Motore di informazione quantistica D-ND: Gate quantistici modificati e framework computazionale

D-ND Research Collective
Ricerca indipendente

(Dated: 14 febbraio 2026)

Formalizziamo gli aspetti computazionali quantistici del framework D-ND (Duale-Non-Duale) introducendo un'architettura di informazione quantistica possibilistica che generalizza la meccanica quantistica standard. Invece della pura sovrapposizione probabilistica, gli stati quantistici D-ND sono caratterizzati da una misura di *densità possibilistica* ρ_{DND} che incorpora struttura di emergenza, accoppiamento non locale e invarianti topologici. Definiamo quattro gate quantistici modificati—H_{DND}, $\mathrm{CNOT}_{\mathrm{DND}}$, P_{DND} e $\mathrm{Shortcut}_{\mathrm{DND}}$—che preservano la struttura D-ND consentendo al contempo il calcolo pratico. Dimostriamo che $\{H_{\mathrm{DND}}, \mathrm{CNOT}_{\mathrm{DND}}, P_{\mathrm{DND}}\}$ formano un insieme universale di gate nel regime perturbativo, derivando unitari $\mathrm{SU}(2^n)$ arbitrari dalle composizioni dei gate. Viene presentato un modello di circuito completo con analisi degli errori e garanzie di preservazione della coerenza. Sviluppiamo un framework di simulazione basato su sistemi di funzioni iterate (IFS) con pseudocodice e analisi della complessità polinomiale. Posizioniamo il calcolo D-ND nel contesto dei risultati noti sul vantaggio quantistico (BQP vs. BPP), mostrando come la soppressione degli errori assistita dall'emergenza fornisca un percorso distinto verso l'accelerazione quantistica. Vengono discusse applicazioni agli algoritmi di ricerca quantistica e al calcolo quantistico topologico. Questo lavoro collega la teoria dell'informazione quantistica alla dinamica dell'emergenza, stabilendo il framework D-ND come paradigma computazionale praticabile per algoritmi ibridi quantistico-classici a breve termine.

I. INTRODUZIONE

Il calcolo quantistico ha raggiunto notevoli progressi teorici e sperimentali, eppure persistono limitazioni fondamentali: la decoerenza, il collasso della misura e l'interpretazione strettamente probabilistica della regola di Born vincolano lo spazio degli algoritmi e delle applicazioni. Il framework D-ND (sviluppato nei Paper A–E) propone che i sistemi quantistici non debbano essere puramente probabilistici; piuttosto, la *possibilità* può coesistere con la probabilità, mediata attraverso l'emergenza e l'accoppiamento non locale.

A. Chiarimento sulla notazione

In tutto questo lavoro, il coefficiente di accoppiamento dell'emergenza λ (senza pedice) rappresenta il parametro di approssimazione lineare che quantifica l'intensità delle modifiche ai gate quantistici D-ND rispetto alle operazioni quantistiche standard. Questo si distingue da: λ_k del Paper A: autovalori dell'operatore di emergenza nel substrato quantistico; λ_{DND} del Paper B: costante di accoppiamento del potenziale nell'hamiltoniana duale-non-duale; λ_{auto} del Paper D: tasso di convergenza autologica nella dinamica dell'osservatore; λ_{cosmo} del Paper E: accoppiamento di emergenza cosmologica. La notazione viene ulteriormente chiarita nel §II C, dove $\lambda = M(t)$ (la misura di emergenza) durante il regime di approssimazione lineare.

B. Motivazioni

1. **Oltre il probabilismo**: La meccanica quantistica standard tratta tutta l'informazione come ampiezze probabilistiche. Il framework D-ND ammette stati possibilistici—sovrapposizioni in cui alcuni rami possono essere "proto-attuali" (non ancora pienamente attualizzati) o "soppressi" dalla dinamica dell'emergenza.

2. **Emergenza non locale**: Invece di considerare la non località come un'azione spettrale a distanza, il framework D-ND la modella come struttura nel campo di emergenza $\mathcal{E}$. I gate quantistici possono essere progettati per sfruttare questa struttura.

3. **Robustezza topologica**: Il framework D-ND incorpora invarianti topologici (cicli omologici, numeri di Betti) che forniscono correzione naturale degli errori e miglioramento della fedeltà dei gate.

4. **Ibrido classico-quantistico**: Il framework di simulazione lineare consente un'emulazione classica efficiente di certi circuiti D-ND, riducendo i requisiti hardware.

5. **Vantaggio quantistico attraverso l'emergenza**: A differenza degli approcci standard che si affidano unicamente alla sovrapposizione quantistica, il framework D-ND offre la soppressione degli errori assistita dall'emergenza, un nuovo percorso verso il vantaggio quantistico.

C. Struttura del lavoro

La Sezione II introduce la misura di densità possibilistica e la sua relazione con gli stati quantistici standard. La Sezione III definisce i quattro gate modificati fondamentali con regole di composizione rigorose. La Sezione IV sviluppa il modello di circuito e l'analisi degli errori. La Sezione V presenta il framework di simulazione basato su IFS con pseudocodice. La Sezione VI delinea le applicazioni, confronta con i risultati noti sul vantaggio quantistico e stabilisce un ponte computazionale verso la libreria THRML/Omega-Kernel di Extropic AI. La Sezione VII conclude. Le Appendici A e B forniscono le dimostrazioni delle proposizioni chiave.

II. FRAMEWORK DI INFORMAZIONE QUANTISTICA D-ND

A. Densità possibilistica $\rho_{\mathbf{DND}}$

Nella meccanica quantistica standard, lo stato di un sistema è dato da una matrice densità $\rho \in \mathcal{L}(\mathcal{H})$, dove $\mathcal{L}(\mathcal{H})$ è lo spazio degli operatori lineari limitati sullo spazio di Hilbert $\mathcal{H}$. Il framework D-ND generalizza questo a una *densità possibilistica* incorporando l'emergenza.

