

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Университет ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЁТ

по лабораторной работе №3, вариант - 2

Линейные системы автоматического управления

по теме:

ВЫНУЖДЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ И ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА

Студент:

Группа R3336

Поляков А.А.

Предподаватель:

к.т.н., доцент

Пашенко А.В.

Санкт-Петербург
2024

СОДЕРЖАНИЕ

1	ИСХОДНЫЙ КОД	3
2	ВЫНУЖДЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ	4
2.1	Структурная схема системы	4
2.2	1-й эксперимент.....	5
2.3	2-й эксперимент.....	7
2.4	3-й эксперимент.....	9
2.5	Выводы	11
3	КАЧЕСТВО ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ	12
3.1	1-й эксперимент.....	13
3.2	2-й эксперимент.....	14
3.3	3-й эксперимент.....	15
3.4	4-й эксперимент.....	16
3.5	5-й эксперимент.....	17
3.6	6-й эксперимент.....	18
3.7	7-й эксперимент.....	19
3.8	8-й эксперимент.....	20
3.9	9-й эксперимент.....	21
3.10	10-й эксперимент	22
3.11	11-й эксперимент	23
3.12	12-й эксперимент	24
3.13	13-й эксперимент	25
3.14	Выводы	26
4	ОБЩИЕ ВЫВОДЫ	27

1 ИСХОДНЫЙ КОД

Запускал все симуляции симулинка через Live-script матлабовские, там же можно взглянуть на графики, в [репозитории](#) можно найти исходники.

2 ВЫНУЖДЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

2.1 Структурная схема системы

Посмотрим на систему 2-го порядка, заданную дифференциальным уравнением:

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = u$$

Для симуляции все коэффициенты и начальные условия автоматически подставлялись, подтягиваясь из скрипта матлаба. В моём случае для второго варианта получатся следующие шесть экспериментов:

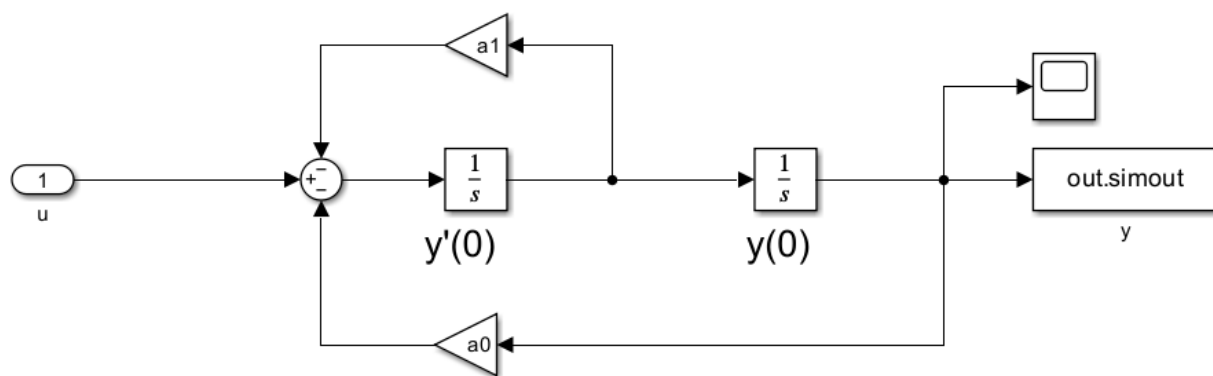


Рисунок 1 — Структурная схема - система 2-го порядка

2.2 1-й эксперимент

Система описывается следующими коэффициентами:

$$a_0 = 16.36; a_1 = 1.2$$

Проведём со следующими входными воздействиями последовательно:

$$u_1(t) = 0.5,$$

$$u_2(t) = 0.8t,$$

$$u_3(t) = \sin(2t)$$

При различных начальных условиях, они будут дублироваться дальше, поэтому напишу их только один раз:

$$y(0) = -1, \dot{y}(0) = 0;$$

$$y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0;$$

$$y(0) = 1, \dot{y}(0) = 0;$$

Получим три выхода:

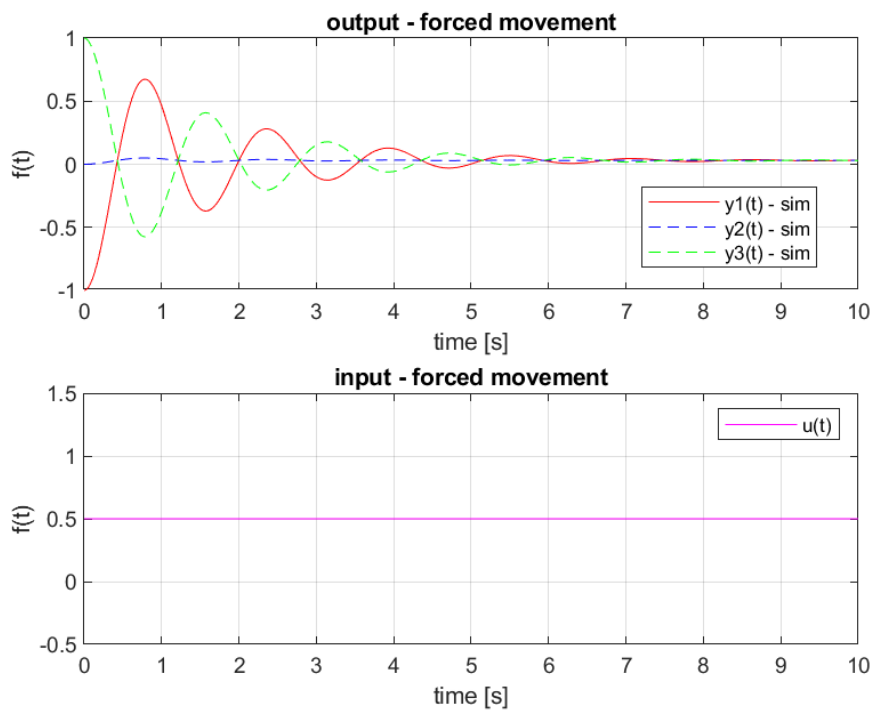


Рисунок 2 — Симуляция - вход $u_1(t)$

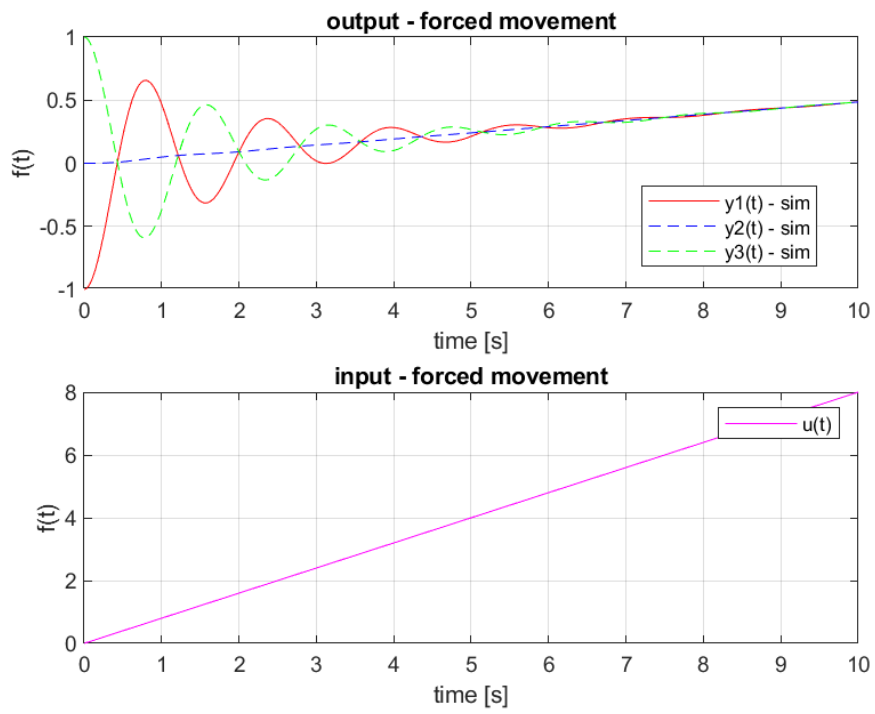


Рисунок 3 — Симуляция - вход $u_2(t)$

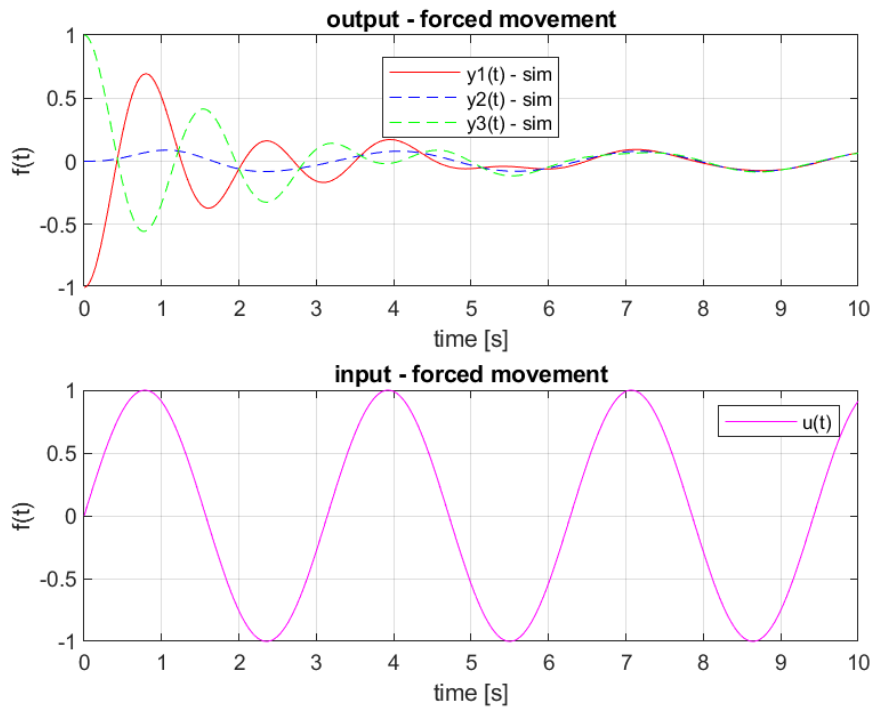


Рисунок 4 — Симуляция - вход $u_3(t)$

2.3 2-й эксперимент

Система описывается следующими коэффициентами:

$$a_0 = 16; a_1 = 0$$

Проведём со следующими входными воздействиями последовательно:

$$u_1(t) = 0.5,$$

$$u_2(t) = 0.8t,$$

$$u_3(t) = \sin(2t)$$

Получим три выхода:

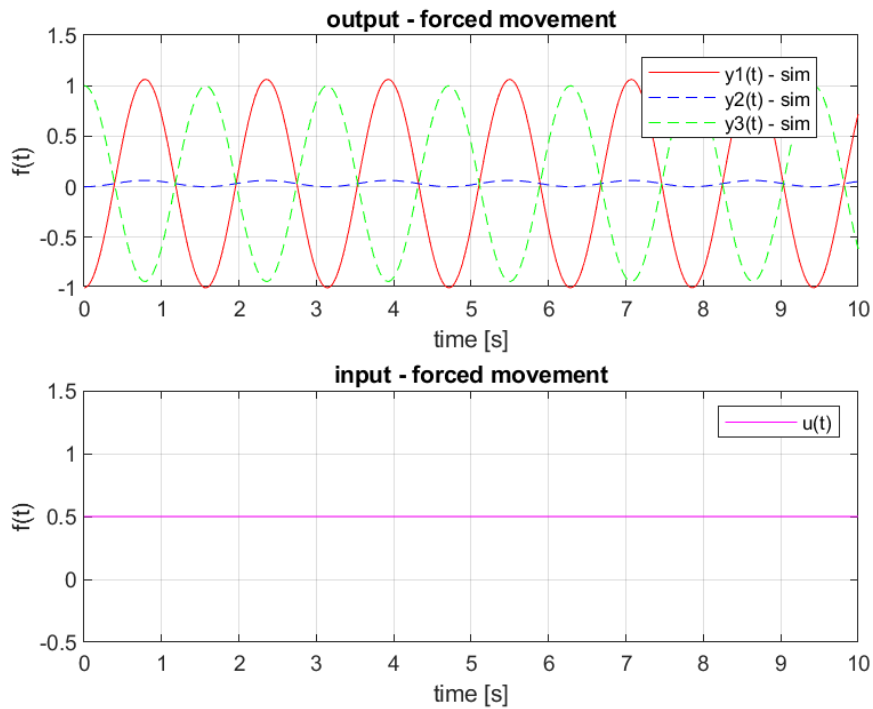


Рисунок 5 — Симуляция - вход $u_1(t)$

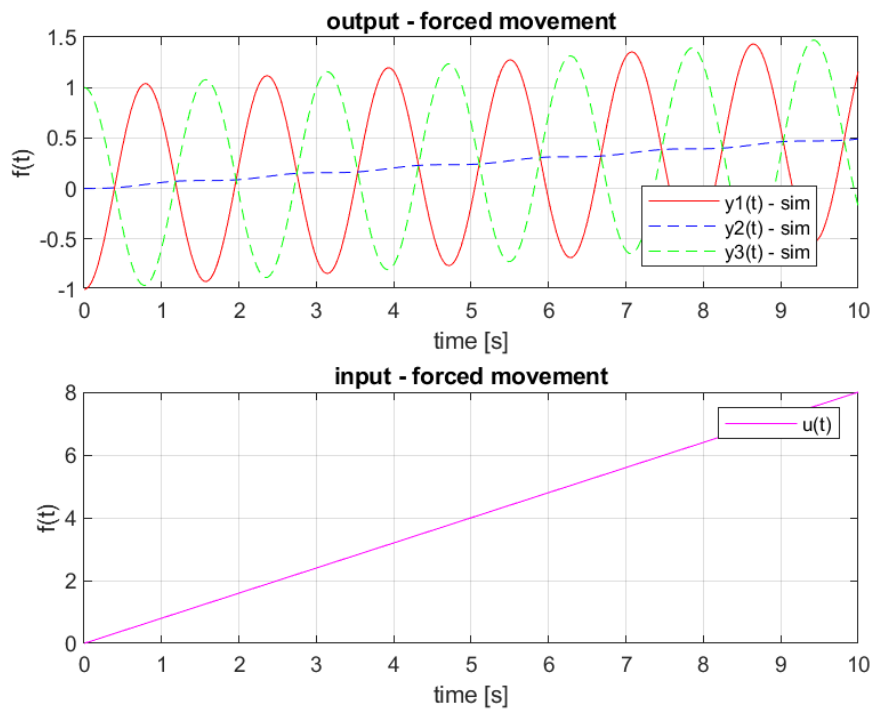


Рисунок 6 — Симуляция - вход $u_2(t)$

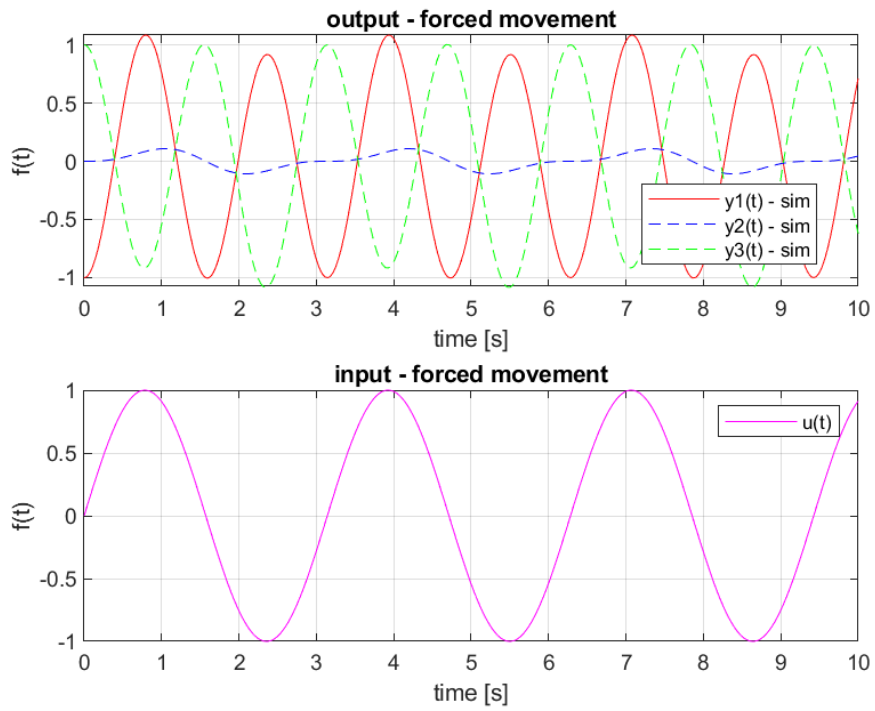


Рисунок 7 — Симуляция - вход $u_3(t)$

2.4 3-й эксперимент

Система описывается следующими коэффициентами:

$$a_0 = 16.36; a_1 = -1.2$$

Проведём со следующими входными воздействиями последовательно:

$$u_1(t) = 0.5,$$

$$u_2(t) = 0.8t,$$

$$u_3(t) = \sin(2t)$$

Получим три выхода:

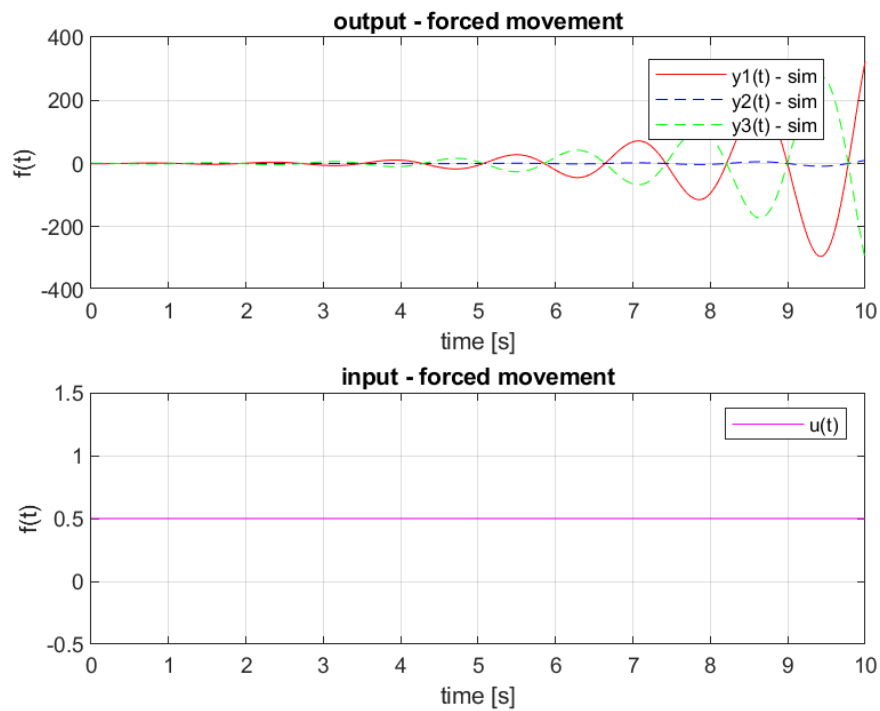


Рисунок 8 — Симуляция - вход $u_1(t)$

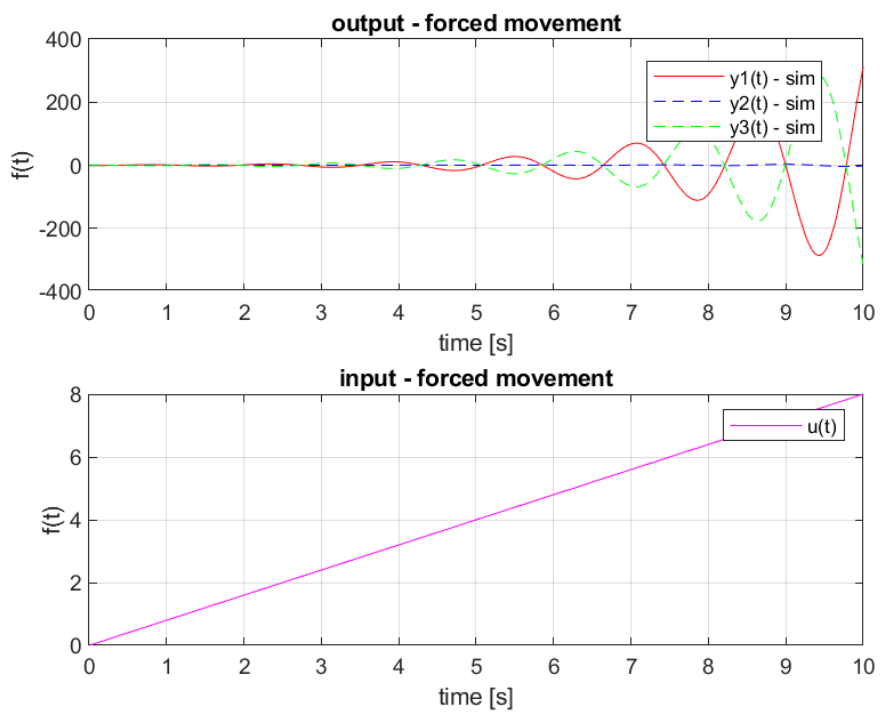


Рисунок 9 — Симуляция - вход $u_2(t)$

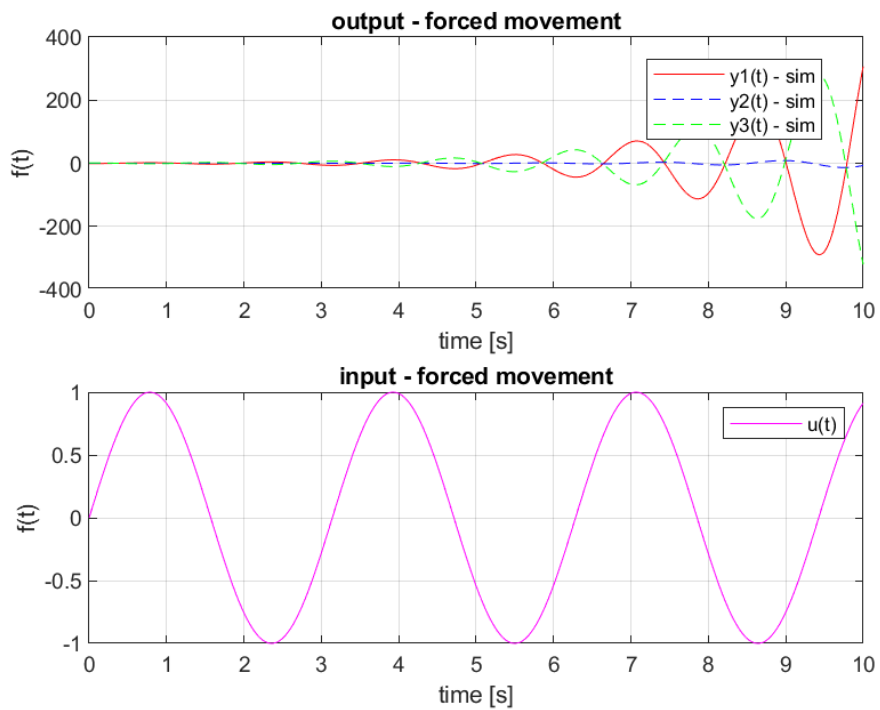


Рисунок 10 — Симуляция - вход $u_3(t)$

2.5 Выводы

Каждый выход на рисунке здесь - полное движение, состоящее из свободной и вынужденной части. Можно заметить тенденцию, что все три графика на одном рисунке сохраняют свою устойчивость, просто из-за различных начальных условий они приходят в устойчивость (или неустойчивость) в разное время, и по-разному. Например, в первом эксперименте все выходы имеют асимптотическую устойчивость, просто "ноль" не всегда совпадает с нулём на графике. Далее, во втором эксперименте можно заметить устойчивость по Ляпонову, потому что функции будут оставаться всегда в своих рамках. Наконец, в третьем случае, функции будут разбегаться, это уже неустойчивость. П

Из параметров системы (a_0, a_1) можно перейти к корневым критериям, которые подтвердят обнаруженные типы устойчивости выше.

Забыл сразу сказать, что начальные условия можно интерпретировать как начальное состояние, то место, откуда мы начинаем двигаться, однако в нашем случае начальные условия не меняют тип устойчивости, хотя в некоторых случаях можно специально подобрать анти-примеры.

