答案

一、填空题（每题 3 分，共 33 分）

1. $\frac{\varepsilon_0(E_1-E_2)}{h}$；　　　　$-\varepsilon_0 E_1$

2. 质点（物体）在空间某点的势能等于它从该点移到势能零点处保守力（如重力、弹力或静电力）做的功。

3. $\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2R+L}{2R}$

4. 60.8 J；　介质的动能，最后通过摩擦转化为热能（内能）

5. $\frac{\lambda}{\varepsilon_0\mu_0 I}$；　电流

6. $\frac{n_1}{n_2}=\frac{R_4-R_3}{R_2-R_1}$

7. $\frac{\sqrt{3}}{2}\mu_0 nS$,　$\frac{1}{2}\mu_0 nSI^2$

8. r_1^2/r_2^2

9. ε_r

10. 3.08×10^{-13} J

11. 1: 16

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）

B　A　C　D　B

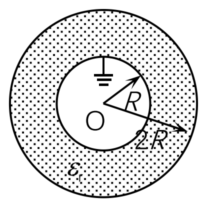
三、计算题（共 9+9+10+10+7+7=52 分）

1.（9 分）解：（1）设金属球上带电量为 q，r 为场点到 O 的距离，由高斯定理可求得

介质壳内电场强度为$E_1=\frac{q+\frac{r^3-R^3}{(2R)^3-R^3}q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}=\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r^2}+\frac{q_0 r}{7R^3}-\frac{q_0}{7r^2}\right)$　（ε_r=2）（3 分）

介质外的电场强度为$E_2=\frac{q+q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$　（1 分）

金属球接地，即表示金属球与无限远等电势，于是有



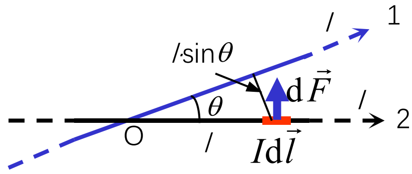
$$\int_{2R}^{R}E_1 dr=\int_{2R}^{\infty}E_2 dr$$　（2 分）

$$\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\int_{2R}^{R}(\frac{q}{r^2}+\frac{q_0 r}{7R^3}-\frac{q_0}{7R^2})dr=\frac{q+q_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{2R}^{\infty}\frac{dr}{r^2}$$

可求得金属球上带电量为 $q=-\frac{16q_0}{21}$ （1 分）

（2）介质壳外表面的电势为 $\varphi=\int_{2R}^{\infty}E_2dr=\frac{5q_0}{168\pi\varepsilon_0 R}$ （2 分）

2.（9 分） 解：在任一根导线上(如导线 2)取一线元 dl，该线元距 O 点为 l，导线 1 在该处的磁感应强度为



$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi l\sin\theta}$ 方向：⊗ （2 分）

电流元 $I\cdot$dl 受到的磁力为

$\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}$ （1 分）

$dF=IB\cdot dl=\frac{\mu_0 I^2\cdot dl}{2\pi l\cdot\sin\theta}$ 方向：垂直于导线 2 向上 （2 分）

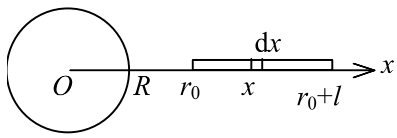
该力对 O 点的力矩为 $\vec{M}=\vec{l}\times d\vec{F}$ （1 分）

任一段单位长度的导线所受磁力对 O 点的力矩为

$M=\int dM=\int_l^{l+1}\frac{\mu_0 I^2 dl}{2\pi\cdot\sin\theta}=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi\cdot\sin\theta}$ 方向：⊙ （3 分）

3. （10 分）解：（1）设 x 轴沿细线方向，原点在球心处，在 x 处取线元 dx，其上电荷为$d\,q'=\lambda\,d\,x$，该线元在带电球面的电场中所受电场力为：

$dF=\frac{q\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$ （2 分）



整个细线所受电场力为：

$$F=\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_0}^{r_0+l}\frac{dx}{x^2}=\frac{q\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 r_0(r_0+l)}$$

方向沿 x 正方向。 （3 分）

（2）电荷元在球面电荷电场中具有电势能：

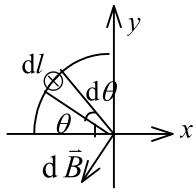
$dW=\frac{q\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 x}$ （2 分）

整个线电荷在电场中具有电势能：

$$W=\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_0}^{r_0+l}\frac{dx}{x}=\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0}ln\left(\frac{r_0+l}{r_0}\right)$$ （3 分）

4. （10 分）解：取 dl 段，其中电流为

$$dI = \frac{Idl}{\frac{1}{2}\pi R} = \frac{2IRd\theta}{\pi R} = \frac{2Id\theta}{\pi}\text{（2 分）}$$



