

# Propuesta Reto # 11 - Deformaciones del Espaciotiempo

**Juan Felipe Rodríguez**  
**Gregory García Esteban**  
**Jhonny Camacho Cortes**  
*Universidad Industrial de Santander*  
*Carrera 27 Calle 9 Bucaramanga*

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Estado del Arte</b>	<b>2</b>
<b>3. Objetivos</b>	<b>3</b>
3.1. Objetivo principal . . . . .	3
3.2. Objetivos específicos . . . . .	3
<b>4. Metodología</b>	<b>3</b>
4.1. Montaje Experimental y mediciones . . . . .	3
4.2. Análisis mediante Tracker . . . . .	4
<b>5. Comparación con las geodésicas de la Relatividad General</b>	<b>4</b>
<b>6. Referencias</b>	<b>4</b>

## Resumen

En este proyecto se evaluó la efectividad de la analogía de Einstein que utiliza una tela elástica para representar la curvatura del espacio-tiempo causada por la masa, en el contexto de la relatividad general. Se describió cómo la masa de un objeto distorsiona el espacio-tiempo, empleando la métrica de Schwarzschild como referencia teórica. La metodología consiste en construir un montaje experimental basado en una mesa con una tela elástica para simular un espacio-tiempo bidimensional. Se estudiarán las trayectorias de esferas bajo esta deformación, registrando los datos de velocidad y posición con una cámara y el software Tracker. Los resultados experimentales se compararon con simulaciones computacionales para validar el modelo y analizar las limitaciones de la analogía.

This project evaluates the effectiveness of Einstein's analogy that uses an elastic sheet to represent the curvature of spacetime caused by mass, within the framework of general relativity. It describes how the mass of an object distorts spacetime, referencing the Schwarzschild metric as

the theoretical model. The methodology involves constructing an experimental setup using a table with an elastic sheet to simulate a two-dimensional spacetime. The trajectories of spheres under this deformation will be studied, with data on speed and position recorded using a camera and Tracker software. The experimental results will be compared with computational simulations to validate the model and assess the limitations of the analogy.

## 1. Introducción

El movimiento de los astros ha sido quizá uno de los fenómenos más intrigantes para la humanidad. Antes se creía que la esfera celeste seguía leyes divinas ajenas a lo terrestre [Kuhn, 1957]. Con la obra Newton, se empezó a entender que el movimiento de las estrellas y los planetas obedecía las mismas leyes que regían los acontecimientos mundanos, dando origen a la noción de la gravedad como una fuerza universal [Newton, 1687]. Sin embargo algunas ideas se quedaron con nosotros por unos siglos más: que el espacio y el tiempo eran absolutos. A principios del Siglo XX estas ideas fueron debatidas [Einstein, 1905] para abrir paso a una nueva teoría: La Teoría General de la Relatividad [Einstein, 1915]. En esta se propone que la gravedad no es simplemente una fuerza, sino una manifestación de la curvatura del espacio-tiempo causada por la masa y la energía.

Esta teoría, aunque revolucionaria, ha sido frecuentemente malinterpretada. Por ello, es fundamental realizar experiencias que ilustren la íntima relación entre la masa de los objetos y la estructura del espacio-tiempo en que se desarrollan. Una de estas experiencias está basada en una analogía que hizo Einstein para explicar la teoría general de la relatividad: sobre una tela elástica se ponen objetos pesados para después dejar mover unos más livianos sobre esta [Thorne, 1994]. No obstante, surge la pregunta sobre la efectividad y limitaciones de esta analogía [Postiglione and De Angelis, 2021]. Por esto, en este proyecto se explora y evalúa esta representación para entender mejor la relación entre la masa de los objetos y la curvatura del espacio-tiempo.

## 2. Estado del Arte

Un gran número de autores han estudiado las trayectorias de objetos sobre superficies deformadas y han comparado sus resultados con las órbitas descritas por objeto sujetos a potenciales radiales según la mecánica Newtoniana y las geodésicas de la relatividad general. De este siglo uno de los interesados en este tema fue [White and Walker, 2002] que estudió cual es la forma de una tela elástica plana que se deforma por colocar una bola pesada, que dedujo la altura a una distancia  $R$  del centro de la tela, con lo cual se pueden deducir las órbitas sobre la superficie. Otro autor interesante fue [English and Marengo, 2012] que refutó la afirmación de que las trayectorias que describen las canicas en embudos son las mismas que las descritas por las leyes de Kepler, demostrando, a través de un formalismo Lagrangiano, que las trayectorias son extremadamente sensibles a la forma del embudo y las condiciones iniciales del problema. En 2013 [Middleton and Langston, 2014] encontró que la elasticidad de la tela spandex no es constante y que la masa de la tela misma afecta a las trayectorias descritas por canicas sobre superficies de spandex deformado, y concluyó que dichas trayectorias difieren dramáticamente de la órbita descrita por un cuerpo en un espacio-tiempo de Schwarzschild. Se nota que muchos autores están de acuerdo con que las trayectorias descritas

sobre superficies elásticas, la analogía, solo es comparable cualitativamente con los modelos teóricos Newtoniano y de la relatividad general, [Batlle et al., 2019].

