Отчет по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва

Сорокин Андрей Константинович

Содержание

[Цель работы 1](#_Toc66567862)

[Задание 1](#_Toc66567863)

[Теоретическая справка 2](#_Toc66567864)

[Выполнение лабораторной работы 4](#_Toc66567865)

[Библиотеки 4](#_Toc66567866)

[Значения 4](#_Toc66567867)

[Решение 4](#_Toc66567868)

[Вывод графика №1 4](#_Toc66567869)

[Вывод графика №2 5](#_Toc66567870)

[Вывод графика №3 6](#_Toc66567871)

[Стационарное состояние системы 7](#_Toc66567872)

[Выводы 7](#_Toc66567873)

# Цель работы

Рассмотреть модель Лотки-Вольтерры, построить график зависимости численности хищников от численности жертв, численности видов при заданных начальных условиях. Найти стационарное состояние системы.

# Задание

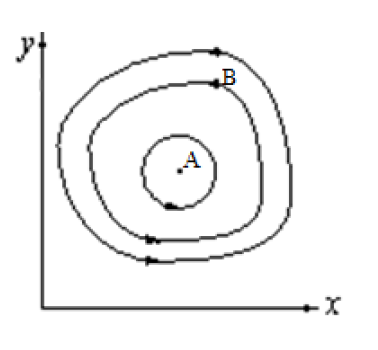
Для модели «хищник-жертва»:

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: , . Найти стационарное состояние системы.

# Теоретическая справка

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

В этой модели – число жертв, - число хищников. Коэффициент описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников . Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены и в правой части уравнения)(рис. @fig:001).

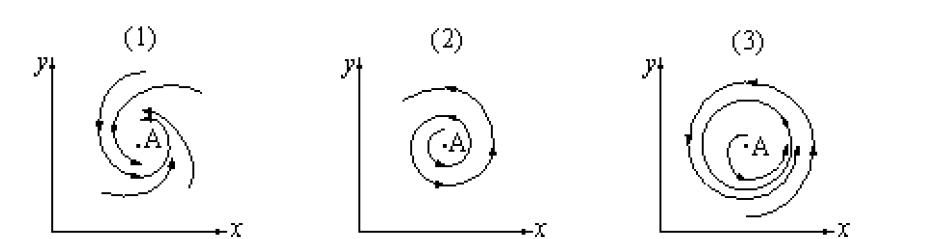


Эволюция популяции жертв и хищников в модели Лотки-Вольтерры

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние , всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние .

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: , . Если начальные значения задать в стационарном состоянии , , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей ,. Колебания совершаются в противофазе. При малом изменении модели

(прибавление к правым частям малые члены, учитывающие, например, конкуренцию жертв за пищу и хищников за жертв), вывод о периодичности (возвращении системы в исходное состояние ), справедливый для жесткой системы Лотки-Вольтерры, теряет силу. Таким образом, мы получаем так называемую мягкую модель «хищник-жертва». В зависимости от вида малых поправок и возможны следующие сценарии 1-3 (рис. @fig:002).



Мягкая модель борьбы за существование

В случае 1 равновесное состояние устойчиво. При любых других начальных условиях через большое время устанавливается именно оно.

В случае 2 система стационарное состояние неустойчиво. Эволюция приводит то к резкому увеличению числа хищников, то к их почти полному вымиранию. Такая система в конце концов попадает в область столь больших или столь малых значений и , что модель перестает быть применимой.

В случае 3 в системе с неустойчивым стационарным состоянием с течением времени устанавливается периодический режим. В отличие от исходной жесткой модели Лотки-Вольтерры, в этой модели установившийся периодический режим не зависит от начального условия. Первоначально незначительное отклонение от стационарного состояния приводит не к малым колебаниям около , как в модели Лотки-Вольтерры, а к колебаниям вполне определенной (и не зависящей от малости отклонения) амплитуды. Возможны и другие структурно устойчивые сценарии (например, с несколькими периодическими режимами).

Вывод: жесткую модель всегда надлежит исследовать на структурную устойчивость полученных при ее изучении результатов по отношению к малым изменениям модели (делающим ее мягкой).

