2020-2021-1 大学物理 AII 期末考试题 A 卷参考答案和评分标准

一、选择题（共 24 分，单选，每题 3 分）

A　　C　　B　　C　　C　　B　　C　　D

二、填空题（共 30 分）

1. $D=\dfrac{Q}{4\pi R^2}$；1 分　指向球壳中心；1 分　$\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{\varepsilon_{r1}R_1}-\dfrac{1}{\varepsilon_{r1}R}+\dfrac{1}{\varepsilon_{r2}R}-\dfrac{1}{\varepsilon_{r2}R_2})$ 2 分

2. $\dfrac{2\pi\varepsilon_0[(\varepsilon_{\rm r}-1)h+H]}{\ln R-\ln r}$　　3 分

3. 1.5mH　　3 分

4. $q=2.04\times10^{-11}C$　(数值从 2.0~2.1 都可算对)　　3 分

5. 感生电场和位移电流

或变化的磁场产生感生电场和变化的电场产生感生磁场；　　2 分

$\iint_S \dfrac{\partial}{\partial t}\vec{D}\cdot d\vec{S}$ 或 $\dfrac{d}{dt}\iint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$ 或 $d\Phi_D/dt$；$-\iint_S \dfrac{\partial}{\partial t}\vec{B}\cdot d\vec{S}$ 或 $-\dfrac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$ 或 $-d\Phi_m/dt$

2 分

6. 9472m；2 分　　能。　　2 分

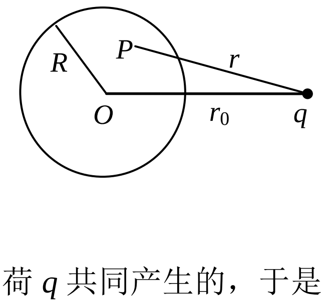
7. $\dfrac{h}{\sqrt{3}m_0c}$　　3 分

8. –0.85eV；　　2 分　　4　　1 分

9. 6.6×10^{-8}；　　2 分　　1.84×10^{-5}　　1 分

三、计算题（共 46 分）

1. 解：（1）P 点总的电场强度为零。该点的电场强度是导体球面上非均匀分布的电荷及球外点电荷 q 所共同产生的。于是所求场强等于总场强减去球外点电荷 q 产生的场强。



场强：$E_p'=0-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$　　方向沿 r 指向 q　　2 分

P 点的电势是导体球面上非均匀分布的感应电荷 q' 及球外点电荷 q 共同产生的，于是，所求电势等于总电势减去球外点电荷 q 产生的电势。

$$\varphi_p'=\varphi_p-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$　　2 分

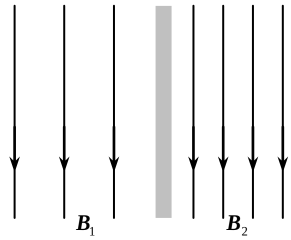
导体达到静电平衡后，P 点电势与 O 相等，即$\varphi_p=\varphi_o=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$

电势：$$\varphi'_p=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_0}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ 2 分

（2）若球接地，导体球心 O 处的电势为零，即 $\varphi_o=0$ 2 分

$$\because \varphi_O=\varphi'_O+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\ ,\quad \varphi'_O=\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}\quad \therefore q'=-\frac{R}{r_0}q$$ 2 分

2. 解：（1）要求载流平面单位面积所受的磁场力，须首先求出外磁场的磁感应强度。由图所示磁感线疏密可知 $B_2>B_1$，已知无限大载流平面两侧磁场大小相等，皆为



$$B_{左}=B_{右}=\frac{\mu_0}{2}j$$ 1 分

方向相反。式中 j 表示无限大载流平面内通过垂直于电流方向的单位长度的电流强度。均匀外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 在平面两侧方向相同，故由叠加原理可得

$$B_0-B_{左}=B_1\ ,\quad B_0+B_{右}=B_2$$ 1 分

外磁场的磁感应强度大小为$B_0=\dfrac{B_1+B_2}{2}$，方向竖直向下。 2 分

（2）面电流密度大小为 $j=\dfrac{1}{\mu_0}\left(B_2-B_1\right)$，方向垂直于纸面向里。 2 分

（3）设电流方向为 y 方向，磁场方向为 x 方向，则载流平面内电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_y$ 在磁场中受力

$$\mathrm{d}\boldsymbol{f}=I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_y\times\boldsymbol{B}$$ 1 分

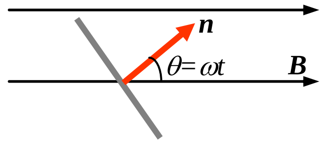
$I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_y$ 在磁场中受力大小为$\mathrm{d}f=j\mathrm{d}l_x\cdot\mathrm{d}l_y B_0$ 1 分

则载流平面单位面积受磁场力大小为

$$F=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}s}=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}l_x\cdot\mathrm{d}l_y}=jB_0=\frac{\left(B_2^2-B_1^2\right)}{2\mu_0},$$ 1 分

方向垂直于载流平面指向 $\boldsymbol{B}_1$ 一侧。 1 分

3. 解：（1）$\boldsymbol{n}$ 为金属框所围面积的法向，设时间 t=0 时，$\boldsymbol{n}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的夹角为 0；



