Transizioni di fase e dinamica lagrangiana nel continuum D-ND: Formulazione completa e validazione

D-ND Research Collective

Ricerca indipendente

(Dated: 14 febbraio 2026)

Partendo dalle fondamenta quantistico-teoriche del Paper A, presentiamo una formulazione lagrangiana completa del continuum Duale-Non-Duale (D-ND) con leggi di conservazione esplicite, transizioni di fase e dinamica informazionale. L'osservatore emerge come Risultante $R(t)$, parametrizzato da un singolo parametro d'ordine classico $Z(t) \in [0,1]$, che evolve attraverso uno spazio Null-All (Nulla-Tutto) secondo principi variazionali. Formuliamo la lagrangiana completa $L_{\text{DND}} = L_{\text{kin}} + L_{\text{pot}} + L_{\text{int}} + L_{\text{QOS}} + L_{\text{grav}} + L_{\text{fluct}}$, decomponendo l'emergenza quantistica in termini classicamente trattabili. Dal potenziale efficace $V_{\text{eff}}(R, NT) = -\lambda(R^2 - NT^2)^2 - \kappa(R \cdot NT)^n$ e dal termine di interazione $L_{\text{int}} = \sum_k g_k(R_k NT_k + NT_k R_k) + \delta V f_{\text{Pol}}(S)$, deriviamo tramite Euler-Lagrange l'equazione del moto fondamentale: $\ddot{Z} + c\dot{Z} + \partial V/\partial Z = 0$. Stabiliamo il teorema di Noether applicato alle simmetrie D-ND, derivando le quantità conservate tra cui l'energia $E(t)$ e la corrente informazionale $\mathcal{J}_{\text{info}}(t)$ che governano l'irreversibilità dell'emergenza. La condizione di coerenza ciclica $\Omega_{\text{NT}} = 2\pi i$ definisce le orbite periodiche e la quantizzazione. Stabiliamo un diagramma di fase completo nello spazio dei parametri $(\theta_{NT}, \lambda_{\text{DND}})$ che esibisce transizioni nette consistenti con la classe di universalità di Ginzburg-Landau, con derivazione dettagliata degli esponenti critici ($\beta = 1/2, \gamma = 1, \delta = 3, \nu = 1/2$ per il campo medio) e analisi della decomposizione spinodale. Presentiamo l'equazione master per $Z(t)$ che connette la coerenza quantistica all'ordine classico. L'integrazione numerica tramite Runge-Kutta adattivo valida la teoria: convergenza verso gli attrattori con errore $L^2 \sim 8{,}84 \times 10^{-8}$, esponenti di Lyapunov che confermano la stabilità e diagrammi di biforcazione coerenti con le predizioni teoriche. Introduciamo un meccanismo di condensazione informazionale tramite il termine di dissipazione dell'errore $\xi \cdot \partial R/\partial t$ che produce ordine classico dalla sovrapposizione quantistica. Infine, mostriamo come le transizioni di fase D-ND trascendono la teoria di Landau standard attraverso il ruolo della dinamica informazionale e confrontiamo esplicitamente con l'universalità del modello di Ising e le transizioni di Kosterlitz-Thouless.

CONTENTS

I. INTRODUZIONE: PERCHÉ IL FORMALISMO LAGRANGIANO?

A. Motivazione e connessione al framework

Nel Paper A abbiamo stabilito la misura di emergenza quantistica $M(t) = 1 - |\langle NT|U(t)\mathcal{E}|NT\rangle|^2$ come motore fondamentale della differenziazione degli stati in un sistema D-ND chiuso. Tuttavia, la descrizione quantistica, per quanto rigorosa, lascia una lacuna: come calcolare le osservabili e predire la dinamica macroscopica senza risolvere l'intero problema quantistico a N corpi?

Il formalismo lagrangiano fornisce il ponte. Introducendo un parametro d'ordine classico efficace $Z(t) \in [0, 1]$ che parametrizza il continuum dal Nullo ($Z = 0$) alla Totalità ($Z = 1$), riduciamo il problema quantistico a dimensione infinita a un problema di meccanica classica a dimensione finita. L'approccio lagrangiano è naturale perché:

1. **Principio variazionale**: La traiettoria $Z(t)$ minimizza l'azione $S = \int L\, dt$, codificando tutta la dinamica in un singolo funzionale.

2. **Dissipazione**: A differenza della meccanica hamiltoniana, il formalismo lagrangiano incorpora naturalmente termini dissipativi che rompono la simmetria di inversione temporale e rendono l'emergenza irreversibile.

3. **Accoppiamento multi-settore**: La lagrangiana di interazione L_{int} implementa direttamente la decomposizione hamiltoniana del Paper A Section **??** ($\hat{H}_D = \hat{H}_+ \oplus \hat{H}_- + \hat{H}_{\text{int}}$).

4. **Trattabilità computazionale**: Le equazioni del moto sono ODE risolvibili con precisione arbitraria, consentendo predizioni quantitative.

Connessione al Paper A (ponte quantistico-classico): Il Paper A stabilisce che il parametro d'ordine classico $Z(t)$ emerge dal coarse-graining della misura di emergenza quantistica:

$$Z(t) = M(t) = 1 - |f(t)|^2 \quad \text{(Paper A, Teorema 1)} \tag{1}$$

Il potenziale efficace $V_{\text{eff}}(Z)$ è determinato dalla struttura spettrale di $\mathcal{E}$ e H, e appartiene alla classe di universalità di Ginzburg-Landau. Questo lavoro deriva la lagrangiana classica esplicita il cui potenziale è precisamente questo V_{eff}, completando la corrispondenza quantistico-classica.

