

# Propuesta Reto # 11 - Deformaciones del Espaciotiempo

**Juan Felipe Rodríguez**  
**Gregory García Esteban**  
**Jhonny Camacho Cortes**  
*Universidad Industrial de Santander*  
*Carrera 27 Calle 9 Bucaramanga*

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Estado del Arte</b>	<b>2</b>
<b>3. Objetivos</b>	<b>3</b>
3.1. Objetivo principal . . . . .	3
3.2. Objetivos específicos . . . . .	3
<b>4. Metodología</b>	<b>3</b>
<b>5. Equipo de Investigación</b>	<b>4</b>
<b>6. Cronograma</b>	<b>4</b>
<b>7. Referencias</b>	<b>5</b>

## Resumen

En este proyecto se evalúa la efectividad de la analogía de Einstein que utiliza una tela elástica para representar la curvatura del espacio-tiempo causada por la masa, en el contexto de la relatividad general. Se describe cómo la masa de un objeto distorsiona el espacio-tiempo, empleando la métrica de Schwarzschild como referencia teórica. La metodología consiste en construir un montaje experimental basado en una mesa con una tela elástica para simular un espacio-tiempo bidimensional. Se estudiarán las trayectorias de esferas bajo esta deformación, registrando los datos de velocidad y posición con una cámara y el software Tracker. Los resultados experimentales se compararán con simulaciones computacionales para validar el modelo y analizar las limitaciones de la analogía.

This project evaluates the effectiveness of Einstein's analogy that uses an elastic sheet to represent the curvature of spacetime caused by mass, within the framework of general relativity. It describes how the mass of an object distorts spacetime, referencing the Schwarzschild metric as

the theoretical model. The methodology involves constructing an experimental setup using a table with an elastic sheet to simulate a two-dimensional spacetime. The trajectories of spheres under this deformation will be studied, with data on speed and position recorded using a camera and Tracker software. The experimental results will be compared with computational simulations to validate the model and assess the limitations of the analogy.

## 1. Introducción

El movimiento de los astros ha sido quizá uno de los fenómenos más intrigantes para la humanidad. Antes se creía que la esfera celeste seguía leyes divinas ajenas a lo terrestre [Kuhn, 1957]. Con la obra Newton, se empezó a entender que el movimiento de las estrellas y los planetas obedecía las mismas leyes que regían los acontecimientos mundanos, dando origen a la noción de la gravedad como una fuerza universal [Newton, 1687]. Sin embargo algunas ideas se quedaron con nosotros por unos siglos más: que el espacio y el tiempo eran absolutos. A principios del Siglo XX estas ideas fueron debatidas [Einstein, 1905] para abrir paso a una nueva teoría: La Teoría General de la Relatividad [Einstein, 1915]. En esta se propone que la gravedad no es simplemente una fuerza, sino una manifestación de la curvatura del espacio-tiempo causada por la masa y la energía.

Esta teoría, aunque revolucionaria, ha sido frecuentemente malinterpretada. Por ello, es fundamental realizar experiencias que ilustren la íntima relación entre la masa de los objetos y la estructura del espacio-tiempo en que se desarrollan. Una de estas experiencias está basada en una analogía que hizo Einstein para explicar la teoría general de la relatividad: sobre una tela elástica se ponen objetos pesados para después dejar mover unos más livianos sobre esta [Thorne, 1994]. No obstante, surge la pregunta sobre la efectividad y limitaciones de esta analogía [Postiglione and De Angelis, 2021]. Por esto, en este proyecto se explora y evalúa esta representación para entender mejor la relación entre la masa de los objetos y la curvatura del espacio-tiempo.

## 2. Estado del Arte

Un gran numero de autores han estudiado las trayectorias de objetos sobre superficies deformadas y han comparado sus resultados con las orbitas descritas por objeto sujetos a potenciales radiales según la mecánica Newtoniana y las geodésicas de la relatividad geneal. De este siglo uno de los interesados en este tema fue [White and Walker, 2002] que estudió cual es la forma de una tela elástica plana que se deforma por colocar una bola pesada, que dedujo la altura a una distancia  $R$  del centro de la tela, con lo cual se pueden deducir las orbitas sobre la superficie. Otro autor interesante fue [English and Mareno, 2012] que refutó la afirmación de que las trayectorias que describen las canicas en embudos son las mismas que las descritas por las leyes de Kepler, demostrando, a través de un formalismo Lagrangiano, que las trayectorias son extremadamente sensibles a la forma del embudo y las condiciones iniciales del problema. En 2013 [Middleton and Langston, 2014] encontró que la elasticidad de la tela spandex no es constante y que la masa de la tela misma afecta a las trayectorias descritas por canicas sobre superficies de spandex deformado, y concluyó que dichas trayectorias difieren dramáticamente de las orbita descrita por un cuerpo en un espacio-tiempo de Shwarschild. Se nota que muchos autores están de acuerdo con que las trayectorias descritas

sobre superficies elásticas, la analogía, solo es comparable cualitativamente con los modelos teóricos Newtoniano y de la relatividad general, [Batlle et al., 2019].

### 3. Objetivos

#### 3.1. Objetivo principal

Comparar las trayectorias descritas por distribuciones de masa esféricas ubicadas sobre una tela elástica y las geodésicas de la relatividad de Einstein para distribuciones esféricas de masa.