则 t 时刻通过金属框所围面积的磁通量为

$$\Psi_m(t) = BS\cos\theta = BS\cos\omega t$$ 2 分

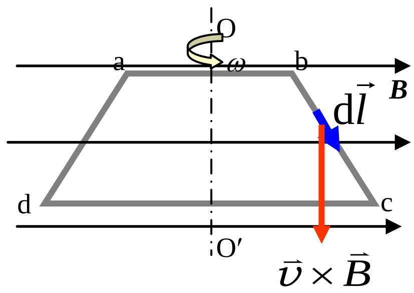
其中 S 为梯形面积

金属框中电动势为 $\varepsilon = BS\omega\sin\omega t$ 2 分

当金属框线圈平面与磁力线平行时，ωt=π/2 代入上式得

$$\varepsilon = BS\omega\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = BS\omega = 8\sqrt{3}B\omega\times10^{-4}$$ 1 分

（2）bc 边的动生电动势为



$$\varepsilon_{bc} = \int_{(b)}^{(c)} \vec{\upsilon}\times\vec{B}\cdot d\vec{l}$$

$$= \int_0^4 \left(\frac{ab}{2} + l\sin 30^\circ\right)\omega B\cdot dl\cdot\cos 30^\circ$$

$$= 4\sqrt{3}B\omega\times10^{-4}[\mathrm{V}]$$ c 点电势高。

直接写出 $\varepsilon_{bc} = \frac{1}{2}\varepsilon = 4\sqrt{3}B\omega\times10^{-4}[\mathrm{V}]$ 也可以。 3 分

金属框中 b 点与 c 点之间的电势差为

$$U_{bc} = I_i\frac{R}{4} - \varepsilon_{bc} = \frac{\varepsilon}{R}\times\frac{R}{4} - \varepsilon_{bc} = -2\sqrt{3}B\omega\times10^{-4}[\mathrm{V}]$$。 2 分

4. 解：（1）由归一化条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n(x)|^2 dx = \int_0^a |\psi_n(x)|^2 dx = 1$$ 2 分

归一化常数 A 为 $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$ 1 分

在 $a/4<x<a$ 区间内发现粒子的概率为

$$P = 1 - \int_0^{a/4} |\psi_1(x)|^2 dx = 1 - \int_0^{a/4} \frac{2}{a}\sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)dx = 1 - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}\right) = 0.909$$ 2 分

（2）对宽为 a 的一维无限深方势阱中粒子的势能 $U(x)$=0

由一维定态薛定谔方程 $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi = E\psi$ 可得

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$$ 2 分

代入$\psi_n(x)=\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi}{a}x$

$$-\sqrt{\frac{2}{a}}\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2\sin\frac{n\pi}{a}x+\frac{2m}{\hbar^2}\sqrt{\frac{2}{a}}E\sin\frac{n\pi}{a}x=0$$ 2 分

由此得无限深方势阱中粒子的能量为

$$E_n=\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2=\frac{h^2}{8ma^2}n^2\text{；}\quad n=1,2,3,\cdots$$ 1 分

另一种方法：
一维无限深方势阱中粒子的德布罗意波干涉，产生驻波，波长满足

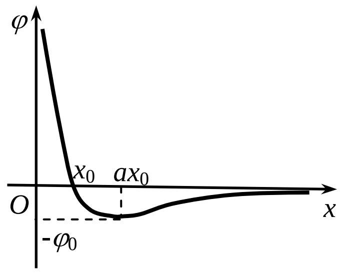
$a = n\,(\lambda/2)$ 2 分

所以 $$p_n=\frac{h}{\lambda}=\frac{nh}{2a}=\frac{n\pi\hbar^{2}}{a}$$ 2 分

$$E_n=\frac{p_n^2}{2m}=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2,\quad n=1,2,3,\cdots$$ 1 分

5. 解：（1）由势能曲线，由于当 $x\to 0$ 时，电势$\varphi\to+\infty$，因此有一正电荷位于坐标原点处，设其电量为 Q_1。

1 分



又由于电势曲线在正 x 轴上无发散，所以另一点电荷一定位于 x 负半轴上；又由于在 x 正半轴坐标为 x_0 处电势为零，因此另一点电荷一定是负电荷，且其量值大于正点电荷 Q_1，设其电荷量的大小为 Q_2，则 $Q_2> Q_1$， 2 分

（2）设点电荷 Q_2 到原点的距离为 d。

$$\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 x_0}-\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0(x_0+d)}=0$$

$$\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a x_0}-\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0(ax_0+d)}=-\varphi_0$$ 1 分

由于 $x=ax_0$ 处电势为极小，如果放一正的检验电荷在此处，其电势能也为极小值，说明该点是检验电荷的平衡位置，位于该点的检验电荷受力为零，因此有

$$\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\left(ax_0\right)^2}-\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0\left(ax_0+d\right)^2}=0$$ 1 分

联立以上三式解得：

$$d=a(a-2)x_0,\qquad Q_1=\frac{4\pi\varepsilon_0 a x_0\varphi_0}{a-2},\qquad Q_2=\frac{4\pi\varepsilon_0 a(a-1)^2x_0\varphi_0}{a-2}\text{。}$$ 1 分