

数据结构与算法设计

课程内容





课程内容:数据结构部分

概述 数组与广义表

线性表串

栈与队列 树

图

查找

内部排序

外部排序



课程内容: 算法设计部分

概述 贪心

分治 回溯

动态规划

•••••

... 计算模型

可计算理论

计算复杂性







串的基本概念

串的基本操作

KMP算法

BM算法

Sunday算法



一、什么是串

串是有零个或多个字符组成的有限序列。一般记为:

$$s = 'a_1 a_2a_n'$$
 其中 $n > = 0$



一、什么是串

s称为串的名, '...' 之间的字符序列称为串的值

a可以是字母,数字或其他字符

字符的数目称为串的长度零个字符的串,称为空串,长度为0



串中任意连续个字符构成的子序列称为子串 字符在串中的序列中的序号,称为字符的位置 子串第一个字符在主串中的位置,称为子串的位置



a= 'Bei' b= 'Jing'

c= 'BeiJing' d= 'Bei Jing'

a,b都是c和d的子串。

a的长度是3, b的长度是4, c的长度是7, d的长度是8

a在c, d中的位置都是0, b在c中的位置是3, d中的位置是4



当且仅当两个串的值相等,我们说这两个串是相等的

换句话说, 当两个串的字符序列和它们在字符序列中的位置都相等, 那么这两个串是相等的。





空格串,由一个或多个空格组成的串,叫做空格串。

s= ' '

空串是任何串的子串,通常记为∅





一、特殊的线性表

串与线性表极度相似

线性表的操作常常是单个元素为处理对象的;

串的操作常常是以串或子串为处理对象的;

串含有结束标记;



1) 用常量初始化串StrAssign(&T,chars)

前提: chars是一个字符串常量

功能: 创建一个值等于chars的串T

2) 字符串复制Strcpy(&T, S)

前提:S存在

功能:由串S复制得串T

3) 判别S是否为空串StrEmpty(S)

前提: S必须存在

功能:若S为空串,返回True,否则返回false



4) 字符串比较StrCompare (T,S)

前提:T,S存在

功能: 若S>T,返回值>0,若S与T相等,则返回值==0,

若S<T,返回值<0

5) 求字符串长度StrLength(S)

功能:返回串S的字符个数,即S的长度

6) 清空串ClearStr(&S)

前提:S必须存在

功能:将S清空为空串



7) 字符串连接ConcatStr (&T,S1, S2)

前提: S1, S2存在

功能:连接S1和S2组成新的串T

8) 求子串SubStr(&Sub, S, pos,len)

前提: 串S存在, 0<=pos<=StrLengh(S)且

0<=len<=StrLengh(S)-pos</pre>

功能:返回串S的第pos个字符起,长度为len的子串Sub



9)返回子串第一次出现的位置getIndex(S, T, pos)

前提: S, T必须存在, T是非空串, 0<=pos<=StrLengh(S)

功能: 若S中含有和串T相同的子串,则返回它在串S中的第pos个字符

之后第一次出现的位置;否则返回-1

10) 子串替换replace (&S, T, V)

前提:S,T和V都存在,T是非空串

功能:用V替换串S中出现的所有与T相等的不重叠子串



11) 插入子串StrInsert (&S, pos, V)

前提: S和T存在, 0<=pos<=StrLengh(S)

功能: 在串S的第pos个位置之前插入串T

12) 删除子串StrDelete (&S, pos, len)

前提: S存在, 0<=pos<=StrLengh(S)-len

功能:从S中删除第pos个字符起长度为len的子串

13) 释放串的存储空间 (&S)

前提:S存在

功能:串S被销毁



- 二、串的物理实现方式
- ·顺序结构(数组, C语言)
- ・链表方式 (略)





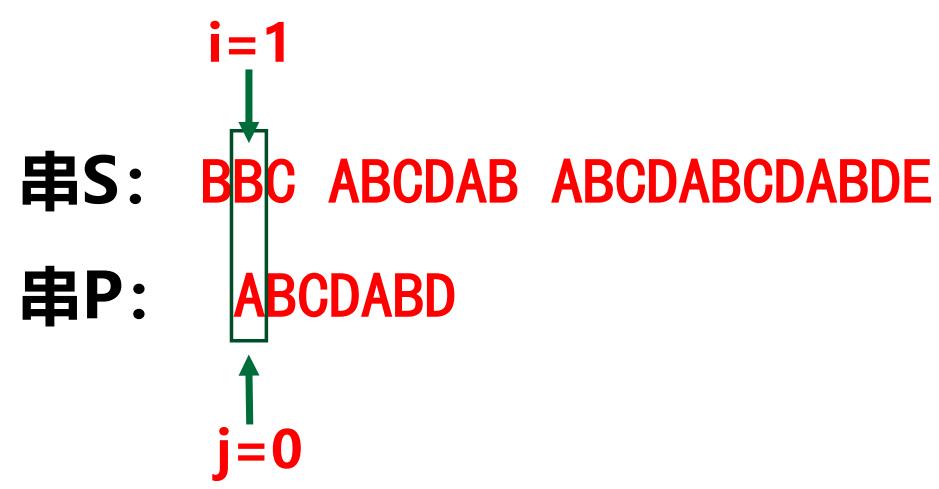
```
串的模式匹配算法: 查找子串定位的Index(S,P,pos)_暴力法
int i=pos , j=0;
while(i<strlen(S)&&j<strlen(P))
{
    if ( S[i] == P[j] ){ i++; j++; }
    else { i=i-j+1; j=0; }
}
if (i>=strlen(S)) printf( "%d" ,-1);//匹配不成功
else printf("%d",i-j);//匹配成功
```