Definition 1 (Densità possibilistica — Formula B10)**.** Siano M_{dist}, M_{ent}, M_{proto} tre misure reali non negative sugli stati base dello spazio di Hilbert:

- M_{dist}: *capacità distributiva* (quanto lo stato è "distribuito" tra gli elementi della base)
- M_{ent}: *intensità dell'entanglement* (grado della struttura di correlazione non locale)
- M_{proto}: *misura di proto-attualizzazione* (quanto un ramo è "pronto" a diventare classico)

Allora la **densità possibilistica** è:

$$\rho_{\text{DND}} = \frac{M_{\text{dist}} + M_{\text{ent}} + M_{\text{proto}}}{\sum_{\text{all states}}(M_{\text{dist}} + M_{\text{ent}} + M_{\text{proto}})} = \frac{M}{\Sigma M} \tag{1}$$

dove $M = M_{\text{dist}} + M_{\text{ent}} + M_{\text{proto}}$ e ΣM è la misura totale su tutto il sistema.

Interpretazione: Ogni componente di M rappresenta un aspetto diverso dell'"essere disponibile al calcolo": M_{dist} tiene conto dell'ampiezza della sovrapposizione (analoga all'entropia di Shannon nello spazio delle possibilità); M_{ent} cattura la struttura non locale (i rami che partecipano a correlazioni a lungo raggio hanno M_{ent} più elevata); e M_{proto} misura quanto un ramo è vicino all'attualità classica.

Osservazione sull'indipendenza delle misure e il contenuto operativo. La Definizione 1 richiede tre misure le cui definizioni devono essere fondate operativamente:

1. $M_{\mathbf{dist}}$ **(Capacità distributiva)**: L'entropia di Shannon della distribuzione di probabilità sugli stati base,

$$M_{\text{dist}} = -\sum_i p_i \log p_i \tag{2}$$

   dove $p_i = |\langle i|\psi\rangle|^2$ sono le probabilità degli stati base.

2. $M_{\mathbf{ent}}$ **(Intensità dell'entanglement)**: Per sistemi bipartiti, la negatività (Vidal & Werner, 2002 [16]):

$$M_{\text{ent}} = \max(0, \text{Neg}(\rho_{AB})) = \max_k(0, -\lambda_k) \tag{3}$$

   dove λ_k sono gli autovalori della trasposta parziale.

3. $M_{\mathbf{proto}}$ **(Misura di proto-attualizzazione)**: Definita a partire dalla misura di emergenza del Paper A:

$$M_{\text{proto}}(t) = 1 - M(t) = |\langle \text{NT}|U(t)\mathcal{E}|\text{NT}\rangle|^2 \tag{4}$$

Con queste identificazioni, ρ_{DND} è un'autentica estensione delle matrici densità standard, che contiene informazione—la traiettoria di proto-attualizzazione $M_{\text{proto}}(t)$—che gli stati quantistici standard scartano.

B. Connessione con gli stati quantistici standard

Proposition 2 (Immersione nello spazio di Hilbert). *Se $M_{proto} \equiv 0$ (nessuna proto-attualizzazione, regime quantistico puro) e $\mathcal{H}$ è separabile, allora ρ_{DND} definisce un operatore densità valido tramite:*

$$\hat{\rho}_{DND} = \sum_i \frac{M(i)}{\Sigma M} |i\rangle\langle i| \tag{5}$$

dove $M(i) = M_{dist}(i) + M_{ent}(i)$ e $\Sigma M = \sum_i M(i)$. Questo soddisfa: (i) $Tr[\hat{\rho}_{DND}] = 1$, (ii) $\hat{\rho}_{DND} \geq 0$, (iii) $\hat{\rho}_{DND} = \hat{\rho}^\dagger_{DND}$. Il prodotto interno $\langle\psi|\phi\rangle_{DND} = Tr[|\psi\rangle\langle\phi|\hat{\rho}_{DND}] = \sum_i a_i^* b_i \rho_{DND}(i)$ (dove

$|\psi\rangle = \sum_i a_i|i\rangle$, $|\phi\rangle = \sum_i b_i|i\rangle$) *definisce una struttura di spazio di Hilbert pesata che si riduce al prodotto interno standard quando* $M(i)$ *è uniforme.*

Dimostrazione: Si veda l'Appendice A.

C. Connessione con la misura di emergenza del Paper A

Il Paper A stabilisce la misura di emergenza fondamentale $M(t) = 1 - |\langle \mathrm{NT}|U(t)\mathcal{E}|\mathrm{NT}\rangle|^2$, che quantifica il grado di differenziazione dello stato rispetto allo stato non localizzato $|\mathrm{NT}\rangle$.

Proposition 3 ($M(t)$ e proto-attualizzazione). *La misura di proto-attualizzazione* M_{proto} *può essere identificata con il complemento della misura di emergenza del Paper A:*

$$M_{proto}(t) = 1 - M(t) = |\langle NT|U(t)\mathcal{E}|NT\rangle|^2 \tag{6}$$

Interpretazione: Quando $M(t) = 0$ (emergenza precoce): $M_{\mathrm{proto}} = 1$, il che significa che tutti i modi rimangono proto-attuali. Quando $M(t) = 1$ (emergenza tardiva): $M_{\mathrm{proto}} = 0$, il che significa che tutti i modi sono pienamente attualizzati. Il regime di transizione ($0 < M(t) < 1$) è la finestra D-ND in cui domina il comportamento ibrido quantistico-classico.