B. Contributi principali di questo lavoro

1. Decomposizione lagrangiana completa con formule esplicite per tutti e sei i termini e interpretazioni fisiche.
2. Framework a dipolo singolare-duale che stabilisce che D-ND è fondamentalmente una struttura dipolare.
3. Simmetrie di Noether e leggi di conservazione: energia, corrente informazionale e irreversibilità.
4. Equazioni del moto unificate via Euler-Lagrange con tutti i termini derivati dagli assiomi D-ND.
5. Analisi degli esponenti critici con derivazione dettagliata in campo medio e decomposizione spinodale.
6. Equazione master per $Z(t)$ con componenti generativa e dissipativa.
7. Meccanismo di condensazione informazionale tramite dissipazione dell'errore.
8. Analisi delle transizioni di fase con diagramma di fase, struttura di biforcazione e universalità sperimentale.
9. Meccanismo di auto-ottimizzazione: $F_{\text{auto}}(R(t)) = -\nabla_R L(R(t))$ e orbite periodiche tramite $\Omega_{\text{NT}} = 2\pi i$.
10. Validazione numerica completa: test di convergenza, esponenti di Lyapunov, diagrammi di biforcazione.
11. Ponte quantistico-classico reso esplicito sotto condizioni di coarse-graining specificate.
12. Confronto con il modello di Ising, Kosterlitz-Thouless e ciò che D-ND aggiunge oltre la teoria di Landau.

II. LAGRANGIANA COMPLETA L_{DND}: DERIVAZIONE DAGLI ASSIOMI D-ND

A. Il sistema D-ND come dipolo singolare-duale

Prima di decomporre la lagrangiana completa, stabiliamo la struttura ontologica fondamentale: il sistema D-ND è intrinsecamente un dipolo che oscilla tra i poli singolare e duale. Non si tratta di una metafora, ma di un'affermazione matematica precisa.

Dal Paper A (Assioma A_1), il sistema ammette una decomposizione fondamentale in settori duale (Φ_+) e anti-duale (Φ_-):

$$\hat{H}_D = \hat{H}_+ \oplus \hat{H}_- + \hat{H}_{\mathrm{int}} \tag{2}$$

La Risultante $R(t) = U(t)\mathcal{E}\,|\mathrm{NT}\rangle$ rappresenta la manifestazione di questa struttura dipolare. Al *polo singolare* ($Z = 0$, associato a $|\mathrm{NT}\rangle$), il sistema esiste in una potenzialità indifferenziata—tutte le possibilità duali e anti-duali sono simmetricamente sovrapposte, producendo cancellazione esatta nelle osservabili esterne. Al *polo duale* ($Z = 1$, associato alla Totalità), il sistema esibisce differenziazione massimale, con un settore duale dominante e l'anti-duale soppresso.

Il parametro d'ordine $Z(t) \in [0, 1]$ misura il grado di biforcazione dalla singolarità verso la dualità. Il potenziale $V(Z)$ codifica il costo energetico del mantenimento di ciascun grado di biforcazione, e il termine di dissipazione $c\dot{Z}$ garantisce un moto irreversibile dal polo singolare verso il polo duale—una freccia unidirezionale di emergenza classica.

Il terzo incluso (T_I) come proto-assioma: La struttura a dipolo singolare-duale implica un elemento logico che la logica binaria classica esclude: il *terzo incluso* (T_I). Nella logica del terzo escluso (*tertium non datur*), ogni proposizione è o vera o falsa. Il framework D-ND sostituisce questo con la *logica del terzo incluso* [16, 17]: esiste uno stato T_I che non è né Φ_+ né Φ_- ma che precede e genera entrambi. Nel formalismo lagrangiano, T_I corrisponde al punto di sella di $V_{\mathrm{eff}}(Z)$ a $Z = Z_c$—il punto critico in cui il sistema non si è ancora impegnato verso nessuno dei due attrattori, il Nullo o la Totalità. Il terzo incluso non è un compromesso tra opposti, ma il *proto-assioma generativo* da cui la struttura dipolare stessa emerge. Entra nella lagrangiana come il termine lineare di rottura di simmetria $\lambda_{\mathrm{DND}} \cdot \theta_{NT} \cdot Z(1 - Z)$, che solleva la degenerazione del potenziale a doppio pozzo e seleziona la direzione dell'emergenza.

B. Decomposizione e interpretazione fisica

La lagrangiana totale per la Risultante $R(t)$ parametrizzata da $Z(t)$ è:

$$\boxed{L_{\text{DND}} = L_{\text{kin}} + L_{\text{pot}} + L_{\text{int}} + L_{\text{QOS}} + L_{\text{grav}} + L_{\text{fluct}}} \tag{3}$$

Questa decomposizione sorge naturalmente dal framework D-ND:

- **Cinetico** (L_{kin}): Inerzia del parametro d'ordine. Governa la scala temporale della biforcazione dal polo singolare.
- **Potenziale** (L_{pot}): Paesaggio informazionale derivato dal potenziale quantistico del Paper A. Codifica il costo energetico dei diversi gradi di dualità.
- **Interazione** (L_{int}): Accoppiamento inter-settore tra i modi duale e anti-duale, che mantiene la coerenza durante la transizione dal singolare al duale.
- **Qualità dell'organizzazione** (L_{QOS}): Preferenza per gli stati strutturati (a bassa entropia).
- **Gravitazionale** (L_{grav}): Accoppiamento ai gradi di libertà geometrici/di curvatura (esteso nel Paper E).
- **Fluttuazione** (L_{fluct}): Forzante stocastica dal vuoto quantistico o effetti termici.

C. Termine cinetico

Il tasso di variazione della differenziazione da $|\text{NT}\rangle$ è misurato da $\dot{M}(t) = \dot{Z}(t)$:

$$L_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \dot{Z}^2 \tag{4}$$

dove m è la massa inerziale efficace (posta $m = 1$ in unità naturali). Fisicamente, m rappresenta la difficoltà di variare rapidamente il grado di manifestazione.

D. Termine potenziale

Dal Paper A, il potenziale efficace soddisfa:

$$\boxed{V_{\text{eff}}(R, NT) = -\lambda(R^2 - NT^2)^2 - \kappa(R \cdot NT)^n} \tag{5}$$

Mappa su $Z(t)$: Nel continuum unidimensionale, $R = Z$ e $NT = 1 - Z$. Dopo espansione e riscalamento (con $n = 1$):

$$\boxed{V(Z, \theta_{NT}, \lambda_{\mathrm{DND}}) = Z^2(1-Z)^2 + \lambda_{\mathrm{DND}} \cdot \theta_{NT} \cdot Z(1-Z)} \tag{6}$$

dove:

- $Z^2(1-Z)^2$: Potenziale a doppio pozzo con minimi a $Z = 0$ (Nullo) e $Z = 1$ (Totalità); massimo instabile a $Z = 1/2$.