В случае модели Лотки-Вольтерры для суждения о том, какой же из сценариев 1-3 (или иных возможных) реализуется в данной системе, совершенно необходима дополнительная информация о системе (о виде малых поправок и в нашей формуле). Математическая теория мягких моделей указывает, какую именно информацию для этого нужно иметь. Без этой информации жесткая модель может привести к качественно ошибочным предсказаниям. Доверять выводам, сделанным на основании жесткой модели, можно лишь тогда, когда они подтверждаются исследованием их структурной устойчивости

# Выполнение лабораторной работы

## Библиотеки

Подключаю все необходимые библиотеки

import numpy as np  
import math  
from scipy.integrate import odeint  
import matplotlib.pyplot as plt

## Значения

Ввод значений из своего варианта (39 вариант)

a = 0.42  
b = 0.043  
c = 0.44  
d = 0.45  
  
x0 = np.array([4,13])  
t = np.arange(0,400,0.1)

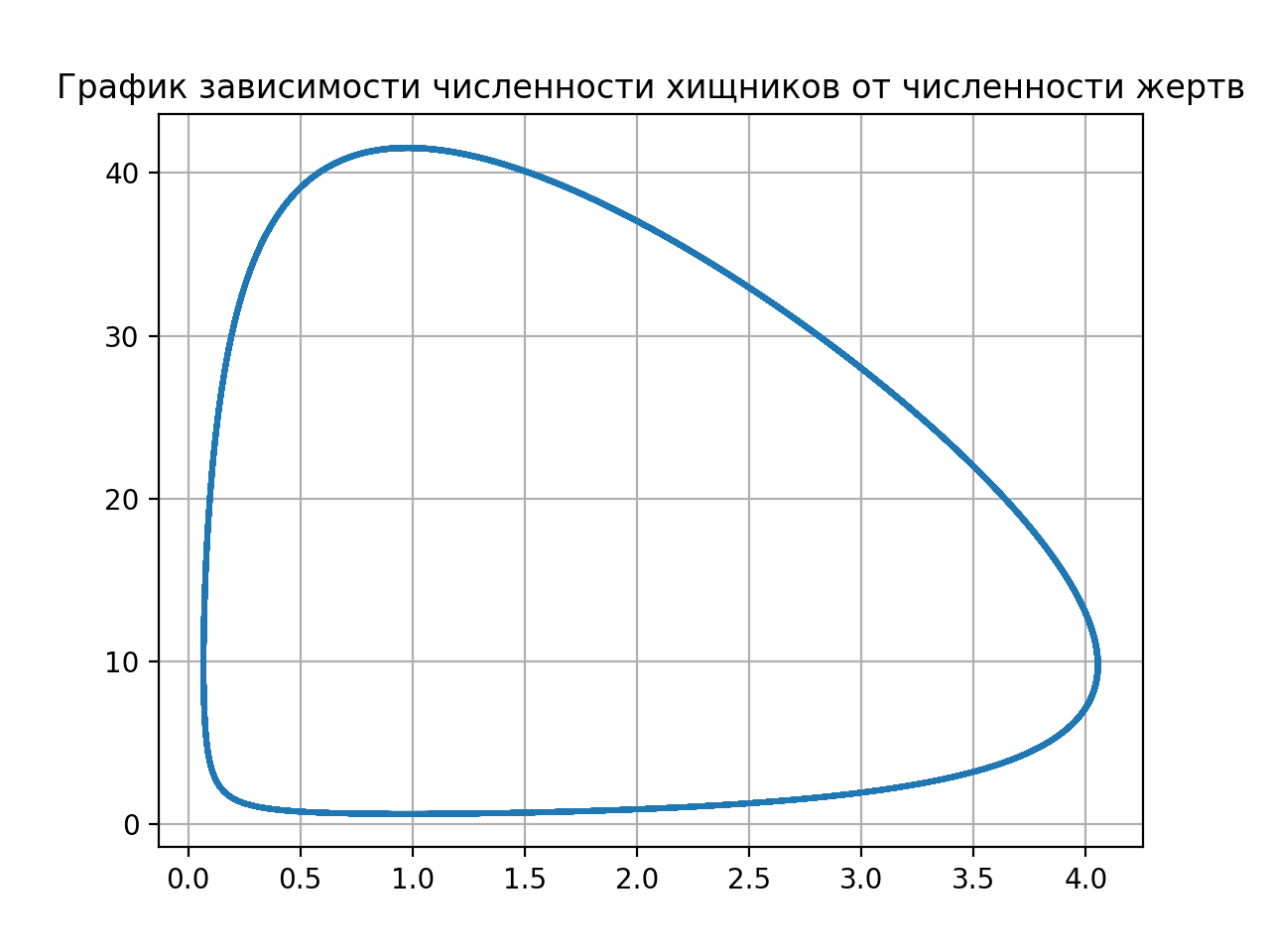
## Решение

Решение системы

def syst(x,t):  
 dx\_1 = -a \* x[0] + b \* x[0] \* x[1]  
 dx\_2 = c \* x[1] - d \* x[0] \* x[1]  
 return [dx\_1, dx\_2]  
  
y = odeint(syst,x0,t)