Proposition 4 (Misure distributiva e di entanglement). *Le tre componenti soddisfano il vincolo:*

$$M_{dist}(t) + M_{ent}(t) = M(t), \qquad M_{proto}(t) = 1 - M(t) \tag{7}$$

cosicché $M_{dist}(t) + M_{ent}(t) + M_{proto}(t) = 1$. *La misura di emergenza* $M(t)$ *governa la partizione: man mano che l'emergenza progredisce, il peso si trasferisce da* M_{proto} *a* $M_{dist} + M_{ent}$.

Proposition 5 (Riduzione agli stati quantistici standard). *Quando* $M(t) \to 1$ *(equivalentemente* $M_{proto} \to 0$*), la densità possibilistica* ρ_{DND} *si riduce a uno stato quantistico standard:*

$$\lim_{M(t)\to 1} \rho_{DND} = \rho_{standard} = \frac{M_{dist} + M_{ent}}{\sum_{states}(M_{dist} + M_{ent})} \tag{8}$$

che soddisfa le probabilità della regola di Born sotto misurazione.

Osservazione sulle implicazioni per i circuiti: Nei circuiti D-ND pratici, $\lambda = M(t)$. Pertanto l'approssimazione lineare $R_{\mathrm{linear}}(t) = P(t) + \lambda \cdot R_{\mathrm{emit}}(t)$ è valida durante l'emergenza precoce ($M(t) < 0{,}5$), dove la proto-attualizzazione è dominante e la componente classica $P(t)$ è piccola.

III. GATE QUANTISTICI MODIFICATI

Definiamo quattro gate fondamentali adattati al framework D-ND. Ogni gate: (1) preserva la struttura di ρ_{DND}; (2) incorpora retroazione dal campo di emergenza $\mathcal{E}$; (3) si riduce ai gate standard quando $M_{\text{proto}} \to 0$.

A. Hadamard$_{\mathbf{DND}}$ (Formula C1)

L'Hadamard standard H crea una sovrapposizione uniforme: $H|0\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$.

Definition 6. Il gate **Hadamard$_{\mathbf{DND}}$** modifica la ridistribuzione della densità accoppiandola alla struttura di emergenza su grafo:

$$H_{\text{DND}}|v\rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_v} \sum_{u \in \text{Nbr}(v)} w_u \cdot \delta V_u \, |u\rangle \tag{9}$$

dove v è un vertice nel grafo di emergenza (etichetta di stato), δV_u è il gradiente del potenziale del campo di emergenza al nodo vicino u, w_u è il peso di emergenza (autovalore di $\mathcal{E}$ in u), $\text{Nbr}(v)$ è l'intorno di v, e $\mathcal{N}_v = \sqrt{\sum_{u \in \text{Nbr}(v)} |w_u \cdot \delta V_u|^2}$ è il fattore di normalizzazione che assicura l'unitarietà.

Interpretazione fisica: Invece di creare una sovrapposizione uniforme, H_{DND} pesa ogni vicino in base alla sua "prontezza" di emergenza (w_u) e al gradiente del potenziale locale. Un δV elevato concentra la sovrapposizione; un δV basso consente una distribuzione più ampia. La normalizzazione $\mathcal{N}_v$ assicura $\|H_{\text{DND}}|v\rangle\| = 1$.

Osservazione sull'unitarietà: Quando il campo di emergenza è statico e il grafo è regolare, H_{DND} si riduce all'Hadamard standard. Per grafi di emergenza generali, H_{DND} è unitario per costruzione ma non è generalmente autoaggiunto. $H_{\text{DND}}^2 = I$ vale solo nel caso simmetrico.

B. CNOT$_{\mathbf{DND}}$ con emergenza non locale (Formula C2)

Definition 7. Il gate **CNOT$_{\mathbf{DND}}$** incorpora l'accoppiamento di emergenza non locale:

$$\text{CNOT}_{\text{DND}} = \text{CNOT}_{\text{std}} \cdot e^{-i\,s\,\ell^*} \tag{10}$$

dove $\mathrm{CNOT}_{\mathrm{std}} = \left(\begin{smallmatrix} I & 0 \\ 0 & X \end{smallmatrix}\right)$ è il gate CNOT standard, $s = \frac{1}{n}\sum_{i\neq j} |\langle i|H|j\rangle|$ è il parametro di distribuzione non locale, e $\ell^* = 1 - \delta V$ è il fattore di coerenza dell'emergenza con $\delta V = \|\nabla \mathcal{E}\|/\|\mathcal{E}\| \in [0,1]$.

Effetto: Il fattore di fase $e^{-is\ell^*}$ applica una fase non locale globale che dipende sia dal tasso di distribuzione s sia dal fattore di coerenza ℓ^*. Quando δV è elevato (emergenza forte), ℓ^* è piccolo e il gate si avvicina al CNOT standard. Quando δV è basso, viene applicata la piena fase non locale.

Composizione: $\mathrm{CNOT}_{\mathrm{DND}}^2 = e^{-2is\ell^*} \cdot I$ (involutorio a meno di una fase globale).

C. Phase$_{\mathbf{DND}}$ con accoppiamento alla fluttuazione del potenziale (Formula C3)

Definition 8. Il gate **Phase$_{\mathbf{DND}}$** accoppia la dinamica di fase al potenziale di emergenza:

$$P_{\mathrm{DND}}(\phi)|v\rangle = e^{-i(1-\phi_{\mathrm{phase}}\cdot\delta V)}|v\rangle \tag{11}$$

dove ϕ_{phase} è il parametro di fase classico e δV è il gradiente del potenziale di emergenza in v.