3 КАЧЕСТВО ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Дана система третьего порядка, заданная передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{|\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3|}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)}$$

Тогда найдём динамическую систему, соответствующую передаточной функции:

$$y = W(s)u$$

$$y = \frac{|\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3|}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)}u$$

$$(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)y = |\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3|u$$

$$s^3 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)s^2 + (\lambda_2 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 + \lambda_3 \lambda_1)s - \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = |\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3|u$$

Но для упрощения моделирования будем подавать простой вход $u(t) = 1$ и использовать простой блок передаточной функции в *simulink*:

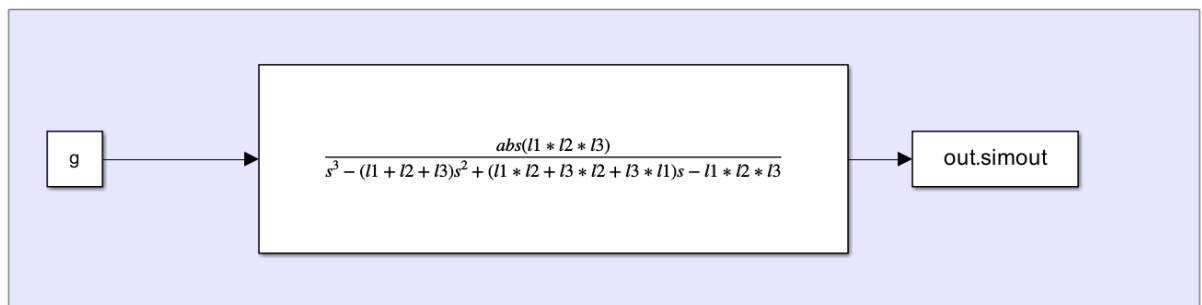


Рисунок 11 — Схема - задание 2

3.1 1-й эксперимент

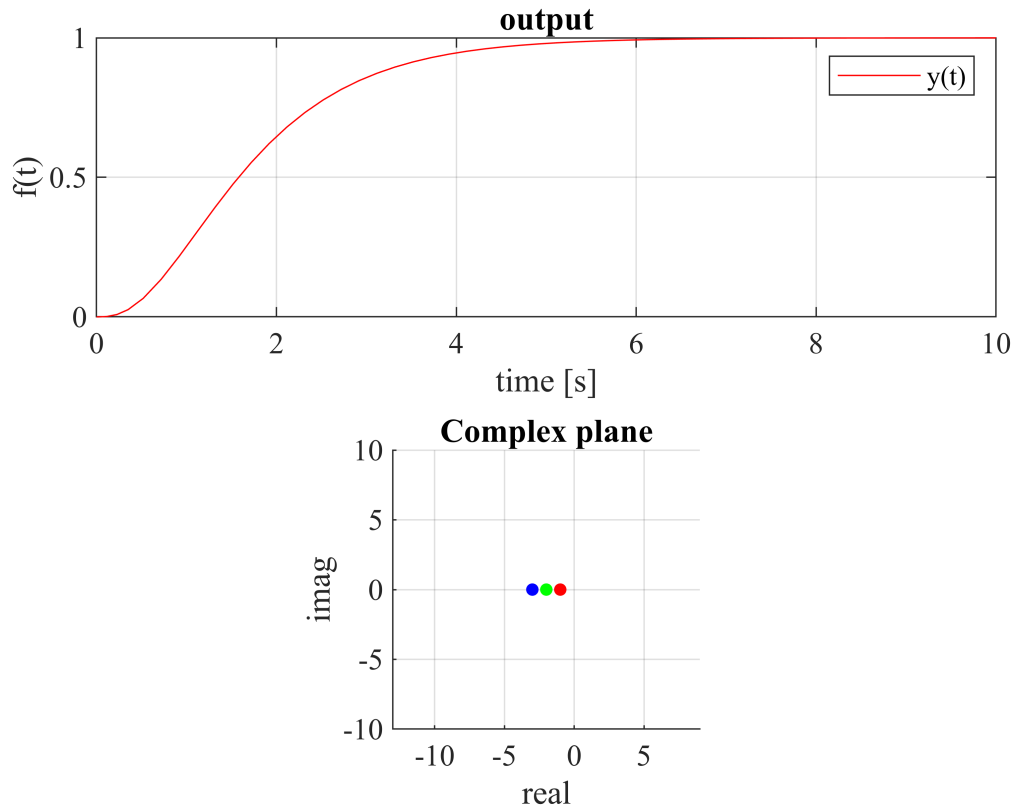


Рисунок 12 — Симуляция - при $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -3$

Для подсчёта перерегулирования(overshoot) системы воспользуемся классической формулой с ВПД:

$$\sigma = \frac{y_{max} - y_{final}}{y_{final}} \cdot 100\%$$

Время переходного процесса будет заканчиваться в нашем случае при попадании в порог $\approx 97\%$ от финального значения. Дальше я не буду дублировать эти формулы, а сразу буду писать результат.

$$\sigma_1 \approx 0\%$$

$$t_1 \approx 5.1s$$

3.2 2-й эксперимент

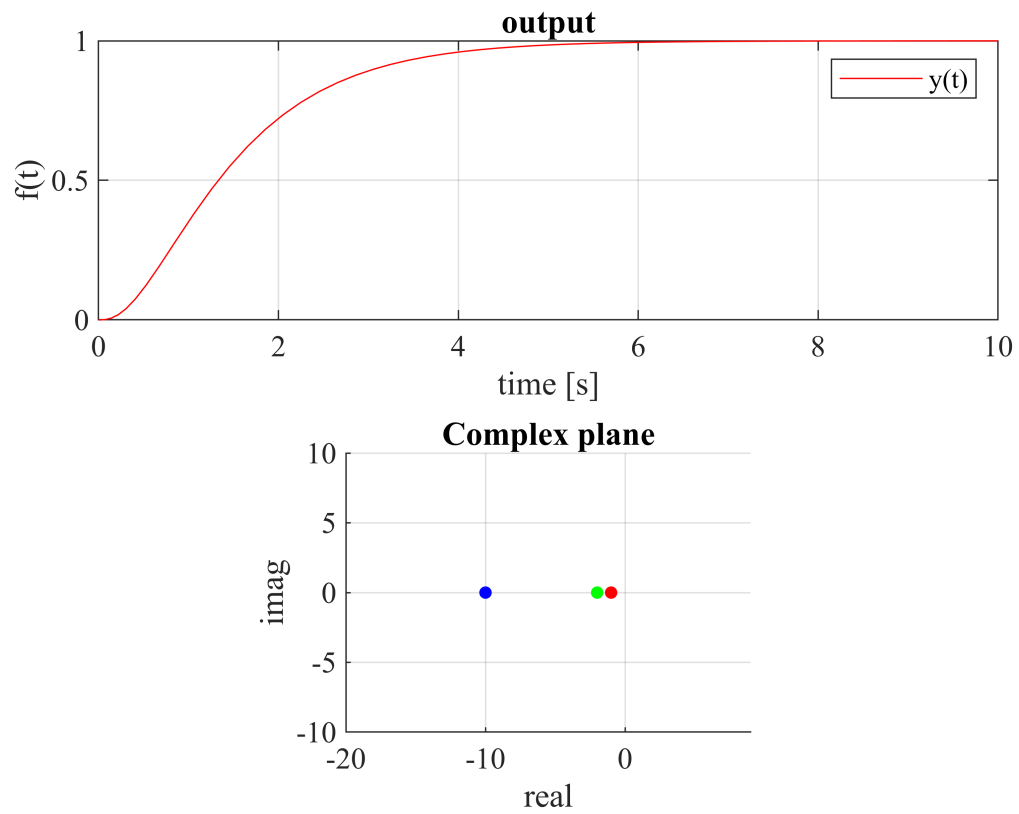


Рисунок 13 — Симуляция - при $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -10$

Получаем:

$$\sigma_2 \approx 0\%$$

$$t_2 \approx 4.8s$$

3.3 3-й эксперимент

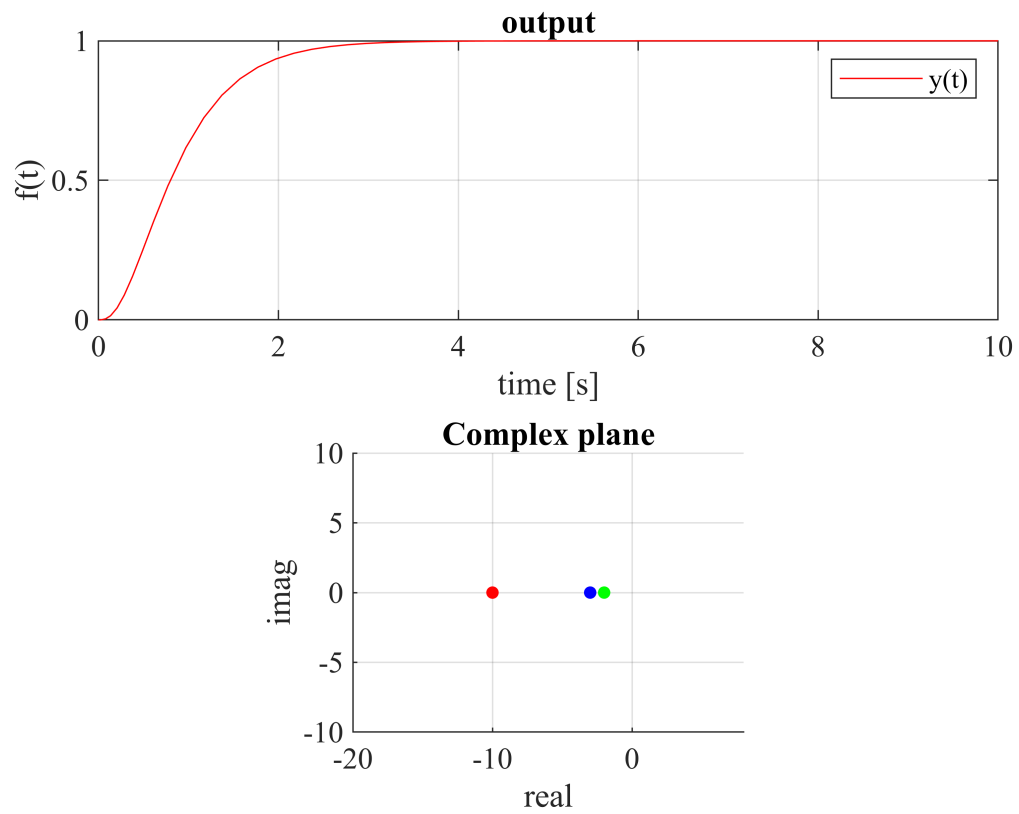


Рисунок 14 — Симуляция - при $\lambda_1 = -10, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -3$

Получаем:

$$\sigma_3 \approx 0\%$$

$$t_3 \approx 2.7s$$

3.4 4-й эксперимент

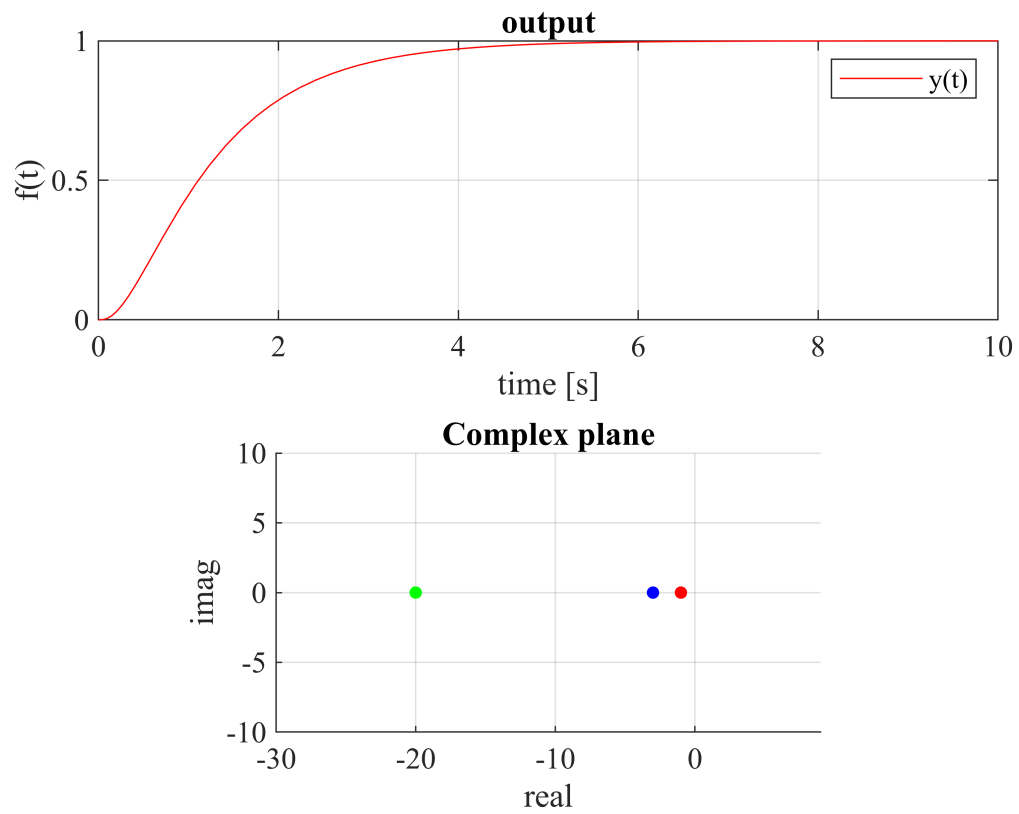


Рисунок 15 — Симуляция - при $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -20, \lambda_3 = -3$

Получаем:

$$\sigma_4 \approx 0\%$$

$$t_4 \approx 4.4s$$

3.5 5-й эксперимент

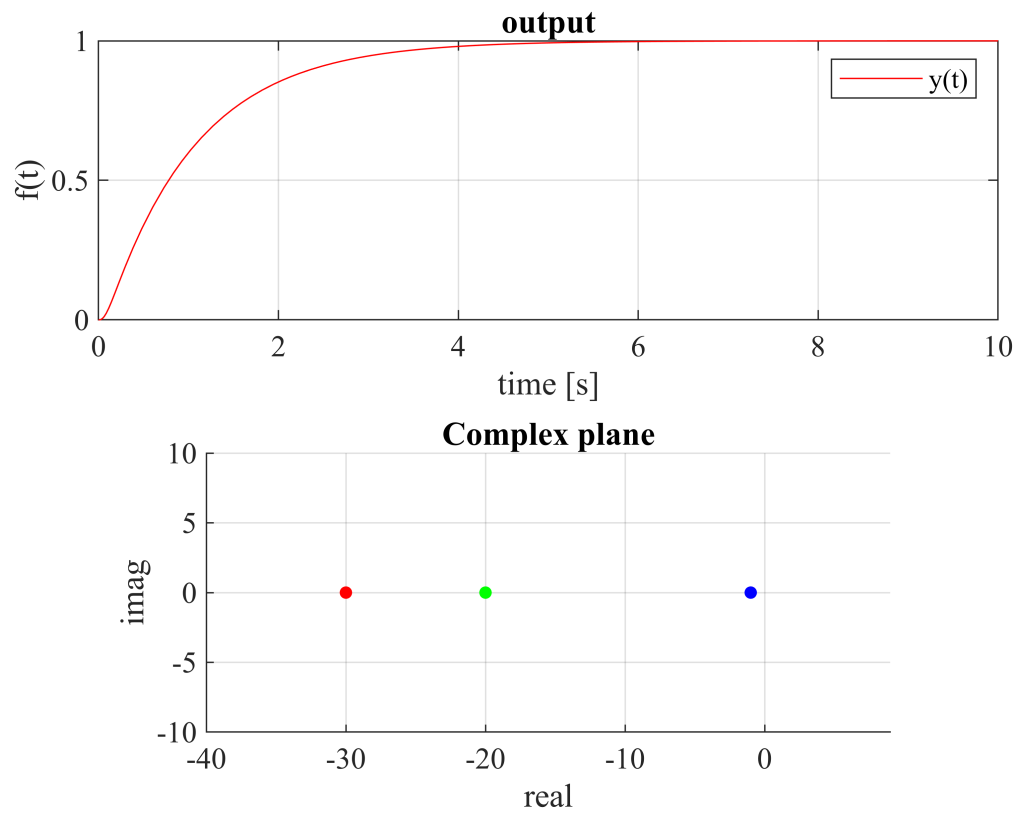


Рисунок 16 — Симуляция - при $\lambda_1 = -30, \lambda_2 = -20, \lambda_3 = -1$

Получаем:

$$\sigma_5 \approx 0\%$$

$$t_5 \approx 4.0s$$

3.6 6-й эксперимент

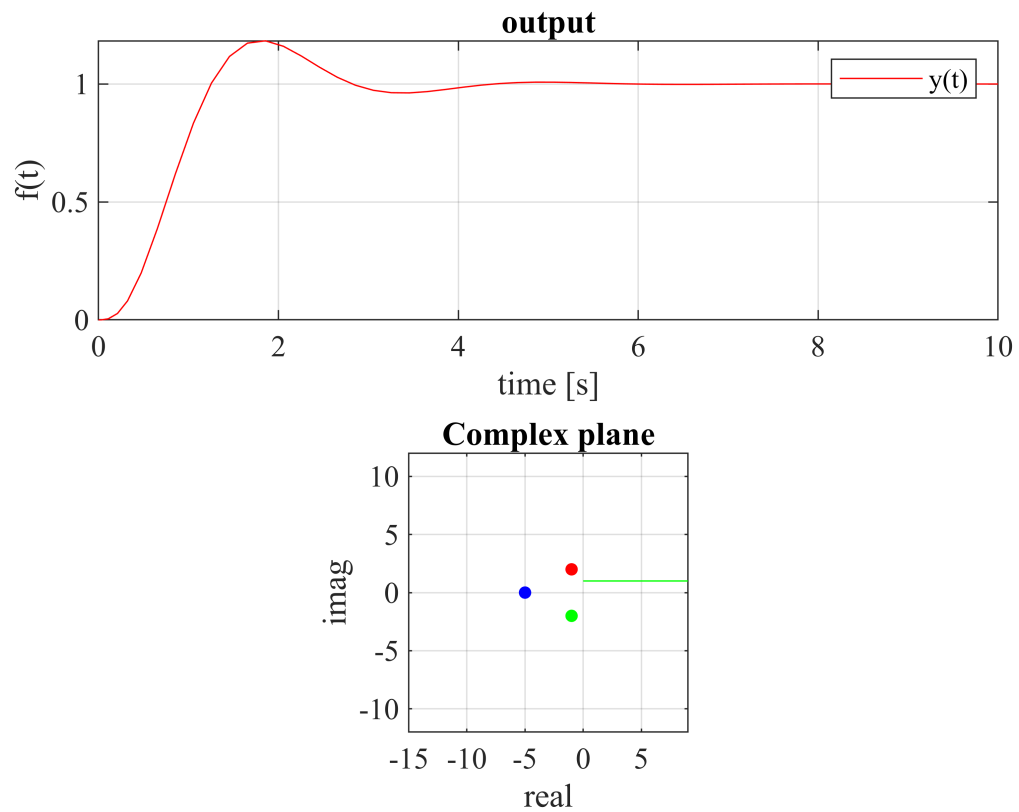


Рисунок 17 — Симуляция - при $\lambda_1 = -1 + 2i$, $\lambda_2 = -1 - 2i$, $\lambda_3 = -5$

Получаем:

$$\sigma_6 \approx 18\%$$

$$t_6 \approx 4.2s$$

Даже больше, думаю не совсем корректно говорить о времени переходного процесса в данном случае, потому что процесс циклический.

3.7 7-й эксперимент

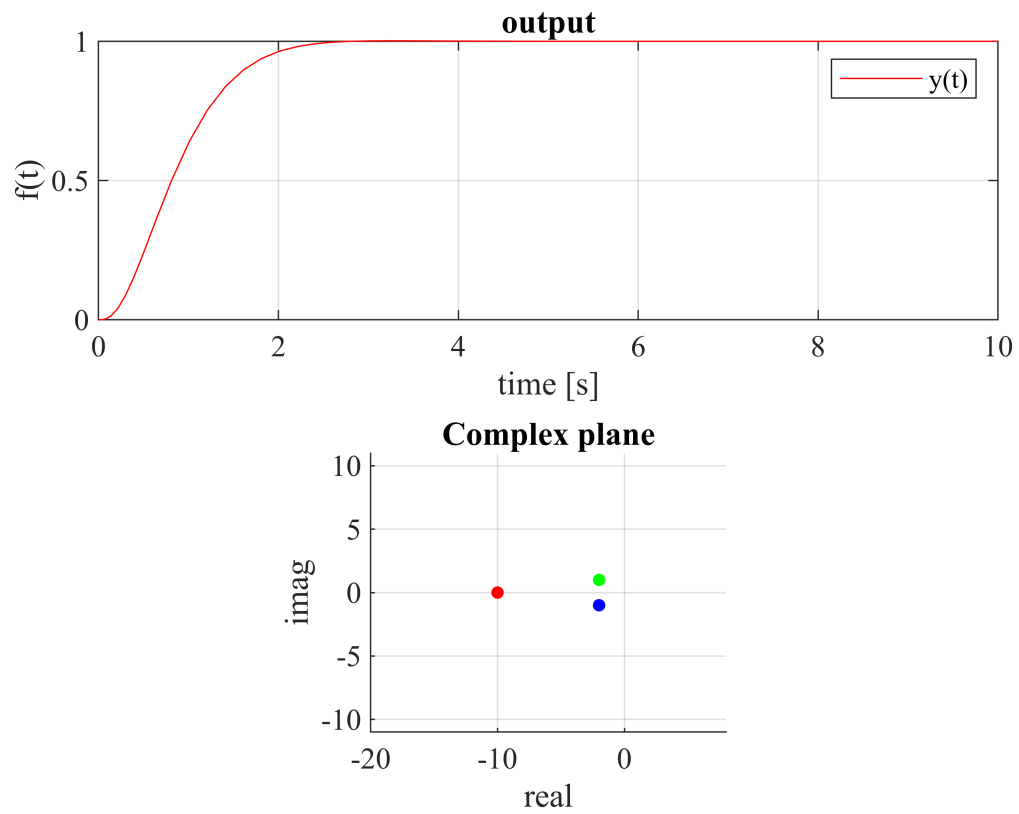


Рисунок 18 — Симуляция - при $\lambda_1 = -10, \lambda_2 = -2 + i, \lambda_3 = -2 - i$

Получаем:

$$\sigma_7 \approx 0.1\%$$

$$t_7 \approx 2.2s$$

3.8 8-й эксперимент

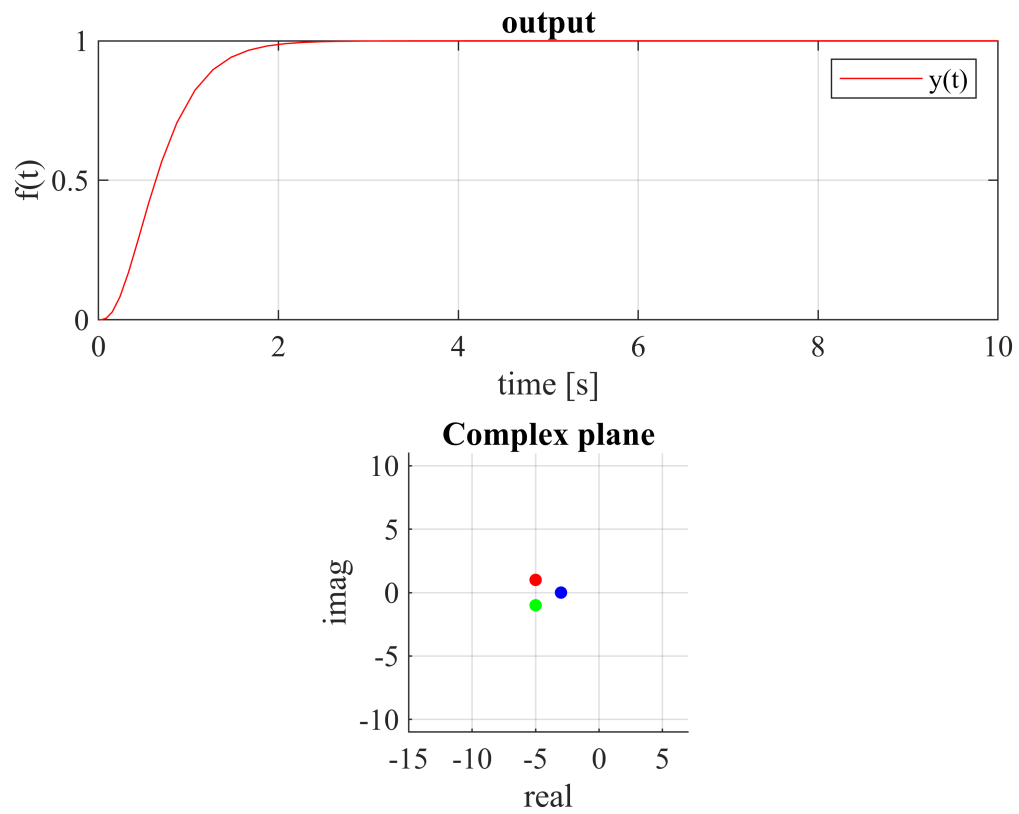


Рисунок 19 — Симуляция - при $\lambda_1 = -5 + i, \lambda_2 = -5 - i, \lambda_3 = -3$