## Вывод графика №1

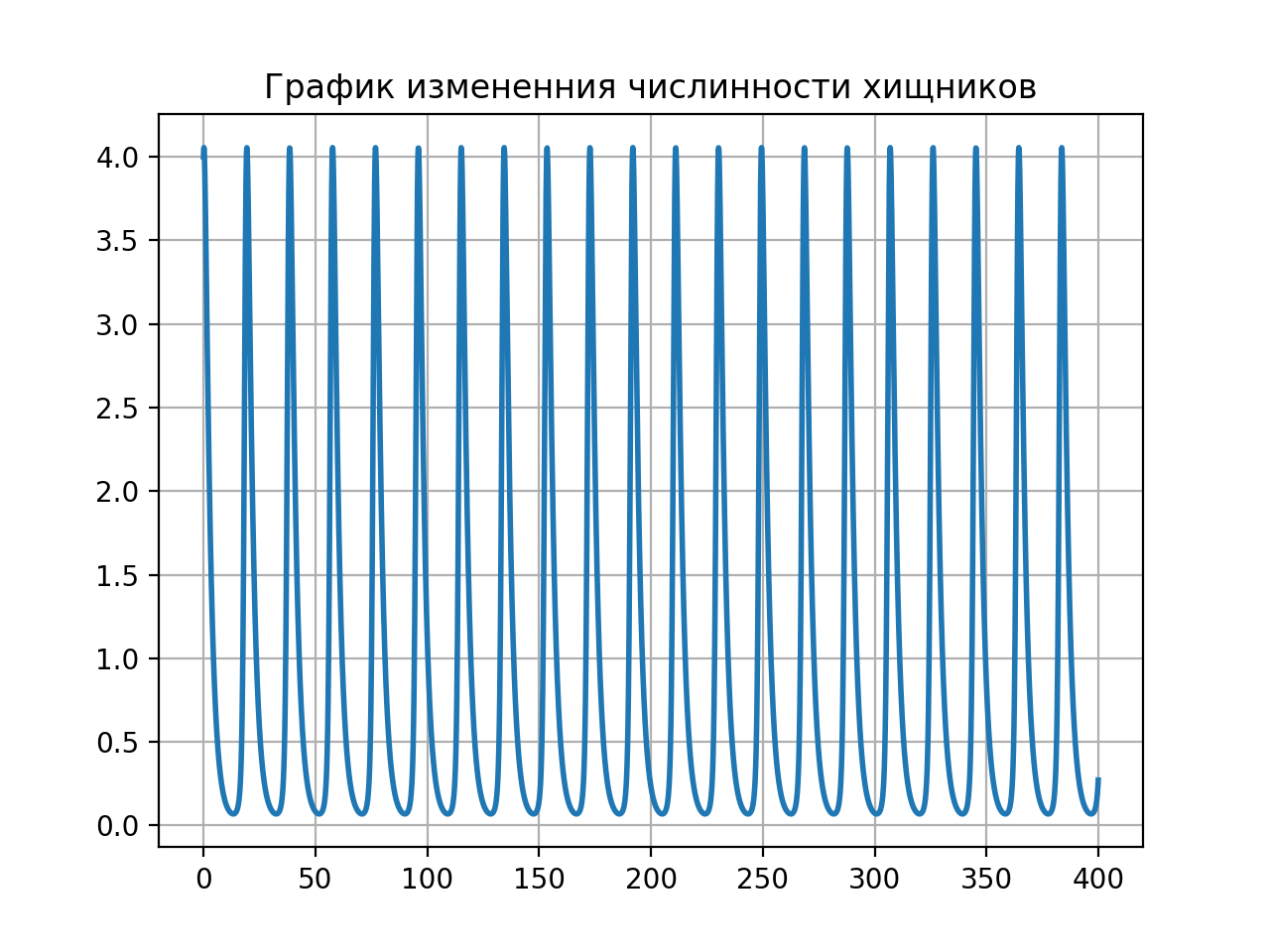
Вывод графика зависимости численности хищников от численности жертв(рис. @fig:003).