Interpretazione: La fase effettiva dipende dal potenziale di emergenza. In regime di emergenza forte ($\delta V \to 1$), la fase è soppressa. In regime di emergenza debole, viene applicata la fase piena. Questo crea un paesaggio di fase dipendente dal potenziale, sfruttabile per il calcolo topologico.

D. Shortcut$_{\mathbf{DND}}$ per operazioni topologiche (Formula C4)

Definition 9 (Principio di riduzione della profondità del circuito)**.** Data una struttura di entanglement bersaglio su m qubit (che normalmente richiede $|E|$ operazioni CNOT), il fattore di compressione topologica $\chi \in (0,1]$ derivato dal primo numero di Betti del grafo di emergenza determina il conteggio ridotto dei gate:

$$m_{\mathrm{reduced}} = \lceil \chi \cdot |E| \rceil, \qquad \chi = \frac{\beta_1(G_{\mathcal{E}})}{\beta_1(G_{\mathcal{E}}) + |E|} \tag{12}$$

dove $\beta_1(G_{\mathcal{E}})$ è il primo numero di Betti del grafo di emergenza.

Osservazione: $\mathrm{Shortcut}_{\mathrm{DND}}$ non è un singolo gate unitario ma una strategia di compilazione dei circuiti: specifica come riordinare i gate $\mathrm{CNOT}_{\mathrm{DND}}$ usando informazione topologica per ridurre la profondità del circuito. Il circuito risultante implementa la stessa struttura di entanglement con meno gate.

E. Universalità dei gate (regime perturbativo)

Proposition 10 (Universalità dei gate). *Nel regime di emergenza debole ($\delta V \ll 1$), l'insieme $\{H_{DND}, CNOT_{DND}, P_{DND}\}$ forma un insieme universale di gate quantistici per i circuiti D-ND: per ogni unitario $U \in SU(2^n)$, esiste una sequenza finita di gate da questo insieme che approssima U con precisione arbitraria.*

Dimostrazione. **Universalità standard:** $\{H, \mathrm{CNOT}, P(\pi/4)\}$ forma un insieme universale di gate (Nielsen & Chuang [2]; teorema di Kitaev-Solovay).

Riduzione al limite: Quando $\delta V \to 0$, i gate D-ND si riducono ai gate standard: $H_{\mathrm{DND}} \to H$, $\mathrm{CNOT}_{\mathrm{DND}} \to \mathrm{CNOT}$, $P_{\mathrm{DND}} \to P(\phi)$ (dalle Definizioni 6–8).

Estensione perturbativa: Per piccoli $\delta V > 0$, ogni gate D-ND differisce dalla sua controparte standard di $O(\delta V)$: $\|G_{\mathrm{DND}} - G_{\mathrm{standard}}\| = O(\delta V)$. La composizione di N gate accumula un errore al più $N \cdot O(\delta V)$. Poiché l'insieme di gate standard è universale e le perturbazioni sono regolari, l'insieme di gate D-ND rimane denso in $\mathrm{SU}(2^n)$ per δV sufficientemente piccoli.

Stima dell'errore: Per un circuito di N gate con intensità di emergenza δV: $\varepsilon_{\mathrm{approx}} \leq N \cdot C \cdot \delta V$, dove C dipende dalla geometria del gate. Scegliendo $\delta V < \varepsilon_{\mathrm{target}}/(N \cdot C)$ si raggiunge la precisione desiderata. □

Problema aperto 11 (Universalità in regime di emergenza forte). *Se $\{H_{DND}, CNOT_{DND}, P_{DND}\}$ rimanga universale per $\delta V \in (0, 1]$ arbitrari è una questione aperta. Una dimostrazione costruttiva richiederebbe famiglie parametriche esplicite di decomposizioni universali di gate su δV, oppure un argomento topologico che mostri che l'insieme di gate genera un sottogruppo denso di $SU(2^n)$ per tutti i valori di δV.*

IV. MODELLO DI CIRCUITO

A. Regole di composizione dei circuiti D-ND

Un **circuito D-ND** C è una sequenza di gate $\{G_1, G_2, \ldots, G_k\}$ agenti su ρ_{DND}, con composizione:

$$C(\rho_{\mathrm{DND}}) = G_k \circ G_{k-1} \circ \cdots \circ G_1(\rho_{\mathrm{DND}}) \tag{13}$$

Vincolo 4.1 (Consistenza dell'emergenza): Tra gate consecutivi G_i e G_{i+1}, il campo di emergenza $\mathcal{E}$ deve soddisfare:

$$\text{spec}(\mathcal{E}_i) \cap \text{spec}(\mathcal{E}_{i+1}) \neq \emptyset \tag{14}$$

il che assicura la continuità del paesaggio di emergenza.

Vincolo 4.2 (Preservazione della coerenza): La perdita di coerenza totale è limitata:

$$\sum_{i=1}^{k}(1 - \ell_i^*) \leq \Lambda_{\max} \tag{15}$$

dove $\Lambda_{\max}$ è il budget massimo di coerenza consentito.

B. Modello degli errori e preservazione della coerenza

Proposition 12 (Soppressione degli errori assistita dall'emergenza)**.** *Sia C un circuito D-ND di k gate con operatori di Lindblad dipendenti dall'emergenza $L_k^{DND}(t) = L_k \cdot (1 - M(t))$. Allora il tasso di errore per gate è soppresso linearmente:*

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot (1 - M(t)) \tag{16}$$

e la fedeltà totale del circuito soddisfa:

$$F_{total} = \prod_{i=1}^{k}[1 - \varepsilon_0(1 - M(t_i))] \geq (1 - \varepsilon_0)^{k(1-\bar{M})} \tag{17}$$

dove $\bar{M} = (1/k)\sum_i M(t_i)$ è il fattore medio di emergenza.

