

二阶锥交流潮流优化模型

二阶锥交流潮流优化模型 (SOCP-AC-OPF-Model)

1. 优化模型

$$\begin{aligned}
 & \min_{P_{t,i,j}, Q_{t,i,j}, l_{t,i,j}, v_{t,i}, p_{t,i}, q_{t,i}, P_{g,t,g}, Q_{g,t,g}, P_{DR,t,dr}} \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{(i,j) \in E} l_{t,i,j} \\
 & \text{s.t.} \\
 & v_{t,0} = 1.0, \quad \forall t \in \{0, 1, \dots, T-1\} \\
 & p_{t,j} = \sum_{g \in G_j} P_{g,t,g} + \sum_{dr \in DR_j} P_{DR,t,dr} + P_{d,t,j}, \quad \forall t, j \in N \\
 & q_{t,j} = \sum_{g \in G_j} Q_{g,t,g} + Q_{d,t,j}, \quad \forall t, j \in N \\
 & p_{t,j} = \sum_{(j,k) \in E} P_{t,j,k} - \sum_{(i,j) \in E} (P_{t,i,j} - r_{ij} \cdot l_{t,i,j}), \quad \forall t, j \in N \\
 & q_{t,j} = \sum_{(j,k) \in E} Q_{t,j,k} - \sum_{(i,j) \in E} (Q_{t,i,j} - x_{ij} \cdot l_{t,i,j}), \quad \forall t, j \in N \\
 & v_{t,j} = v_{t,i} - 2(r_{ij}P_{t,i,j} + x_{ij}Q_{t,i,j}) + (r_{ij}^2 + x_{ij}^2)l_{t,i,j}, \quad \forall t, (i,j) \in E \\
 & (2P_{t,i,j})^2 + (2Q_{t,i,j})^2 + (l_{t,i,j} - v_{t,i})^2 \leq (l_{t,i,j} + v_{t,i})^2, \quad \forall t, (i,j) \in E \\
 & P_{g,\min}(t) \leq P_{g,t,g} \leq P_{g,\max}(t), \quad \forall t, g \in G \\
 & P_{DR,\min}(t) \leq P_{DR,t,dr} \leq P_{DR,\max}(t), \quad \forall t, dr \in DR \\
 & V_{\min}^2 \leq v_{t,i} \leq V_{\max}^2, \quad \forall t, i \in N \\
 & -2.5 \leq P_{t,i,j} \leq 2.5, \quad \forall t, (i,j) \in E \\
 & -2.5 \leq Q_{t,i,j} \leq 2.5, \quad \forall t, (i,j) \in E \\
 & 0 \leq l_{t,i,j} \leq 2.5, \quad \forall t, (i,j) \in E
 \end{aligned}$$

2. 决策变量

2.1 支路变量

- $P_{t,i,j}$: 支路 (i, j) 在时段 t 的有功功率 (p.u.)
- $Q_{t,i,j}$: 支路 (i, j) 在时段 t 的无功功率 (p.u.)

- $l_{t,i,j}$: 支路 (i, j) 在时段 t 的电流幅值平方 $|I_{ij}|^2$ (p.u.)

2.2 节点变量

- $v_{t,i}$: 节点 i 在时段 t 的电压幅值平方 $|V_i|^2$ (p.u.)
- $p_{t,i}$: 节点 i 在时段 t 的有功注入功率 (p.u.)
- $q_{t,i}$: 节点 i 在时段 t 的无功注入功率 (p.u.)

2.3 发电机变量

- $P_{g,t,g}$: 发电机 g 在时段 t 的有功出力 (p.u.)
- $Q_{g,t,g}$: 发电机 g 在时段 t 的无功出力 (p.u.)

2.4 可调负荷变量

- $P_{DR,t,dr}$: 可调负荷 dr 在时段 t 的削减量 (p.u.) (正数表示削减)
-

3. 模型参数

3.1 集合

- N : 节点集合, $|N| = num_n (节点总数)
- E : 支路集合, 每条支路表示为 (i, j, r_{ij}, x_{ij})
- G : 发电机集合, $|G| = num_gen (发电机总数)
- DR : 可调负荷集合, $|DR| = num_dr (可调负荷总数)
- G_j : 连接在节点 j 的发电机集合
- DR_j : 连接在节点 j 的可调负荷集合

3.2 网络参数

- r_{ij} : 支路 (i, j) 的电阻 (p.u.)
- x_{ij} : 支路 (i, j) 的电抗 (p.u.)