Вывод графика №1

## Вывод графика №2

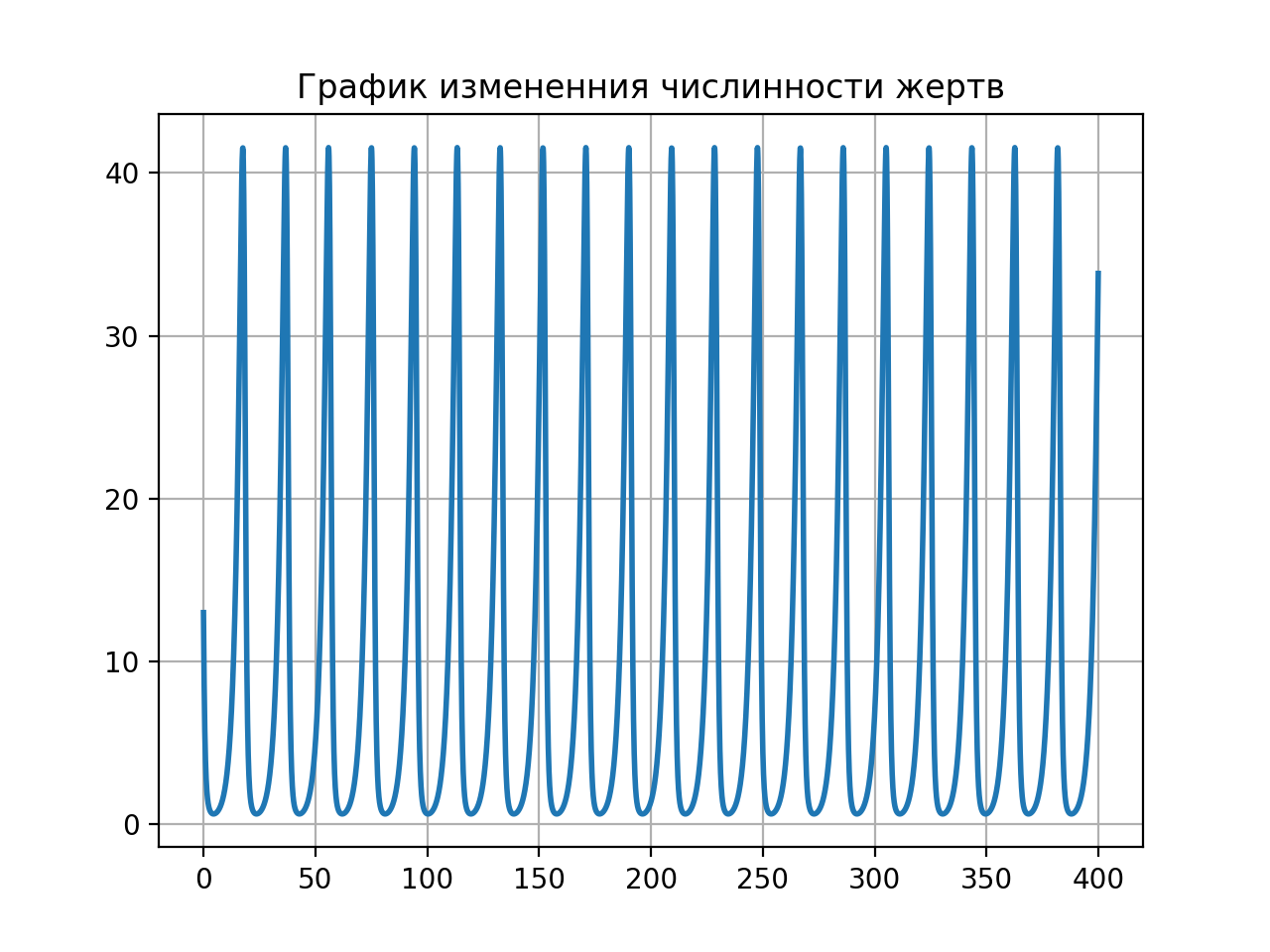
Вывод графика изменения численности хищников(рис. @fig:004).



Вывод графика №2

## Вывод графика №3

Вывод графика изменения численности жертв(рис. @fig:005).



Вывод графика №3

## Стационарное состояние системы

Система будет стационарна в точке с координатами (0.9777777777777777 9.767441860465116)

# Выводы

В результате проделанной работы мы рассмотрели модель Лотки-Вольтерры, построили график зависимости численности хищников от численности жертв. Построили график изменения численности видов при заданных начальных условиях. Нашли стационарное состояние системы.