最好的匹配成功的情况是m, 最好的匹配不成功的情况是n, 最坏的情况是n*m

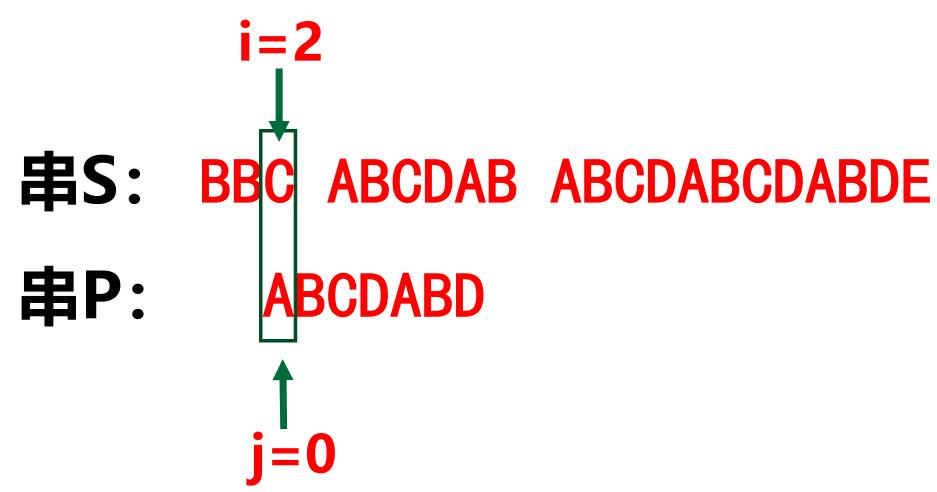




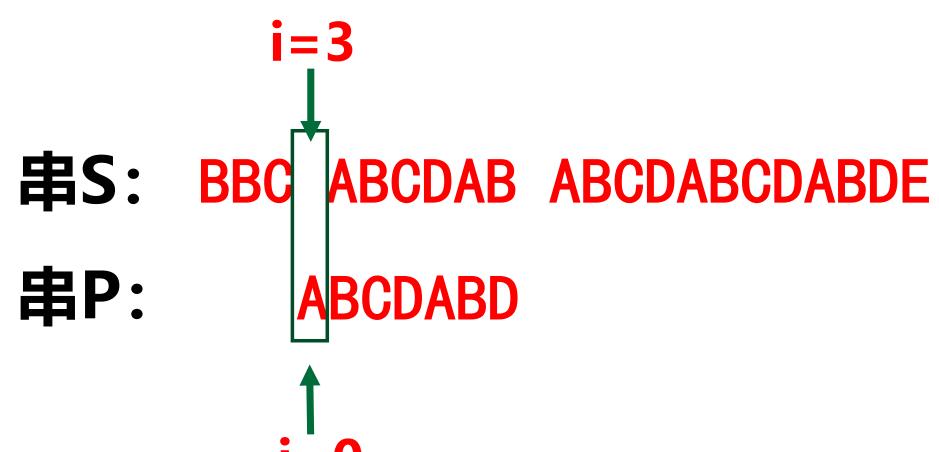






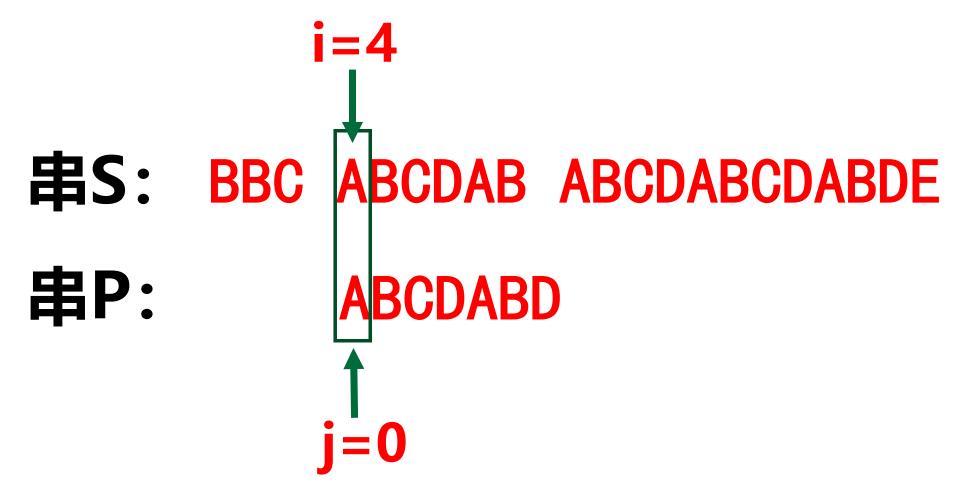






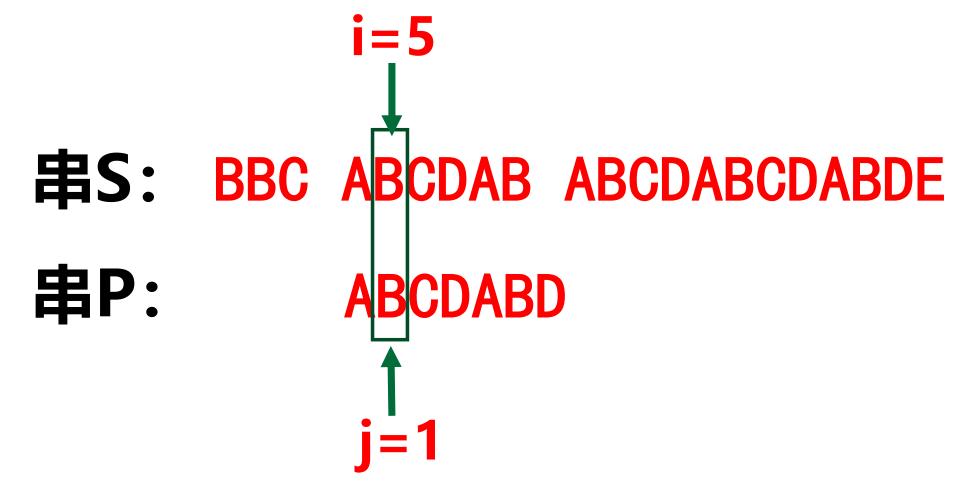






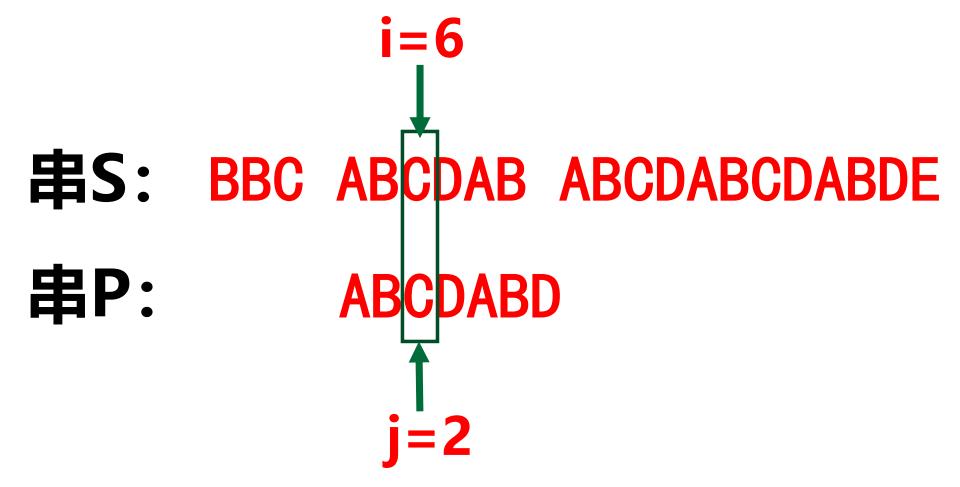






