课程编号：MTH17004　　　　北京理工大学 2011-2012 学年第二学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________________　　　学号__________________　　　姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 平面 $\pi_1: 3x+2y-z+6=0$ 与 $\pi_2: 3x+2y-z-7=0$ 之间的距离 $d=$__________________.

2. 设 $f(x,y)=\sqrt{x^2+|y|^3}$，根据偏导数的定义，$f_y'(0,0)=$________________.

3. 设 $\vec{A}=e^{xy}\vec{i}+\sin(xy)\vec{j}+\sin(xz^2)\vec{k}$，则 $div\vec{A}=$______________________________________.

4. 设曲面 $S: x^2+y^2+z^2=a^2$，则 $\iint\limits_S (x^2+\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{4}z^2)dS=$___________________________.

5. $f(x)=\ln x$ 在 $x_0=3$ 处的泰勒级数展开式为 $f(x)=$________________________________.

二. (8 分)已知 $e^z-xz=y$ 确定函数 $z=z(x,y)$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

三. (8 分) 证明曲线 $\begin{cases} x^2 - z = 0 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$ 在点 $P(1,-2,1)$ 处的切线与直线 $\begin{cases} 3x - 5y + 5z = 0 \\ x + 5z + 1 = 0 \end{cases}$ 垂直.

四. (11 分) 求函数 $z = xy(1-x-y)$ 的极值点和极值.

五. (9 分) 将 $I=\int_0^1 dx\int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{x}\frac{dy}{\sqrt{(x^2+y^2)(4-x^2-y^2)}}$ 化成极坐标系中的累次积分，并求出积分的值.

六. (9 分) 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+2}$ 的收敛域及和函数.

七. (9 分) 设 V 是由柱面 $y=x^2$，平面 $y+z=1$ 以及 xOy 面所围成的空间有界闭区域，计算

$$I=\iiint_V x^2 dxdydz.$$

八. (10 分) 已知 $\dfrac{ax+y}{x^2+y^2}dx-\dfrac{x-y+b}{x^2+y^2}dy$ 在右半平面 $(x>0)$ 是函数 $u(x,y)$ 的全微分，求 a,b 的值，并求 $u(x,y)$.

九. (8 分) 设 $f(x)=\begin{cases}-1 & -\pi\le x<0\\ 1 & 0\le x<\pi\end{cases}$，求 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上以 2π 为周期的傅里叶级数展开式中 $\sin nx$ 的系数 b_n，并给出此傅里叶级数在 $[-\pi,\pi]$ 上的和函数 $S(x)$ 的表达式.

十. (9 分) 利用高斯公式计算 $I=\iint\limits_S xz^2dydz+(x^2y-z^3)dzdx+(2xy+y^2z+3)dxdy$，其中 S 是曲面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的下侧.

十一. (9 分) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 可导，且满足 $f(x)=\sin x+\int_0^x (x-u)f(u)du$，求 $f(0)$，$f'(0)$，并证明 $\sum_{n=1}^{\infty} f(\frac{1}{n})$ 发散，$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n f(\frac{1}{n})$ 收敛.