2023-2024-1《大学物理 AII》期末考试题 A 卷参考答案及评分标准

2024 年 1 月 5 日考试

一、选择题（每题 3 分）

1. B　2. D　3. B　4. C　5. C　6. C　7. B　8. D

二、填空题（共 30 分）

9. $\frac{\rho r}{3\varepsilon_1}$， $\frac{\rho}{6\varepsilon_1}(R^2-r^2)+\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_2}$　　4 分

10. $-\frac{q}{3}$　　3 分

11. IB，指向圆心；$2IBR$，向右　　4 分

12. $\frac{9\mu_0 I}{2\pi a}$　　3 分

13. 1.0 μF　　3 分

14. 由 M 指向 O（或向左）；$-\frac{1}{2}B\omega d(2L-d)$　　4 分

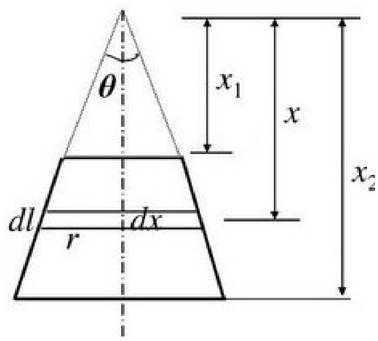
15. 3.2 dm^2　（或 0.032 m^2）　　3 分

16. 4.6×10^{-8} s　　3 分

17. $m_l=0,\pm1,\pm2,\pm3; m_s=\pm\frac{1}{2}$　　3 分

三、计算题（共 46 分）

18. 解：如图所示，取微元，则　　2 分



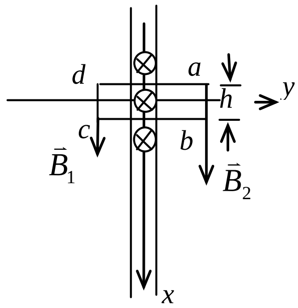
$$dS=2\pi r dl=2\pi\frac{tg\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}xdx$$　　2 分

$$dq=\sigma dS$$　　2 分

$$dU=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}=\frac{\sigma tg\frac{\theta}{2}}{2\varepsilon_0}dx$$　　2 分

$$U=\int dU=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}tg\frac{\theta}{2}\int_{x1}^{x2}dx=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(R_2-R_1)$$　　2 分

19. 设 i 为载流平面的面电流密度，$\vec{B}$ 为无限大载流平面产生的磁场，$\vec{B}_0$ 为均匀磁场的磁感强度，作安培环路 $abcda$，由安培环路定理得



$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 ih$$

$$Bh + Bh = \mu_0 ih$$

$$\therefore \quad B = \frac{1}{2}\mu_0 i \qquad 3\text{ 分}$$

$$B_1 = B_0 - B,\quad B_2 = B_0 + B$$

$$\therefore \quad B_0 = \frac{1}{2}(B_1 + B_2),\quad B = \frac{1}{2}(B_2 - B_1)$$

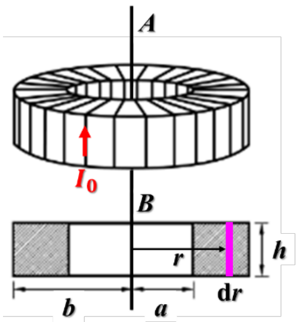
$$i = (B_2 - B_1)/\mu_0 \qquad 3\text{ 分}$$

在无限大平面上沿 z 轴方向上取长 dz，沿 x 轴方向取宽 dx，则其面积为 $\mathrm{d}S = \mathrm{d}z\mathrm{d}x$，面元所受的安培力为：

$$\vec{F} = i\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}zB_0(-\vec{j}) = i\,\mathrm{d}SB_0(-\vec{j}) \qquad 3\text{ 分}$$

单位面积所受的力 $\dfrac{\vec{F}}{\mathrm{d}S} = iB_0(-\vec{j}) = -\dfrac{B_2^2 - B_1^2}{2\mu_0}\vec{j}$ 　1 分

20. **解：**(1). 螺线环电流为I_0时，内部磁感应强度：



$$2\pi rB = \mu_0 NI_0 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 NI_0}{2\pi r} \quad (a < r < b),$$