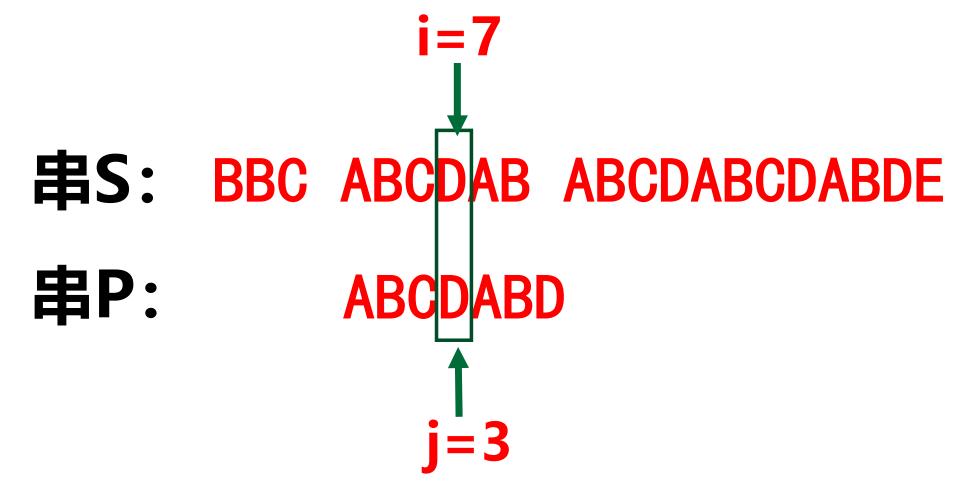






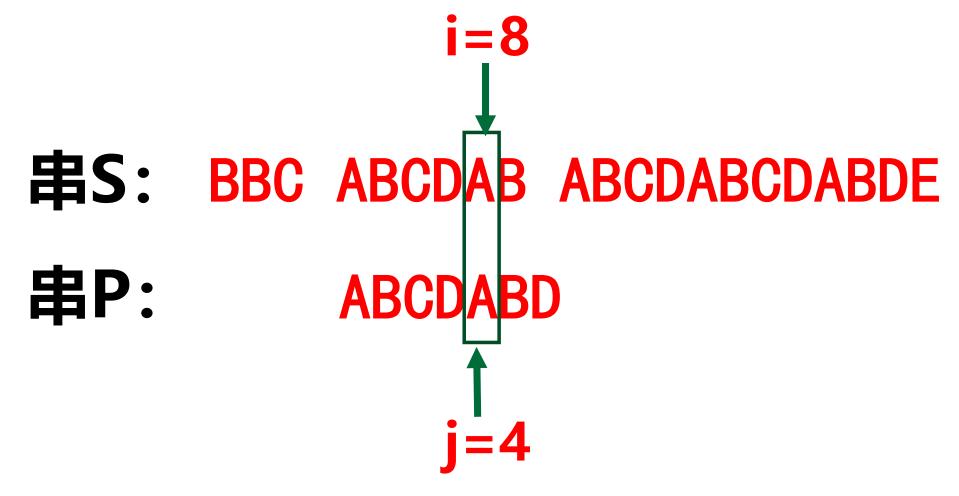






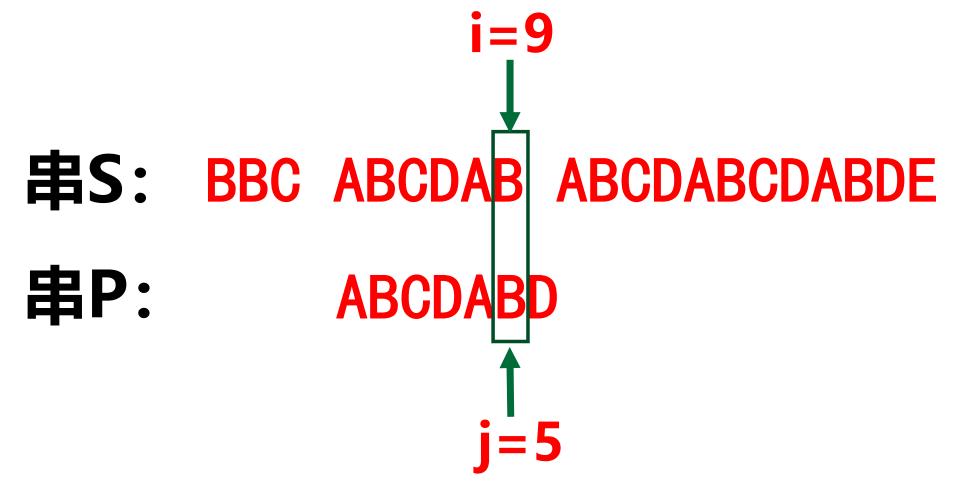






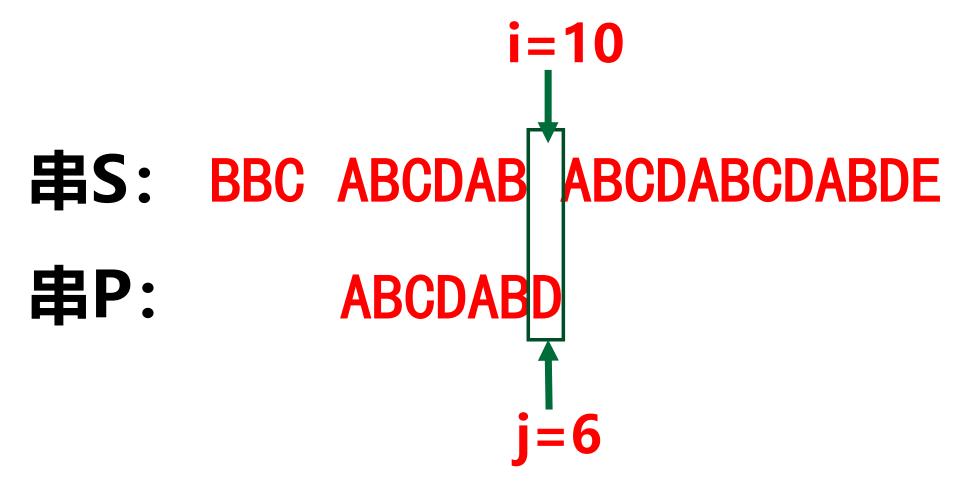






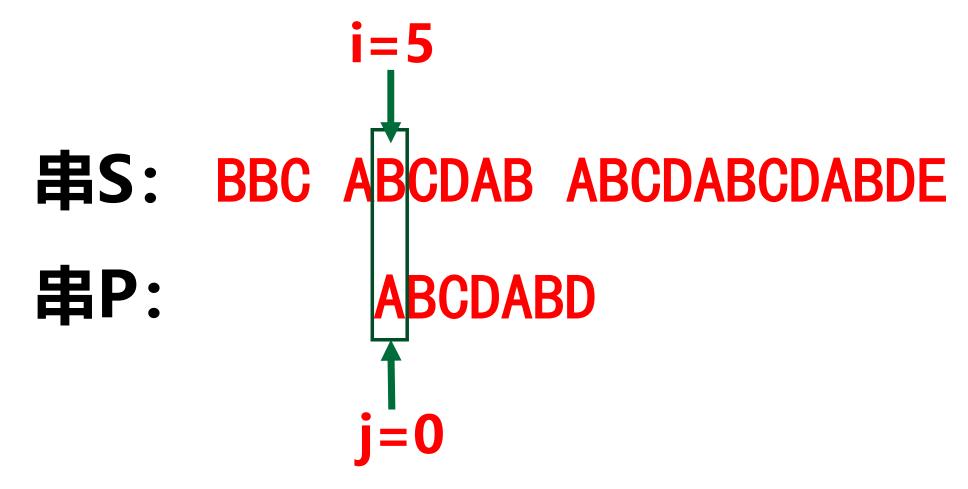
















算法由D.E.Knuth、J.H.Morris和V.R.Pratt,共同发现

利用之前已经部分匹配这个有效信息,保持i 不回溯,通过修改j 的位置, 让模式串尽量地移动到有效的位置。





假设现在文本串S匹配到i位置,模式串P匹配到j位置:

如果当前匹配失败:

在i保持不变的情况下,j应该从哪里开始进行匹配?

串的模式匹配算法: KMP算法



假设现在文本串S匹配到 i 位置,模式串P匹配到 j 位置:

如果当前匹配失败:

在i保持不变的情况下,j应该从哪里开始进行匹配?

假定i位置的字符,应该与P串中的第k个字符做匹配,那么:

串的模式匹配算法: KMP算法

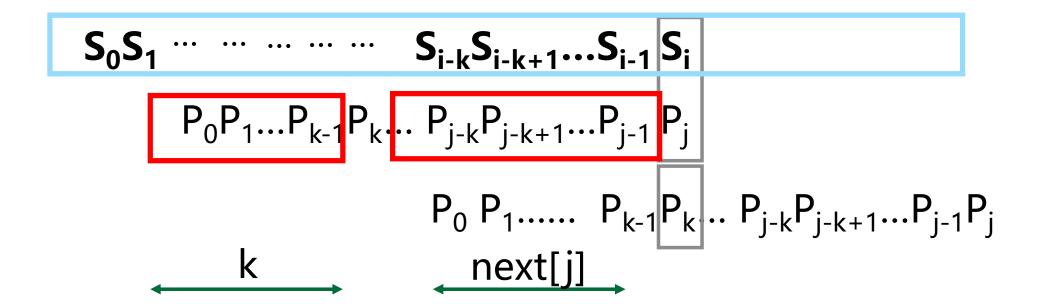


$$S_0S_1 \cdots \cdots S_{i-k}S_{i-k+1}...S_{i-1}S_i$$

 $P_0P_1...P_{k-1}P_k...P_{j-k}P_{j-k+1}...P_{j-1}P_j$

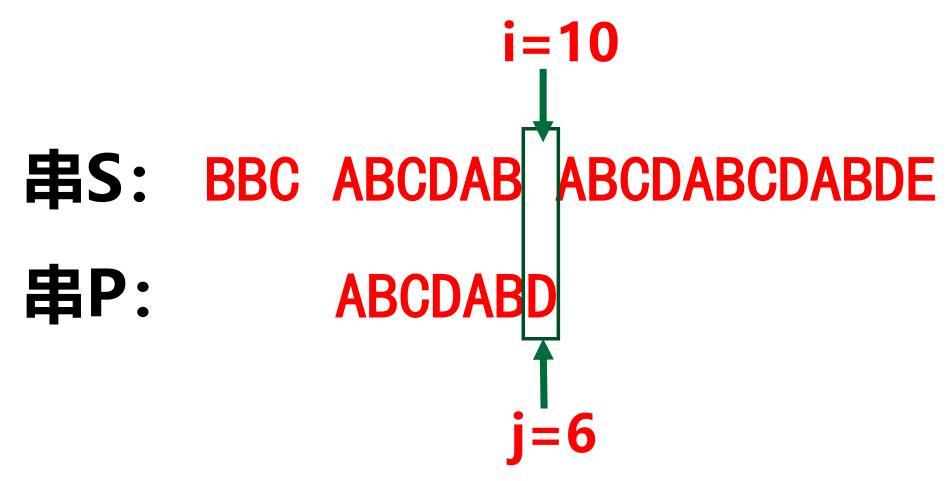
串的模式匹配算法: KMP算法





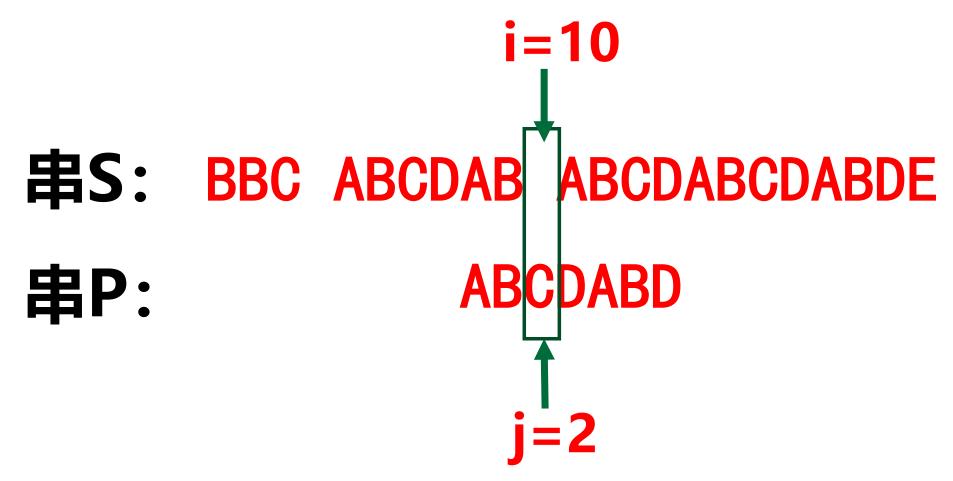














定义Next数组,用于存储当i与j匹配失败的时候,下一步应该让i去匹配P[k]字符,那么如何求取next数组呢?

- (1) 求取最大前缀后缀公共元素长度;
- (2) 向右平移1位, 左侧补-1;



模式串的各个子串	前缀	后缀	最大公共元素长度
Α	空	至	0
AB	А	В	0
ABC	A,AB	C,BC	0
ABCD	A,AB,ABC	D,CD,BCD	0
ABCDA	A,AB,ABC,ABCD	A,DA,CDA,BCDA	1
ABCDAB	A,AB,ABC,ABCD,ABCDA	B,AB,DAB,CDAB,BCDAB	2
ABCDABD	A,AB,ABC,ABCD,ABCDA ABCDAB	D,BD,ABD,DABD,CDABD BCDABD	0





next 数组考虑的是除当前字符外的最长相同前缀后缀,所以通过第①步骤求得各个前缀后缀的公共元素的最大长度后,只要稍作变形即可:将第①步骤中求得的值整体右移一位,然后初值赋为-1,如下表格所示:

模式串	A	В	C	D	A	В	D
最大前缀后缀 公共元素长度	0	0	0	0	1	2	0
j	0	1	2	3	4	5	6
next数组的值: next[j]	-1	0	0	0	0	1	2





定义Next数组,用于存储当i与j匹配失败的时候,下一步应该让i去匹配P[k] 字符,关键是求得这个k:

问题变成了,求解k的过程:

(1) 给出k的定义求解:

《 北京理工大学 BELING INSTITUTE OF TECHNOLOG

(3) 给出k的递归求解过程:

 \diamondsuit : next[0]=-1,next[1]=0;

设: next[j]=k, 即表示当j字符"失配"时, 应退到第k个元素,

因为:有 "P₀P₁....P_{k-1}" = "P_{j-k}P_{j-k+1}.......P_{j-1}"

接下来,考察next[j+1]:

若 $P_k = = P_j$,则有 " $P_0 P_1 P_{k-1} P_k$ " == " $P_{j-k} P_{j-k+1} P_{j-1} P_j$ ",显然也有 next[j+1] = k+1,

 ${\rm \ddot{z}P_k!=P_j}$, 则有两种情况:

- a) next[j+1]=next[k]+1, (若P[next[k]]==P[j])
- b) if (k==-1) next[j+1]==0 else k = next[k],



ABCDABCE



J







ABCDABCE

next[1]= 0, k值为0, 算法固定



《 北京理工大学 BELING INSTITUTE OF TECHNOLOG

ABCDABCE



next[2]= 0, k的值为0

```
P_k(A)!=P_j(C),则有两种情况:
```

- a) next[j+1]=next[k]+1, (若P[next[k]]==P[j])
- b) if (k==-1) next[j+1]==0 else k = next[k]

推算出next[3]=0



ABCDABCE



next[3]= 0, k的值为0

```
P_k(A)!=P_j(D),则有两种情况:
```

a) next[j+1]=next[k]+1, (若P[next[k]]==P[j])

(華) 北京理工大学

b) if (k==-1) next[j+1]==0 else k = next[k], 推算出next[4]=0



《 北京理工大学 BELING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

ABCDABCE



J

next[4]= 0, k的值为0

 $P_k(A) == P_j(A)$, 若 $P_k == P_j$,则有 " $P_0 P_1 P_{k-1} P_k$ " == " $P_{j-k} P_{j-k+1} P_{j-1} P_j$ " ,显然也有 next[j+1] = k+1,则: next[5] = 1



《 北京理工大 BELING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

ABCDABCE



next[5]= 1, k的值为1



《 北京理工大学 BELING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

ABCDABCE



next[6]= 2, k的值为2

 P_k (C)== P_j (C), 若 P_k = P_j , 则有 " P_0P_1 $P_{k-1}P_k$ " == " $P_{j-k}P_{j-k+1}$ $P_{j-1}P_j$ " ,显然也有 next[j+1]=k+1, 则: next[7]=3



《此京理工大学 BELING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

ABCDABCE









ABCDABCE

模式串	A	В	C	D	A	В	C	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7
next数组的 值: next[j]	-1	0	0	0	0	1	2	3





next 数组递推过程(初始值)

模式串	A	В	C	D	A	В	D
j	0	1	2	3	4	5	6
next数组的值: next[j]	-1	0					

根据P₀, P₁, 求next[2]的值: P_i是 'B', k是0, P_k是 'A', 所以next[2]为0





next 数组递推过程 (next[2]=0)

模式串	A	В	C	D	A	В	D
j	0	1	2	3	4	5	6
next数组的值: next[j]	-1	0	0				

根据P₀, P₁, P₂求next[3]的值: P_i是 'C', k是0, P_k是 'A', 所以next[3]为0





next 数组递推过程 (next[3]=0)