3.3 时间参数

- T : 时间断面数 (优化的时段总数)
- t : 时段索引, $t \in \{0, 1, \dots, T - 1\}$

3.4 负荷参数

- $P_{d,t,j}$: 节点 j 在时段 t 的固定有功负荷 (p.u.) (负值表示消耗)
- $Q_{d,t,j}$: 节点 j 在时段 t 的固定无功负荷 (p.u.) (负值表示消耗)

3.5 发电机参数

- $P_{g,\min}(t)$: 发电机 g 在时段 t 的最小有功出力 (p.u.)
- $P_{g,\max}(t)$: 发电机 g 在时段 t 的最大有功出力 (p.u.)

3.6 可调负荷参数

- $P_{DR,\min}(t)$: 可调负荷 dr 在时段 t 的最小削减量 (p.u.)
- $P_{DR,\max}(t)$: 可调负荷 dr 在时段 t 的最大削减量 (p.u.)

3.7 电压限制参数

- $V_{\min} = 0.9$ p.u.: 节点电压幅值下限
 - $V_{\max} = 1.1$ p.u.: 节点电压幅值上限
-

4. 约束条件说明

(1) 根节点电压约束 – 节点 0 为电源节点 (平衡节点), 电压幅值恒定为 1.0 p.u.

(2a–2b) 节点净注入功率约束 – 定义节点的有功和无功净注入功率, 包含发电机出力、可调负荷削减和固定负荷

(3a–3b) 潮流平衡约束 (Branch Flow Model) – 节点的净注入功率等于流出功率减去流入功率 (考虑线路损耗) – $\sum_{(j,k) \in E}$: 从节点 j 流出的所有支路 –

$\sum_{(i,j) \in E}$: 流入节点 j 的所有支路 – $r_{ij} \cdot l_{t,i,j}$: 支路 (i,j) 的有功损耗 –

$x_{ij} \cdot l_{t,i,j}$: 支路 (i,j) 的无功损耗

(4) 电压降落约束 (DistFlow Model) – 描述沿支路的电压降落关系 – 考虑了电阻和电抗引起的电压降以及线路损耗的影响

(5) 二阶锥松弛约束 – 对原始非凸约束 $l_{t,i,j} \cdot v_{t,i} = P_{t,i,j}^2 + Q_{t,i,j}^2$ 的凸松弛 – 等

价形式: $\left\| \begin{bmatrix} 2P_{t,i,j} \\ 2Q_{t,i,j} \\ l_{t,i,j} - v_{t,i} \end{bmatrix} \right\|_2 \leq l_{t,i,j} + v_{t,i}$ – 在辐射网络中, 该松弛通常是紧的

(即可以得到原问题的精确解)

(6) 发电机出力约束 – 限制发电机的有功出力在其容量范围内 – 上下限可随时段 t 变化 (时变约束)

(7) 可调负荷约束 – 限制可调负荷的削减量在允许范围内 – 上下限可随时段 t 变化 (时变约束)

(8) 电压上下限约束 – 确保所有节点的电压幅值在安全运行范围内

(9a–9c) 支路变量界约束 – 限制支路有功、无功功率和电流平方的取值范围

5. 潮流结果计算公式

在求解优化问题得到最优解后, 可以通过以下公式恢复相角信息并计算完整的潮流结果。

5.1 节点相角计算

对于时段 t , 首先计算节点相角向量 θ_t (单位: 弧度):

$$\theta_t = (A_t^T)^{-1} \beta_t$$

其中: – $A_t \in \mathbb{R}^{|N| \times |E|}$: 节点–支路关联矩阵 (按国内教材惯例需取转置) – $\beta_t \in \mathbb{R}^{|E|}$: 支路相角差向量, 通过相角恢复条件计算得到 – θ_i : 节点 i 的相角 (弧度)

相角单位转换: – 弧度转角度: $\theta_{\text{度}} = \theta_{\text{弧度}} \times \frac{180}{\pi}$ – 角度转弧度:
 $\theta_{\text{弧度}} = \theta_{\text{度}} \times \frac{\pi}{180}$