Получаем:

$$\sigma_8 \approx 0\%$$

$$t_8 \approx 1.8s$$

3.9 9-й эксперимент

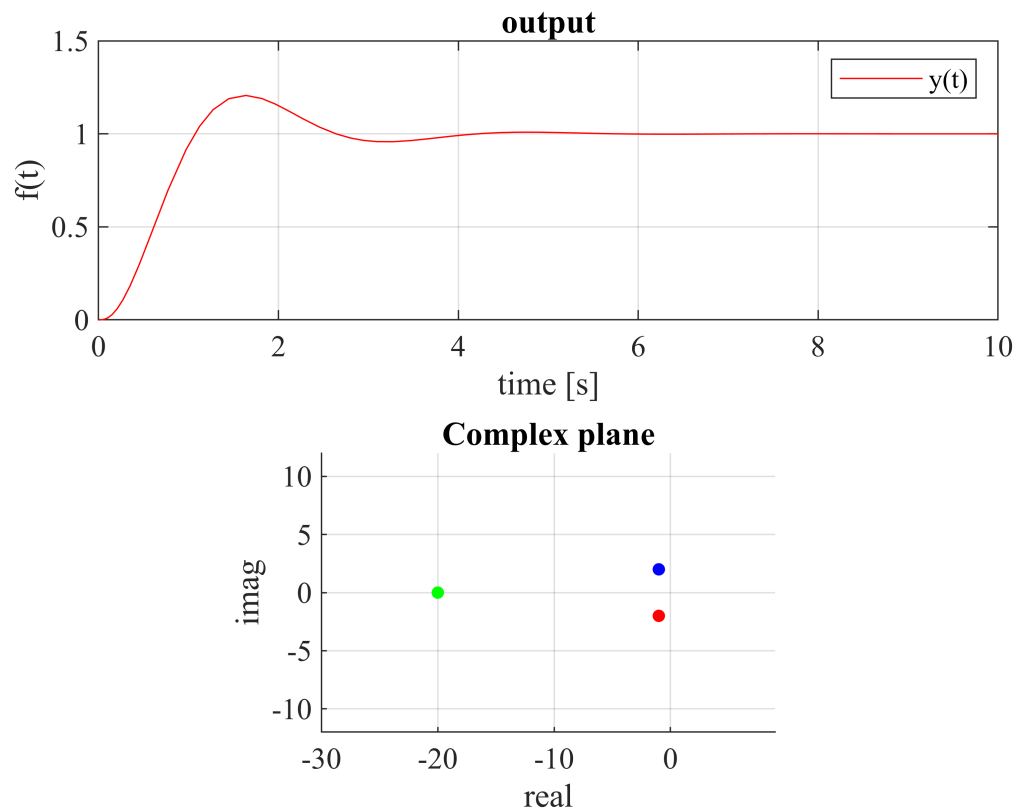


Рисунок 20 — Симуляция - при $\lambda_1 = -1 - 2i$, $\lambda_2 = -1 + 2i$, $\lambda_3 = -20$

Получаем:

$$\sigma_g \approx 20\%$$

$$t_g \approx 4.0s$$

3.10 10-й эксперимент

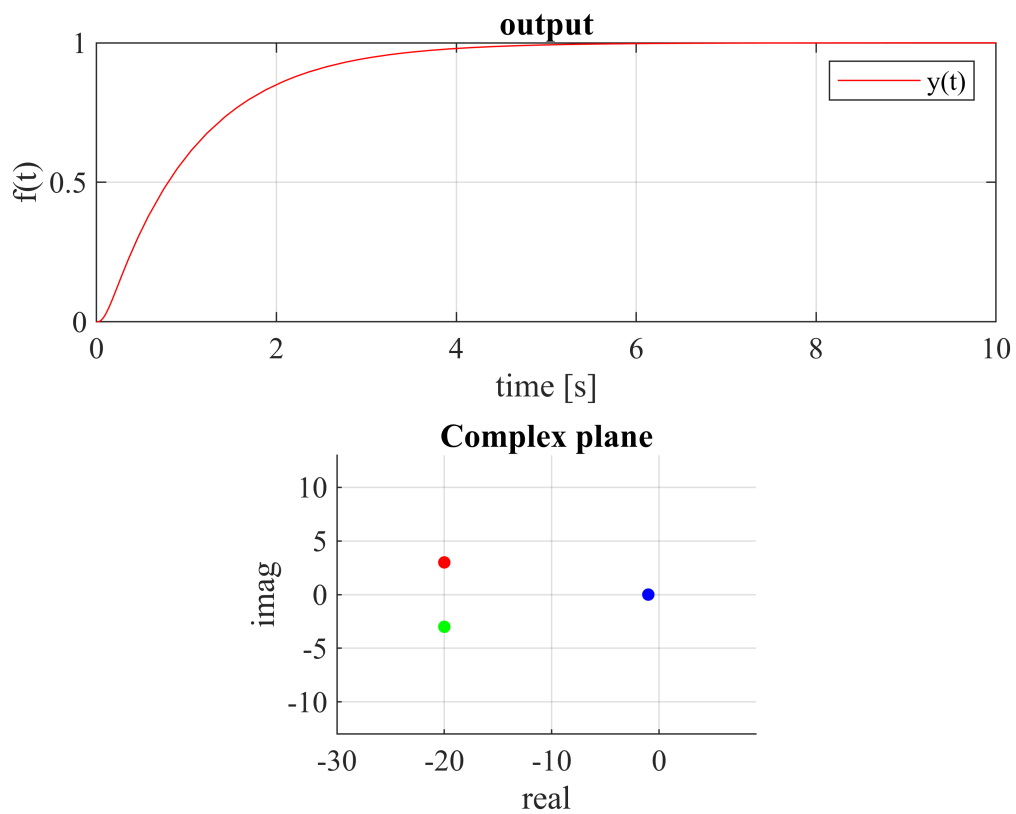


Рисунок 21 — Симуляция - при $\lambda_1 = -20 + 3i, \lambda_2 = -20 - 3i, \lambda_3 = -1$

Получаем:

$$\sigma_{10} \approx 0\%$$

$$t_{10} \approx 4.1s$$

3.11 11-й эксперимент

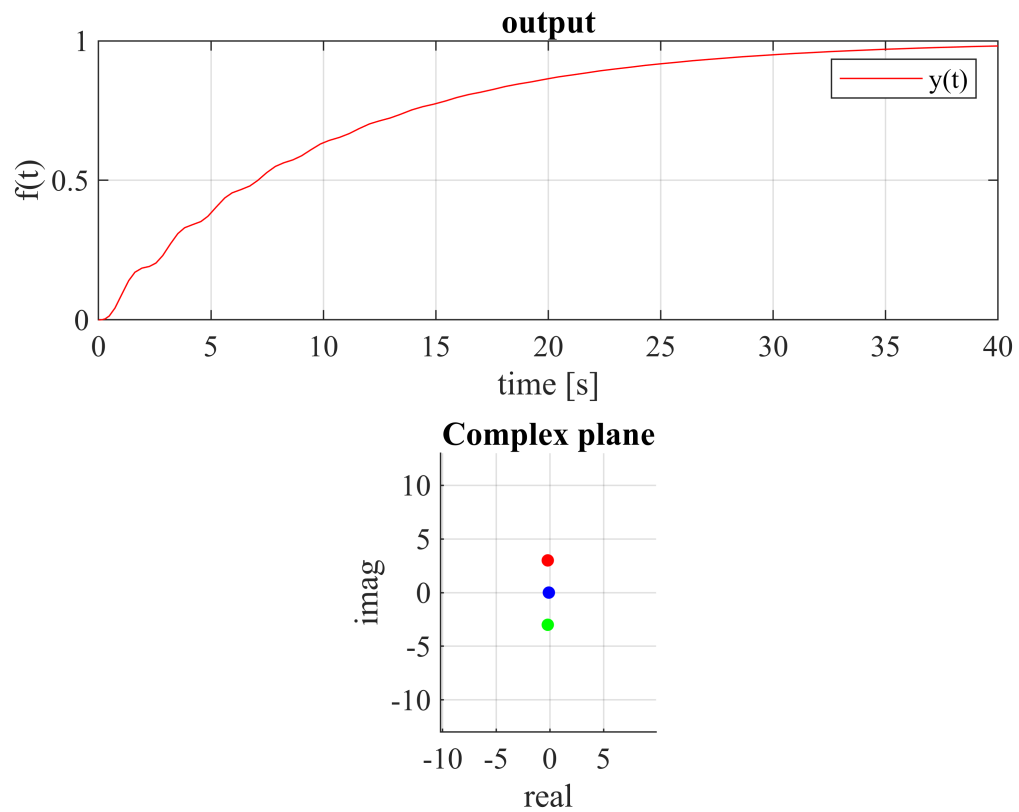


Рисунок 22 — Симуляция - при $\lambda_1 = -0.2 + 3i, \lambda_2 = -0.2 - 3i, \lambda_3 = -0.1$

