

Диагностическая работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 января 2019 года

Вариант МА10309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

ВНИМАНИЕ!

24 января с 15-00 на портале Яндекс.Репетитор (<https://yandex.ru/tutor/>) в режиме онлайн будет предоставлен доступ ко всем вариантам данной диагностической работы.

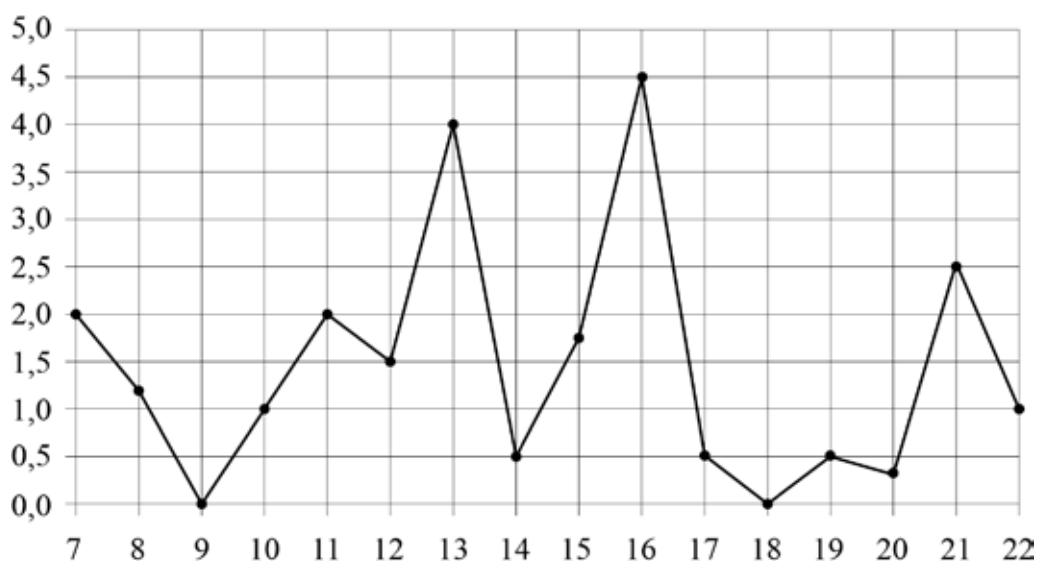
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В доме, где живёт Оля, 9 этажей и несколько подъездов. В каждом подъезде на каждом этаже находится по 3 квартиры. Оля живёт в квартире № 78. В каком подъезде находится квартира Оли?

Ответ: _____.

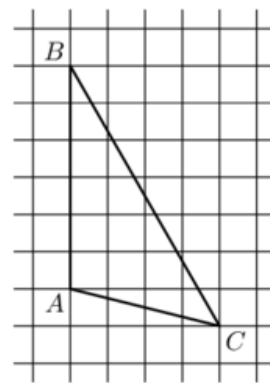
- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней в этот период выпадало более 3 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

4

Фабрика выпускает сумки. В среднем 12 сумок из 150 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

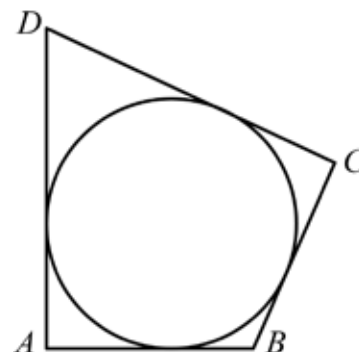
5

Найдите корень уравнения $2^{1-4x} = 32$.

Ответ: _____.

6

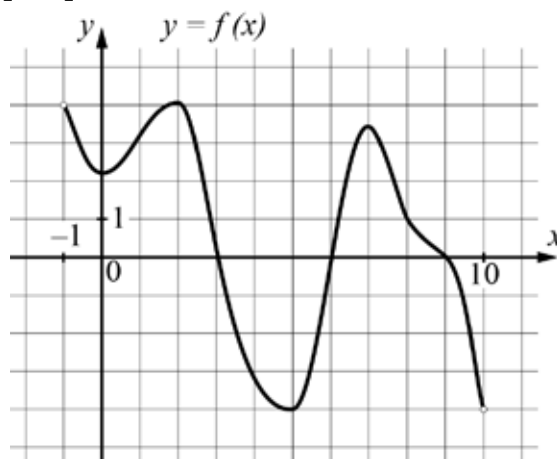
В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 44$, $CD = 55$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



Ответ: _____.

