)}$$

二、静电场中的电介质

电位移矢量 $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$ 单位 $\boxed{\mathrm{C/m^2}}$

$\vec{D}$ 的高斯定理 $\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\sum q_{0\,\mathrm{int}}$

各向同性、线性电介质

$\vec{D}$ 的高斯定理 $\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\sum q_{0\,\mathrm{int}}}$

$\vec{D}$ 与 $\vec{E}$ 的关系 $\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}\vec{E}=\varepsilon\vec{E}}$

$\vec{P}$ 与 $\vec{E}$ 的关系 $\boxed{\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_\mathrm{r}-1)\vec{E}}$

σ' 与 $\vec{P}$ 的关系 $\boxed{\sigma'=\vec{P}\cdot\hat{e}_\mathrm{n}}$

q' 与 σ' 的关系 $\boxed{q'=\int\sigma'\mathrm{d}S}$

$$q_{0\,\mathrm{int}}\Downarrow\vec{D}\Downarrow\vec{E}\Downarrow\vec{P}\Downarrow\sigma'\Downarrow q'$$

当自由电荷 $q_{0\mathrm{int}}$ 和电介质分布具一定对称性时，应用 $\vec{D}$ 高斯定理便于解决问题。

[例] 两个同心的薄金属球壳，内、外球壳半径分别为 R_1 和 R_2。球壳间充满两层均匀电介质，它们的相对介电常数分别为 ε_{r1} 和 ε_{r2}，两层电介质的分界面半径为 R。设内球壳带电荷量为 Q，求：

(1) $\vec{D}$ 和 $\vec{E}$ 的分布；

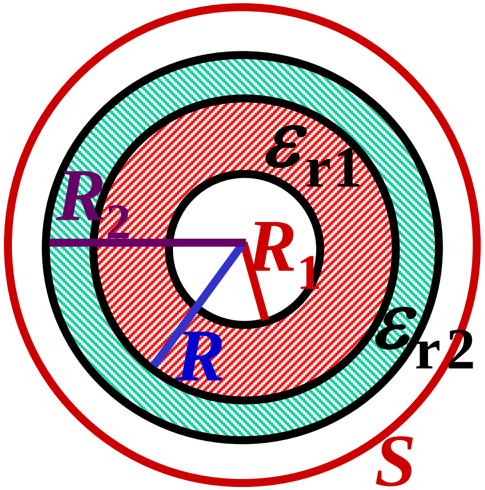
(2) 两球壳之间的电势差；

(3) 贴近内金属壳的电介质表面上的束缚电荷面密度。

解：(1) 由 $\vec{D}$ 的高斯定理可得

$$r < R_1: \quad D = 0$$

$$r > R_1: \quad \vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\hat{e}_r$$



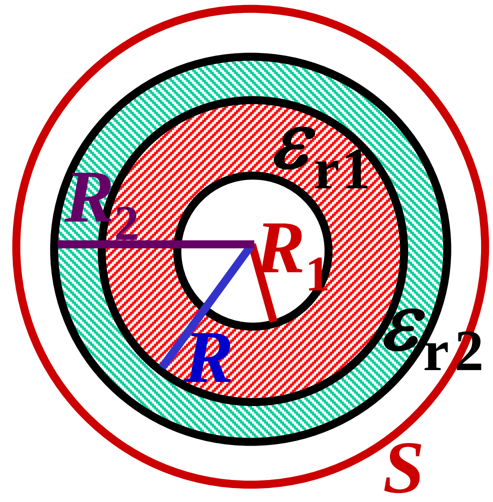
再由 $\vec{E} = \vec{D}/\varepsilon_0\varepsilon_r$ 可得

$$r < R_1: \quad E = 0$$

$$R_1 < r < R: \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r^2}\hat{e}_r$$

$$R < r < R_2: \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r^2}\hat{e}_r$$

$$r > R_2: \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$$



（2）两球壳之间的电势差为

$$U = \int_{R_1}^{R} E\mathrm{d}r + \int_{R}^{R_2} E\mathrm{d}r$$

$$= \int_{R_1}^{R} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r^2}\mathrm{d}r + \int_{R}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r^2}\mathrm{d}r$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\varepsilon_{r1}R_1} - \frac{1}{\varepsilon_{r1}R} + \frac{1}{\varepsilon_{r2}R} - \frac{1}{\varepsilon_{r2}R_2}\right)$$

（3）$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_{r1} - 1)\vec{E}$

$$\sigma' = \vec{P}\cdot\hat{e}_n = -\varepsilon_0(\varepsilon_{r1} - 1)E = -\varepsilon_0(\varepsilon_{r1} - 1)\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r^2}$$

电容器 $\boxed{C = Q/U}$

电容的计算方法　设 $\pm Q \to \vec{E} \to U_{\pm} \to C = Q/U$

串联：$\dfrac{1}{C} = \sum \dfrac{1}{C_i}$　并联：$C = \sum C_i$

导体球　$\boxed{C = 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r R}$

平板电容器　$\boxed{C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} = \dfrac{\varepsilon S}{d}}$

柱形电容器　$C = \dfrac{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l}{\ln(R_2/R_1)}$

球形电容器　$C = 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}$

能量 $W = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C} = \dfrac{1}{2} C U^2$

电容器贮能

$$W_e=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU$$

电场能量密度

$$w_e=DE/2=\varepsilon_0\varepsilon_r E^2/2$$

电场能量

$$W_e=\int w_e \mathrm{d}V=\int\frac{DE}{2}\mathrm{d}V$$

平行板电容器充电后，

板面积、间距变化、插入电介质或金属板，板间电场及能量的变化；

去掉(不去掉)电源，板间电场及能量的变化。

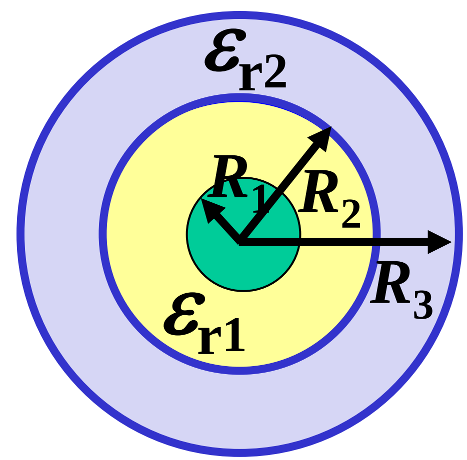
例 一柱形电容器的两极分别为半径为 R_1 的无限长导体圆柱和半径为 R_3 的无限长导体圆筒。两导体共轴，其间充以两层均匀电介质。内、外两层介质的相对介电常数分别为 ε_{r1} 和 ε_{r2}，分界面的半径是 R_2，如图所示。

（1）计算该电容器单位长度的电容；

（2）若两极间电压为 U，求电容器单位长度储存的能量。

解：（1）设导体圆柱带电的电荷线密度为 λ，

则内层电介质中的电场强度大小为



$$E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r} \quad (R_1 < r < R_2)$$

外层电介质中的电场强度大小为

$$E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r} \quad (R_2 < r < R_3)$$

两导体间的电势差为

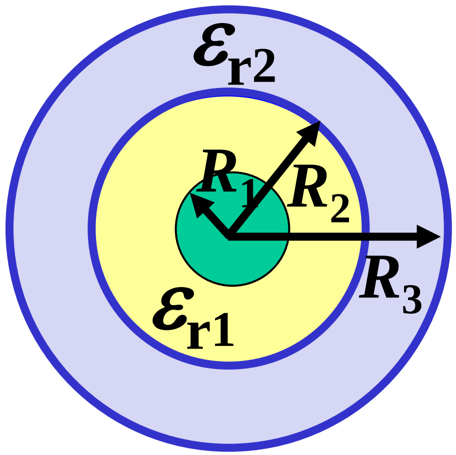
$$U = \int_{R_1}^{R_2} E_1 \mathrm{d}r + \int_{R_2}^{R_3} E_2 \mathrm{d}r = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r}\mathrm{d}r + \int_{R_2}^{R_3} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r}\mathrm{d}r$$

$$U=\int_{R_1}^{R_2}E_1\mathrm{d}r+\int_{R_2}^{R_3}E_2\mathrm{d}r=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r}\mathrm{d}r+\int_{R_2}^{R_3}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}\ln\frac{R_2}{R_1}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}\ln\frac{R_3}{R_2}$$

则电缆单位长度的电容为

$$C=\frac{\lambda}{U}=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{\varepsilon_{r1}}\ln\frac{R_2}{R_1}+\frac{1}{\varepsilon_{r2}}\ln\frac{R_3}{R_2}}$$



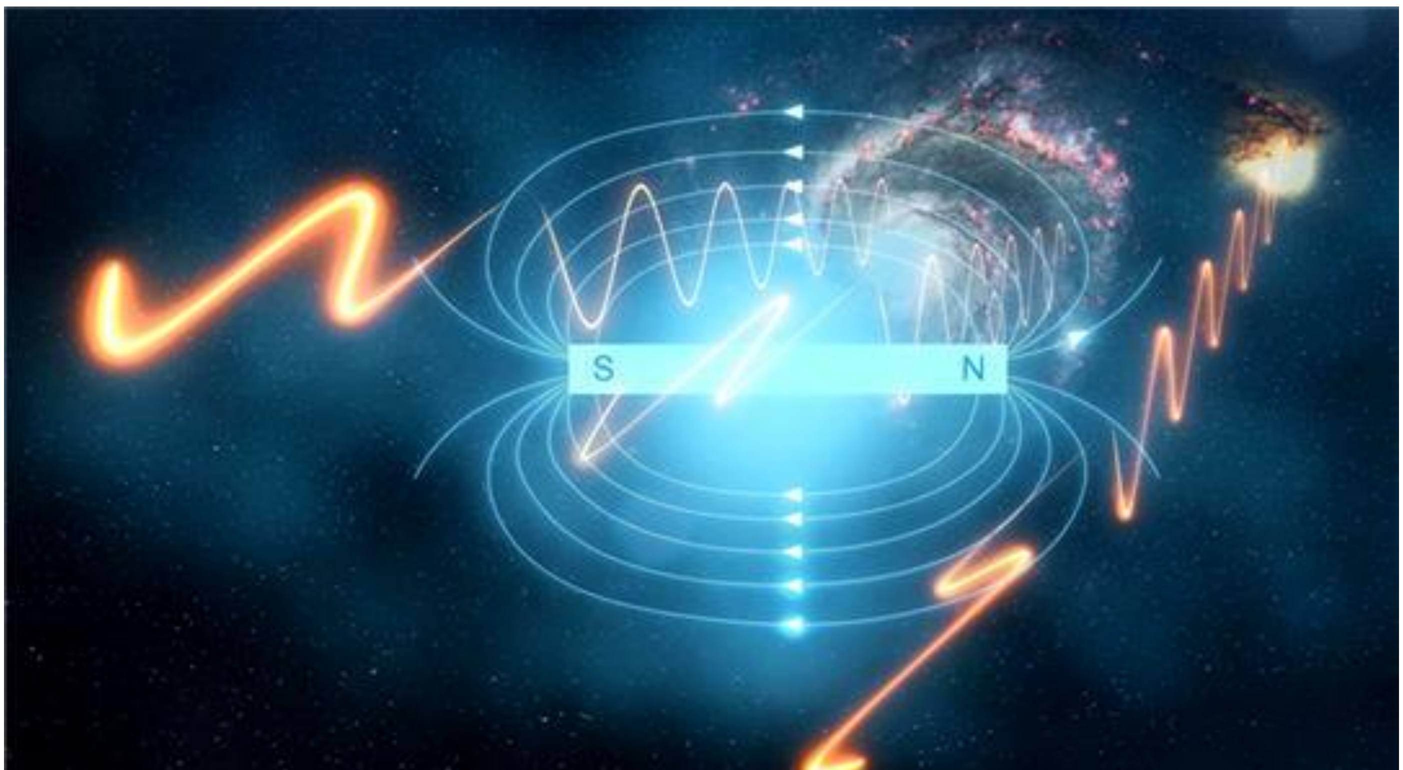
（2）电容器单位长度储存的静电能为

$$W_e=\frac{1}{2}CU^2=\frac{\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{\varepsilon_{r1}}\ln\frac{R_2}{R_1}+\frac{1}{\varepsilon_{r2}}\ln\frac{R_3}{R_2}}U^2$$