模式串	Α	В	C	D	A	В	D
j	0	1	2	3	4	5	6
next数组的值: next[j]	-1	0	0	0			

根据 P_0 , P_1 , P_2 , P_3 求next[4]的值: P_j 是 'D', k是0, P_k 是 'A', 所以next[4]为0





next 数组递推过程 (next[4]=0)

模式串	A	В	C	D	Α	В	D
j	0	1	2	3	4	5	6
next数组的值: next[j]	-1	0	0	0	0		

根据P₀, P₁, P₂, P₃, P₄, 求next[5]的值: P_j是 'A', k是0, P_k是 'A', 所以next[5]为next[4]+1





next 数组递推过程 (next[5]=1)

模式串	A	В	C	D	A	В	D
j	0	1	2	3	4	5	6
next数组的值: next[j]	-1	0	0	0	0	1	

根据 P_0 , P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 求next[6]的值: P_j 是 'B', k是1, P_k 是 'B', 所以next[6]为next[5]+1





next 数组递推过程 (next[6]=2)

模式串	A	В	C	D	Α	В	D
j	0	1	2	3	4	5	6
next数组的值: next[j]	-1	0	0	0	0	1	2





next 数组递推过程示例3:

模式串	D	A	В	C	D	A	В	D	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
next数组的 值: next[j]	-1	0							

根据P₀, P₁, 求next[2]的值: P_j是 'A' , k是0, P_k是 'D' , 所以next[2]为0





next 数组递推过程示例3:

模式串	D	A	В	C	D	A	В	D	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
next数组的 值: next[j]	-1	0	0						

根据P₀, P₁, P₂求next[3]的值: P_i是 'B', k是0, P_k是 'D', 所以next[3]为0





next 数组递推过程示例3:

模式串	D	A	В	C	D	A	В	D	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
next数组的 值: next[j]	-1	0	0	0					

根据 P_0 , P_1 , P_2 , P_3 , 求next[4]的值: P_j 是 'C', k是0, P_k 是 'D', 所以next[4]为0





next 数组递推过程示例3:

模式串	D	A	В	C	D	A	В	D	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
next数组的 值: next[j]	-1	0	0	0	0				

根据 P_0 , P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , 求next[5]的值: P_j 是 'D', k是0, P_k 是 'D', 所以next[5]为k+1, 即0+1=1





next 数组递推过程示例3:

模式串	D	A	В	C	D	A	В	D	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
next数组的 值: next[j]	-1	0	0	0	0	1			

根据 P_0 , P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 , 求next[6]的值: P_j 是 'A', k是1, P_k 是 'A', 所以next[6]为k+1, 即1+1=2





next 数组递推过程示例3:

模式串	D	A	В	C	D	A	В	D	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
next数组的 值: next[j]	-1	0	0	0	0	1	2		

根据 P_0 , P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 , P_6 , 求next[7]的值: P_j 是 'B', k是2, P_k 是 'B', 所以next[7]为k+1, 即2+1=3





next 数组递推过程示例3:

模式串	D	A	В	C	D	A	В	D	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
next数组的 值: next[j]	-1	0	0	0	0	1	2	3	

根据 P_0 , P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 , P_6 , P_7 , 求next[8]的值: P_j 是 'D', k是3, P_k 是 'C', 所以next[8]为:next[3]+1=1





next 数组递推过程示例3:

模式串	D	A	В	C	D	A	В	D	E
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
next数组的 值: next[j]	-1	0	0	0	0	1	2	3	1



```
少 北京理工大学
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY
```

next数组的求解过程

```
int j,k;
k=-1; j=0;
next[0] = -1;
while(j<S.length){</pre>
      if (k==-1 || (S[j]==S[k]) {|}
            j++;
            k++;
            next[j]=k;
       } else {
           k=next[k];
```



- (2) next数组的使用(初始i=0, j=0):
- 在匹配过程中:
 - (0) 比较S_i和P_{j;}
 - (1) 若S_i==P_j, 则i++, j++, 继续 (0) 匹配S_i和P_j;
- (2) 若 S_i != P_j , 则退回到k (next[j]) 的位置,即j赋值为k(k<j),再比较:若 S_i 与 $P_{k(i)}$ 相等:则i++,j++;
- 若S_i与P_{k(j)}不相等,则继续退回到next[k==j]的位置,
- next[k]变相等于next[next[j]],依次类推下去,直到:
 - a:退回到next[.....next[j]];
 - b:退回到0,则开始比较 S_{i+1} 与 P_0

串的模式匹配算法: KMP算法 最大长度值 В D D i=0next 数组 -1

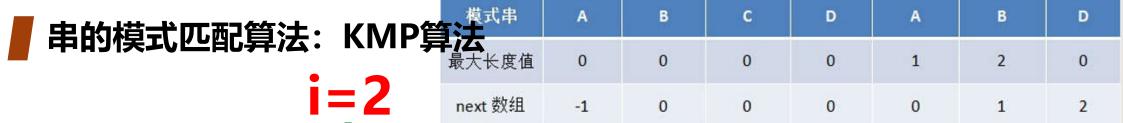


串P: ABCDABD

串的模式匹配算法: KMP算法 最大长度值 В D D 0 0 0 1 0 0 2 i=1 next 数组 -1 0 0 0 0 1 2

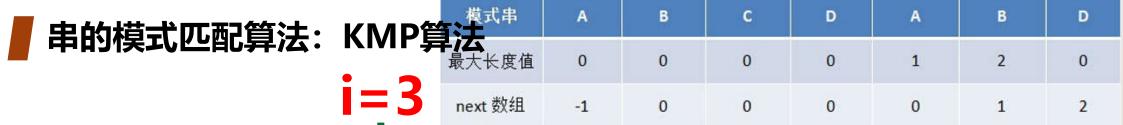
串S: BBC ABCDAB ABCDABCDABDE

串P: ABCDABD



串S: BBC ABCDAB ABCDABCDABDE

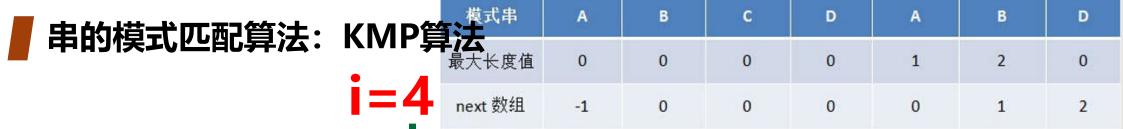
串P: ABCDABE



串S: BBC ABCDAB ABCDABCDABDE

串P:

ABCDABD



串S: BBC

串P:

ABCDAB ABCDABCDABDE

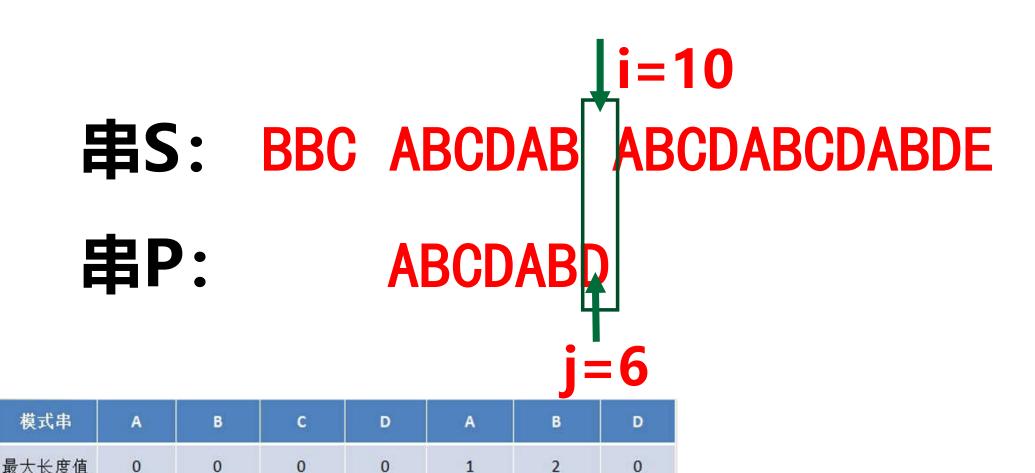
ABCDABD



next 数组

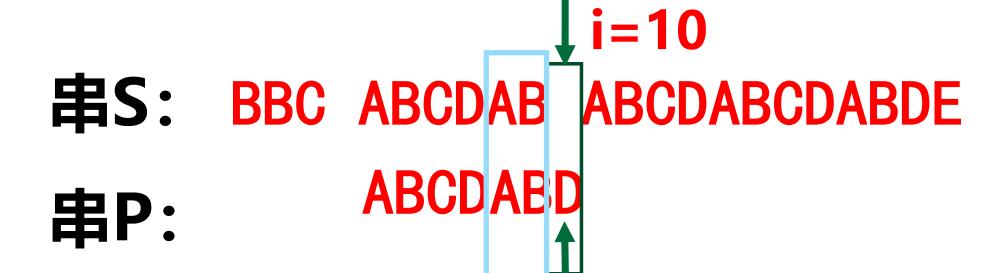
-1







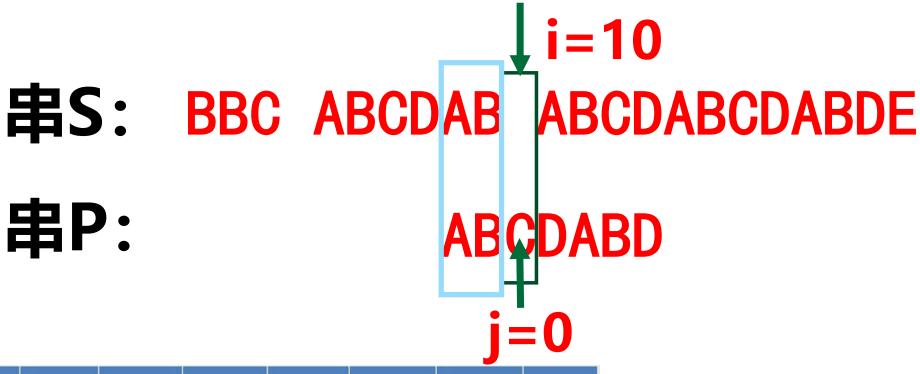




模式串	A	В	c	D	A	В	D
最大长度值	0	0	0	0	1	2	0
next 数组	-1	0	0	0	0	1	2







模式串	А	В	С	D	A	В	D
最大长度值	0	0	0	0	1	2	0
next 数组	-1	0	0	0	0	1	2







串P:

ABCDABD

模式串	A	В	С	D	A	В	D
最大长度值	0	0	0	0	1	2	0
next 数组	-1	0	0	0	0	1	2





串S: BBC ABCDAB ABCDABCDABDE

串P:

i=11
ABCDABCDABDE
ABCDABD

模式串	A	В	С	D	А	В	D
最大长度值	0	0	0	0	1	2	0
next 数组	-1	0	0	0	0	1	2







串P:

ABCDABD

模式串	A	В	С	D	A	В	D
最大长度值	0	0	0	0	1	2	0
next 数组	-1	0	0	0	0	1	2



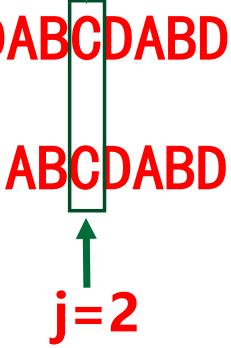






串P:

模式串	A	В	С	D	А	В	D
最大长度值	0	0	0	0	1	2	0
next 数组	-1	0	0	0	0	1	2



串的模式匹配算法: KMP算法



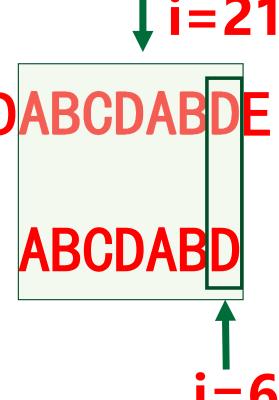


串S: BBC ABCDAB ABCDABCDABC

串P:

i始终没有回溯,一直向右,提高了效率

模式串	A	В	С	D	A	В	D
最大长度值	0	0	0	0	1	2	0
next 数组	-1	0	0	0	0	1	2



KMP改进方法





串S: abacababc



串T: abab

	a	b	а	b
索引值	0	1	2	3
最大前缀后缀	0	0	1	2
next[j]	-1	0	0	1
是否满足	初始值 无须优化	P[1]!=P[next[1]]	P[2] == P[next[2]]	p[3]==p[next[3]]
是否优化	初始值 无须优化	不优化	需要优化	需要优化
优化的next[j]	-1	0	next[2]=next[next[2]]=next[0]=-1	next[3]=next[next[3]]=next[1]=0