5.2 支路功率相量

对于支路 (i,j) , 支路复功率为:

$$S_{ij} = P_{t,i,j}^* + jQ_{t,i,j}^*$$

其中: – $P_{t,i,j}^*, Q_{t,i,j}^*$: 优化问题的最优解 – $j = \sqrt{-1}$: 虚数单位

支路功率的相角:

$$\angle S_{ij} = \arctan \left(\frac{Q_{t,i,j}^*}{P_{t,i,j}^*} \right) \quad (\text{弧度})$$

5.3 支路电流相量

支路电流的幅值和相角为：

$$I_{ij} = \sqrt{l_{t,i,j}^*} \cdot e^{j(\theta_i - \angle S_{ij})}$$

其中：
 - $l_{t,i,j}^*$: 优化问题得到的支路电流幅值平方
 - θ_i : 节点 i 的相角 (弧度)
 - $\angle S_{ij}$: 支路功率的相角 (弧度)

电流的幅值和相角：
 - 幅值: $|I_{ij}| = \sqrt{l_{t,i,j}^*}$ (p.u.)
 - 相角: $\angle I_{ij} = \theta_i - \angle S_{ij}$
 (弧度)

5.4 节点电压相量

对于节点 j (除平衡节点外)，节点电压相量为：

$$V_j = \sqrt{v_{t,j}^*} \cdot e^{j\theta_j}$$

其中：
 - $v_{t,j}^*$: 优化问题得到的节点电压幅值平方
 - θ_j : 节点 j 的相角 (弧度)

电压的幅值和相角：
 - 幅值: $|V_j| = \sqrt{v_{t,j}^*}$ (p.u.)
 - 相角: $\angle V_j = \theta_j$ (弧度)

5.5 节点注入复功率

节点 j 的注入复功率为：

$$s_{0,j} = p_{t,j}^* + j q_{t,j}^*$$

其中 $p_{t,j}^*, q_{t,j}^*$ 为优化问题的最优解。

5.6 计算流程

步骤 1：求解优化问题

获得所有决策变量的最优值：
 - $P_{t,i,j}^*, Q_{t,i,j}^*, l_{t,i,j}^*$ (支路变量)
 - $v_{t,i}^*, p_{t,i}^*, q_{t,i}^*$ (节点变量)
 - $P_{g,t,g}^*, Q_{g,t,g}^*$ (发电机变量)
 - $P_{DR,t,dr}^*$ (可调负荷变量)

步骤 2：相角恢复

通过相角恢复条件计算支路相角差向量 β_t ，进而计算节点相角：

$$\boldsymbol{\theta}_t = (A_t^T)^{-1} \boldsymbol{\beta}_t$$

步骤 3：计算相量

- 支路功率相量：

$$S_{ij} = P_{t,i,j}^* + j Q_{t,i,j}^*$$

- 支路电流相量：

$$I_{ij} = \sqrt{l_{t,i,j}^*} \cdot e^{j(\theta_i - \angle S_{ij})}$$

- 节点电压相量：

$$V_j = \sqrt{v_{t,j}^*} \cdot e^{j\theta_j}$$

- 节点注入复功率：

$$s_{0,j} = p_{t,j}^* + j q_{t,j}^*$$

步骤 4：提取幅值和相角

使用复数运算提取相量的幅值和相角：
– 幅值： $|z| = \sqrt{\operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2}$ – 相角： $\angle z = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right)$

6. 模型特点

1. **凸优化问题：**通过二阶锥松弛，将非凸的交流潮流问题转化为凸优化问题，可以高效求解并获得全局最优解
 2. **精确性：**在辐射状配电网络中，当满足相角恢复条件时，二阶锥松弛可以得到原问题的精确解
 3. **多时段优化：**考虑多个时间断面的联合优化，支持时变的负荷、发电机出力限制等
 4. **适用场景：**适用于辐射状配电网络的最优潮流计算，可用于配电网规划、运行优化等场景
 5. **模型依据：**基于 Branch Flow Model (BFM) 和二阶锥松弛 (SOCP relaxation) 技术
-

注：该模型实现基于 Gurobi 优化器求解，使用了高精度参数设置 (`MIPGap=1e-8`, `OptimalityTol=1e-8`, `FeasibilityTol=1e-8`) 以确保求解精度。