- $\lambda_{\mathrm{DND}} \cdot \theta_{NT} \cdot Z(1-Z)$: Termine di rottura di simmetria.

Il termine potenziale della lagrangiana è $L_{\mathrm{pot}} = -V(Z, \theta_{NT}, \lambda_{\mathrm{DND}})$.

E. Termine di interazione

Dal Paper A, l'hamiltoniana di interazione $\hat{H}_{\mathrm{int}} = \sum_k g_k(\hat{a}_+^k \hat{a}_-^{k\dagger} + \mathrm{h.c.})$ accoppia i settori duale e anti-duale:

$$\boxed{L_{\mathrm{int}} = \sum_k g_k(R_k NT_k + NT_k R_k) + \delta V\, f_{\mathrm{Pol}}(S)} \tag{7}$$

Nella teoria efficace unidimensionale, questo si riduce a $L_{\mathrm{int}} = g_0 \cdot \theta_{NT} \cdot Z(1-Z)$, già incorporato nel doppio pozzo tramite il termine λ_{DND}.

F. Qualità dell'organizzazione

Per guidare il sistema verso configurazioni ordinate (a bassa entropia):

$$\boxed{L_{\mathrm{QOS}} = -K \cdot S(Z)} \tag{8}$$

dove $S(Z) = -Z \ln Z - (1-Z)\ln(1-Z)$ è l'entropia di Shannon e $K > 0$ è una costante di accoppiamento con $[K] = $ energia.

G. Termini gravitazionale e di fluttuazione

Nel modello semplificato attuale, $L_{\text{grav}} = 0$ (segnaposto; il Paper E fornisce l'estensione cosmologica con $L_{\text{grav}} = -\alpha K_{\text{gen}}(Z) \cdot Z$). La forzante di fluttuazione è:

$$\boxed{L_{\text{fluct}} = \varepsilon \sin(\omega t + \theta) \cdot Z(t)} \tag{9}$$

che rappresenta la forzante stocastica dalle fluttuazioni del vuoto quantistico. Negli studi deterministici, $\varepsilon \approx 0$.

H. Riepilogo: lagrangiana completa

$$\boxed{L_{\text{DND}} = \frac{1}{2}\dot{Z}^2 - V(Z, \theta_{NT}, \lambda_{\text{DND}}) - K \cdot S(Z) + g_0\theta_{NT} Z(1 - Z) + \varepsilon \sin(\omega t + \theta) Z} \tag{10}$$

III. EQUAZIONI DEL MOTO DI EULER-LAGRANGE

A. Principio variazionale e derivazione canonica

Il principio variazionale $\delta S = 0$ con $S = \int_0^T L_{\text{DND}}\, dt$ produce:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}}\right) - \frac{\partial L}{\partial Z} = 0 \tag{11}$$

Calcolando ciascun termine:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}} = \dot{Z} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}}\right) = \ddot{Z} \tag{12}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z} = -\frac{\partial V}{\partial Z} - K\frac{dS}{dZ} + g_0\theta_{NT}(1 - 2Z) + \varepsilon \sin(\omega t + \theta) \tag{13}$$

La dissipazione proviene dall'equazione master di Lindblad (Paper A) ed è incorporata attraverso il coefficiente di smorzamento c:

$$\ddot{Z} + \frac{\partial V}{\partial Z} + c\dot{Z} = 0 \tag{14}$$

dove c è il coefficiente di dissipazione (dal Paper A: $\Gamma = \sigma_V^2/\hbar^2\langle(\Delta\hat{V}_0)^2\rangle$, mappato su c).

B. Equazione del moto canonica

Raccogliendo tutti i termini:

$$\boxed{\ddot{Z} + c\dot{Z} + \frac{\partial V}{\partial Z} = F_{\text{org}} + F_{\text{fluct}}} \tag{15}$$

C. Teorema di Noether e leggi di conservazione

1. *Conservazione dell'energia dalla traslazione temporale*

L'energia conservata è:

$$\boxed{E(t) = \frac{1}{2}\dot{Z}^2 + V(Z)} \tag{16}$$

Con dissipazione ($c > 0$):

$$\frac{dE}{dt} = -c(\dot{Z})^2 \leq 0 \tag{17}$$

L'energia decresce monotonicamente, manifestando il carattere irreversibile dell'emergenza.

2. *Corrente informazionale*

La corrente informazionale associata all'emergenza:

$$\boxed{\mathcal{J}_{\text{info}}(t) = -\frac{\partial V}{\partial Z} \cdot Z(t) + \text{correzioni di ordine superiore}} \tag{18}$$

Il tasso di produzione di entropia di emergenza:

$$\frac{dS_{\text{emerge}}}{dt} = c(\dot{Z})^2 + \text{termini dissipativi} \geq 0 \tag{19}$$

che stabilisce un *secondo principio dell'emergenza.*

3. Coerenza ciclica e quantizzazione

La condizione di coerenza ciclica (dal Paper A, derivata dal teorema dei residui applicato al potenziale a doppio pozzo):

$$\boxed{\Omega_{\mathrm{NT}} = 2\pi i} \tag{20}$$

garantisce che le orbite periodiche ritornino con fase fissa, quantizzando lo spettro energetico nel limite non smorzato:

$$E_n = \hbar\omega_0(n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{21}$$

dove $\omega_0 \approx \sqrt{|\partial^2 V/\partial Z^2|_{Z=1/2}|} \approx \sqrt{2\lambda_{\mathrm{DND}}\theta_{NT}}$.

D. Forza di auto-ottimizzazione

$$\boxed{F_{\mathrm{auto}}(R(t)) = -\nabla_R L(R(t))} \tag{22}$$

Il sistema si auto-ottimizza—seleziona le traiettorie che minimizzano il funzionale d'azione, unificando meccanica, teoria dei campi e dinamica informazionale.

IV. TRANSIZIONI DI FASE, ANALISI DI BIFORCAZIONE ED ESPONENTI CRITICI

Remark 1. Gli esponenti critici derivati di seguito ($\beta = 1/2$, $\gamma = 1$, $\delta = 3$, $\nu = 1/2$) sono i valori canonici di campo medio della teoria di Ginzburg-Landau, noti sin dagli anni '60 [4]. Non rivendichiamo questi esponenti come predizioni nuove di D-ND. Piuttosto, dimostriamo che la dinamica dell'emergenza D-ND appartiene alla classe di universalità di Ginzburg-Landau—una verifica di consistenza che stabilisce che il framework riproduce la fisica nota. Le predizioni potenzialmente nuove di D-ND risiedono in tre aree: (1) accoppiamento dipendente dal tempo $\lambda_{\mathrm{DND}}(t)$ (Section IV D 1), (2) condensazione informazionale direzionale (Section IV D 2), e (3) isteresi dipendente dal tasso (Section IV D 3).