串S: abacababc

串T: abab

	a	b	а	b
索引值	0	1	2	3
最大前缀后缀	0	0	1	2
next[j]	-1	0	0	1
优化的next[j]	-1	0	-1	0

KMP改进方法

重复比较

能力 北京理工大学 BELING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

串S: abacababe

串S: abacababc

abab

串T: abab

按照next值,应该移到1号位置

	a	b	а	b
索引值	0	1	2	3
最大前缀后缀	0	0	1	2
next[j]	-1	0	0	1
优化的next[j]	-1	0	-1	0

KMP改进方法

迎北京理工大学 BELING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

串S: abacababc

串S: abacababc

串T: abab

abab

按照优化的next值,应该移到0号位置

	а	b	a	b
索引值	0	1	2	3
最大前缀后缀	0	0	1	2
next[j]	-1	0	0	1
优化的next[j]	-1	0	-1	0





```
int j,k;
j=0;k=-1;
 nextval[0]=-1;
 while(j<S.length-1){
       if (k==-1 || S[j]==S[k])
             j++;k++;
              if (S[j])!=S[k]{ nextval[j]=k; }
              else nextval[j]=nextval[k];
        else
          k=nextval[k];
```





KMP的匹配是从模式串的开头开始匹配的,而1977年,德克萨斯大学的Robert S. Boyer教授和J Strother Moore教授发明了一种新的字符串匹配算法: Boyer-Moore算法, 简称BM算法。该算法从模式串的尾部开始匹配,且拥有在最坏情况下O(N)的时间复杂度。在实践中,比KMP算法的实际效能高。





BM算法定义了两个规则:

坏字符规则:当文本串中的某个字符跟模式串的某个字符不匹配时, 我们称文本串中的这个失配字符为坏字符,此时模式串需要向右移 动,移动的位数 = 坏字符在模式串中的位置 - 坏字符在模式串中 最右出现的位置。此外,如果"坏字符"不包含在模式串之中,则最 右出现位置为-1。

好后缀规则: 当字符失配时,后移位数 = 好后缀在模式串中的位置 - 好后缀在模式串上一次出现的位置,且如果好后缀在模式串中没有再次出现,则为-1。



串S: HERE IS A SIMPLE EXAMPLE

串P: EXAMPLE

"文本串"与"模式串"头部对齐,从尾部开始比较。"S"与"E"不匹配。这时, "S"就被称为"坏字符"(bad character),即不匹配的字符,它对应着模 式串的第6位。且"S"不包含在模式串"EXAMPLE"之中(相当于最右出现 位置是-1),这意味着可以把模式串后移6-(-1)=7位,从而直接移到"S" 的后一位。



串S: HERE IS A SIMPLE EXAMPLE

串P:

EXAMPLE

从尾部开始比较。"P"与"E"不匹配,坏字符,它对应着模式串的第6位。但"P"包含在模式串"EXAMPLE"之中(出现位置是4),这意味着可以把模式串后移6-4=2位,从而直接后移2位,两个"P"对齐。



"P"与"P"匹配。这时, "P"就被称为"好字符",即所有尾部匹配的字符串。注意, "MPLE"、"PLE"、"LE"、"E"都是好后缀。



串S: HERE IS A SIMPLE EXAMPLE EXAMPLE EXAMPLE

串P:

"I"与"A"不匹配。这时,按照坏字符规则,向右移3位(2-(-1))。 所有的"好字符",即所有尾部匹配的字符串。注意,"MPLE"、 "PLE"、"LE"、"E"都是好后缀。后移位数 = 好后缀在模式串中的位置 - 好后缀在模式串中上一次出现的位置,且如果好后缀在模式串中没有再次出现,则为-1。所有的"好后缀"(MPLE、PLE、LE、E)之中,只有"E"在"EXAMPLE"的尾部和头部出现,所以后移6-0=6位。





串S: HERE IS A SIMPLE EXAMPLE

串P:



串S: HERE IS A SIMPLE EXAMPLE 串P: EXAMPLE

"P"与"E"不匹配。这时, "P"就被称为"坏字符"(bad character), 它对应着模式串的第6位。且"P"包含在模式串"EXAMPLE"之中(最右出现位置是4), 这意味着可以把模式串后移6-(4)=2位。



串S: HERE IS A SIMPLE EXAMPLE 串P: EXAMPLE

"E"与"E"匹配。这时, "E"就被称为"好字符"(good character),它对应着模式串的第6位。"EXAMPLE""XAMPLE" "AMPLE""MPLE"、"PLE"、"LE"、"E"都是好后缀。

Sunday算法



BM算法虽然通常比KMP算法快,但BM算法也还不是现有字符串查找算法中最快的算法,最后再介绍一种比BM算法更快的查找算法即Sunday算法。

Sunday算法由Daniel M.Sunday在1990年提出,它的思想跟BM算法很相似:

只不过Sunday算法是从前往后匹配,在匹配失败时关注的 是文本串中参加匹配的最末位字符的下一位字符。

如果该字符没有在模式串中出现则直接跳过,即移动位数 = 匹配串长度 + 1;

否则, 其移动位数 = 模式串中最右端的该字符到末尾的距离 +1。





串S: substring searching algorithm

串P: search

结果发现在第2个字符处发现不匹配,不匹配时关注文本串中参加匹配的最末位字符的下一位字符,即标粗的字符 i,因为模式串search中并不存在i,所以模式串直接跳过一大片,向右移动位数 = 匹配串长度 + 1 = 6 + 1 = 7,从 i 之后的那个字符(即字符n)开始下一步的匹配。

Sunday算法



串S: substring searching algorithm 串P: search

第一个字符就不匹配,再看文本串中参加匹配的最末位字符的下 一位字符,是'r',它出现在模式串中的倒数第3位,于是把模式 串向右移动3位(r到模式串末尾的距离 + 1 = 2 + 1 = 3),使 两个'r'对齐





串S: substring searching algorithm search

匹配成功

本章学习要点



- 1. 掌握串类型的特点,并能在相应的应用问题中正确选用它们。
- 2. 熟练KMP实现方法
- 3. 了解BM算法和Sunday算法