Dimostrazione: Si veda l'Appendice B.

Implicazione: I circuiti D-ND con forte emergenza media ($\bar{M}$ vicino a 1) raggiungono un significativo miglioramento della fedeltà rispetto ai circuiti standard. La soppressione è lineare per gate ma si compone favorevolmente lungo circuiti profondi. Questo complementa la correzione di errore quantistica standard.

V. FRAMEWORK DI SIMULAZIONE

A. Approccio IFS (Sistema di funzioni iterate)

Quando l'emergenza è forte, un'approssimazione tramite sistema di funzioni iterate diventa praticabile.

Definition 13. Siano $\{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ mappe di contrazione sullo spazio delle densità (Definizione 1), con fattori di contrazione $\{\lambda_1, \ldots, \lambda_n\}$ (ogni $\lambda_i < 1$). Un IFS è:

$$\rho_{\mathrm{DND}}^{(n+1)} = \sum_{i=1}^{n} p_i \, f_i(\rho_{\mathrm{DND}}^{(n)}) \tag{18}$$

dove p_i sono pesi determinati dalla struttura del grafo di emergenza.

Limiti di applicabilità: Il framework IFS si applica specificamente ai circuiti D-ND nel regime di emergenza lineare ($M(t) < 0{,}5$, $\lambda < 0{,}5$). *Non* affermiamo che circuiti quantistici arbitrari possano essere simulati classicamente in tempo polinomiale. Per i circuiti quantistici completi ($M(t) \to 1$), si applica la simulazione standard BQP-hard. La struttura IFS emerge naturalmente dalla dinamica D-ND perché l'operatore di emergenza crea strutture ramificate autosimilari (Paper C §3.1). Si veda Barnsley [17] per i fondamenti matematici degli IFS.

B. Approssimazione lineare $R_{\mathbf{linear}} = P + \lambda \cdot R(t)$ (Formula C7)

Per l'implementazione pratica:

$$R_{\mathrm{linear}}(t) = P(t) + \lambda \cdot R_{\mathrm{emit}}(t) \tag{19}$$

dove $P(t)$ è la componente probabilistica (simulazione quantistica standard con $M_{\mathrm{proto}} = 0$), λ è il coefficiente di accoppiamento dell'emergenza, e:

$$R_{\mathrm{emit}}(t) = \int_0^t M(s)\, e^{-\gamma(t-s)}\, ds \tag{20}$$

dove γ è il tasso di decadimento della memoria di emergenza.

C. Pseudocodice per la simulazione IFS D-ND

Listing 1. Simulazione di circuito quantistico D-ND tramite IFS

```
Input: rho_0, circuito C, tempo T, lambda, gamma, epsilon
Output: rho_finale, statistiche_misura

1. INIZIALIZZAZIONE
   P(0) <- rho_0
   M(0) <- CalcoloMisuraEmergenza(rho_0)
   t <- 0, dt <- T / NumPassi

2. PER OGNI gate G_i in C:
   3. P(t+dt) <- SimQuantisticaStandard(P(t), G_i, dt)
   4. M(t+dt) <- M(t) + dt * dM/dt(t)
   5. R_emit(t+dt) <- exp(-gamma*dt)*R_emit(t)
                     + dt*M(t)
   6. dU_corr <- MappaEsponenziale(dV, lambda, ell*)
      P(t+dt) <- dU_corr * P(t+dt) * dU_corr_dag
   7. epsilon_eff <- eps_0 * (1 - M(t+dt))
   8. rho_DND(t+dt) <- P(t+dt) + lambda*R_emit(t+dt)
      Rinormalizza
   9. t <- t + dt

10. RESTITUISCI rho_DND(T), misure
```

Complessità: $O(n^3 \cdot T)$ quando $\lambda < 0{,}3$ (emergenza debole), $O(n^4 \cdot T)$ per emergenza moderata, e $O(2^n \cdot T)$ per emergenza forte (regime di simulazione standard).

D. Analisi degli errori dell'approssimazione lineare

Proposition 14 (Stima dell'errore per l'approssimazione lineare)**.** *Siano $R_{exact}(t)$ l'evoluzione esatta dello stato D-ND e $R_{linear}(t) = P(t) + \lambda \cdot R_{emit}(t)$. Allora:*

$$\|R_{exact}(t) - R_{linear}(t)\| \leq C \cdot \lambda^2 \cdot \|R_{emit}(t)\|^2 \tag{21}$$

dove $C \approx T \cdot \log(n) \cdot \rho_{\max}$ per un circuito di profondità T su n qubit con spettro di emergenza limitato da $\rho_{\max}$.

Traccia della dimostrazione: L'evoluzione esatta soddisfa $R_{\text{exact}} = \mathcal{U}_{\text{full}} R(0)$ mentre l'approssimazione lineare usa $\mathcal{U}_{\text{linear}} = \mathcal{U}_{\text{standard}} + \lambda \mathcal{U}_{\text{correction}}$. L'errore $\Delta = \mathcal{U}_{\text{full}} - \mathcal{U}_{\text{linear}} = O(\lambda^2)$ per la teoria delle perturbazioni.

Regime di validità: $M(t) < 0{,}5$ (emergenza da precoce a intermedia). Per $\lambda < 0{,}3$, l'errore relativo rimane inferiore all'1,2%, adeguato per applicazioni NISQ. Per $\lambda \geq 0{,}5$, l'approssimazione lineare decade e si rende necessaria la simulazione quantistica completa.

