北京理工大学 2014-2015 学年第二学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________________ 学号__________________ 姓名___________________

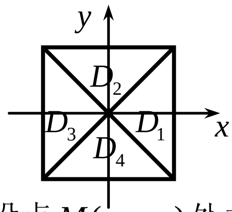
(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n},\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{1}{n}, \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ 中收敛的有______________________________________.

2. 设 $\vec{A}(x,y,z)=xy\vec{i}+x\ln y\vec{j}+\ln(x^2+z^{2)}\vec{k}$，则 $div\vec{A}(1,2,3)=$____________________________.

3. 

如图,正方形 $\{(x,y)\|x|\le 1,|y|\le 1\}$ 被对角线分成四个区域 D_1,D_2,D_3,D_4，$I_k=\iint\limits_{D_k}ye^x dxdy$，则 $\max\limits_k\{I_k\}=$______________，$\min\limits_k\{I_k\}=$______________.

4. 设点 $M(x,y,z)$ 处力 $\vec{F}$ 的大小等于此点到原点的距离，而方向指向原点，一质点在力 $\vec{F}$ 的作用下沿曲线 $x=\cos t, y=2\sin t, z=2t$ 由点 $A(1,0,0)$ 移动到点 $B(0,2,\pi)$，则力 $\vec{F}$ 所作的功 $W=$_____________________.

5. 设 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$ 是 $f(x)=x-1\quad(0\le x\le\pi)$ 的以 2π 为周期的正弦级数，则 $b_5=$___________.

二. (8 分) 设 $I=\int_0^1 dy\int_y^{\sqrt{y}}\frac{\sin x}{x}dx$，交换积分次序，并计算积分的值

三. (8 分) 求 $f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$ 的极值点和极值.

四. (8 分) 求曲线 $\begin{cases} x+y-z=\ln z+3 \\ xyz=3 \end{cases}$ 在点 $P(1,3,1)$ 处的切线方程.

五. (9 分) 计算$I=\iint\limits_S \frac{x^2+y^2}{\sqrt{1+4x^2+4y^2}}dS$，其中$S$是曲面$z=x^2+y^2$被柱面$(x-1)^2+y^2=1$所截下的有限部分.

六. (11 分) (1)求曲面$z=-1-\frac{x^2}{2}-y^2$在点$P(2,1,-4)$处的切平面π的方程. (2)计算积分$I=\iiint\limits_V xdxdydz$，其中$V$是平面$\pi$与三个坐标面围成的有界区域.

七. (9 分) 求幂级数 $\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{2n-1}$ 的收敛域及和函数.

八. (10 分) 利用格林公式计算 $I=\int_L(e^{-x}\cos y-2y^3)dx+(e^{-x}\sin y-xy^2)dy$，其中 L 为曲线 $x=\sqrt{2y-y^2}$ 从点 $O(0,0)$ 到 $A(0,2)$.

九. (9 分) 把 $f(x)=x\ln(2+x)$ 展成 $x+1$ 的幂级数，并指出收敛域.

十. (9 分) 证明 $(2x\cos y-y^2\sin x)dx+(2y\cos x-x^2\sin y)dy=0$ 是全微分方程，并求其通解.

十一. (9 分) 计算积分 $I=\oiint\limits_S \frac{x^2dydz}{x^2+y^2+(z-1)^2}+\frac{y^2dzdx}{x^2+y^2+(z-1)^2}+\frac{z^3dxdy}{x^2+y^2+(z-1)^2}$，其中 S 是曲面 $x^2+y^2+(z-1)^2=1$ 的内侧.