7

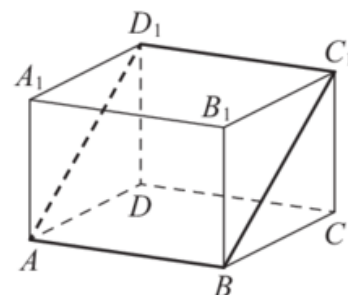
На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-1; 10)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[4; 8]$.



Ответ: _____.

8

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 3$, $AD = 6$, $AA_1 = 8$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\sqrt{32} \cos^2 \frac{5\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{5\pi}{8}$.

Ответ: _____.

10

Автомобиль массой m кг начинает тормозить и проходит до полной остановки путь S м. Сила трения F (в Н), масса автомобиля m (в кг), время t (в с) и пройденный путь S (в м) связаны соотношением $F = \frac{2mS}{t^2}$.

Определите, сколько секунд заняло торможение, если известно, что сила трения равна 2000 Н, масса автомобиля — 1500 кг, путь — 600 м.

Ответ: _____.

11

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 81}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- 14** В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Противоположные боковые грани пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .
- а) Докажите, что плоскость α параллельна ребру MD .
- б) Найдите угол между плоскостью α и прямой AC .

- 15** Решите неравенство $\frac{x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x^2 - 3x + 16}{x^2 - 3x} \geq 0$.

- 16** На сторонах AC и BC треугольника ABC вне его построены квадраты $ACDE$ и $CBFG$. Точка M — середина стороны AB .
- а) Докажите, что точка M равноудалена от центров квадратов.
- б) Найдите площадь треугольника DMG , если $AC = 6$, $BC = 8$, $AB = 10$.

- 17** В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в млн рублей)	S	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$4(ax - x^2) + \frac{1}{ax - x^2} + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня на промежутке $[-1; 1)$.

- 19** Все члены возрастающих арифметических прогрессий a_1, a_2, \dots и b_1, b_2, \dots являются натуральными числами.

а) Приведите пример таких прогрессий, для которых $a_1b_1 + 2a_3b_3 = 4a_2b_2$.

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $2a_1b_1 + a_4b_4 = 3a_2b_2$?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение a_2b_2 , если $2a_1b_1 + a_4b_4 \leq 210$?

Диагностическая работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 января 2019 года

Вариант МА10310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

ВНИМАНИЕ!

24 января с 15-00 на портале Яндекс.Репетитор (<https://yandex.ru/tutor/>) в режиме онлайн будет предоставлен доступ ко всем вариантам данной диагностической работы.

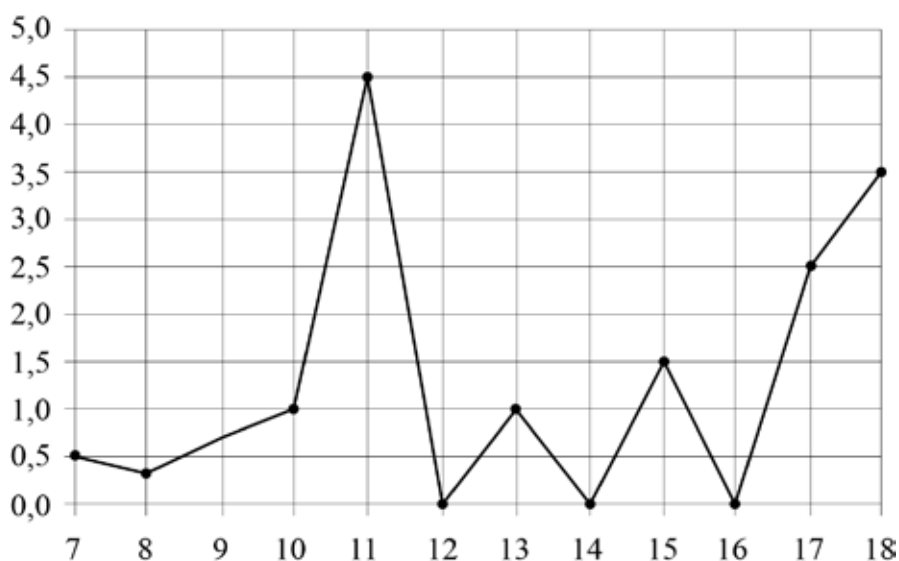
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В доме, где живёт Маша, 9 этажей и несколько подъездов. В каждом подъезде на каждом этаже находится по 3 квартиры. Маша живёт в квартире № 96. В каком подъезде находится квартира Маши?

Ответ: _____.