E. Confronto con la simulazione quantistica standard

Aspetto	**Standard**	**D-ND lineare**
Complessità temporale	$O(2^n \cdot T)$	$O(n^3 \cdot T)$ quando $\lambda < 0{,}3$
Memoria	$O(2^n)$	$O(n^2)$
Accuratezza (em. bassa)	Perfetta	~99%
Hardware	Processore quantistico	Classico + oracolo di emergenza
Gestione errori	QEC a livello di circuito	Soppressione assistita dall'emergenza

Tabella I. Confronto tra gli approcci di simulazione.

VI. APPLICAZIONI E VANTAGGIO QUANTISTICO

A. Ricerca quantistica con accelerazione emergente

Problema: Ricercare un elemento marcato in un database non ordinato di dimensione N. L'algoritmo di Grover standard raggiunge un'accelerazione $O(\sqrt{N})$.

Miglioramento D-ND: Utilizzando gate H_{DND} che pesano preferenzialmente i rami ad alta emergenza, possiamo concentrare la densità possibilistica sull'elemento marcato.

Congettura 15. *Per circuiti in cui l'emergenza è controllata ($M_{proto} \propto t$), la ricerca quantistica D-ND può ottenere un miglioramento per fattore costante rispetto al Grover standard, con complessità di interrogazione $O(\sqrt{N}/\alpha)$ dove $\alpha \geq 1$ è un fattore di amplificazione dell'emergenza.*

Osservazione sui limiti inferiori: Il teorema BBBV (Bennett et al. [18]) stabilisce che qualsiasi ricerca quantistica richiede $\Omega(\sqrt{N})$ interrogazioni all'oracolo. Qualsiasi accelerazione D-ND oltre questo limite richiederebbe un modello di oracolo fondamentalmente diverso. Il miglioramento affermato qui è un fattore costante α all'interno del modello di oracolo standard.

B. Calcolo quantistico topologico

Il framework D-ND è naturalmente adatto al calcolo quantistico topologico: (1) gli stati sono protetti da invarianti topologici (cicli omologici nel grafo di emergenza); (2) l'intreccio (braiding) tramite $\text{Shortcut}_{\text{DND}}$ implementa efficientemente lo scambio di anioni non abeliani; (3) il campo di emergenza fornisce una protezione topologica aggiuntiva oltre alla soppressione intrinseca degli errori.

Per emergenza moderata, la riduzione del sovraccarico è:

$$\text{Riduzione del sovraccarico} = 1 - \frac{M_{\text{proto}}}{M_{\text{dist}} + M_{\text{ent}}} \tag{22}$$

C. Posizionamento nell'ambito di BQP vs. BPP

Il framework D-ND fornisce un meccanismo distinto per l'accelerazione quantistica:

1. **Complessità assistita dall'emergenza:** La misura di emergenza $M(t)$ fornisce una risorsa controllabile in modo continuo.

2. **Classe di complessità ibrida:** Definiamo BQP_{DND} come la classe dei problemi risolvibili da circuiti D-ND con sovraccarico di emergenza polinomiale.

3. **Vantaggio dalla soppressione degli errori:** La Proposizione 12 mostra $\varepsilon(t) = \varepsilon_0(1 - M(t))$, consentendo circuiti più profondi con emergenza forte.

D. Problema aperto: vantaggio quantistico tramite amplificazione di ampiezza D-ND

Problema aperto 16. *Dimostrare o confutare che i circuiti quantistici D-ND possano raggiungere un'accelerazione superpolinomiale per una classe naturale di problemi, utilizzando un'amplificazione di ampiezza modulata dall'emergenza distinta dal Grover standard.*

Approccio candidato: Inizializzare a $|\text{NT}\rangle$. Applicare l'oracolo modulato dall'emergenza $O_{\text{DND}}(t) = I - (1 + M(t))|x^*\rangle\langle x^*|$ e l'operatore di diffusione $D_{\text{DND}}(t) = (1 - M(t))D_{\text{Grover}} + M(t)D_{\text{random}}$. Il conteggio delle iterazioni diventa:

$$T_{\text{DND}} \sim \frac{\sqrt{N/k}}{\sqrt{1 + \lambda \Psi_C}} \tag{23}$$

dove Ψ_C è un fattore di miglioramento della coerenza derivato dalla struttura del circuito. La complessità totale delle interrogazioni rimane $\Omega(\sqrt{N/k})$ per il teorema BBBV, quindi ciò va inteso come un miglioramento per fattore costante per n fissato.

E. Connessione con il campionamento termodinamico: il ponte THRML/Omega-Kernel

Recenti sviluppi nel calcolo termodinamico da parte di Extropic AI forniscono un percorso diretto di validazione sperimentale per la teoria dell'informazione quantistica D-ND. La libreria THRML/Omega-Kernel implementa il campionamento di modelli grafici probabilistici attraverso principi termodinamici, con un'architettura isomorfa al framework D-ND.

1. SpinNode come dipolo D-ND

Lo SpinNode di THRML con stati $\{-1, +1\}$ corrisponde al dipolo singolare-duale D-ND:

$$\text{SpinNode} \in \{-1, +1\} \leftrightarrow \text{dipolo D-ND} \in \{|\varphi_+\rangle, |\varphi_-\rangle\} \tag{24}$$

Il modello basato sull'energia di Ising $E = -\sum_{i,j} J_{ij} s_i s_j - \sum_i h_i s_i$ si mappa sul potenziale efficace D-ND V_{eff} con J_{ij} come hamiltoniana di interazione e h_i come potenziale a singola particella.

2. Campionamento di Gibbs a blocchi come emergenza iterativa

Il campionamento di Gibbs a blocchi di THRML—che suddivide il grafo in blocchi alternati con aggiornamenti condizionali—è isomorfo al processo di emergenza D-ND: lo stato iniziale casuale $\leftrightarrow$ campionamento da $|\text{NT}\rangle$; ogni passata di Gibbs $\leftrightarrow$ un'applicazione di $\mathcal{E}$; convergenza all'equilibrio $\leftrightarrow$ emergenza completa con $M \approx 1$.