- 电磁学
  - 静电场
    - 真空
    - 导体和电介质
  - 恒定磁场
    - 真空
    - 磁介质
  - 电磁场
    - 电磁感应
    - 麦克斯韦方程组

I

磁感应强度 $\vec{B}$ 的计算



磁感应强度 $\vec{B}$ 的计算

毕–萨定律 $$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{e}_r}{r^2}$$

+

磁场叠加原理 $$\vec{B}=\int_L \mathrm{d}\vec{B}$$

毕–萨定律

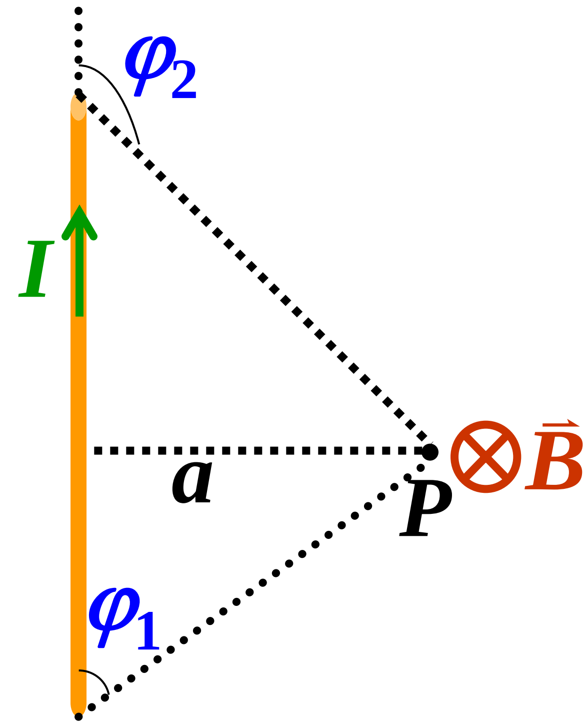
$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{e}_r}{r^2}$$

- 有限长载流直导线的磁感应强度 $\vec{B}$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\varphi_1-\cos\varphi_2)$$

方向：右手法则

（理解各量的意义）



无限长直导线

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

半无限长直导线端点外

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

场点在直电流或它的延长线上

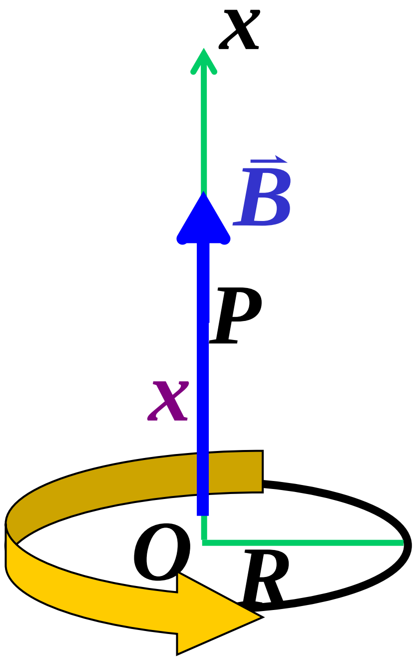
$$B=0$$

- 圆电流的中心轴线上的磁场

$$\boxed{B=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}}$$

（1）方向：右手定则

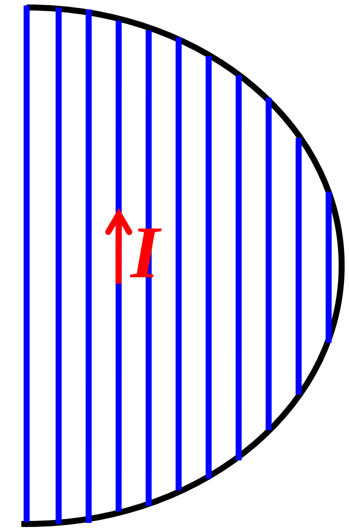
（2）$x=0$ 圆心处 $\boxed{B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}}$



1/*n* 电流圆弧的圆心 $\boxed{B=\dfrac{\mu_0 I}{2nR}}$

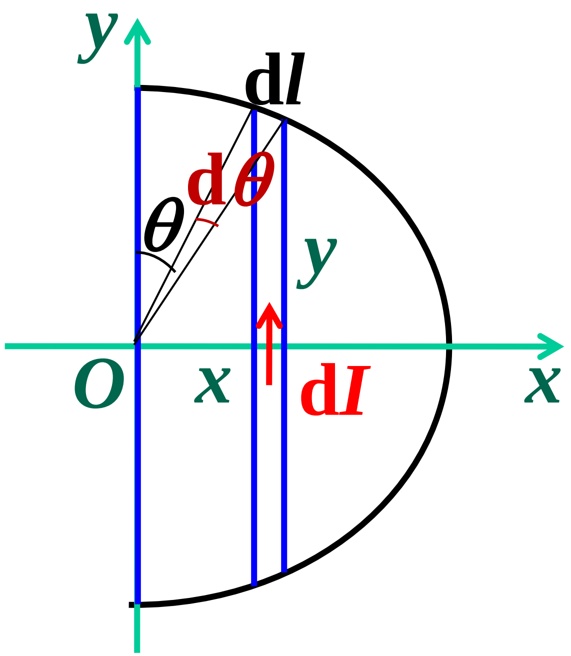
（3）$x>>R$ $\quad B=\dfrac{\mu_0}{2}\dfrac{IR^2}{x^3}$

［例］如图所示，半径为 R 的木球上绕有细导线，所有线圈依次紧密排列，单层盖住半个球面，共有 N 匝。设导线中电流为 I，求球心处的磁感应强度。



解：建立如图所示的坐标系 Oxy。

在坐标 x 处取半径为 y，宽为 $\mathrm{d}l$ 的元电流（窄圆环），其所在处球面半径与 y 轴夹角为 θ。



窄圆环上的电流匝数为 $\mathrm{d}N=\dfrac{N}{\pi R/2}\mathrm{d}l$

其上电流为 $\mathrm{d}I=I\mathrm{d}N=I\dfrac{N\mathrm{d}l}{\pi R/2}$

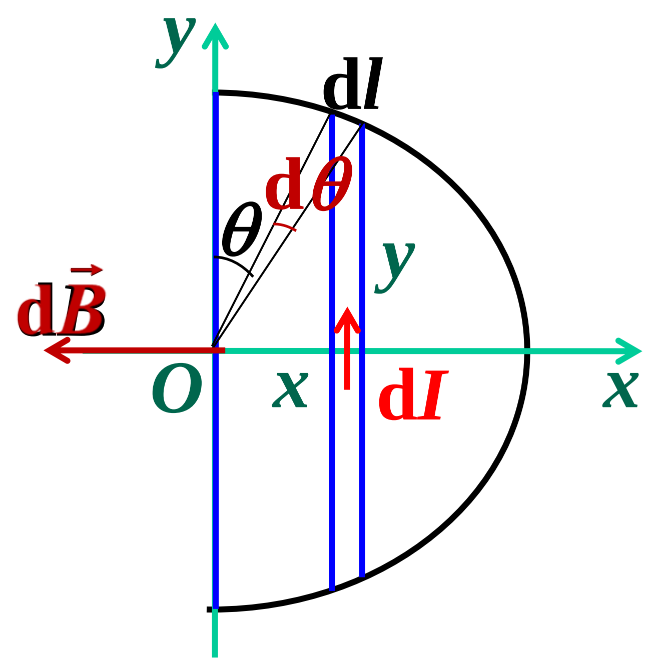
该窄圆环在圆心 O 处产生的磁感应强度大小为

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{2}\frac{\mathrm{d}Iy^2}{R^3} = \frac{\mu_0 IN\mathrm{d}ly^2}{\pi R^4}$$

将 $y = R\cos\theta$，$\mathrm{d}l = R\mathrm{d}\theta$ 代入

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 IN}{\pi R}\cos^2\theta\mathrm{d}\theta$$

方向沿 x 轴负向。



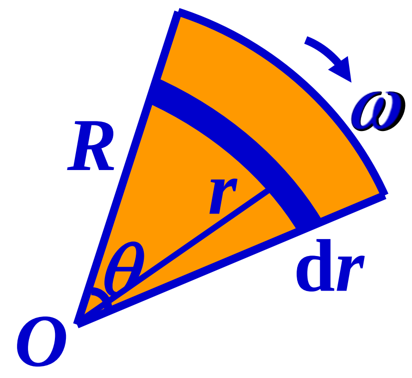
O 点的总磁感应强度大小

$$B = \int \mathrm{d}B = \int_0^{\pi/2}\frac{\mu_0 IN}{\pi R}\cos^2\theta\mathrm{d}\theta = \frac{\mu_0 IN}{4R}$$

方向沿 x 轴负向。

［例］如图所示，一扇形薄片，半径为 R，张角为 θ，其上均匀分布正电荷，面密度为 σ。薄片绕过顶角 O 点且垂直于薄片的轴转动，角速度为 ω，求 O 点处的磁感应强度。

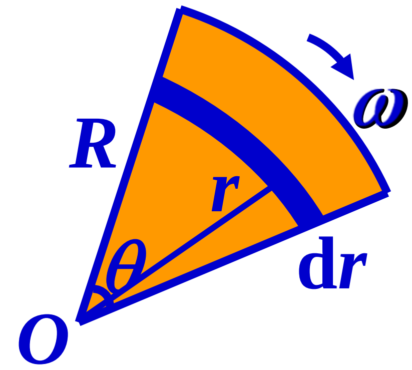
解：将扇形分割成许多弧形窄条，任取其中一半径为 r，宽为 $\mathrm{d}r$ 的窄条，其所带电荷量为



$$\mathrm{d}q = \sigma\theta r \mathrm{d}r$$

解：将扇形分割成许多弧形窄条，任取其中一半径为 r，宽为 $\mathrm{d}r$ 的窄条，其所带电荷量为

$$\mathrm{d}q = \sigma\theta\, r\mathrm{d}r$$



旋转时，相当于一圆电流

$$\mathrm{d}I = \frac{\mathrm{d}q}{T} = \frac{\mathrm{d}q}{2\pi/\omega} = \frac{\omega\sigma\theta r\mathrm{d}r}{2\pi}$$