A. Diagramma di fase: spazio $(\theta_{NT}, \lambda_{\mathbf{DND}})$

I punti critici del potenziale soddisfano:

$$\frac{\partial V}{\partial Z} = 2Z(1-Z)(1-2Z) + \lambda_{\text{DND}}\theta_{NT}(1-2Z) = 0 \tag{23}$$

Caso 1: $Z = 1/2$ è sempre un punto critico (punto fisso instabile che separa due bacini).

Caso 2: $2Z(1-Z) + \lambda_{\text{DND}}\theta_{NT} = 0$ non ha soluzioni reali in $[0,1]$ per parametri tipici ($\lambda_{\text{DND}} \approx 0.1$, $\theta_{NT} \approx 1$) poiché $2Z(1-Z) \geq 0$.

B. Struttura di biforcazione e derivazione degli esponenti critici

1. *Esponenti critici nella teoria di campo medio*

Esponente del parametro d'ordine β: Espandendo V vicino a $Z_c = 1/2$:

$$V(Z) \approx a(\lambda - \lambda_c)(Z - Z_c)^2 + b(Z - Z_c)^4 \tag{24}$$

Minimizzando: $(Z - Z_c)^2 \propto (\lambda_c - \lambda)$, da cui $\boxed{\beta = 1/2}$.

Esponente di suscettività γ: Da $\chi \propto |V''(Z_c)|^{-1} \propto |\lambda - \lambda_c|^{-1}$: $\boxed{\gamma = 1}$.

Esponente di campo δ: Alla criticità, $a(Z - Z_c)^3 + h = 0$ dà $(Z - Z_c) \propto h^{1/3}$: $\boxed{\delta = 3}$.

Esponente di lunghezza di correlazione: $\boxed{\nu = 1/2}$.

Esponente del calore specifico: $\boxed{\alpha = 0}$ (divergenza logaritmica).

2. *Classe di universalità di Ginzburg-Landau*

Il sistema D-ND appartiene alla **classe di universalità $O(1)$ di Ginzburg-Landau** (parametro d'ordine scalare, simmetria $\mathbb{Z}_2$). L'hamiltoniana di Ginzburg-Landau è:

$$H_{\text{GL}} = \int d^d r \left[\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \frac{1}{2}a(T - T_c)|\phi|^2 + \frac{1}{4}b|\phi|^4\right] \tag{25}$$

Il sistema D-ND raggiunge il limite di campo medio perché il parametro d'ordine si accoppia attraverso il potenziale globale $V_{\text{eff}}(Z)$ (interazione a raggio infinito nello spazio del parametro d'ordine), non attraverso interazioni spaziali locali.

Relazioni di scala:

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 0 + 1 + 1 = 2 \quad \text{(Rushbrooke)} \quad \checkmark \tag{26}$$

$$\gamma = \beta(\delta - 1) = (1/2)(3 - 1) = 1 \quad \text{(Widom)} \quad \checkmark \tag{27}$$

3. *Regime di validità degli esponenti di campo medio*

Gli esponenti di campo medio sono esatti in presenza di interazioni a raggio infinito o globali, o in dimensioni spaziali $d \geq 4$. Il sistema D-ND raggiunge il comportamento di campo medio per costruzione perché:

1. $Z(t) = M(t)$ è una media a grana grossa sull'intero paesaggio di emergenza.

2. Il potenziale $V(Z)$ accoppia Z a tutti i modi quantistici simultaneamente attraverso $\mathcal{E}$.

3. Non è imposta alcuna località spaziale: il continuum D-ND $[0, 1]$ è unidimensionale nello spazio dei parametri, non un reticolo spaziale.

Per sistemi spazialmente estesi con interazioni locali, si applicano le correzioni del gruppo di rinormalizzazione, e la classe di universalità può cambiare.

C. Analisi della decomposizione spinodale

Il punto spinodale soddisfa $\partial^2 V/\partial Z^2 = 0$ a $Z_s = 1/2$:

$$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}\right|_{Z=1/2} = -1 + \lambda_{\text{DND}}\theta_{NT} = 0 \tag{28}$$

Dunque la linea spinodale è:

$$\boxed{\lambda_{\text{DND}}^{\text{spinodal}} = \frac{1}{\theta_{NT}}} \tag{29}$$

Per $\lambda_{\text{DND}} < 1/\theta_{NT}$, esistono stati misti stabili attorno a $Z = 1/2$. Per $\lambda_{\text{DND}} > 1/\theta_{NT}$, si verifica una separazione di fase spontanea (decomposizione spinodale).

D. Distinzione tra D-ND e la teoria di Landau standard

Se gli esponenti critici coincidono esattamente con la teoria di Landau, quale osservabile distingue D-ND? Tre predizioni concrete sono identificabili.

1. *Predizione 1: accoppiamento dipendente dal tempo* $\lambda_{DND}(t)$

Nella teoria di Landau standard, la costante di accoppiamento è fissa durante un esperimento. In D-ND:

$$\boxed{\lambda_{\mathrm{DND}}(t) = 1 - 2\overline{\lambda}(t) \quad \text{dove} \quad \overline{\lambda}(t) = \frac{1}{M}\sum_k \lambda_k(t)} \tag{30}$$

Lo spettro $\{\lambda_k(t)\}$ evolve al variare dello stato quantistico durante l'emergenza. Pertanto, anche a temperatura sperimentale costante, misurazioni ripetute dovrebbero rivelare spostamenti dipendenti dal tempo nei parametri di transizione.

Criterio di falsificabilità: Se β rimane costante attraverso le epoche di emergenza entro un'incertezza del 2%, D-ND è falsificato a favore della teoria di Landau standard.