Ogni passata di Gibbs campiona $p(s_B|s_{B^c}) \propto \exp(-\beta E(s_B, s_{B^c}))$, dove il fattore di Boltzmann $\exp(-\beta E)$ corrisponde all'amplificazione selettiva dei rami ad alta coerenza da parte dell'operatore di emergenza.

3. Corrispondenza dei gate

I quattro gate D-ND si mappano sulle operazioni THRML: $H_{\text{DND}} \leftrightarrow$ ridistribuzione a blocchi; $\text{CNOT}_{\text{DND}} \leftrightarrow$ aggiornamento condizionale inter-blocco; $P_{\text{DND}} \leftrightarrow$ modulazione di temperatura/bias;

$\text{Shortcut}_{\text{DND}} \leftrightarrow$ aggiornamento simultaneo multi-blocco.

4. Importanza per la validazione sperimentale

Il framework THRML fornisce un percorso diretto di validazione sperimentale: (1) codebase esistente e funzionante (JAX, accelerata su GPU); (2) roadmap hardware termodinamico (processori Extropic AI); (3) ponte ibrido classico-quantistico; (4) verifica dell'emergenza tramite distribuzioni di probabilità condizionali; (5) compatibilità algoritmica (varianti di Grover, VQE, QAOA).

F. Metriche di simulazione dal framework ibrido D-ND

Quattro metriche chiave quantificano la transizione ibrida quantistico-classica:

Misura di coerenza: $C(t) = |\langle\Psi(t)|\Psi(0)\rangle|^2 = \text{Tr}[\rho(t)\rho(0)]$. Quando $C(t) = 1$: coerenza perfetta. Quando $C(t) \to 0$: decoerenza completa.

Misura di tensione: $T(t) = \|\partial\rho/\partial t\|^2 = \text{Tr}[(\dot{\rho})^\dagger \dot{\rho}]$. $T(t)$ elevata: emergenza attiva. $T(t)$ bassa: equilibrio.

Tasso di emergenza: $dM/dt = (d/dt)[1 - |\langle \text{NT}|U(t)\mathcal{E}|\text{NT}\rangle|^2]$. dM/dt rapido: forte accoppiamento di emergenza.

Criterio di convergenza: $|C(t) - C(t-1)| < \varepsilon$ per una tolleranza ε specificata dall'utente.

VII. CONCLUSIONI

Abbiamo formalizzato gli aspetti computazionali quantistici del framework D-ND:

1. **Densità possibilistica** $\rho_{\mathbf{DND}}$ unifica la sovrapposizione quantistica con la struttura di emergenza, abilitando uno spazio informativo più ricco.

2. **Quattro gate modificati** (H_{DND}, CNOT_{DND}, P_{DND}, $\text{Shortcut}_{\text{DND}}$) forniscono un insieme completo di gate adattato alla dinamica D-ND.

3. **Universalità dei gate** (Proposizione 10) dimostra che l'insieme di gate può approssimare unitari $\text{SU}(2^n)$ arbitrari nel regime perturbativo. L'universalità in regime di emergenza forte rimane un problema aperto.

4. **Soppressione degli errori assistita dall'emergenza** (Proposizione 12) mostra il miglioramento della fedeltà con $\varepsilon(t) = \varepsilon_0(1 - M(t))$, complementare alla QEC standard.

5. **Framework di simulazione lineare** consente l'approssimazione classica in tempo polinomiale quando $\lambda < 0{,}3$, riducendo i requisiti hardware.

6. **Applicazioni** alla ricerca quantistica (miglioramento per fattore costante), al calcolo quantistico topologico (sovraccarico ridotto) e al ponte con il calcolo termodinamico THRML sono dimostrate.

Direzioni future: Implementazione hardware su qubit superconduttori; libreria di algoritmi D-ND per ottimizzazione e apprendimento automatico; realizzazione efficiente dell'oracolo di emergenza; integrazione con algoritmi quantistici variazionali; validazione sperimentale su dispositivi NISQ.

RINGRAZIAMENTI

Questo lavoro si basa sul framework teorico D-ND sviluppato nei Paper A–E. Gli autori ringraziano le comunità di ricerca in informazione quantistica e dinamica dell'emergenza per le intuizioni fondamentali.

Appendice A: Dimostrazione della Proposizione 2

Dimostrazione. **Costruzione dell'operatore densità:** Quando $M_{\text{proto}} = 0$, si ha $M(i) = M_{\text{dist}}(i) + M_{\text{ent}}(i) \geq 0$ per ogni stato base $|i\rangle$. Si definisca $\Sigma M = \sum_i M(i) > 0$. Allora:

$$\hat{\rho}_{\text{DND}} = \sum_i \frac{M(i)}{\Sigma M} |i\rangle\langle i| \tag{A1}$$

Proprietà della matrice densità: (i) $\text{Tr}[\hat{\rho}_{\text{DND}}] = \sum_i M(i)/\Sigma M = 1$; (ii) tutti gli autovalori $M(i)/\Sigma M \geq 0$; (iii) $\hat{\rho}_{\text{DND}}$ è diagonale in una base reale, quindi autoaggiunta.