圆电流 $\mathrm{d}I$ 在 O 点处的磁感应强度大小为

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2r} \qquad \otimes$$

整个扇形薄片在 O 点处的磁感应强度大小为

$$B = \int_0^R \mathrm{d}B = \frac{\mu_0\omega\sigma\theta R}{4\pi} \qquad \otimes$$

磁感应强度$\vec{B}$的计算

毕-萨定律 $$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{e}_r}{r^2}$$

+

磁场叠加原理 $$\vec{B}=\int\mathrm{d}\vec{B}$$

安培环路定理 $$\oint_{(L)}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_i I_{i内}$$

+

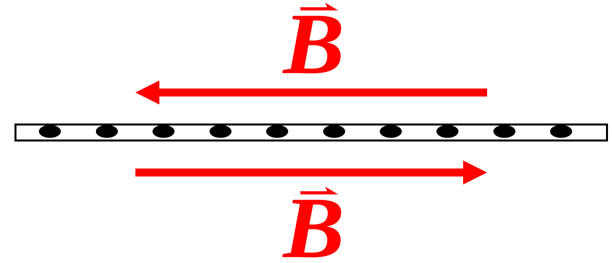
对称性

典型电流分布的磁场

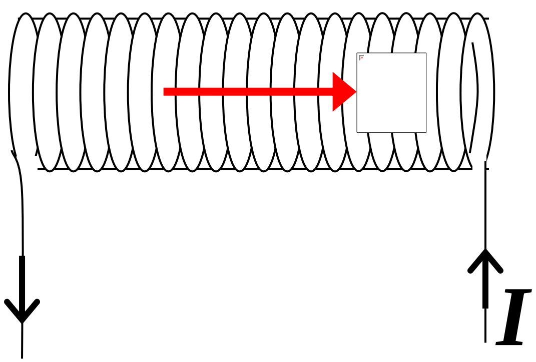
几种典型电流的 $\vec{B}$(1) —— 安培环路定理的应用结果

1. 无限大载流平面磁场

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 i}{2}}$$



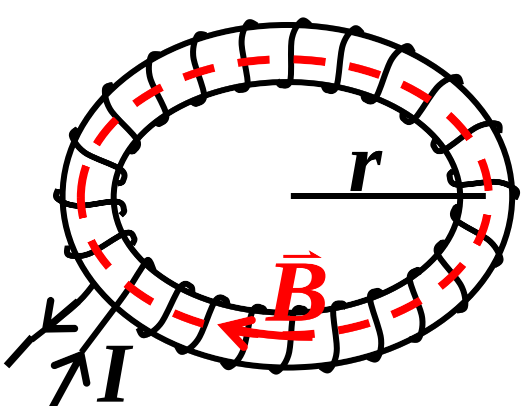
2. “无限长”载流密绕直螺线管



$$\left\{\begin{array}{l} B_{内}=\mu_0 nI \\ B_{外}=0 \end{array}\right.$$

方向：右手法则

3. 均匀密绕细螺绕环



$$\left\{\begin{array}{l} B_{内}=\mu_0 \dfrac{N}{2\pi r} I \\ B_{外}=0 \end{array}\right.$$

方向：右手法则

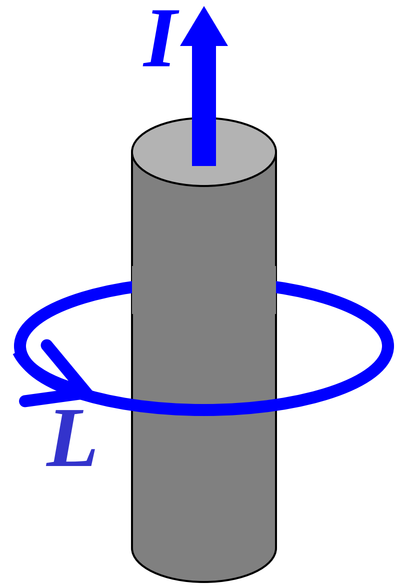
几种典型电流的 $\vec{B}$ (2)

—— 安培环路定理的应用结果

4. “无限长”载流薄圆筒

方向：右手法则

$$\boxed{B_{内}=0,\qquad B_{外}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$



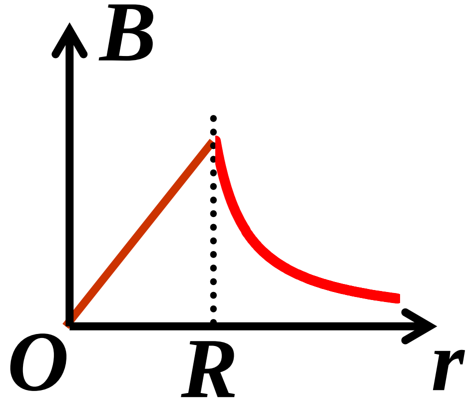
5. “无限长”载流圆柱体

方向：右手法则

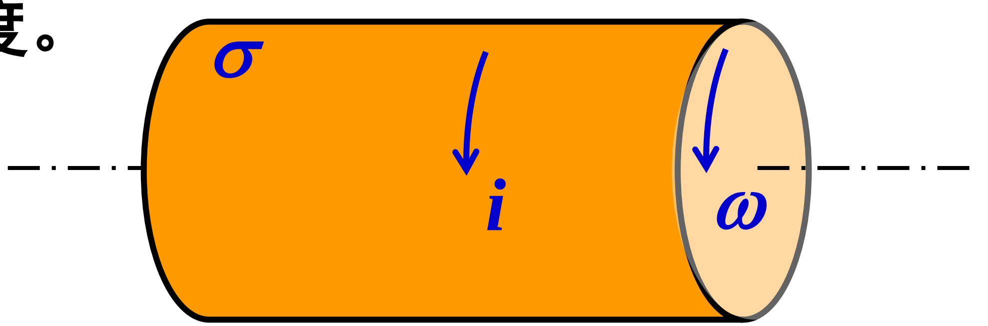
$$\boxed{\vec{B}_{内}=\frac{\mu_0}{2}\vec{J}\times\vec{r}}$$

$$B_{内}=\frac{\mu_0 r}{2\pi R^2}I$$

$$B_{外}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



如图所示，一半径为 R 的均匀带电无限长直圆筒，面电荷密度为 σ。该筒以速度 ω 绕其轴线匀速旋转。试求圆筒内部的磁感应强度。



解：如图所示，圆筒旋转时相当于圆筒上具有同向的面电流密度（单位长度的电流强度）i：

$$i = 2\pi R\sigma\omega/(2\pi) = R\sigma\omega$$

其中，$2\pi R\sigma$ 是单位长度的电荷量。

可得 $B = \mu_0 i = \mu_0 R\sigma\omega$

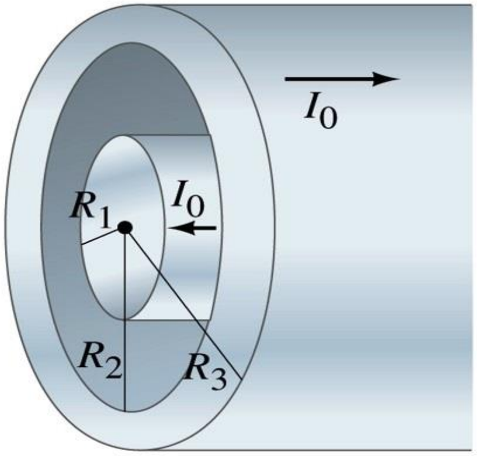
当 $\sigma > 0$ 时，方向平行于轴线向右。

如图所示，一无限长同轴电缆，内导体圆柱的半径为 R_1，外导体的内、外半径分别为 R_2 和 R_3。电流 I_0 流入内导体圆柱的横截面，并沿外导体流回，但电流密度沿径向线性变化：$j_1 = C_1 r$（内导体），$j_2 = C_2 r$（外导体）。

试计算以下各处的磁感应强度：

（1）$r < R_1$；（2）$R_1 < r < R_2$；

（3）$R_2 < r < R_3$；（4）$r > R_3$。



解：　在内导体圆柱中

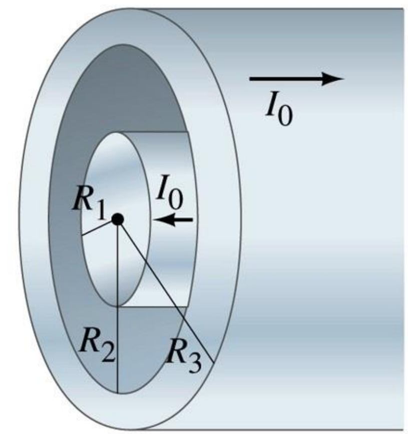
$$I_0 = \int_0^{R_1} j_1 2\pi r \mathrm{d}r = 2\pi C_1 \int_0^{R_1} r^2 \mathrm{d}r = \frac{2\pi C_1 R_1^3}{3}$$

因此　$$C_1 = \frac{3I_0}{2\pi R_1^3}$$

在外导体圆筒中

$$I_0 = \int_{R_2}^{R_3} j_2 2\pi r \mathrm{d}r = 2\pi C_2 \int_{R_2}^{R_3} r^2 \mathrm{d}r = \frac{2\pi C_2 (R_3^3 - R_2^3)}{3}$$

因此 $$C_2 = \frac{3I_0}{2\pi(R_3^3 - R_2^3)}$$

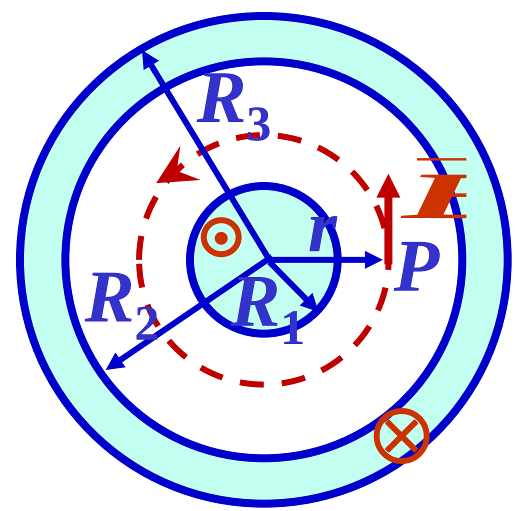


根据安培环路定理有

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\mathrm{d}l = 2\pi r B = \mu_0 \sum I_{内}$$

(1) $r < R_1$ $$\sum I_{内} = \int_0^r C_1 r 2\pi r \mathrm{d}r = \frac{2\pi C_1 r^3}{3}$$

$$B = \frac{\mu_0 C_1 r^2}{3} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R_1^3} r^2$$