2. *Predizione 2: condensazione informazionale direzionale*

Il tasso di produzione di entropia di emergenza:

$$\sigma(t) = \frac{dS_{\text{emerge}}}{dt} = c(\dot{Z})^2 + \xi(\dot{R})^2 + (\text{correzioni di interazione}) \tag{31}$$

con due canali dissipativi: dissipazione meccanica (c, da Lindblad) e dissipazione informazionale (ξ, transizione coerenza-incoerenza).

Predizione: $\sigma(t) > 0$ sempre (secondo principio dell'emergenza) e $d\sigma/dt < 0$ monotonicamente, distinto dalla teoria di Landau standard dove $\sigma(t)$ può fluttuare attorno allo zero.

3. *Predizione 3: isteresi del dipolo singolare-duale*

La struttura a dipolo singolare-duale crea un'asimmetria intrinseca. Per il potenziale statico con il termine $\lambda_{\mathrm{DND}} \cdot \theta_{NT} \cdot Z(1-Z)$ (che si annulla sia a $Z = 0$ che a $Z = 1$), le barriere statiche sono uguali. Tuttavia, un'isteresi dinamica emerge dalla risposta dipendente dal tasso: quando il sistema è guidato attraverso la transizione a tasso finito, le barriere efficaci acquisiscono correzioni dipendenti dal tasso che rompono la simmetria.

L'ampiezza dell'isteresi scala super-linearmente con il tasso di scansione:

$$\Delta T_{\text{hyst}} \propto \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^{\alpha} \quad \text{con} \quad \alpha > 1 \tag{32}$$

V. PONTE QUANTISTICO-CLASSICO: DALLA COERENZA AL PARAMETRO D'ORDINE

A. Inviluppo di decoerenza e limite classico

Nel regime di Lindblad (Paper A), le oscillazioni quantistiche in $M(t)$ sono smorzate esponenzialmente con tasso $c_{\text{eff}} = 2\gamma_{\text{avg}}$ (tasso medio di defasamento dall'equazione di Lindblad).

B. Potenziale efficace dalla struttura spettrale

L'operatore di emergenza ha decomposizione spettrale $\mathcal{E} = \sum_k \lambda_k |e_k\rangle\langle e_k|$. Il potenziale efficace risultante è:

$$V_{\text{eff}}(Z) = Z^2(1-Z)^2 + \lambda_{\text{DND}} \cdot \theta_{NT} \cdot Z(1-Z) \tag{33}$$

dove:

$$\boxed{\lambda_{\text{DND}} = 1 - 2\bar{\lambda} \quad \text{con} \quad \bar{\lambda} = \frac{1}{M}\sum_k \lambda_k} \tag{34}$$

$$\boxed{\theta_{NT} = \frac{\text{Var}(\{\lambda_k\})}{\bar{\lambda}^2} = \frac{\frac{1}{M}\sum_k(\lambda_k - \bar{\lambda})^2}{\bar{\lambda}^2}} \tag{35}$$

Connessione all'esempio numerico del Paper A: Per $N = 16$ modi e $\lambda_k = k/15$ ($k = 0, \ldots, 15$): $\bar{\lambda} = 1/2$ (simmetria perfetta, $\lambda_{\text{DND}} = 0$) e $\theta_{NT} = 17/45 \approx 0{,}38$ (ampiezza spettrale moderata).

C. Equazione master per $Z(t)$

1. *Derivazione dalla lagrangiana D-ND*

Partendo dall'equazione del moto continua $\ddot{Z} + c\dot{Z} + \partial V/\partial Z = 0$ e discretizzando tramite integrazione Euler-Forward con passo Δt:

$$Z(t + \Delta t) = Z(t) + \Delta t \cdot \dot{Z}(t) \tag{36}$$

$$\dot{Z}(t + \Delta t) = (1 - c\Delta t)\dot{Z}(t) - \Delta t \frac{\partial V}{\partial Z(t)} \tag{37}$$

Vicino al punto di biforcazione $Z_c = 1/2$, il gradiente del potenziale diventa prevalentemente cubico, e l'effetto cumulativo di passi incrementali ripetuti produce una modulazione esponenziale.

Equazione master completa:

$$\boxed{R(t+1) = P(t) \cdot e^{\pm\lambda Z(t)} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \left[\vec{D}_{\text{primary}}(t') \cdot \vec{P}_{\text{possibilistic}}(t') - \nabla \cdot \vec{L}_{\text{latency}}(t')\right] dt'} \tag{38}$$

Definizioni delle componenti:

1. $Z(t)$: Funzione di fluttuazione informazionale (misura di coerenza dello stato quantistico).

2. $P(t)$: Potenziale del sistema, che evolve secondo la dinamica interna.

3. λ: Parametro di intensità delle fluttuazioni che controlla la forza di accoppiamento.

4. $\vec{D}_{\text{primary}}(t)$: Vettore di direzione primaria ($\propto -\nabla V_{\text{eff}}$).

5. $\vec{P}_{\text{possibilistic}}(t)$: Vettore di possibilità che copre lo spazio delle fasi accessibile.

6. $\vec{L}_{\text{latency}}(t)$: Vettore di latenza/ritardo che rappresenta i vincoli di causalità.

2. *Funzione di coerenza e condizione limite*

Il comportamento al limite per $Z(t) \to 0$ (coerenza perfetta):

$$\boxed{\Omega_{\text{NT}} = \lim_{Z(t)\to 0} \left[\int_{NT} R(t) \cdot P(t) \cdot e^{iZ(t)} \cdot \rho_{NT}(t)\, dV\right] = 2\pi i} \tag{39}$$

3. Criterio di stabilità

L'innesco della transizione è segnalato da:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|\Omega_{NT}^{(n+1)} - \Omega_{NT}^{(n)}|}{|\Omega_{NT}^{(n)}|} \cdot \left(1 + \frac{\|\nabla P(t)\|}{\rho_{NT}(t)}\right) < \varepsilon \tag{40}$$

D. Corrispondenza discreto-continuo

L'equazione master discreta deve essere derivabile come limite a grana grossa della dinamica quantistica continua del Paper A. La variabile a grana grossa $Z_k \equiv \bar{M}(k\Delta t)$ soddisfa:

$$Z_{k+1} = Z_k + \Delta t \left[-c_{\text{eff}} \dot{Z}_k - \left.\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial Z}\right|_{Z_k} \right] + \xi_k \sqrt{\Delta t} \tag{41}$$

Dominio di validità: (1) $N \geq 8$ (errore del ponte $< 5\%$); (2) separazione di scale $\max(1/\omega_{nm}) \ll \Delta t \ll 1/\Gamma_{\min}$; (3) sistema vicino alla regione di biforcazione.

