Отчет по лабораторной работе №6

Эпидемия

Сорокин Андрей Константинович

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Изучить модель “эпидемия” и построить графики по этой модели.

Задание

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп в случае:

1) $I(0) \le I^*$

2) $I(0) > I^*$

При $N = 20000, I(0) = 99, R(0) = 5.$

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -0.01S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \le I^* \end{cases}$$

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} 0.01S - 0.02I, I(t) > I^* \\ -0.02I, I(t) \le I^* \end{cases}$$

$$\frac{dR}{dt} = 0.02I$$

Теоретическая справка

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \le I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \le I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Ход лабораторной работы

Подключаю необходимые библиотеки

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
```

Ввод значений

```
a = 0.01
b = 0.02
N = 20000
I = 99
R = 5
S = N - I - R
t = np.arange(0,200,0.01)
v = [S, I, R]
```

Функции

Функция для случая $I(0) \le I^*$

```
def f1(v,t):
    dS = 0
```

```
    dI = -1*b*v[1]
    dR = b*v[1]
    return [dS,dI,dR]
```

Функция для случая $I(0) > I^*$

```
def f2(v,t):
    dS = -1*a*v[0]
    dI = a*v[0] - b*v[1]
    dR = b*v[1]
    return [dS,dI,dR]
```

График №1

Вывод графика изменения числа особей в каждой из трех групп для случая $I(0) \leq I^*$ (рис. 0.1).

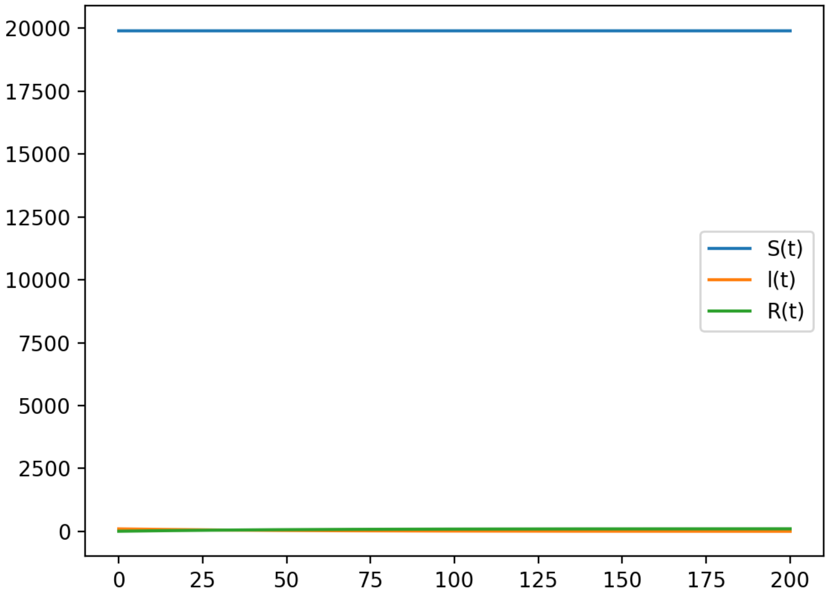

Рис. 0.1: Вывод графика №1

График №2

Вывод графика изменения числа особей в каждой из трех групп для случая $I(0) > I^*$ (рис. 0.2).

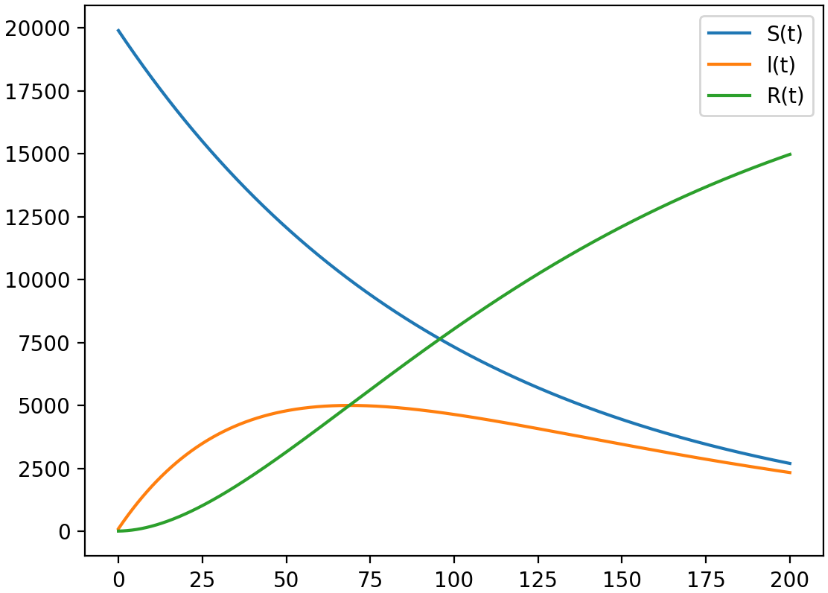

Рис. 0.2: Вывод графика №2

Вывод

В результате проделанной работы я изучил модель "эпидемия" и построил графики по этой модели.