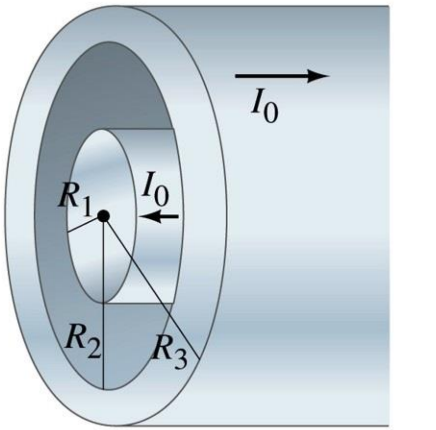


(2) $R_1 < r < R_2$

$$\sum I_{内} = I_0, \quad B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

(3) $R_2 < r < R_3$

$$\sum I_{内} = I_0 - \int_{R_2}^{r} C_2 r 2\pi r \mathrm{d}r = I_0 - \frac{2\pi C_2 (r^3 - R_2^3)}{3}$$

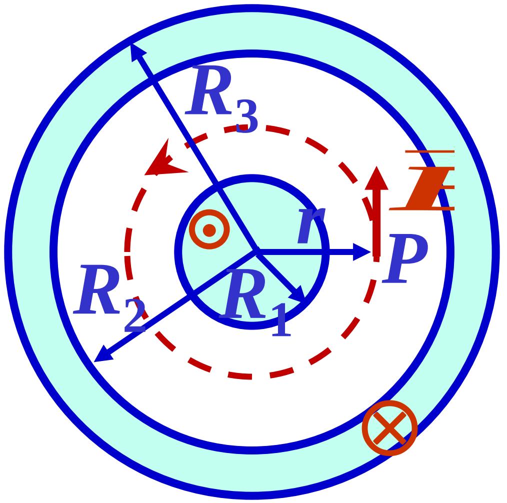


$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\frac{R_3^3 - r^3}{R_3^3 - R_2^3}$$

(4) $r > R_3$

$$\sum I_{内} = 0$$

$$B = 0$$



II

磁通量 —— 通过某一面积 S 的磁感应线的总条数

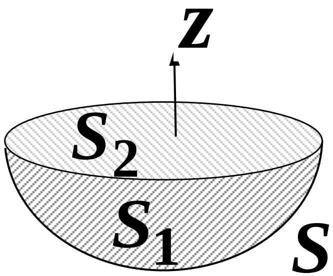
$$\boxed{\Phi_{\mathrm{m}} = \int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

单位： 韦伯 Wb

磁场的高斯定理

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0}$$

一磁场的磁感强度为 $\vec{B}=a\hat{i}+b\hat{j}+c\hat{k}$（SI），则通过一半径为 R，开口向 z 轴正方向的半球壳表面的磁通量的大小为____$-\pi R^2 c$____Wb。



$$\Phi_{\mathrm{m}}=\int_{S_1}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\int_{S_2}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$=-\int_{S_2}(a\hat{i}+b\hat{j}+c\hat{k})\cdot\mathrm{d}S\hat{k}$$

$$=-S_2 c$$

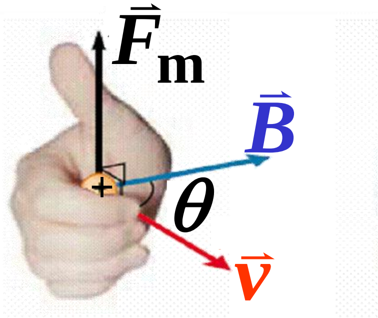
III

磁力

——与受力电荷运动有关的运动电荷之间相互作用。

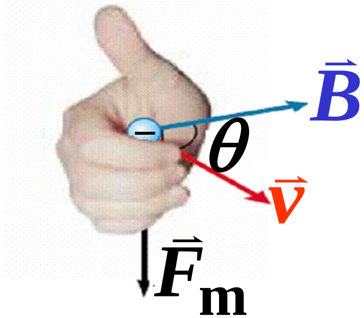
磁力

1. 洛伦兹力 —— 运动电荷在磁场中受力：$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v} \times \vec{B}}$



$q\vec{v}$、$\vec{B}$、$\vec{F}$ 构成右手系

（注意 q 为正和负两种情况）



q 在垂直于磁场的平面内做匀速圆周运动，磁力为向心力。

$$\boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$ 半径 $R \propto v$

$$\boxed{T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}}$$ 周期 T 与 v 无关

若 $\vec{v}$ 与 $\vec{B}$ 成 θ 角 —— q 做螺旋线运动。

$$\boxed{R = \frac{mv\sin\theta}{qB}}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}$$

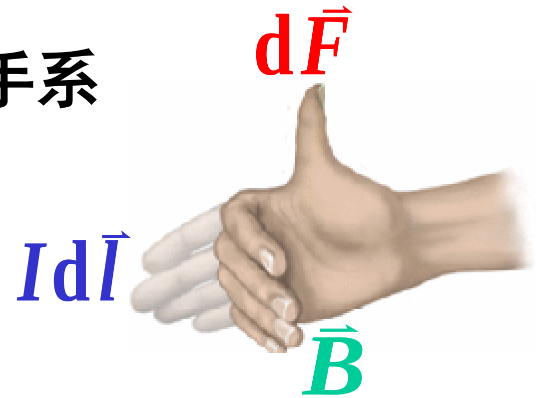
螺距 $$\boxed{h = \frac{2\pi m}{qB} v\cos\theta}$$

2. 安培力 —— 电流元在磁场中受力：

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

$$\vec{F} = \int \mathrm{d}\vec{F}$$

$I\mathrm{d}\vec{l}$、$\vec{B}$、$\mathrm{d}\vec{F}$ 构成右手系



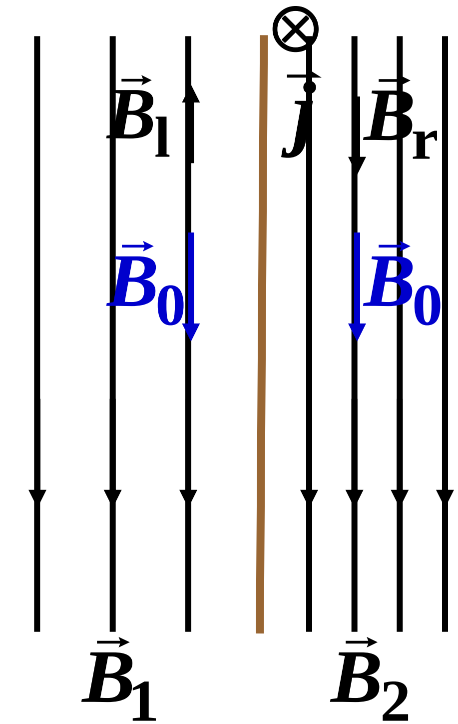
均匀磁场中弯曲通电导线受的磁力等于从起点到终点连的直导线通有相同电流时所受磁力。

从安培力角度来看 $\vec{B}$ 的量值的物理意义：

—— 单位电流元在该处所受的最大安培力。

$$\boxed{B = \frac{(\mathrm{d}F_{安})_{\max}}{I\mathrm{d}l}}$$

将一均匀分布着电流的无限大载流平面放入均匀磁场中，电流方向与此磁场垂直。已知平面两侧的磁感应强度分别为 $\vec{B}_1$ 和 $\vec{B}_2$(如图)，求该载流平面单位面积所受的磁场力的大小和方向。



解：载流平面在其两侧产生的磁场

$$B_\mathrm{l} = B_\mathrm{r} = \mu_0 j/2，方向相反。$$

均匀外磁场 $\vec{B}_0$ 在平面两侧方向相同。由图所示的 $\vec{B}$ 线的疏密可知 $B_2 > B_1$，因此 $\vec{B}_\mathrm{l}$, $\vec{B}_\mathrm{r}$ 和 $\vec{B}_0$ 的方向如图，而 $\vec{j}$ 的方向为垂直纸面向里。由叠加原理可知，$B_0 - B_\mathrm{l} = B_1$，$B_0 + B_\mathrm{r} = B_2$。

由此可得， $B_0 = (B_1 + B_2)/2$,

$B_\mathrm{l} = B_\mathrm{r} = (B_2 - B_1)/2$，而 $j = 2B_\mathrm{l}/\mu_0 = (B_2 - B_1)/\mu_0$

载流平面单位面积受的力为

$$F = jB_0 = (B_2^2 - B_1^2)/(2\mu_0)$$

方向垂直载流平面指向 $\vec{B}_1$ 一侧。

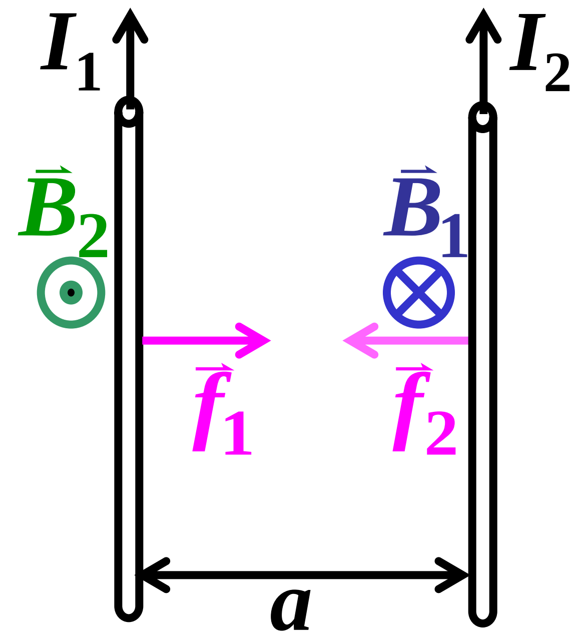
3. 平行电流间的相互作用力

单位长度受力

$$\boxed{f_1 = I_1 B_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}}$$

$$\boxed{f_2 = I_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}}$$

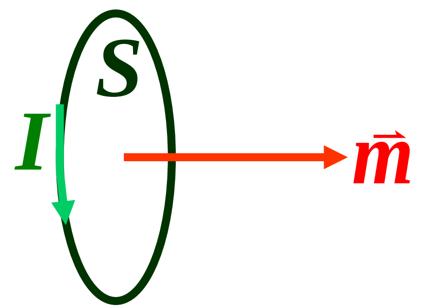
同向相吸，异向相斥



4. 载流线圈在均匀磁场中受磁力矩： $\boxed{\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}}$

