

# 第一周作业 王子赫 1120210446

1. (1)  $S = \{ (红, 红), (红, 白), (红, 黑), (白, 红), (白, 白), (白, 黑), (黑, 红), (黑, 白), (黑, 黑) \}$

(2)  $S = \{ (红, 白), (红, 黑), (白, 红), (白, 黑), (黑, 白), (黑, 红) \}$

(3)  $S = \{ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 \}$

(4)  ~~$S = \{ 2 \}$~~   $S = \{ 2, 3, 4, \dots \}$

(5)  $S = \{ t \mid t \geq 0 \}$

(6)  $S = \{ (x, y) \mid -273.15 < x, y < +\infty \}$

2.  $S = \{ (正面, 1), (正面, 2), (正面, 3), (正面, 4), (正面, 5), (正面, 6), (反面, 反面), (反面, 正面) \}$

3. (1)  $A, A_2, \bar{A}_3, \bar{A}_4$

(2)  $A, A_2, A_3, A_4$

(3)  $A, A_2, A_3, A_4$

(4)

(4)  $A, \bar{A}_2, \bar{A}_3, \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1, A_2, \bar{A}_3, \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1, A_2, A_3, \bar{A}_4 \cup \bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3, A_4$

(5)  ~~$A, A_2, A_3, A_4$~~   $A, A_2 \cup A, A_3 \cup A, A_4 \cup A, A_3 \cup A, A_2, A_4 \cup A, A_3, A_4$

(6)  $\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3 \cup \bar{A}_4$

4. (1) 第一次和第二次都没有命中

(2) 第二次命中, 第一、三次没命中

(3) 第二次和第三次至少有一次没命中

(4) 三次射击至少命中两次

(5) 第三次命中而第一次和第二次没命中

$$\text{17. 解: } P(AB) = P(\overline{A\overline{B}}) = 1 - P(\overline{A\overline{B}}) = 1 - P(A \cup B) \\ = 1 - [P(A) + P(B) - P(AB)]$$

$$\Rightarrow P(AB) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(A) = 1 - P$$

$$\text{故 } P(B) = 1 - P$$

$$\text{19. 解: } P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$

$$= 1 - [P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)]$$

$$\text{由 } P(AB) = 0 \Rightarrow P(ABC) = 0.$$

$$\Rightarrow P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) = 1 - \left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0 - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + 0 \right] = \frac{1}{2}$$

故 A, B, C 都不发生的概率为  $\frac{1}{2}$

23. 证明(1):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$\text{由 } P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(AB) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(AB) \geq P(A) + P(B) - 1 \quad \text{证毕.}$$

证明(2):

$$\begin{cases} P(A \cup B \cup C) \leq 1 \\ P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(AB) + P(AC) + P(BC) \geq P(A) + P(B) + P(C) - 1 + P(ABC)$$

$$\Rightarrow P(AB) + P(BC) + P(AC) \geq P(A) + P(B) + P(C) - 1, \text{证毕}$$

又  $P(ABC) \geq 0$