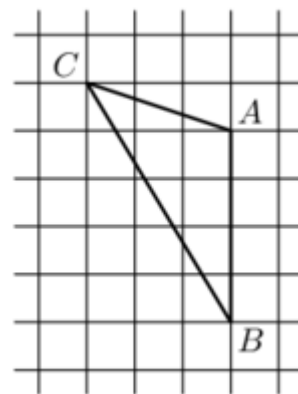
- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней в этот период выпадало более 2 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

4

Фабрика выпускает сумки. В среднем 14 сумок из 200 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

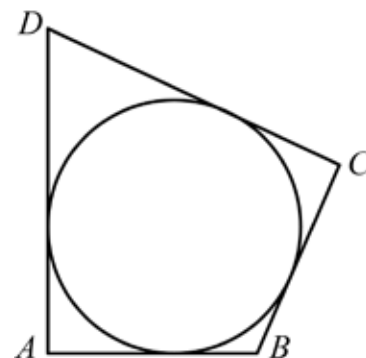
5

Найдите корень уравнения $2^{1-3x} = 16$.

Ответ: _____.

6

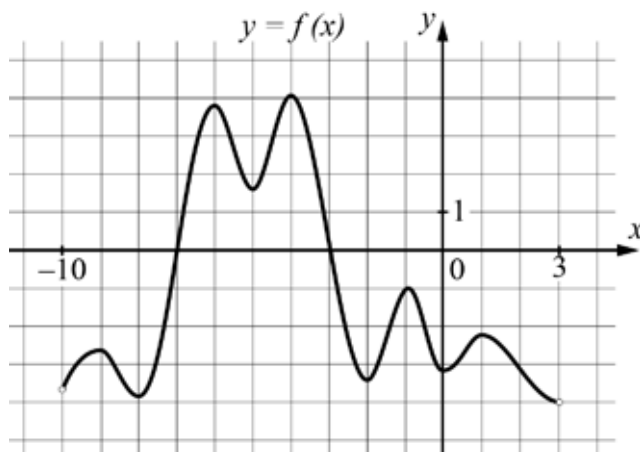
В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 22$, $CD = 29$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



Ответ: _____.

7

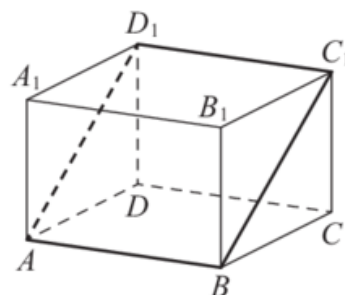
На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-7, 5; -2, 5]$.



Ответ: _____.

8

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 6$, $AD = 5$, $AA_1 = 12$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\sqrt{50} \cos^2 \frac{11\pi}{8} - \sqrt{50} \sin^2 \frac{11\pi}{8}$.

Ответ: _____.

10 Автомобиль массой m кг начинает тормозить и проходит до полной остановки путь S м. Сила трения F (в Н), масса автомобиля m (в кг), время t (в с) и пройденный путь S (в м) связаны соотношением $F = \frac{2mS}{t^2}$.

Определите, сколько секунд заняло торможение, если известно, что сила трения равна 2800 Н, масса автомобиля — 2100 кг, путь — 150 м.

Ответ: _____.

11 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 6 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 63 км/ч, и через 45 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 169}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x + \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14

В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Противоположные боковые грани пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MD .

а) Докажите, что плоскость α параллельна ребру MC .

б) Найдите угол между плоскостью α и прямой BD .

15

Решите неравенство $\frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x^2 - 4x + 24}{x^2 - 4x} \geq 0$.

16

На сторонах AC и BC треугольника ABC вне его построены квадраты $ACDE$ и $CBFG$. Точка M — середина стороны AB .

а) Докажите, что точка M равноудалена от центров квадратов.

б) Найдите площадь треугольника DMG , если $AC = 30$, $BC = 40$, $AB = 50$.

- 17** В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(ax - x^2) + \frac{1}{ax - x^2} + 2 = 0$$

имеет ровно два различных корня на промежутке $(-2; 2]$.

- 19** Все члены возрастающих арифметических прогрессий a_1, a_2, \dots и b_1, b_2, \dots являются натуральными числами.

а) Приведите пример таких прогрессий, для которых $a_1b_1 + a_3b_3 = 3a_2b_2$.

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $a_1b_1 + 2a_4b_4 = 3a_3b_3$?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение a_3b_3 , если $a_1b_1 + 2a_4b_4 \leq 300$?