### 3. Objetivos

#### 3.1. Objetivo principal

Comparar las trayectorias descritas por distribuciones de masa esféricas ubicadas sobre una tela elástica y las geodésicas de la relatividad de Einstein para distribuciones esféricas de masa.

#### 3.2. Objetivos específicos

- Modelar computacionalmente el espaciotiempo curvado por una distribución esférica de masa.
- Construir una superficie elástica curvada por la presencia de una masa esférica.
- Interpolar la trayectoria descrita por un cuerpo que se mueve sobre una superficie elástica curvada por una distribución esférica de masa.
- A partir de las ecuaciones de las geodésicas en el espaciotiempo construir una solución exacta o como mínimo numérica para la trayectoria descrita por un cuerpo que se mueve en el espaciotiempo curvado por una distribución esférica de masa.
- Comparar las trayectorias descritas por la relatividad general y las trayectorias descritas en el modelo de tela elástica.

### 4. Metodología

#### 4.1. Montaje Experimental y mediciones

Se mandó a hacer una estructura con una circunferencia, en varilla metálica de  $3/8''$ , de  $130\text{cm}$  de diámetro y una altura de 90 cm. Cabe aclarar en este informe que la entrega de la estructura se atrasó debido a complicaciones de salud del soldador. Luego de este desafortunado inconveniente, se recibió la estructura y a la semana siguiente se hizo el montaje y se tomaron las medidas de las trayectorias.

Para el montaje, se ensambló la estructura y se puso encima de esta la tela elástica, la última está asegurada mediante broches apretapapeles y pedazos de manguera, cuya función es prevenir que la tela sea cortada por los broches. Adicionalmente, se usaron varillas de aluminio para el soporte de la cámara.

El montaje se muestra en la Figura 1.

Se posó una esfera metálica de masa  $2,4\text{kg}$  encima del centro de la tela. Posterior a esto, se empezó a grabar y se hicieron múltiples ensayos en los que se lanzaron maras o cánicas de 10 gramos intentando que su velocidad inicial fuese perpendicular al radiovector que une a la cánica con la esfera metálica. Se hicieron 30 ensayos.



Figura 1: Montaje experimental de la estructura con la tela elástica.

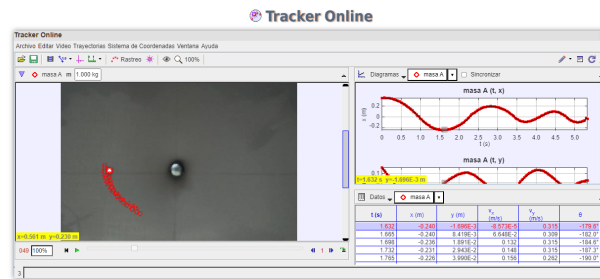


Figura 2: Análisis mediante Tracker

#### 4.2. Análisis mediante Tracker

Con la grabación de los diferentes ensayos, se analizaron los datos mediante la herramienta Tracker (<https://physlets.org/tracker/trackerJS/>). Se escogieron los valores de  $x, y, v_x, v_y, \theta$ . El modelado se muestra en la Figura 2

Se exportaron los resultados de Tracker y se graficaron mediante Python. Los mejores resultados, aquellos en los que la trayectoria de la canica se asemeja más a una órbita, de los 30 ensayos, se muestran a continuación:

## 5. Comparación con las geodésicas de la Relatividad General

## 6. Referencias

- [Batlle et al., 2019] Batlle, P., Teixidó, A., Llobera, J., Medrano, I., and Pardo, L. C. (2019). Exploring the rubber sheet spacetime analogy by studying ball movement in a bent trampoline. *European Journal of Physics*, 40(4):045005.