其中磁矩： $\boxed{\vec{m} = IS\hat{e}_{\mathrm{n}}}$

通电平面线圈的磁矩 $\vec{m}$ 和电流回转方向的右手螺旋关系



磁感应强度矢量 $\vec{B}$ 的另一种定义

试验载流线圈：

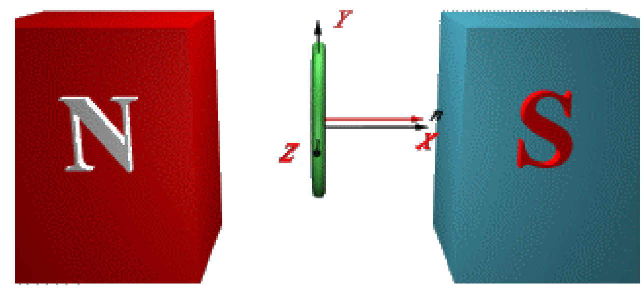
（1）几何线度小，面积小，在线圈范围内磁场性质处处相同；

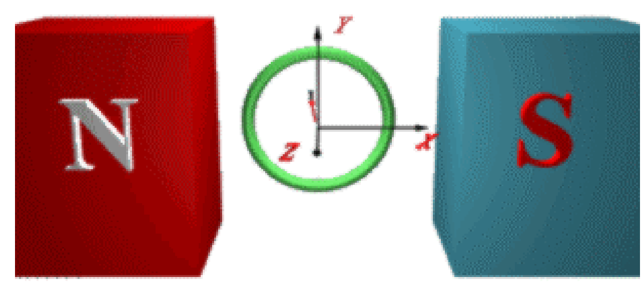
（2）电流小，不影响原磁场。

定义：$\vec{B}$

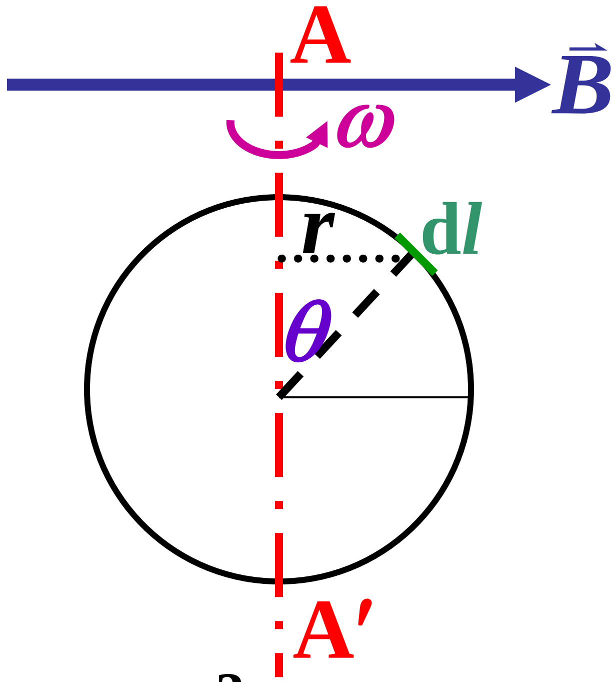
- 方向：试验载流线圈稳定平衡时，线圈的法线方向；
- 大小：$B = \dfrac{M_{\max}}{m}$

具有单位磁矩的载流线圈所受的最大磁力矩。





[例] 一半径为 R、电荷线密度为 λ 的均匀带电圆环状，以匀角速度 ω 绕其一直径旋转。现将转动圆环置于均匀磁场中，磁感应强度 $\vec{B}$ 与转轴垂直，求该圆环受到的磁力矩。



解：$\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l=\lambda R\mathrm{d}\theta$

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega\,\mathrm{d}q}{2\pi}=\frac{\omega\lambda R\mathrm{d}\theta}{2\pi}$$

$$\mathrm{d}m=\pi r^2\mathrm{d}I=\frac{\omega\lambda R^3\sin^2\theta\,\mathrm{d}\theta}{2}$$

$$m=\int\mathrm{d}m=\int_0^{2\pi}\frac{\omega\lambda R^3\sin^2\theta\,\mathrm{d}\theta}{2}=\frac{\pi\omega\lambda R^3}{2}$$

$$M=mB=\frac{\pi\omega\lambda BR^3}{2}$$

方向：当 $\lambda>0$ 时， $\otimes$

IV

磁场中的磁介质

磁介质对磁场的影响（长直螺线管内）：$\boxed{\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0}$

磁导率（μ）、相对磁导率（μ_r）：

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

磁介质的分类：

$\mu_r > 1$ 顺磁质；　$\mu_r < 1$ 抗磁质；　$\mu_r >> 1$ 铁磁质

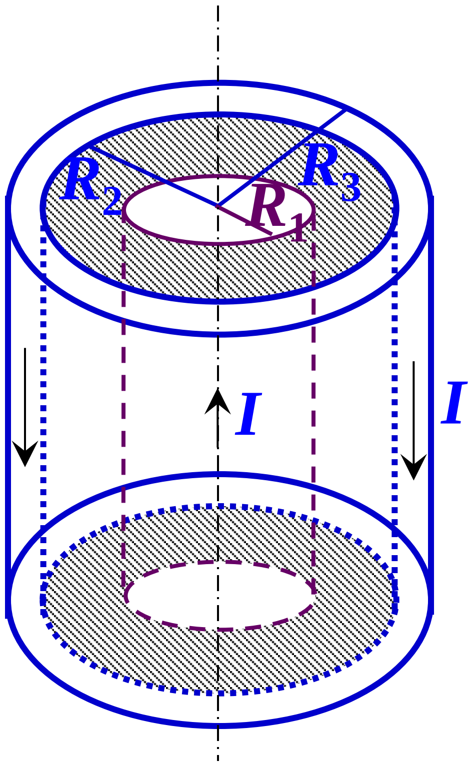
$\vec{H}$ 的环路定理： $\boxed{\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I_{0内}}$

在有磁介质时，一般根据自由电流的对称性分布求 $\vec{H}$，

再利用 $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ 求 $\vec{B}$ 。

一根同轴线由半径为 R_1 的长直导体柱和套在它外面的内半径为 R_2、外半径为 R_3 的同轴导体圆筒组成。两导体间绝缘介质的相对磁导率为 μ_r，如图。传导电流 I 沿内导体向上流去，由圆筒向下流回，在它们的截面上电流都是均匀分布的。求同轴线内外的磁感应强度大小 B 的分布。

解：由安培环路定理 $\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I_i$



$0<r<R_1$ 区域　　$2\pi r H = Ir^2 / R_1^2$

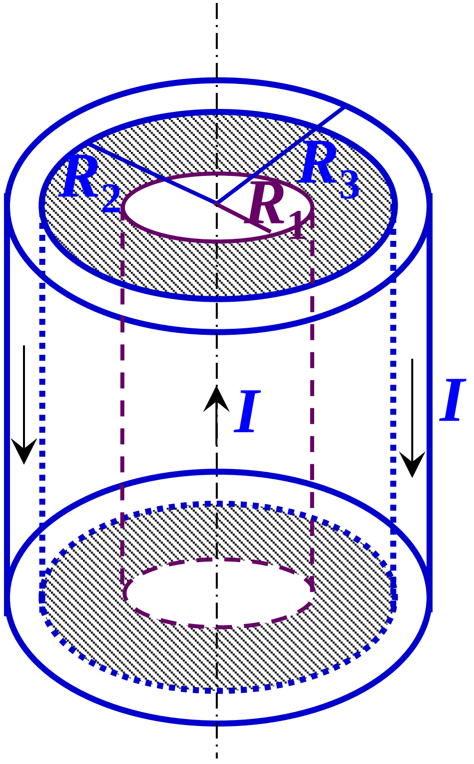
$$H = \frac{Ir}{2\pi R_1^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}$$

$R_1<r<R_2$ 区域　　$2\pi r H = I$

$$H = \frac{I}{2\pi r},\qquad B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

$R_2 < r < R_3$ 区域 $2\pi r H = I - \dfrac{I\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)}$



$$H = \frac{I}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

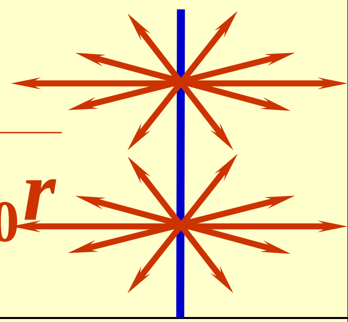
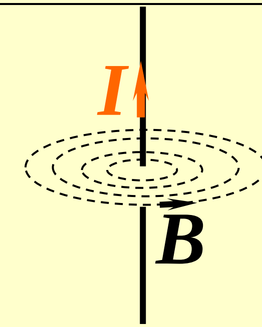
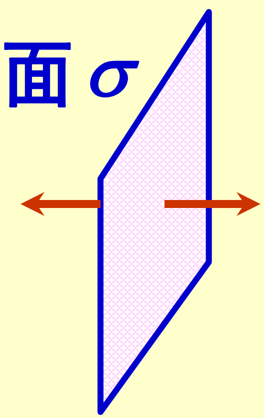
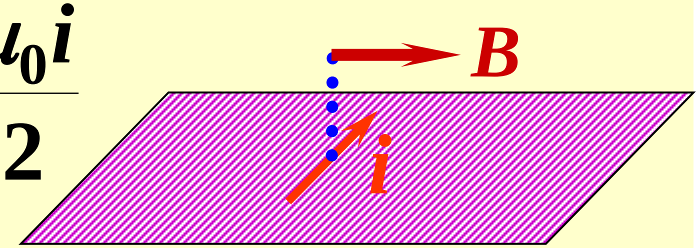
$r > R_3$ 区域 $H = 0,\ B = 0$

静电场与恒定磁场对照

静电场	恒定磁场
电场强度 $\vec{E}$	磁感应强度 $\vec{B}$
电位移矢量 $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$	磁场强度 $\vec{H} = \vec{B}/\mu$
介电常数 $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$	磁导率 $\mu = \mu_0\mu_r$
$\vec{E}$ 通量 $\Phi_e = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$	磁通量 $\Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$
电场力(库仑力) $d\vec{F} = dq\vec{E}$	磁场力 $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ (洛伦兹力) $d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}$(安培力)
均匀电场中电偶极子所受的力矩 $\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}$ 电矩 $\vec{p} = q\vec{l}$	均匀磁场中平面载流线圈所受的力矩 $\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B}$ 磁矩 $\vec{m} = IS\hat{e}_n$

电磁学基本定理

静电场	恒定磁场
有源 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$ $\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_{0内}$	无源 $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$
无旋 $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$	有旋 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{int}}$ $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_{0\,\text{int}}$

静电场	恒定磁场
点电荷电场 $\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$	电流元磁场 $\mathrm{d}\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{e}_r}{r^2}$
$\vec{E}=\int\mathrm{d}\vec{E}$	$\vec{B}=\int\mathrm{d}\vec{B}$
无限长带电线 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ 	无限长直电流 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 
无限大均匀带电平面 σ $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 	无限大载流平板 $B=\dfrac{\mu_0 i}{2}$ 


电磁感应
和电磁场

法拉第电磁感应定律

适用于一切产生电动势的回路

$$\boxed{\mathcal{E}=-\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}}$$

在任何电磁感应现象中，只要穿过回路的磁通量变化，回路中就一定有感应电动势产生。若导体回路是闭合的，感应电动势就会在回路中产生感应电流；若导线回路不是闭合的，回路中仍然有感应电动势，但是不会形成电流。

解题步骤：

1. 首先任定回路的绕行方向；
2. 计算回路面积上的磁通量，当磁感线方向与绕行方向成右手螺旋关系时，规定磁通量为正；
3. 应用定律计算感应电动势，规定电动势方向与绕行方向一致时为正。

楞次定律：闭合回路中感应电流的方向，总是使它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。

法拉第电磁感应定律

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}}$$

适用于一切产生电动势的回路

楞次定律：闭合回路中感应电流的方向，总是使它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。

$t_2 - t_1$ 内，通过导体回路任一截面的感应电荷量：

$$q = \frac{1}{R}\left|\Phi_2 - \Phi_1\right| = \frac{\left|\Delta\Phi\right|}{R}$$

动生电动势 $\boxed{\mathcal{E}_{ab}=\int_a^b \vec{E}_{\mathrm{ne}}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