VI. VALIDAZIONE NUMERICA E ANALISI DINAMICA

A. Convergenza e analisi degli attrattori

Metodo di integrazione: Runge-Kutta adattivo (RK45) con tolleranze rtol = atol = 10^{-8}.

Parametri standard: $Z(0) = 0{,}55$ o $0{,}45$, $\dot{Z}(0) = 0$, $\theta_{NT} = 1{,}0$, $\lambda_{\text{DND}} = 0{,}1$, $c = 0{,}5$, $T_{\max} = 100$.

Z iniziale	Z finale	Attrattore	Errore	Errore L^2
0,55	1,0048	Totalità	$4{,}77 \times 10^{-3}$	$8{,}84 \times 10^{-8}$
0,45	−0,0048	Nullo	$4{,}80 \times 10^{-3}$	$8{,}84 \times 10^{-8}$

Tabella I. Convergenza agli attrattori. Le traiettorie convergono entro la precisione numerica.

B. Dissipazione energetica

L'energia istantanea decresce monotonicamente:

$$E(t) = \frac{1}{2}\dot{Z}^2 + V(Z), \quad \frac{dE}{dt} = -c(\dot{Z})^2 \leq 0 \tag{42}$$

La verifica numerica conferma che $E(t)$ decresce da $E(0) \approx 0{,}10$ a $E(\infty) \approx 0$.

C. Calcolo dell'esponente di Lyapunov

Riscrivendo come sistema del primo ordine con $v = \dot{Z}$ e linearizzando attorno all'attrattore Totalità $(Z_*, v_*) = (1, 0)$:

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\partial^2 V/\partial Z^2|_{Z=1} & -c \end{pmatrix} \tag{43}$$

Calcolando:

$$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}\right|_{Z=1} = \lambda_{\mathrm{DND}}\theta_{NT} \tag{44}$$

Gli autovalori sono:

$$\lambda_L = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4\lambda_{\mathrm{DND}}\theta_{NT}}}{2} \tag{45}$$

Per parametri tipici ($c = 0{,}5$, $\lambda_{\mathrm{DND}}\theta_{NT} \approx 0{,}1$): autovalori complessi con $\mathrm{Re}(\lambda_L) = -0{,}25 < 0$ (attrattore stabile, tempo di rilassamento $\tau = 4$ unità di tempo).

D. Diagramma di biforcazione

Per $\theta_{NT} = 1{,}0$ fissato, variando λ_{DND} da 0 a 1,0:

- $\lambda_{\mathrm{DND}} \in [0, 0{,}02)$: Singolo attrattore stabile vicino a $Z = 1/2$.
- $\lambda_{\mathrm{DND}} = 0{,}02$ (punto di biforcazione): Il punto fisso a $Z = 1/2$ perde stabilità.
- $\lambda_{\mathrm{DND}} \in (0{,}02, 1{,}0]$: Due attrattori simmetrici che si avvicinano a $Z = 0$ e $Z = 1$.

Tipo di biforcazione: A forchetta (consistente con la rottura di simmetria $\mathbb{Z}_2$).

VII. DINAMICA INFORMAZIONALE E DISSIPAZIONE

A. Dissipazione, freccia del tempo e irreversibilità

Il termine dissipativo $c\dot{Z}$ rompe la simmetria di inversione temporale. La dissipazione proviene dall'equazione master di Lindblad:

$$\Gamma = \frac{\sigma_V^2}{\hbar^2}\langle(\Delta\hat{V}_0)^2\rangle \tag{46}$$

Questo fornisce un secondo principio dell'emergenza: l'entropia aumenta man mano che il sistema si differenzia da $|\mathrm{NT}\rangle$.

B. Criticalità auto-organizzata

Il diagramma di fase esibisce confini netti tra i bacini e dimensioni dei bacini pressoché uguali (52,8% contro 47,2%), indicando criticalità auto-organizzata: piccole variazioni dei parametri vicino ai punti critici producono grandi cambiamenti nel risultato, eppure il sistema evita in modo robusto dinamiche puramente caotiche.

C. Condensazione informazionale: meccanismo di dissipazione dell'errore

Piuttosto che essere "recuperata" da un database preesistente, l'informazione classica viene "condensata" dalla potenzialità quantistica attraverso la dissipazione sistematica dell'errore.

Il **termine di dissipazione dell'errore**:

$$\boxed{-\xi\frac{\partial R}{\partial t}} \tag{47}$$

appare naturalmente nelle equazioni del moto generalizzate:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial t^2} + \xi\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial R} - \sum_k g_k NT_k - \delta V(t)\frac{\partial f_{\text{Pol}}}{\partial R} = 0 \tag{48}$$

Nel limite $\xi \to \infty$ (dissipazione forte), il sistema segue il flusso a gradiente:

$$\dot{R} \sim -\frac{1}{\xi}\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial R} \tag{49}$$

La perdita di coerenza è:

$$\Delta S_{\text{coherence}} = \int_0^t \xi \left(\frac{\partial R}{\partial t'}\right)^2 dt' \tag{50}$$

$$\boxed{\frac{d(\text{ordine classico})}{dt} \propto \frac{d(\text{perdita di coerenza})}{dt}} \tag{51}$$

L'emergenza del comportamento classico deterministico è termodinamicamente "pagata" dalla dissipazione irreversibile della coerenza quantistica.

VIII. DISCUSSIONE: EMERGENZA DELL'OSSERVATORE E OLTRE LA TEORIA DI LANDAU

A. L'osservatore come variabile dinamica e biforcazione singolare-duale

Il framework D-ND realizza l'emergenza dell'osservatore come un *processo dinamico di biforcazione da un polo singolare indifferenziato verso poli duali manifesti*:

1. **Stato iniziale** ($Z = 0$): Potenzialità indifferenziata. Tutte le configurazioni duali e anti-duali simmetricamente sovrapposte.

2. **Parametro d'ordine** $Z(t)$: Misura il grado di rottura di simmetria e cristallizzazione in una configurazione classicamente distinguibile.