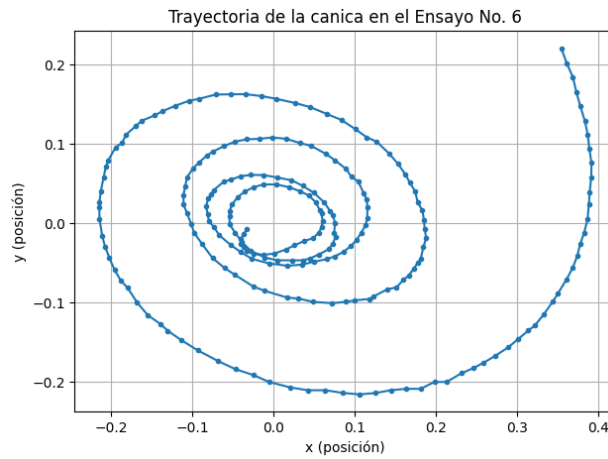


Figura 3: Ensayo No. 6 para la trayectoria de la canica

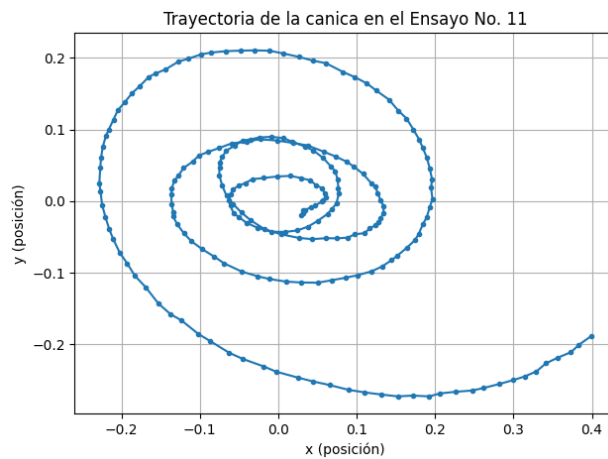


Figura 4: Ensayo No. 11 para la trayectoria de la canica

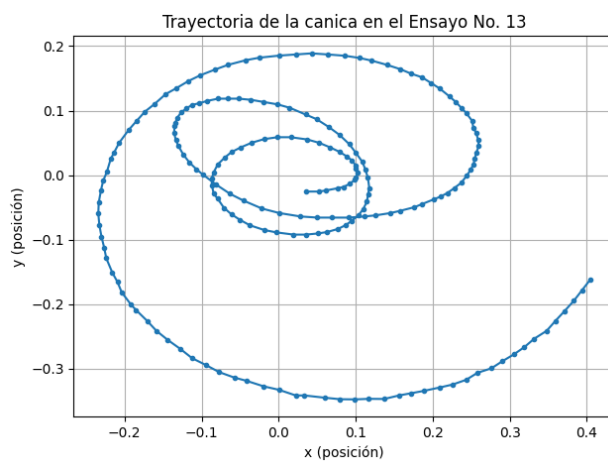


Figura 5: Ensayo No. 14 para la trayectoria de la canica

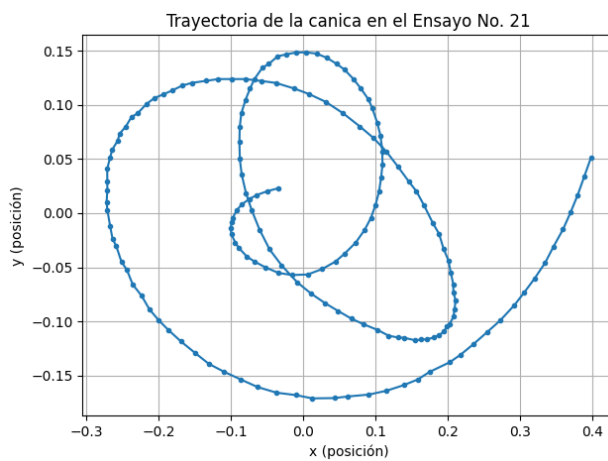


Figura 6: Ensayo No. 21 para la trayectoria de la canica

- [Einstein, 1905] Einstein, A. (1905). Zur elektrodynamik bewegter körper. *Annalen der Physik*, 322(10):891–921.
- [Einstein, 1915] Einstein, A. (1915). Die feldgleichungen der gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, pages 844–847.
- [English and Marenco, 2012] English, L. Q. and Marenco, A. (2012). Trajectories of rolling marbles on various funnels. *American Journal of Physics*, 80(11):996–1000.
- [Kuhn, 1957] Kuhn, T. S. (1957). *The Copernican Revolution: Planetary Astronomy in the Development of Western Thought*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- [Middleton and Langston, 2014] Middleton, C. A. and Langston, M. (2014). Circular orbits on a warped spandex fabric. *American Journal of Physics*, 82(4):287–294.
- [Newton, 1687] Newton, I. (1687). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Royal Society, London.
- [Postiglione and De Angelis, 2021] Postiglione, A. and De Angelis, I. (2021). Students’ understanding of gravity using the rubber sheet analogy: an italian experience. *Physics Education*, 56(2):025020.
- [Thorne, 1994] Thorne, K. S. (1994). *Black Holes and Time Warps: Einstein’s Outrageous Legacy*. W. W. Norton & Company, New York.
- [White and Walker, 2002] White, G. D. and Walker, M. (2002). The shape of “the spandex” and orbits upon its surface. *American Journal of Physics*, 70(1):48–52.