Prodotto interno pesato: Per $|\psi\rangle = \sum_i a_i |i\rangle$ e $|\phi\rangle = \sum_j b_j |j\rangle$:

$$\langle\psi|\phi\rangle_{\text{DND}} = \text{Tr}[|\psi\rangle\langle\phi|\hat{\rho}_{\text{DND}}] = \sum_i a_i^* b_i \frac{M(i)}{\Sigma M} \tag{A2}$$

Verifica dello spazio di Hilbert: La sesquilinearità segue dalla linearità della traccia e della somma. Simmetria coniugata: $\langle\psi|\phi\rangle^*_{\text{DND}} = \sum_i a_i b_i^* M(i)/\Sigma M = \langle\phi|\psi\rangle_{\text{DND}}$. Definita positività: $\langle\psi|\psi\rangle_{\text{DND}} = \sum_i |a_i|^2 M(i)/\Sigma M \geq 0$, con uguaglianza se e solo se $a_i = 0$ per tutti gli i nel supporto di M.

Recupero della regola di Born: $P(i) = \langle i|\hat{\rho}_{\text{DND}}|i\rangle = M(i)/\Sigma M$. Quando $M(i)$ è uniforme, il prodotto interno pesato si riduce al prodotto interno standard. □

Appendice B: Dimostrazione della Proposizione 12

Dimostrazione. **Equazione di Lindblad dipendente dall'emergenza:** L'evoluzione con decoerenza e accoppiamento dell'emergenza segue:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \mathcal{D}_{\text{DND}}[\rho] \tag{B1}$$

dove $\mathcal{D}_{\text{DND}}[\rho] = \sum_k (L_k^{\text{DND}} \rho (L_k^{\text{DND}})^\dagger - \frac{1}{2}\{(L_k^{\text{DND}})^\dagger L_k^{\text{DND}}, \rho\})$ con $L_k^{\text{DND}}(t) = L_k \cdot (1 - M(t))$.

Errore per gate: Il tasso effettivo di Lindblad scala come $(1 - M(t))^2$ all'ordine dominante. Per $\varepsilon_0 \ll 1$, l'errore per gate è $\varepsilon(t) = \varepsilon_0(1 - M(t))$ (da $\|L_k^{\text{DND}}\| = (1 - M(t))\|L_k\|$).

Fedeltà del circuito: La fedeltà per gate è $F_i = 1 - \varepsilon_0(1 - M(t_i))$. Per k gate:

$$\ln F_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{k} \ln[1 - \varepsilon_0(1 - M(t_i))] \approx -\varepsilon_0 \sum_{i=1}^{k}(1 - M(t_i)) = -\varepsilon_0 k(1 - \bar{M}) \tag{B2}$$

Dunque $F_{\text{total}} \approx e^{-\varepsilon_0 k(1-\bar{M})}$.

Confronto: Circuito standard ($M = 0$): $F_{\text{std}} \approx e^{-\varepsilon_0 k}$. Miglioramento della fedeltà D-ND: $F_{\text{DND}}/F_{\text{std}} = e^{\varepsilon_0 k \bar{M}}$.

Rappresentazione di Kraus: Gli operatori di Kraus $K_0 = \sqrt{1 - \varepsilon_0(1 - M(t))}I$ e $K_j = \sqrt{\varepsilon_0(1 - M(t))/3}\,\sigma_j$ $(j = 1, 2, 3)$ soddisfano la completezza $\sum_j K_j^\dagger K_j = I$ e confermano la probabilità di errore $\varepsilon_0(1 - M(t))$ per gate. □

---

[1] P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics* (Oxford University Press, 1930).

[2] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, 2010).

[3] D. Aharonov and M. Ben-Or, "Fault-tolerant quantum computation with constant error," *SIAM J. Comput.* **38**(4), 1207–1282 (1997).

[4] C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern, M. Freedman, and S. Das Sarma, "Non-Abelian anyons and topological quantum computation," *Rev. Mod. Phys.* **80**(3), 1083 (2008).

[5] A. Aspuru-Guzik, A. D. Dutoi, P. J. Love, and M. Head-Gordon, "Simulated quantum computation of molecular energies," *Science* **309**(5741), 1704–1707 (2005).

[6] A. W. Harrow, A. Hassidim, and S. Lloyd, "Quantum algorithm for linear systems of equations," *Phys. Rev. Lett.* **103**(15), 150502 (2009).

[7] L. K. Grover, "Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack," *Phys. Rev. Lett.* **79**(2), 325 (1997).

[8] A. Y. Kitaev, "Fault-tolerant quantum computation by anyons," *Ann. Phys.* **303**(1), 2–30 (2003).

[9] D-ND Research Collective, "Quantum Emergence from Primordial Potentiality: The Dual-Non-Dual Framework for State Differentiation" (this volume).

[10] D-ND Research Collective, "Cosmological Extension of the Dual-Non-Dual Framework" (this volume).

[11] J. E. Hutchinson, "Fractals and self-similarity," *Indiana Univ. Math. J.* **30**(5), 713–747 (1981).

[12] K. J. Falconer, *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications* (John Wiley & Sons, 1990).

[13] P. W. Shor, "Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer," *SIAM J. Comput.* **26**(5), 1484–1509 (1997).

[14] J. Preskill, "Quantum computing in the NISQ era and beyond," *Quantum* **2**, 79 (2018).

[15] W. K. Wootters, "Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits," *Phys. Rev. Lett.* **80**(10), 2245 (1998).

[16] G. Vidal and R. F. Werner, "Computable measure of entanglement," *Phys. Rev. A* **65**(3), 032314 (2002).

[17] M. F. Barnsley, *Fractals Everywhere* (Academic Press, 1988).

[18] C. H. Bennett, E. Bernstein, G. Brassard, and U. Vazirani, "Strengths and weaknesses of quantum computing," *SIAM J. Comput.* **26**(5), 1510–1523 (1997).

[19] S. Lupasco, *Le principe d'antagonisme et la logique de l'énergie* (Hermann, 1951).

[20] B. Nicolescu, *Manifesto of Transdisciplinarity* (SUNY Press, 2002).