适用于切割磁感线的导体

解题步骤

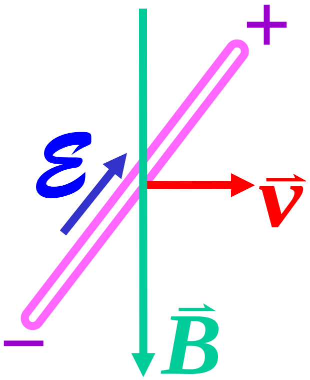
1. 任取一线元 $\mathrm{d}\vec{l}$
2. 标出 $\mathrm{d}\vec{l}$ 处的 $\vec{v}$ 和 $\vec{B}$
3. $\mathrm{d}\mathcal{E}=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=vB\sin\theta\cos\alpha\,\mathrm{d}l$
4. 积分
5. 方向 $\mathcal{E}>0$， $a\to b$， $\varphi_b>\varphi_a$

   $\mathcal{E}<0$， $b\to a$， $\varphi_b<\varphi_a$

动生电动势的方向：

当直导线切割磁力线运动时。

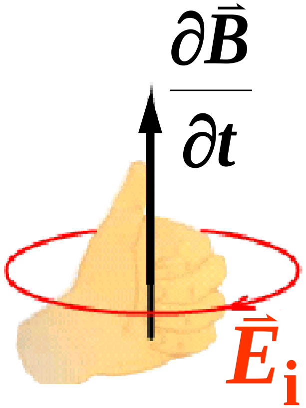
三者$\vec{v}$、$\vec{B}$、$\mathcal{E}$方向的右手法则



感生电动势与感生电场

感生电动势： 由于磁场随时间变化而引起的感应电动势。

$$\mathcal{E}=\oint_L \vec{E}_\mathrm{i}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$



S：是以 L 为边界的任意面积

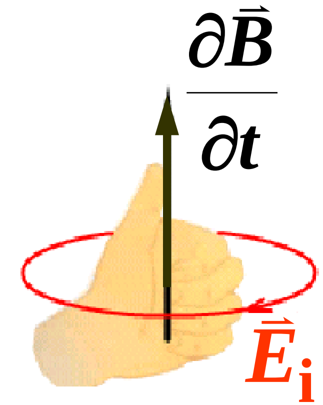
感生电场 $\vec{E}_\mathrm{i}$： 因随时间变化的磁场而产生的电场。

$$\oint_S \vec{E}_\mathrm{i}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$$

非保守场、涡旋场、无源场

感生电场 $\vec{E}_i$ 和感生电动势

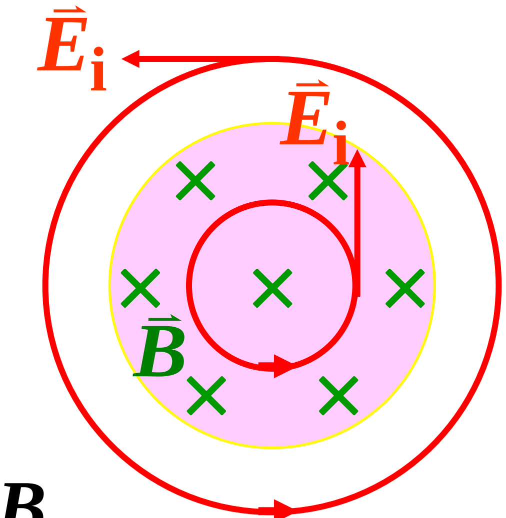
$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$



$\vec{E}_i$具有某种对称性时的计算

如长直螺线管

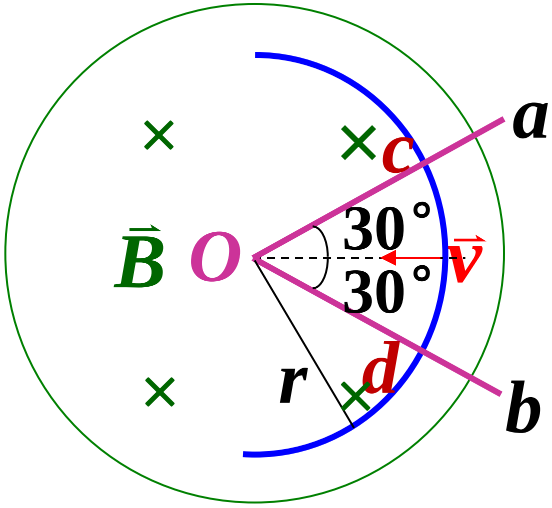
- $r < R$: $E_i = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$
- $r > R$: $E_i = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$



感生电场线闭合成环，图中 $\frac{dB}{dt} > 0$

在求其它线段内的感生电动势时，可补上半径方向的线段(其上感生电动势为零)构成回路，利用法拉第电磁感应定律去求解。

例 在垂直图面的圆柱形空间内有一随时间均匀变化的匀强磁场，其磁感强度的方向垂直图面向里。在图面内有两条相交于 O 点夹角为 60^o 的直导线 Oa 和 Ob，而 O 点则是圆柱形空间的轴线与图面的交点。此外，在图面内另有一半径为 r 的半圆环形导线在上述两条直导线上以速度 $\vec{v}$ 匀速滑动。$\vec{v}$ 的方向与 $\angle aOb$ 的平分线一致，并指向 O 点(如图)。在时刻 t，半圆环的圆心正好与 O 点重合，此时磁感强度的大小为 B，磁感强度大小随时间的变化率为 k（k 为一正的常数）。求此时半圆环导线与两条直线所围成的闭合回路 $cOdc$ 中的感应电动势 $\mathcal{E}$。



解：取顺时针方向为闭合回路 $cdOc$ 的绕行方向，回路中的感应电动势由感生电动势 $\mathcal{E}_1$ 和动生电动势 $\mathcal{E}_2$ 两部分组成，即

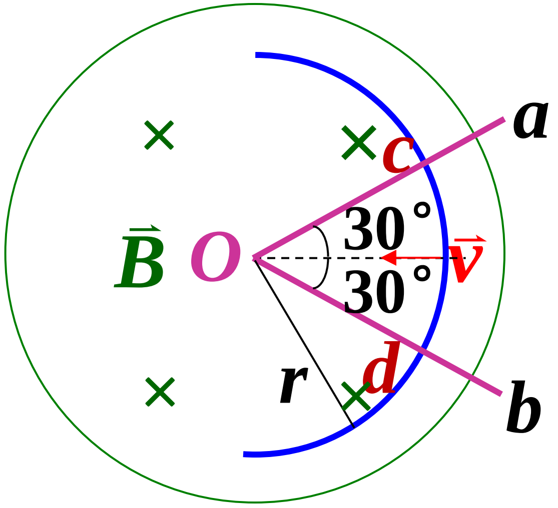
$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$

$\mathcal{E}_1$ 由涡旋电场形成，它相当于半圆环导线处于 t 时刻所在位置静止不动时，回路 $cdOc$ 中感应电动势，所以

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -k\pi r^2 / 6$$

cd 弧上的动生电动势相当于 cd 弦上的动生电动势，所以

$$\mathcal{E}_2 = \int_c^d (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} = vB\overline{cd} = vBr$$

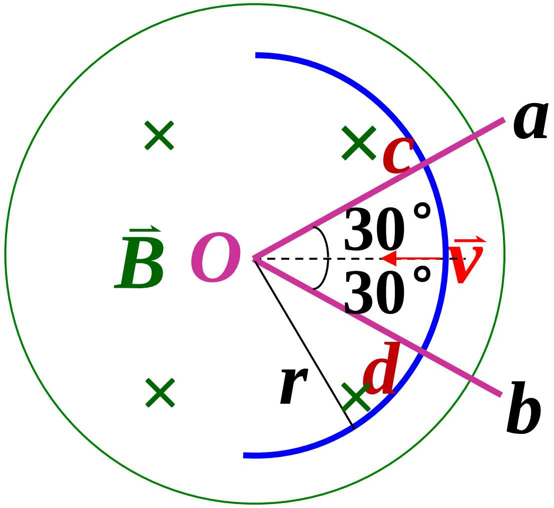


解：取顺时针方向为闭合电路 $cOdc$ 的绕行方向，电路中的感应电动势由感生电动势 $\mathcal{E}_1$ 和动生电动势 $\mathcal{E}_2$ 两部分组成，即

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$

$\mathcal{E}_1$ 由涡旋电场形成，它相当于半圆环导线处于 t 时刻所在位置静止不动时，回路 $cOdc$ 中感应电动势，所以

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -k\,\pi r^2/6$$



cd 弧上的动生电动势相当于 cd 弦上的动生电动势，所以

$$\mathcal{E}_2 = \int_c^d (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} = vB\overline{cd} = vBr$$

于是 $\mathcal{E} = vBr - k\,\pi r^2/6 = r(vB - k\,\pi r/6)$

若 $vB > k\,\pi r/6$，则 $\mathcal{E}$ 的方向与所设正向一致，即顺时针方向；

若 $vB < k\,\pi r/6$，则 $\mathcal{E}$ 的方向与所设正向相反，即逆时针方向。

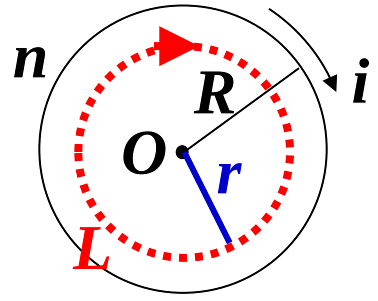
[例] 半径为 R 的圆柱形中空长直螺线管垂直于纸面放置，该螺线管单位长度上密绕了 n 匝线圈，线圈中通有 $i=kt$ 的电流（k 为正的常量，t 为时间），电流流向如图所示。在螺线管外有一无限长直导线平行于纸面放置，试求：

（1）螺线管内外空间的感生电场强度 $\vec{E}_{感内}$ 和 $\vec{E}_{感外}$。

（2）长直导线中的感应电动势 ε 的大小，并指明其方向。

解：（1）由无限长和轴对称条件，有

$$\vec{E}_{感}=\vec{E}_{感}(\vec{r})$$



$$\oint_L \vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}=E_{感}\cdot 2\pi r=-\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$B=\mu_0 ni=\mu_0 nkt$$

长直导线

$$r<R：E_{感内}\cdot 2\pi r=-\frac{d\Phi_m}{dt}=-\pi r^2\cdot\mu_0 nk$$

得：$\vec{E}_{感内}=-\frac{r}{2}\mu_0 nk\hat{e}_{\varphi}$（沿圆周切向与电流流向相反）

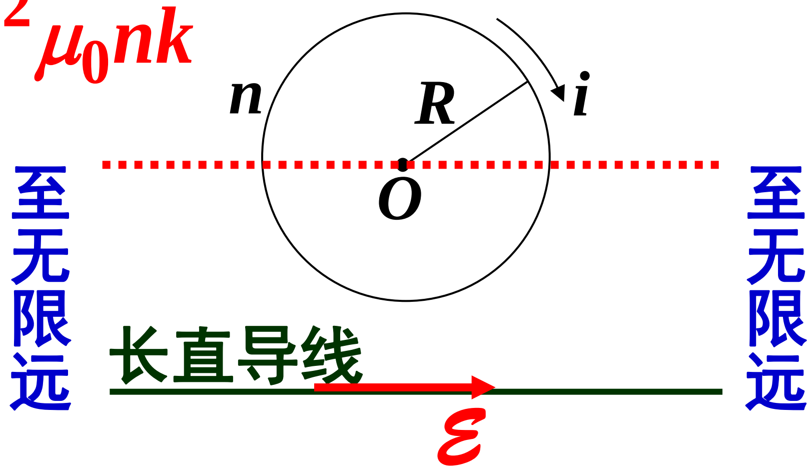
$$r > R\text{：}\ E_{\text{感外}} \cdot 2\pi r = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = -\pi R^2 \cdot \mu_0 nk$$