磁能密度：$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$，磁场能量：$W_m = \int w_m \mathrm{d}V$。

磁场仅在螺线环内，选择环形体积元：$\mathrm{d}V = 2\pi rh\mathrm{d}r$，

$$W_m = \int \frac{B^2}{2\mu_0}\mathrm{d}V = \int_a^b \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 NI_0}{2\pi r}\right)^2 2\pi rh\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 N^2 {I_0}^2 h}{4\pi}\ln\frac{b}{a} 。$$

(2). 此时，磁场能量就是自感磁能，有

$$W_m = \frac{1}{2}L{I_0}^2 = \frac{\mu_0 N^2 {I_0}^2 h}{4\pi}\ln\frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a} 。$$

(3). 先求互感M，再求感生电动势ε_i。

设长直导线中通以电流I'，则在空间激发的磁场为：$B = \frac{\mu_0 I'}{2\pi r}$，

穿过螺线环中的磁通量：

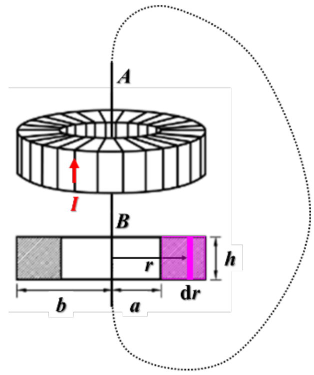
$$\mathrm{d}\Phi = Bh\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I'}{2\pi r}h\mathrm{d}r \quad \Rightarrow \quad \Phi = N\int_a^b \frac{\mu_0 I'}{2\pi r}h\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 NI'h}{2\pi}\ln\frac{b}{a} ,$$

$$M = \frac{\Phi}{I'} = \frac{\mu_0 Nh}{2\pi}\ln\frac{b}{a} ,$$

当环中通变化电流时，直导线上的感生电动势为：

$$\varepsilon_i = -M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 Nh\lambda}{2\pi}\ln\frac{b}{a} ,$$ 方向向下。

另解：环中通变化电流I时，环内产生的磁场$B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$，这个磁场穿过无限长导线所围回路面积的磁通量为：



$\Phi=\int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}h\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 NIh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$ ，

$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 Nh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 Nh\lambda}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$ ，　　方向向下。

21. (1). $\varphi(x)=\frac{A}{1+ix}=\frac{A(1-ix)}{1+x^2}$,

归一化条件：

$\int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi(x)|^2\mathrm{d}x=1 \quad\Rightarrow$

$1=A^2\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=A^2\arctan x|_{-\infty}^{+\infty}=A^2\pi \quad\Rightarrow$

$A=\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ ，　$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{(1-ix)}{1+x^2}$ 。　5 分

(2). 概率密度：$|\varphi(x)|^2=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$ ，

当$x=0$时，$|\varphi(x)|^2$取最大值，在该处找到粒子的概率最大。　2 分

(3). 在$x=\pm 1$之间粒子出现的概率：

$P=\int_{-1}^{+1}|\varphi(x)|^2\mathrm{d}x=\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{+1}\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{\pi}\arctan x|_{-1}^{+1}=\frac{1}{2}$ 。　3 分

22. 解：在自由电子静止的参考系中考虑，如果此电子一次性完全吸收一个光子，根据能量和动量守恒，将有：

$m_0c^2+h\nu=mc^2$ ，　2 分

和

$mv=\frac{h}{\lambda}=\frac{h\nu}{c}$ ，　2 分

两式联合，再结合相对论动质量公式，得

$m_0=m\left(1-\frac{v}{c}\right)=\frac{m_0(1-v/c)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ，

此式要求 $v=0$ 或 $v=c$，这都是不可能的。$v=0$表示电子吸收光子后速度仍为 0，不符合动量守恒，除非光子动量为 0，可这又表明没有吸收光子。$v=c$表示电子速度为光速，显然也是不可能的。因此上面所列能量和动量守恒的关系式不能同时满足，矛盾。所以，一个自由电子不能一次性完全吸收一个光子的能量。　2 分