Получаем:

$$\sigma_{11} \approx 0\%$$

$$t_{11} \approx 33.3s$$

3.12 12-й эксперимент

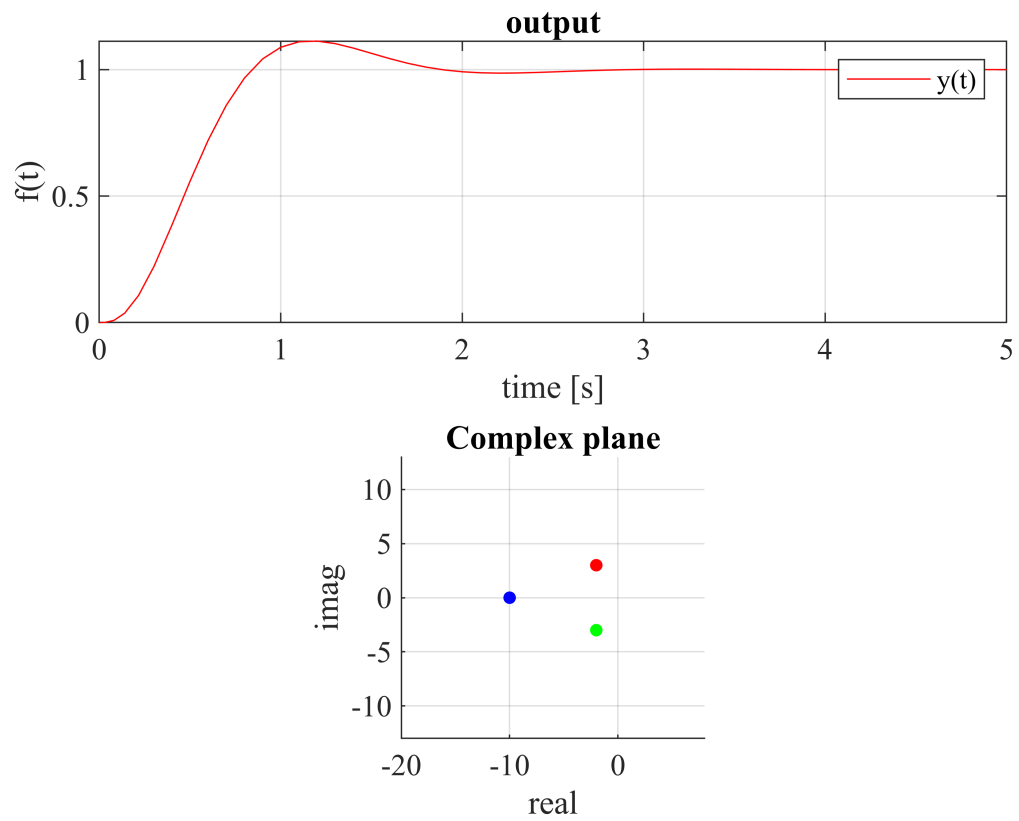


Рисунок 23 — Симуляция - при $\lambda_1 = -2 + 3i$, $\lambda_2 = -2 - 3i$, $\lambda_3 = -10$

Получаем:

$$\sigma_{12} \approx 11\%$$

$$t_{12} \approx 2.0s$$

3.13 13-й эксперимент

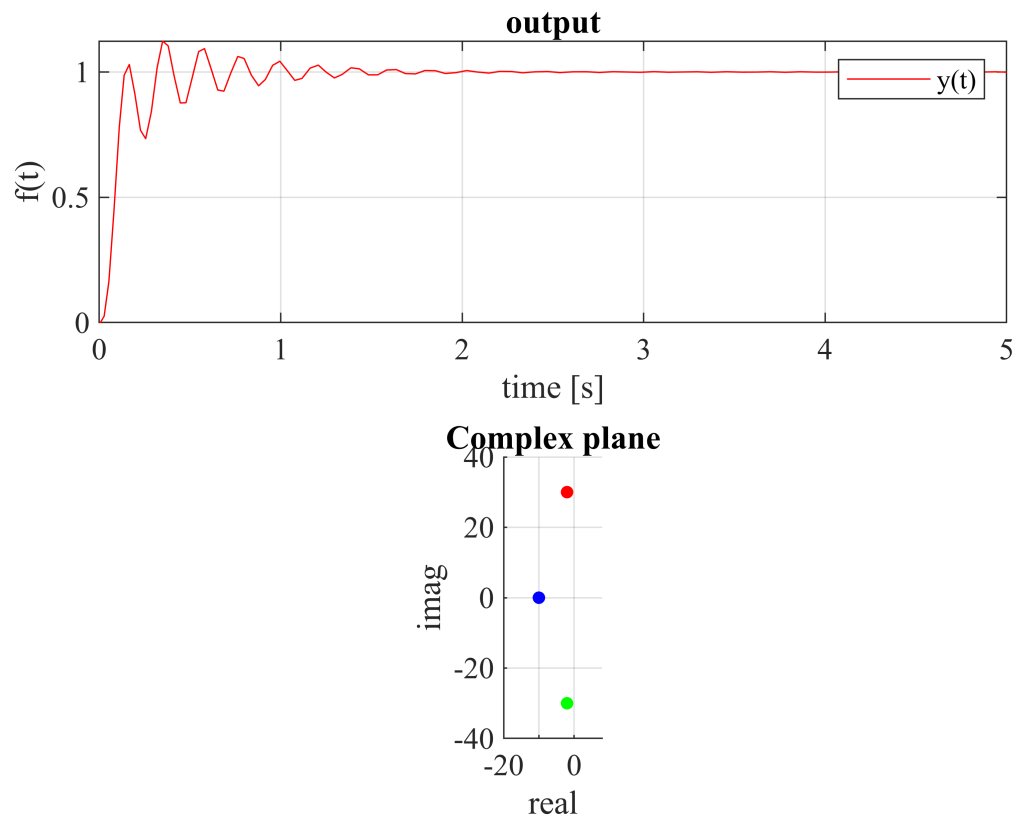


Рисунок 24 — Симуляция - при $\lambda_1 = -2 + 30i$, $\lambda_2 = -2 - 30i$, $\lambda_3 = -10$

Получаем:

$$\sigma_{13} \approx 12\%$$

$$t_{13} \approx 1.1s$$

3.14 Выводы

Сведём полученные результаты в общую таблицу, чтобы упростить себе жизнь:

№	λ_1	λ_2	λ_3	$\sigma, \%$	t, s
1	-1	-2	-3	0	5.1
2	-1	-2	-10	0	4.8
3	-10	-2	-3	0	2.7
4	-1	-20	-3	0	4.4
5	-30	-20	-1	0	4.0
6	-1 - 2i	-1 + 2i	-5	18	1.2
7	-10	-2 + i	-2 - i	0.17	2.2
8	-5 - i	-5 + i	-3	0	1.8
9	-1 - 2i	-1 + 2i	-20	20	1.1
10	-20 + 3i	-20 - 3i	-1	0	4.0
11	-20 + 3i	-20 - 3i	-1	0	33.3
12	-2 + 3i	-2 - 3i	-10	11	2.0
13	-2 + 30i	-2 - 30i	-10	12	1.1

Таблица 1 — Результат исследования второго задания

По данным таблицы можно заметить, что перерегулирование появляется только у систем с комплексно-сопряжёнными полюсами. Также сделаю предположение, что при увеличении $|\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3|$ у нас увеличивается перерегулирование, но это работает не для всех случаев. Но при уменьшении этого модуля у нас увеличивается время переходного процесса(плохо).

Также по последним двум экспериментам можно заметить, что при увеличении только мнимой компоненты (без злоупотребления) можно заметно уменьшить время переходного процесса, что является подтверждением тезисов с практики 3. Комплексная часть - милое дело.

4 ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

В этой работе мы познакомились с вынужденным движением, а также попытались оценить его качество с помощью уже знакомых нам метрик с первого курса - перерегулирование и время переходного процесса.

В первом задании мы поняли как при одном и том же входном воздействии оказывают влияние на выход начальные условия, посмотрели это при разных входах, а потом повторили это для разных параметров системы.

Во втором задании мы поняли как выбор полюсов для системы третьего порядка влияет на характеристики движения - перерегулирование и время переходного процесса.