

# Отчет по лабораторной работе №8

Модель конкуренции двух фирм

Сорокин Андрей Константинович

# Содержание

Цель работы	4
Задание	5
Теоретическая справка	6
Случай 1 . . . . .	6
Случай 2 . . . . .	8
Ход выполнения лабораторной работы	9
Подключаю все необходимые библиотеки . . . . .	9
Случай №1 . . . . .	9
Значения . . . . .	9
Функция: . . . . .	10
Вывод графика: . . . . .	10
Случай №2 . . . . .	11
Функция: . . . . .	11
Вывод графика: . . . . .	11
Вывод	13

## Список иллюстраций

0.1	Вывод графика №1	11
0.2	Вывод графика №2	12

## Цель работы

Рассмотреть модель конкуренции двух фирм, построить графики для двух случаев.

# Задание

Построить график конкуренции двух фирм, для двух случаев:

Случай 1:

$$\frac{\partial M_1}{\partial \theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 * M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial \theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} * M_2^2$$

Случай 2:

$$\frac{\partial M_1}{\partial \theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00012\right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial \theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 * M_2 - \frac{a_2}{c_1} * M_2^2$$

Соответствующие начальные условия и параметры для обоих случаев:

$$M_0^1 = 7, M_0^2 = 8$$

$$p_{cr} = 45, N = 70, q = 1$$

$$\tau_1 = 25, \tau_2 = 20$$

$$p_1 = 10, p_2 = 7.7$$

# Теоретическая справка

## Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa_2\end{aligned}\tag{10}$$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины  $N_1$  и  $N_2$  – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы.

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене  $p$ .

Тогда

$$\begin{aligned}\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} &= N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \\ \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} &= N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)\end{aligned}\quad (11)$$

где  $\tilde{p}_1$  и  $\tilde{p}_2$  – себестоимости товаров в первой и второй фирме.

С учетом (10) представим (11) в виде

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= -\frac{M_1}{\tau_1} \left(1 - \frac{p}{\tilde{p}_1}\right) - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= -\frac{M_2}{\tau_2} \left(1 - \frac{p}{\tilde{p}_2}\right) - \kappa_1\end{aligned}\quad (12)$$

Уравнение для цены, по аналогии с (3),

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma \left( \frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} - Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right) \quad (13)$$

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$p = p_{cr} \left( 1 - \frac{1}{Nq} \left( \frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} \right) \right) \quad (14)$$

Подставив (14) в (12) имеем:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= c_1 M_1 - b M_1 M_2 - a_1 M_1^2 - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= c_2 M_2 - b M_1 M_2 - a_2 M_2^2 - \kappa_2\end{aligned}\quad (15)$$

$$\text{где } a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}, a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}, b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}, c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}, c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} \quad (16)$$

Исследуем систему (15) в случае, когда постоянные издержки  $(\kappa_1, \kappa_2)$  пренебрежимо малы. И введем нормировку  $t = c_1 \theta$ . Получим следующую систему:

$$\begin{aligned} \frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{aligned} \quad (17)$$

## Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться.

Например,

$$\begin{aligned} \frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left( \frac{b}{c_1} + 0.002 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{aligned}$$



# Ход выполнения лабораторной работы

Подключаю все необходимые библиотеки

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
```

Случай №1

Значения

Ввод значений из своего варианта для первого случая:

```
M0_1 = 7
M0_2 = 8
p_cr = 45
N = 70
q = 1
tau1 = 24
tau2 = 20
p1 = 10
p2 = 7.7
```

```

a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
v = [M0_1,M0_2]
t = np.arange(0,30,0.01)

```

Функция:

```

def f1(v,t):
    dM_1 = v[0] - (b/c1)*v[0]*v[1] - (a1/c1)*v[0]*v[0]
    dM_2 = (c2/c1)*v[1] - (b/c1)*v[0]*v[1] - (a2/c1)*v[1]*v[1]
    return [dM_1,dM_2]

```

Вывод графика:

Вывод графика конкуренции двух фирм(рис. @fig:001).

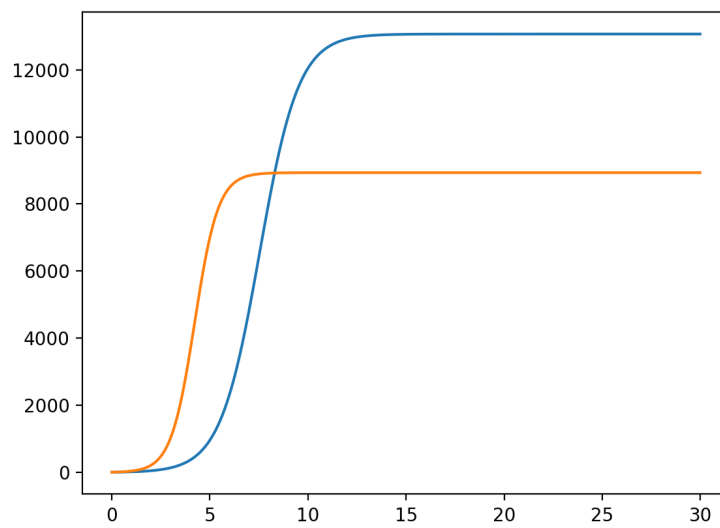


Рис. 0.1: Вывод графика №1

## Случай №2

Функция:

def f2(v,t):

$$dM\_1 = v[0] - (b / c1) * v[0] * v[1] - (a1 / c1) * v[0] * v[0]$$

$$dM\_2 = (c2 / c1) * v[1] - (b/c1 + 0.00012) * v[0] * v[1] - (a2 / c1) * v[1] * v[1]$$

return [dM\_1, dM\_2]

Вывод графика:

Вывод графика конкуренции двух(рис. @fig:002).

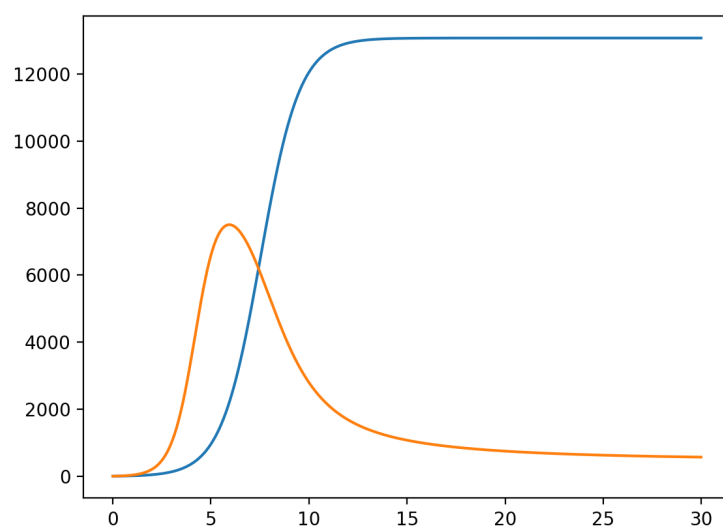


Рис. 0.2: Вывод графика №2

## Вывод

В результате проделанной работы я рассмотрел модель конкуренции двух фирм и построил графики для двух случаев.