得：$\vec{E}_{\text{感外}} = -\dfrac{R^2}{2r}\mu_0 nk\hat{e}_{\varphi}$（沿圆周切向与电流流向相反）

（2）如图示，过 O 点画一条平行长直导线的长直线，它与直导线在两端无限远处闭合，形成一个回路。该回路中的电动势就是长直导线中的电动势。

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\pi R^2}{2}B\right) = -\frac{1}{2}\pi R^2 \mu_0 nk$$

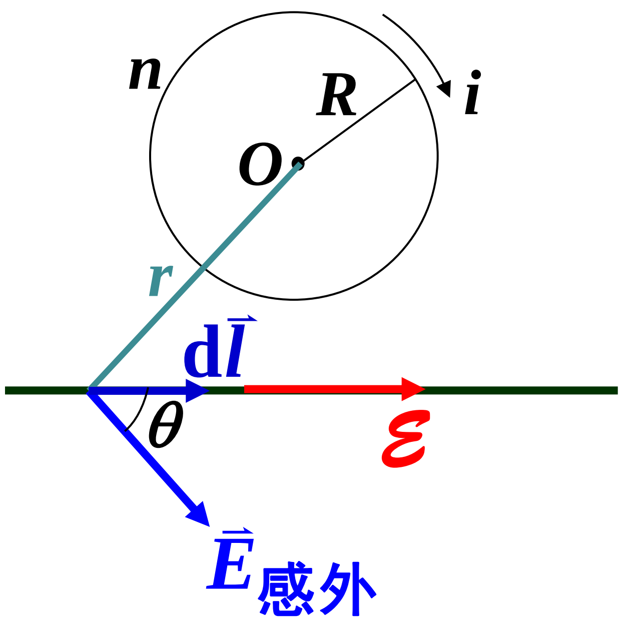
$\mathcal{E}$ 的指向如图所示。



（2）该问也可以由 $\vec{E}_{感外}$ 的积分求得 $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E}=\int E_{感外}\cos\theta\,\mathrm{d}l=\int_{-\pi/2}^{\pi/2}E_{感外}\cos\theta\frac{r\mathrm{d}\theta}{\cos\theta}$$

$$=\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{R^2\mu_0 nk}{2}\mathrm{d}\theta=\frac{1}{2}\pi R^2\mu_0 nk$$



实际电路中的感生电动势

1. 互感

互感电动势

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{\mathrm{d}\Psi_2}{\mathrm{d}t} = -M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}, \qquad \mathcal{E}_1 = -\frac{\mathrm{d}\Psi_1}{\mathrm{d}t} = -M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

互感系数

$$\boxed{M = -\frac{\mathcal{E}_2}{\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}} = -\frac{\mathcal{E}_1}{\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}}}$$

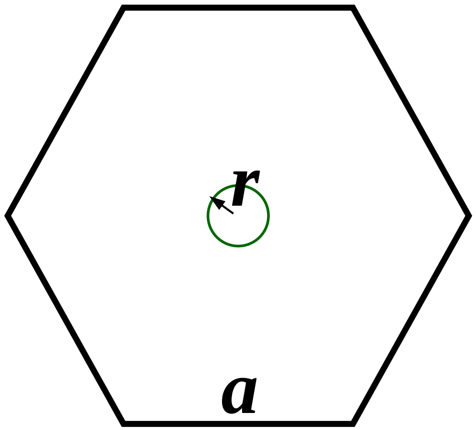
普遍定义

非铁磁质

$$\boxed{M = \frac{\Psi_2}{i_1} = \frac{\Psi_1}{i_2}}$$

计算 $i_1 \rightarrow \Psi_{21} \rightarrow M_{21}$

在边长为 a 的正六边形线圈的中心放置一半径为 r 的小圆线圈，如图。若两线圈共面同心且 $r \ll a$，则两线圈的互感为________。



$$M = \frac{B\pi r^2}{I} = \frac{\sqrt{3}\mu_0 r^2}{a}$$

$$B = 6 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{\sqrt{3}a}{2}}(\cos 60° - \cos 120°) = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{\pi a}$$

2. 自感

- **自感电动势**

$$\boxed{\mathcal{E}_L = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$$

- **自感系数**

$$\boxed{L = -\frac{\mathcal{E}_L}{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}}$$

普遍定义

非铁磁质

$$\boxed{L = \frac{\Psi}{i}}$$

计算

$$i \longrightarrow \Psi \propto i \longrightarrow L$$

互感线圈的串联

1. 顺接：$L = L_1 + L_2 + 2M$

2. 逆接：$L = L_1 + L_2 - 2M$

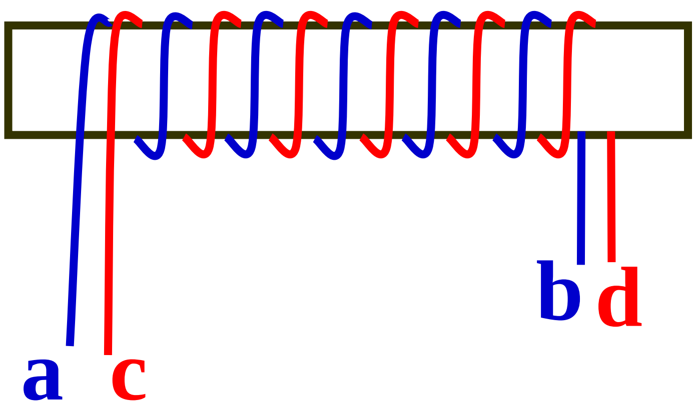
讨论

（1）$M = 0$：　$L = L_1 + L_2$

（2）无漏磁：　$M = \sqrt{L_1 L_2}$

顺接：$L = L_1 + L_2 + 2\sqrt{L_1 L_2}$

逆接：$L = L_1 + L_2 - 2\sqrt{L_1 L_2}$



线圈 ab、cd 的自感分别为 L_1、L_2。

求：（1）若 b 端和 c 端连接，ad 线圈的自感。

（2）若 b 端和 d 端连接，ac 线圈的自感。

磁场的能量

- 载流线圈的磁能 $\boxed{W_m = LI^2/2}$
- 磁能密度 $\boxed{w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}}$
- 磁场的能量 $\boxed{W_m = \int_V w_m \mathrm{d}V}$

位移电流 I_d —— 如平行平板电容器中的 I_d 计算

位移电流

$$\boxed{I_d = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

位移电流密度

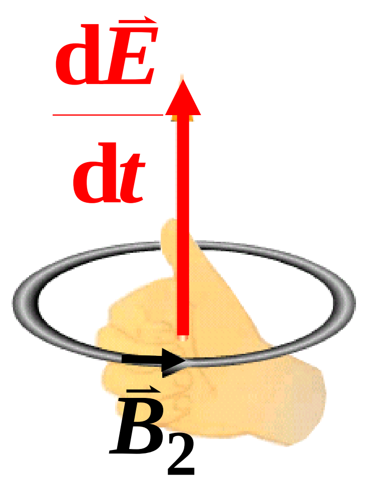
$$\boxed{\vec{j}_d = \frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}}$$

真空中变化电场产生的磁场 $\vec{B}_2$

$$\boxed{\oint_L \vec{B}_2\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\mathrm{d}\Phi_e}{\mathrm{d}t} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

[其中 S 是闭合回路 L 为边线的任意形状的面积]

变化的电场产生磁场 $\vec{B}_2$ 与 $\dfrac{\mathrm{d}\vec{E}}{\mathrm{d}t}$ 方向之间的**右手螺旋关系**



- 恒定电流的安培环路定理

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{int}}}$$

- 全电流的安培环路定理

$$\boxed{\oint_{(L)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \left(I_{\mathrm{c}} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \right)_{\text{int}}}$$

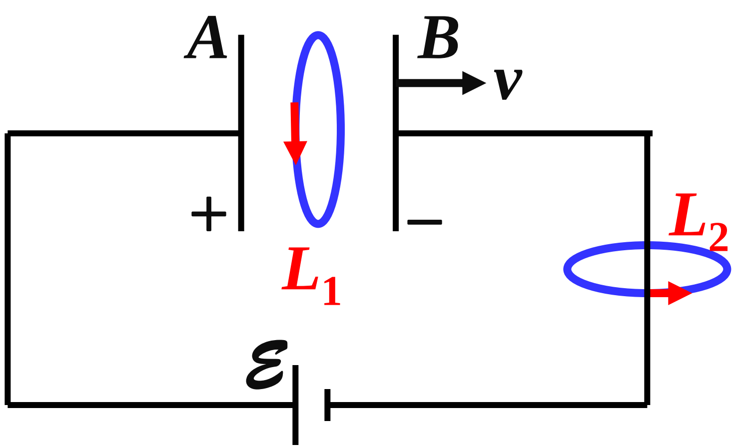
[其中 S 是闭合回路 L 为边线的任意形状的面积]

一空气电容器(忽略边缘效应)接在电动势为 $\mathcal{E}$ 的电源(内阻不计)两端，将 B 极板以匀速率 v 向右缓慢拉开，如图。当两极板间距为 x 时，电容器内位移电流密度的大小为 ________；沿环路 L_1 磁场强度 H 的环流 小于或等于 (填大于、等于或小于) 沿环路 L_2 磁场强度 H 的环流。

$\frac{\varepsilon_0}{x^2}v\mathcal{E}$

$$D=\sigma=\frac{Q}{S}=\frac{\mathcal{E}C}{S}=\frac{\mathcal{E}\,\varepsilon_0 S/d}{S}=\frac{\varepsilon_0\mathcal{E}}{d}$$

$$j_{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\varepsilon_0\mathcal{E}}{d}\right)=-\frac{\varepsilon_0\mathcal{E}}{x^2}v$$



麦克斯韦方程组

$$\vec{E}=\vec{E}_{\text{静电}}+\vec{E}_{\text{感生}} \qquad \vec{B}=\vec{B}_{\text{恒定}}+\vec{B}_{\text{位移}}$$

1. 电场的高斯定理

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_0=\int_V \rho_0 \mathrm{d}V$$

说明电场强度和电荷的联系

2. 磁场的高斯定理（磁通连续原理）

$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$$

自然界中没有单一的“磁荷”存在

3. 法拉第电磁感应定律

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}=-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

