第14周作业　王子涵　1120210446

解13：(1)置信区间为 $[\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}}, \bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}}]$

其中 $z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$，$\sigma=0.6$，$n=9$

$\bar{X}=\frac{1}{9}(6.3+5.7+5.8+5.0+7.0+6.0+5.6+6.1+6.5)=6.0$

代入可得置信水平为95%的置信区间为 $[5.608, 6.392]$

(2) σ 未知 置信区间为 $[\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)]$

其中 $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{\frac{\alpha}{2}}(8)=t_{0.025}(8)=2.3060$

$\bar{X}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}X_i=6$　$S=\sqrt{\sum_{i=1}^{9}(X_i-\bar{X})^2\cdot\frac{1}{n-1}}\approx 0.5745$

代入得置信水平为95%的置信区间为 $[5.558, 6.442]$

解14(1)：μ 的置信区间为 $[\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)]$

代入数据得95%置信水平的置信区间为 $[1485.69, 1514.31]$

其中 $\bar{X}=1500$，$S=20$，$n=10$，$\alpha=0.05$，$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=2.2622$

(2) σ 的置信区间为 $[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2})}(n-1)}]$

其中 $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=19.023$　$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=2.700$

代入数据得 σ 的95%置信水平的置信区间为 $[189.24, 1333.33]$

解17：μ 的置信区间为 $[\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}}, \bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}}]$

区间长度为 $l=\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}}$　其中 $\sigma=1$，$z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$.

令 $l\le 1.2 \Rightarrow n\ge[\frac{\sigma}{0.6}z_{\frac{\alpha}{2}}]^2=10.67$

n 取整数，为 $n=11$

故样本容量至少为11

解19：$\mu_1-\mu_2$ 的置信区间为 $[(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-S_w\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}t_{\frac{\alpha}{2}}(m+n-2), (\bar{X}_1-\bar{X}_2)+S_w\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}t_{\frac{\alpha}{2}}(m+n-2)]$

其中 $S_w=\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}{m+n-2}}$　$m=4$，$n=5$

$t_{\frac{\alpha}{2}}(m+n-2)=t_{0.025}(7)=2.3646$

$\bar{X}_1=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}X_{1i}=0.141$

$S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{4}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2=8.25\times10^{-6}$

$\bar{X}_2=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}X_{2i}=0.139$

$S_2^2=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{5}(X_{2i}-\bar{X}_2)^2=5.2\times10^{-6}$

$\Rightarrow S_W =$ 2.551×10^{-3}，代入数据.

$\Rightarrow$ 置信水平为 95% 的置信区间为 $[-0.002, 0.006]$

解20：$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ 的置信区间为 $\left[\frac{S_1^2/S_2^2}{F_{\frac{\alpha}{2}}(9,9)}, \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(9,9)}\right]$，$\alpha = 0.1$

$F_{\frac{\alpha}{2}}(9,9) = 3.18$　　$F_{1-\frac{\alpha}{2}}(9,9) = \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(9,9)} = 0.314$

代入数据得 $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ 的置信水平为 90% 的置信区间为 $[0.2810, 2.8413]$