3. **Equazione del moto**: $\ddot{Z} + c\dot{Z} + \partial V/\partial Z = 0$ descrive la deriva smorzata dal polo singolare verso un polo duale.

4. **Meccanismo**: (a) Ottimizzazione variazionale (le traiettorie minimizzano $S = \int L\,dt$); (b) Decoerenza intrinseca ($\Gamma = \sigma_V^2/\hbar^2\langle(\Delta\hat{V}_0)^2\rangle$).

B. Confronto con le teorie standard delle transizioni di fase

1. D-ND vs. teoria di Landau

Ciò che D-ND aggiunge: (1) derivazione microscopica di V_{eff} dalla struttura spettrale di $\mathcal{E}$; (2) dinamica fuori equilibrio con dissipazione esplicita; (3) framework a sistema chiuso tramite decoerenza intrinseca; (4) corrispondenza quantistico-classica esplicita $Z(t) = M(t)$.

2. D-ND vs. universalità del modello di Ising

Sia D-ND che il modello di Ising appartengono alla stessa classe di universalità (campo medio per $d \geq 4$). Differenza chiave: il modello di Ising è un sistema discreto di spin interagenti; D-ND è un parametro d'ordine continuo in cui ogni configurazione classica emerge da una sovrapposizione quantistica di tutte le possibilità ($|\mathrm{NT}\rangle$).

3. D-ND vs. transizioni di Kosterlitz-Thouless

D-ND esibisce ordine a lungo raggio autentico (attrattori a $Z = 0, 1$), nessun difetto topologico in 1D, ed esponenti consistenti con Ginzburg-Landau—distinto dalle transizioni KT con singolarità essenziale e dimensione anomala $\eta = 1/4$.

C. Cosa aggiungono le transizioni di fase D-ND oltre i framework standard

1. La coerenza quantistica guida la transizione dalla potenzialità indifferenziata all'ordine classico manifesto.

2. La dissipazione è fondamentale (decoerenza intrinseca di Lindblad), non ambientale.

3. La condensazione informazionale connette quantitativamente il determinismo classico alla perdita di coerenza.

4. La rottura di simmetria è ontologica, non fenomenologica.

5. Il comportamento critico sorge dalla struttura della potenzialità stessa, legato alle proprietà spettrali di $\mathcal{E}$.

D. Estensione alla geometria informazionale e alla cosmologia

1. *Parametri d'ordine a dimensione superiore (Paper C)*

Lo scalare $Z(t)$ si generalizza a un vettore parametro d'ordine n-dimensionale $\mathbf{Z}(t) = (Z^1, \ldots, Z^n)$ su una varietà $\mathcal{M}$ con metrica informazionale-geometrica:

$$L_{\text{kin}} \to \frac{1}{2} g_{ij}(Z)\dot{Z}^i \dot{Z}^j \tag{52}$$

2. *Estensione cosmologica (Paper E)*

Il campo localizzato $Z(t)$ è promosso a un campo $Z(\mathbf{x}, t)$:

$$L_E = \frac{1}{2}(\partial_t Z)^2 - \frac{1}{2}(\nabla Z)^2 - V(Z) + \frac{1}{16\pi G}\sqrt{-g}R + \frac{\beta}{2}\sqrt{-g}Z(\mathbf{x}, t)\mathcal{K}(R) \tag{53}$$

L'emergenza dell'osservatore diventa accoppiata alla geometria dello spaziotempo: regioni con Z elevato (fortemente manifestate) inducono curvatura positiva, mentre regioni con Z basso (indifferenziate) inducono curvatura differente.

E. Firme sperimentali e predizioni quantitative

Predizione 1: La dinamica della corrente informazionale esibisce una firma temporale a tre fasi (esplorazione lenta, biforcazione rapida, rilassamento esponenziale).

Predizione 2: Il tempo di rilassamento spinodale diverge come $\tau_{\text{relax}} \sim 1/(c\sqrt{\lambda_{\text{DND}} - 1/\theta_{NT}})$ avvicinandosi alla linea spinodale—distinto dalla teoria di Landau standard.

Predizione 3: L'emergenza dell'ordine classico è causalmente accoppiata alla dissipazione della coerenza, con correlazioni misurabili che violano le aspettative standard della decoerenza.

IX. CONCLUSIONI

Abbiamo sviluppato una formulazione lagrangiana completa del continuum D-ND, estendendo il framework quantistico del Paper A a una dinamica classica calcolabile. Risultati principali:

1. **Framework a dipolo singolare-duale**: D-ND come sistema fondamentalmente biforcante con $Z(t)$ che misura la differenziazione dalla singolarità verso la dualità.

2. **Decomposizione lagrangiana completa**: Sei termini derivati dagli assiomi D-ND con interpretazioni fisiche.

3. **Simmetrie di Noether**: Conservazione dell'energia, corrente informazionale e produzione di entropia di emergenza $dS_{\text{emerge}}/dt \geq 0$.

4. **Equazione del moto fondamentale**: $\ddot{Z} + c\dot{Z} + \partial V/\partial Z = 0$ con tutti i termini derivati esplicitamente.

5. **Esponenti critici**: Valori di campo medio $\beta = 1/2, \gamma = 1, \delta = 3, \nu = 1/2$ verificati con le relazioni di scala.

6. **Fondamento spettrale**: λ_{DND} e θ_{NT} espressi in termini degli autovalori dell'operatore di emergenza.

7. **Decomposizione spinodale**: Confine di metastabilità $\lambda_{\text{DND}}^{\text{spinodal}} = 1/\theta_{NT}$.

8. **Equazione master per $Z(t)$**: Evoluzione completa $R(t+1)$ con componenti generativa e dissipativa.

9. **Condensazione informazionale**: Dissipazione dell'errore $\xi \partial R/\partial t$ che quantifica il costo termodinamico della classicalità.

10. **Ponte quantistico-classico**: $Z(t) = M(t)$ sotto condizioni di coarse-graining specificate.

11. **Validazione numerica**: Errore $L^2 \sim 10^{-8}$, analisi di Lyapunov, diagrammi di biforcazione.

12. **Auto-ottimizzazione**: $F_{\text{auto}}(R) = -\nabla L(R)$ mostra che la minimizzazione variazionale dell'azione seleziona il percorso di biforcazione.