说明变化磁场与电场的联系

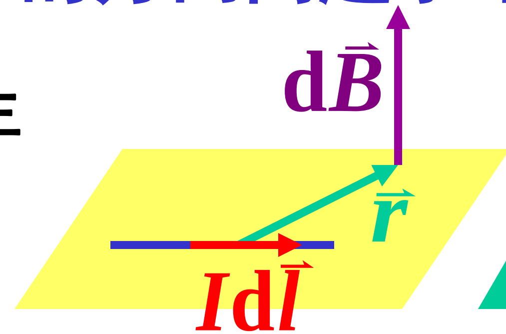
4. 全电流的安培环路定理

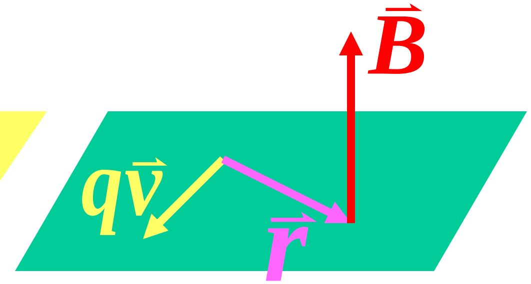
$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_S \vec{J}_0\cdot \mathrm{d}\vec{S}+\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

磁场与传导电流及变化的电场的联系

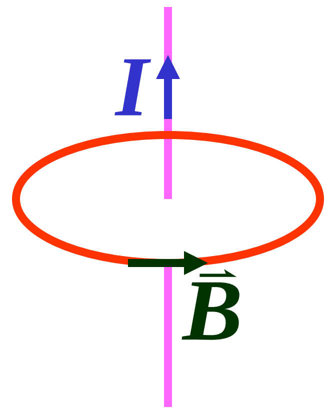
磁学中的方向问题小结

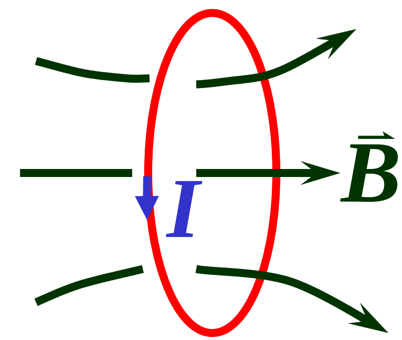
1. 电流元和运动电荷产生磁场的右手螺旋法则：
$I\mathrm{d}\vec{l}$、$\vec{r}$、$\mathrm{d}\vec{B}$ 或
$q\vec{v}$、$\vec{r}$、$\vec{B}$ 构成右手系



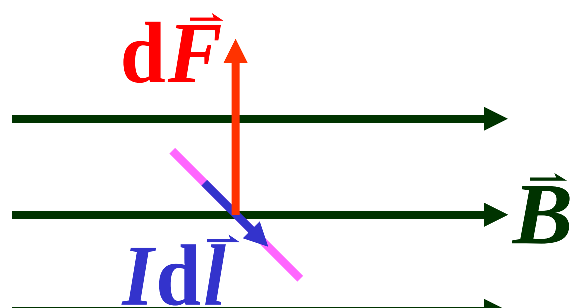


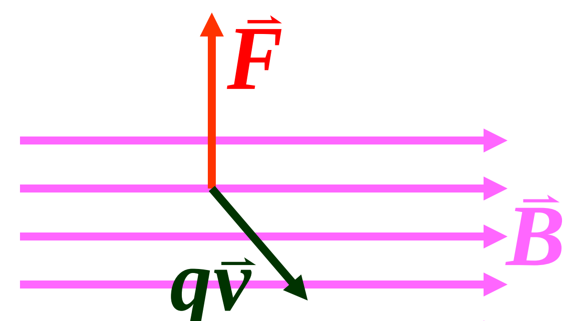
2. 电流的回转方向与电流磁场的环绕方向之间的右手螺旋关系





3. 安培力的方向：
$I\mathrm{d}\vec{l}$、$\vec{B}$、$\mathrm{d}\vec{F}$
构成右手系



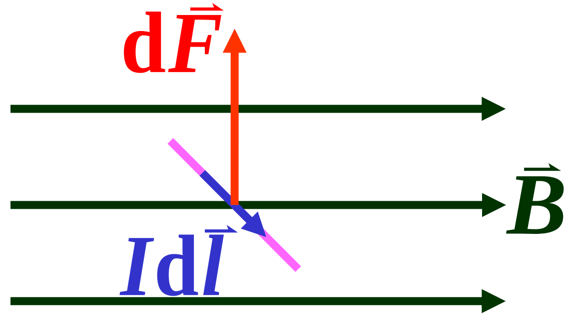


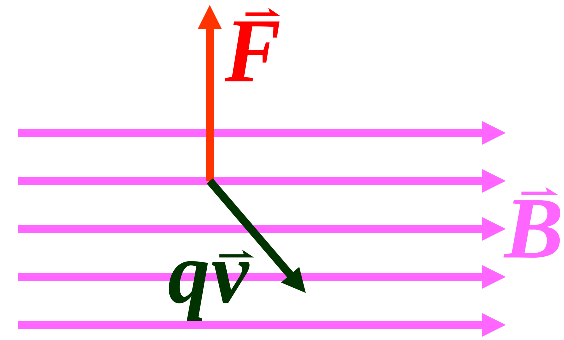
4. 洛伦兹力的方向：
$q\vec{v}$、$\vec{B}$、$\vec{F}$ 构成右手系（要注意 q 为正和负两种情况）

3. 安培力的方向：

$I\mathrm{d}\vec{l}$、$\vec{B}$、$\mathrm{d}\vec{F}$

构成右手系

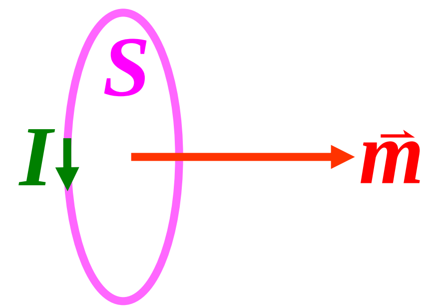




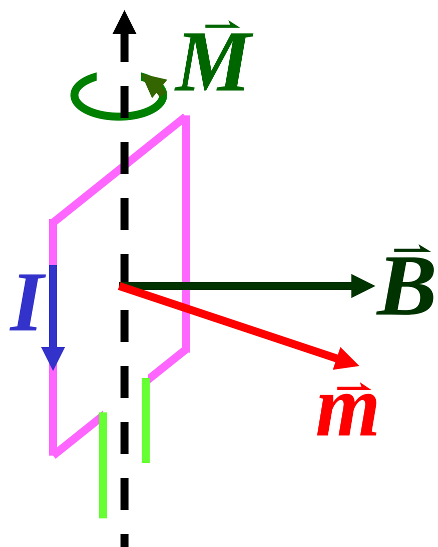
4. 洛伦兹力的方向：

$q\vec{v}$、$\vec{B}$、$\vec{F}$ 构成右手系（要注意 q 为正和负两种情况）

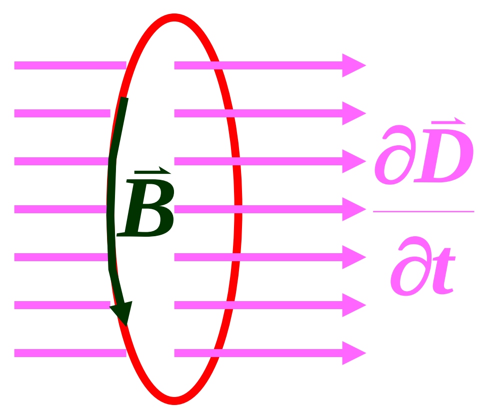
5. 通电平面线圈的磁矩 $\vec{m}$ 和电流回转方向的右手螺旋关系（$\vec{m}$ 的定义）



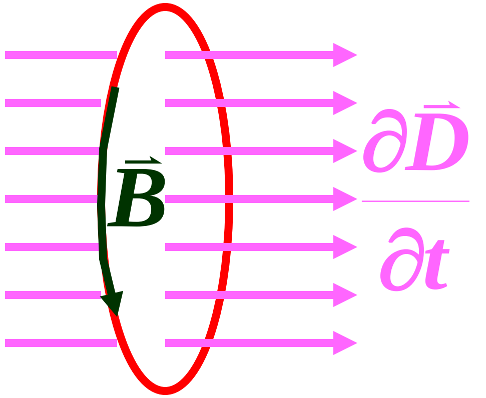
6. 载流平面线圈在磁场中所受磁力矩的方向：$\vec{m}$、$\vec{B}$、$\vec{M}$ 构成右手系



7. 位移电流的磁场与 $\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ 方向之间的右手螺旋关系



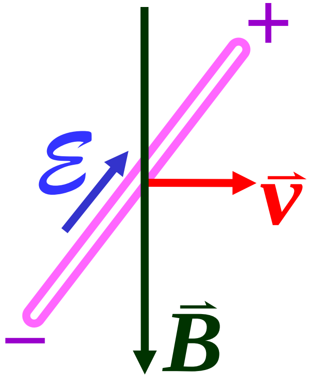
7. 位移电流的磁场与 $\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ 方向之间的右手螺旋关系



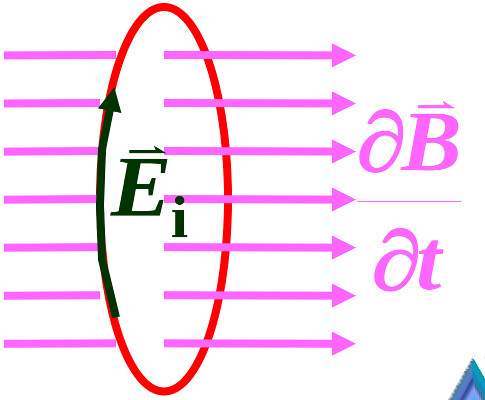
8. 动生电动势的方向：

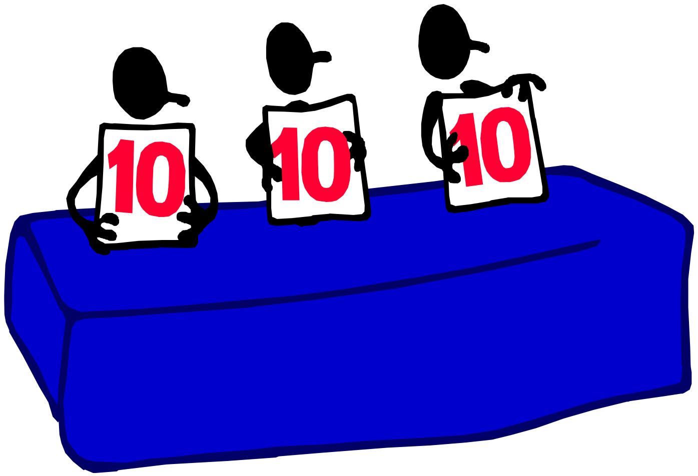
当导线切割磁力线运动时。

三者$\vec{v}$、$\vec{B}$、$\mathcal{E}$方向的右手法则



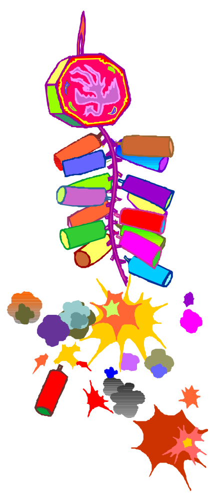
9. 感生电场的环绕方向与 $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 的方向之间的左手螺旋关系





预祝同学们

取得好成绩！




加
油!


加
油!


加
油!


加
油!


加
油!