# Trochę o Macierzach

A. Kirsanau

11.12.2014

## Spis treści

# 1 Krótkie wprowadzenie

Macierz – w matematyce układ liczb, symboli lub wyrażeń zapisanych w postaci prostokątnej tablicy. Choć słowo „macierz” oznacza najczęściej macierz dwuwskaźnikową, to możliwe jest rozpatrywanie macierzy wielowskaźnikowych (zob. notacja wielowskaźnikowa). Macierze jednowskaźnikowe nazywa się często wektorami wierszowymi lub kolumnowymi, co wynika z zastosowań macierzy w algebrze liniowej. W informatyce macierze modeluje się zwykle za pomocą (najczęściej dwuwymiarowych) tablic.

Poziomy układ elementów znajdujących się w jednej linii nazywa się wierszem, a pionowy – kolumną macierzy. Dane wpisane w macierz nazywa się jej elementami, współczynnikami lub wyrazami; każdy element można jednoznacznie zidentyfikować podając jego wskaźniki lub indeksy  zwykle w tej kolejności: numer wiersza i kolumny macierzy, w której stoi. Para złożona z liczby wierszy i kolumn nazywana jest typem macierzy  często liczby te oddziela się znakiem $x$. http://pl.wikipedia.org/wiki/Macierz

$$\begin{bmatrix} 1 & 8 & 13 & 12 \\ 14 & 11 & 2 & 7 \\ 4 & 5 & 16 & 9 \\ 15 & 10 & 3 & 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 8 & 13 & 12 \\ 14 & 11 & 2 & 7 \\ 4 & 5 & 16 & 9 \\ 15 & 10 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Rysunek 1: Kolumny i wiersze macieży 4x4

## 2 Działania z macierzami

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $+/-$ | $if$ | $A_{NxM}$ | $i$ | $B_{NxM}$ | |
| $X(*)$ | $if$ | $A_{KxN}$ | $i$ | $B_{NxM}$ | |
| $T$ | $zapisuje$ | $kolumny$ | $jako$ | $wiersze$ | |
| $A^{-1}$ | $odwraca$ | $maciez$ | $jezeli$ | $jest$ | $mozliwie$ |

Teraz trochę więcej o tych działaniach.

- Żeby dodać albo odjąć macież, ilość wierszy i kolumn musi być jednakowa. Dodawanie jest przemienne.

- W przypadku mnożenia potrzebujemy, żeby ilość kolumn pierwszej macierzy była równa ilośći wierszy drugiej. Ważno pamiętać, że A*B może, ale nie musi być równa B*A. Z tego wnioskujemy, że przemienność mnożenia nie działa w macieżach. Naprzykład: równanie B*A*C*(D+E) możliwe wykonywać albo w sposób (B*A)*C*(D+E) albo B*(A*C)*(D+E) albo inaczej, no tylko nie zmieniając porządku macierzy przy obliczeniu.

- Transpozycja zapisuje się jako $A^T$. Dla każdej macierzy transponowanej też istnieje $B^T$, z tego otrzymujemy że $(A^T)^T$ jest równa A. Przykłady:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A^T} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$$

- Macierz $a^{-1}$ albo macierz odwrotna do A oblicza się dopełnieniem macierzy A macierzą jedynkowej I, lewa strona musi być przekształcona do formy schodkowej, wtedy z prawej strony otrymamy wynik - $A^{-1}$. Ale trzeba pamiętać, że nie każda macież jest odwrotna. A dla macierzy $X_{2x2}$ mamy krótkę formulę obliczenia $X^{-1}$:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

X$^{-1}$*(a*d-b*c) = $\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

# 3 Zastosowanie macierzej

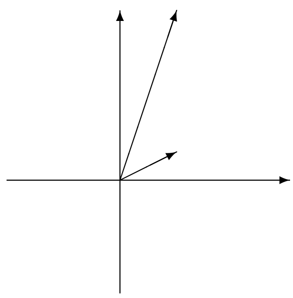
Za pomocą macierzy można rozwiązać systemy równań z dużą ilością zmiennych. Taki prykład:

$$y = \begin{cases} 2x_1^2 + x_2 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 = 1 \end{cases} \tag{1}$$

Można zapisać jako:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & |0 \\ 3 & 5 & |1 \end{bmatrix}$$

Wektory:



Rysunek 2: Wektory A(1,3) i B(2,1)