在轴线上任一点 P

$$dB = \frac{\mu_0\, dI}{2\pi R} = \frac{\mu_0}{2\pi R}\cdot\frac{2I}{\pi}d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}d\theta \qquad \text{（2 分）}$$

选坐标如图

$$d\,B_x = \frac{-\mu_0 I sin\theta d\theta}{\pi^2 R},\quad d\,B_y = \frac{-\mu_0 I cos\theta d\theta}{\pi^2 R}\quad\text{（各 1 分）}$$

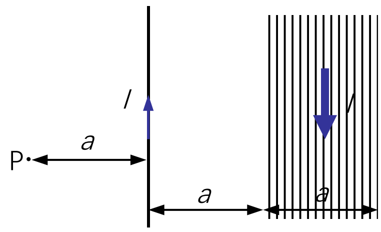
$$B_x = \frac{-\mu_0 I}{\pi^2 R}\int_0^{\pi/2} sin\theta d\theta = \frac{-\mu_0 I}{\pi^2 R}\text{（1 分）}$$

$$B_y = \frac{-\mu_0 I}{\pi^2 R}\int_0^{\pi/2} cos\theta d\theta = \frac{-\mu_0 I}{\pi^2 R}\text{（1 分）}$$

$$B = (B_x^2 + B_y^2)^{1/2} = \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{\pi^2 R} = 1.8\times10^{-4}\ \text{T}\text{（1 分）}$$

方向：$tg\,\alpha = B_y/B_x = 1$，　$\arctan(1) = 225°$，为 $\vec{B}$与 x 轴正向的夹角.（1 分）

5.（7 分）解：（1）无限长直电流在 P 点处的磁感应强度为



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\qquad\text{方向：垂直于纸面向外}\qquad 1\text{ 分}$$

宽为 a 的电流均匀分布的无限长薄平板在 P 点处的磁感应强度为

$$B_2 = \int_{2a}^{3a}\frac{\mu_0 I}{2\pi a r}dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}ln\frac{3}{2}\qquad\text{方向：垂直于纸面向里}\qquad 2\text{ 分}$$

P 点处的磁感应强度为

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} - \frac{\mu_0 I}{2\pi a}ln\frac{3}{2}\qquad\text{方向：垂直于纸面向外}\qquad 1\text{ 分}$$

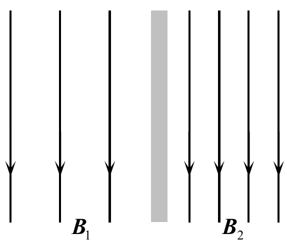
（2）宽为 a 的电流均匀分布的无限长薄平板在无限长载流直导线处的磁感应强度为

$$B_3 = \int_a^{2a}\frac{\mu_0 I}{2\pi a r}dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}ln\,2\qquad\text{方向：垂直于纸面向里}\qquad 1\text{ 分}$$

无限长直导线上取电流元 $I\mathrm{d}l$ ，则单位长度无限长直导线受到的作用力为

$$F = \int_0^1 Idl\cdot B_3 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}ln\,2\qquad 2\text{ 分}$$

6.（7 分）解:（1）要求载流平面单位面积所受的磁场力，须首先求出外磁场的磁感应强度。由图所示磁感线疏密可知 $B_2 > B_1$，已知无限大载流平面两侧磁场大小相等，皆为



$$B_{左} = B_{右} = \frac{\mu_0}{2}j\qquad 1\text{ 分}$$

方向相反。式中 j 表示无限大载流平面内通过垂直于电流方向的单位长度的电流强度。均匀外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 在平面两侧方向相同，故由叠加原理可得

$$B_0 - B_{左} = B_1\ ,\quad B_0 + B_{右} = B_2\qquad 1\text{ 分}$$

外磁场的磁感应强度大小为$B_0=\frac{B_1+B_2}{2}$，方向竖直向下。 1 分

（2）面电流密度大小为 $j=\frac{1}{\mu_0}(B_2-B_1)$，方向垂直于纸面向里。 1 分

（3）设电流方向为 y 方向，磁场方向为 x 方向，则载流平面内电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_y$ 在磁场中受力

$$df=Idl_y\times B$$

$I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_y$ 在磁场中受力大小为 $df=jdl_x\cdot dl_yB_0$ 1 分

则载流平面单位面积受磁场力大小为

$F=\frac{df}{ds}=\frac{df}{dl_x\cdot dl_y}=jB_0=\frac{\left(B_2^2-B_1^2\right)}{2\mu_0}$, 1 分

方向垂直于载流平面指向 $\boldsymbol{B}_1$ 一侧。 1 分