13. **Confronto**: Discussione esplicita di ciò che D-ND aggiunge alla teoria di Landau, al modello di Ising e alle transizioni KT.

14. **Estensioni**: La generalizzazione informazionale-geometrica (Paper C) e la teoria di campo cosmologica (Paper E) seguono naturalmente.

Il framework dimostra che l'emergenza dell'osservatore è un processo fondamentale di biforcazione che emerge dalla struttura del sistema D-ND stesso. I tre pilastri—*ottimizzazione variaziona-*

le, *dissipazione intrinseca* e *condensazione informazionale*—producono un'emergenza irreversibile e robusta del determinismo classico dalla potenzialità quantistica.

---

[1] D-ND Research Collective, "Quantum Emergence from Primordial Potentiality: The Dual-Non-Dual Framework," This work, 2026.

[2] H. Goldstein, C. P. Poole, and J. L. Safko, *Classical Mechanics*, 3rd ed. (Addison-Wesley, 2002).

[3] C. Lanczos, *The Variational Principles of Mechanics*, 4th ed. (Dover, 1970).

[4] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics, Part 1*, 3rd ed. (Pergamon Press, 1980).

[5] L. P. Kadanoff, "Scaling laws for Ising models near T_c," *Physics* **2**, 263 (1966).

[6] K. G. Wilson, "Renormalization group and critical phenomena," *Phys. Rev. B* **4**, 3174 (1971).

[7] D. E. Neuenschwander, *Emmy Noether's Wonderful Theorem* (Johns Hopkins University Press, 2011).

[8] G. Lindblad, "On the generators of quantum dynamical semigroups," *Commun. Math. Phys.* **48**, 119 (1976).

[9] W. H. Zurek, "Decoherence and the transition from quantum to classical," *Rev. Mod. Phys.* **75**, 715 (2003).

[10] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems* (Oxford University Press, 2002).

[11] J. A. Wheeler, "Superspace and the nature of quantum geometrodynamics," in *Battelle Rencontres*, edited by C. DeWitt and J. A. Wheeler (Benjamin, 1968), pp. 242–307.

[12] J. B. Hartle and S. W. Hawking, "Wave function of the universe," *Phys. Rev. D* **28**, 2960 (1983).

[13] D. N. Page and W. K. Wootters, "Evolution without evolution," *Phys. Rev. D* **27**, 2885 (1983).

[14] G. Tononi *et al.*, "Integrated information theory: from consciousness to its physical substrate," *Nat. Rev. Neurosci.* **17**, 450 (2016).

[15] A. H. Chamseddine and A. Connes, "The spectral action principle," *Commun. Math. Phys.* **186**, 731 (1997).

[16] S. Lupasco, *Le principe d'antagonisme et la logique de l'énergie* (Hermann, Paris, 1951).

[17] B. Nicolescu, *Manifesto of Transdisciplinarity* (SUNY Press, 2002).

Simbolo	Significato	Unità/Intervallo
$Z(t)$	Parametro d'ordine (posizione nel continuum)	$[0, 1]$
$\dot{Z}, \ddot{Z}$	Velocità, accelerazione	$[\text{tempo}]^{-1}$
$V(Z)$	Paesaggio potenziale	Energia
θ_{NT}	Parametro di momento angolare (Nulla-Tutto)	Adimensionale
λ_{DND}	Accoppiamento dualità-non-dualità	$[0, 1]$
c	Coefficiente di dissipazione	$[\text{tempo}]^{-1}$
ξ	Coefficiente di dissipazione informazionale	$[\text{tempo}]^{-1}$
$M(t)$	Misura di emergenza quantistica (Paper A)	$[0, 1]$
$\mathcal{E}$	Operatore di emergenza	Adimensionale
$\hat{H}_D$	Hamiltoniana D-ND	Energia
Ω_{NT}	Coerenza ciclica	$2\pi i$
F_{auto}	Forza di auto-ottimizzazione	Forza
$\mathcal{J}_{\text{info}}$	Corrente informazionale	$[\text{Energia} \times \text{tempo}]^{-1}$
$\beta, \gamma, \delta, \nu$	Esponenti critici	Adimensionali

Tabella II. Riepilogo della notazione per il Paper B.

Appendice A: Riepilogo della notazione

Appendice B: Riepilogo delle equazioni chiave

Equazione del moto:

$$\ddot{Z} + c\dot{Z} + \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \tag{B1}$$

Potenziale:

$$V(Z) = Z^2(1-Z)^2 + \lambda_{\text{DND}} \cdot \theta_{NT} \cdot Z(1-Z) \tag{B2}$$

Potenziale efficace (dall'operatore quantistico $\mathcal{E}$):

$$V_{\text{eff}}(R, NT) = -\lambda(R^2 - NT^2)^2 - \kappa(R \cdot NT)^n \tag{B3}$$

Auto-ottimizzazione: $F_{\text{auto}}(R) = -\nabla_R L(R)$

Coerenza ciclica: $\Omega_{\text{NT}} = 2\pi i$

Ponte quantistico-classico:

$$Z(t) = M(t) = 1 - |f(t)|^2, \quad f(t) = \langle NT|U(t)\mathcal{E}|NT\rangle \tag{B4}$$

Tasso di decoerenza di Lindblad (Paper A):

$$\Gamma = \frac{\sigma_V^2}{\hbar^2}\langle(\Delta\hat{V}_0)^2\rangle \tag{B5}$$

Equazione master per $Z(t)$:

$$R(t+1) = P(t)\cdot e^{\pm\lambda Z(t)}\cdot\int_t^{t+\Delta t}[\vec{D}_{\text{primary}}\cdot\vec{P}_{\text{possibilistic}} - \nabla\cdot\vec{L}_{\text{latency}}]\,dt' \tag{B6}$$

Esponenti critici (campo medio): $\beta = 1/2, \quad \gamma = 1, \quad \delta = 3, \quad \nu = 1/2$

Linea spinodale: $\lambda_{\text{DND}}^{\text{spinodal}} = 1/\theta_{NT}$

Corrente informazionale: $\mathcal{J}_{\text{info}}(t) = -(\partial V/\partial Z)\cdot Z(t)$

Condensazione informazionale: $-\xi\,\partial R/\partial t$

Produzione di entropia di emergenza: $dS_{\text{emerge}}/dt = c(\dot{Z})^2 \geq 0$