#### 3.2. Objetivos específicos

- Modelar computacionalmente el espaciotiempo curvado por una distribución esférica de masa.
- Construir una superficie elástica curvada por la presencia de una masa esférica.
- Interpolar la trayectoria descrita por un cuerpo que se mueve sobre una superficie elástica curvada por una distribución esférica de masa.
- A partir de las ecuaciones de las geodésicas en el espaciotiempo construir una solución exacta o como mínimo numérica para la trayectoria descrita por un cuerpo que se mueve en el espaciotiempo curvado por una distribución esférica de masa.
- Comparar las trayectorias descritas por la relatividad general y las trayectorias descritas en el modelo de tela elástica.

### 4. Metodología

Como primer paso, se debe realizar el montaje experimental que nos permitirá simular de manera tangible el espacio-tiempo de Minkowski. Para ello, construiremos una mesa que representará una aproximación bidimensional de este espacio-tiempo. La mesa estará compuesta por un soporte metálico que por el momento se considerará de aluminio y una tela elástica de spandex o un material similar. La tela es fundamental pues gracias a esta vamos a poder simular las deformaciones del espacio-tiempo. Es por esto que el material con el que esté hecha la tela sea tan importante pues con una tela poco susceptible a las deformaciones no sería posible lograr un experimento de buena calidad como aproximación al espacio-tiempo de Schwarzschild [Middleton and Langston, 2014] [White and Walker, 2002]. Una ilustración de la mesa en cuestión se encuentra en la figura 1.

Gracias a distintos autores, sabemos que la constante de elasticidad de la tela varía en función de la tensión generada por la masa central. Por esta razón, para desarrollar este experimento, se propone utilizar una cantidad de cinco esferas de hierro o aluminio, con masas en el rango de 5 a 7 kilogramos, con el fin de restringir las variaciones en el valor de la constante de elasticidad. De este modo, todos los experimentos se llevarán a cabo bajo, aproximadamente, las mismas condiciones de elasticidad. Además, siguiendo un procedimiento similar al utilizado en [Middleton and Langston, 2014], se

medirá la constante de elasticidad para asegurar la consistencia de los resultados experimentales.



Figura 1: Ejemplo de la mesa como montaje experimental que se deberá construir para reproducir una aproximación al espacio-tiempo de Minkowski. Imagen tomada en [Postiglione and De Angelis, 2021].

Inicialmente se propondrá utilizar dos esferas cuyas masas puedan replicar el comportamiento de cuerpos en una región del espacio-tiempo deformado. Más específicamente, se propone como masa central una esfera de hierro de entre 5 a 7 kilogramos y una canica de vidrio de 10 gramos.

Los resultados obtenidos se centrarán en la velocidad y la posición de una de estas esferas (la esfera orbitante). Dichos resultados se registrarán a través del software Tracker y se compararán con nuestro modelo teórico mediante simulación computacional. Para capturar la trayectoria de la esfera de prueba, se empleará una cámara de video situada en la parte superior de la mesa. Como dispositivo de grabación se propone utilizar un dispositivo celular que grabe a una resolución de 30 o 60 frames por segundo.

## 5. Equipo de Investigación

Este proyecto se llevará a cabo por Juan Felipe Rodríguez, Gregory García y Jhonny Camacho, tres estudiantes de octavo nivel de la Universidad Industrial de Santander. Los involucrados tienen experiencia en simulación y análisis de datos y una formación teórica para poder dar ideas y una discusión frente al presente reto.

## 6. Cronograma

- **Septiembre 22:** Simular computacionalmente la superficie y las geodésicas para la superficie deformada.

- **Octubre 5:** Calcular las geodésicas para la superficie deformada por la masa.
- **Octubre 5:** Cotizar la estructura, comprar masas esféricas.
- Enviar a hacer **Por definir**.
- **Octubre 20:** Entregar informe de avances.
- **Octubre 20:** Tomar mediciones con Tracker.
- **Octubre 23:** Interpolan los datos tomados anteriormente para comparar con los resultados de la RG.
- **Octubre 30:** Entregar informe de avances.
- **Noviembre 27:** Entrega de informe final.

## 7. Referencias

- [Batlle et al., 2019] Batlle, P., Teixidó, A., Llobera, J., Medrano, I., and Pardo, L. C. (2019). Exploring the rubber sheet spacetime analogy by studying ball movement in a bent trampoline. *European Journal of Physics*, 40(4):045005.
- [Einstein, 1905] Einstein, A. (1905). Zur elektrodynamik bewegter körper. *Annalen der Physik*, 322(10):891–921.
- [Einstein, 1915] Einstein, A. (1915). Die feldgleichungen der gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, pages 844–847.
- [English and Mareno, 2012] English, L. Q. and Mareno, A. (2012). Trajectories of rolling marbles on various funnels. *American Journal of Physics*, 80(11):996–1000.
- [Kuhn, 1957] Kuhn, T. S. (1957). *The Copernican Revolution: Planetary Astronomy in the Development of Western Thought*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- [Middleton and Langston, 2014] Middleton, C. A. and Langston, M. (2014). Circular orbits on a warped spandex fabric. *American Journal of Physics*, 82(4):287–294.
- [Newton, 1687] Newton, I. (1687). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Royal Society, London.
- [Postiglione and De Angelis, 2021] Postiglione, A. and De Angelis, I. (2021). Students’ understanding of gravity using the rubber sheet analogy: an italian experience. *Physics Education*, 56(2):025020.

[Thorne, 1994] Thorne, K. S. (1994). *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy*. W. W. Norton & Company, New York.

[White and Walker, 2002] White, G. D. and Walker, M. (2002). The shape of “the spandex” and orbits upon its surface. *American Journal of Physics*, 70(1):48–52.