

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Университет ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЁТ

по лабораторной работе 4, вариант - 24

Теория автоматического управления

по теме:

СЛЕЖЕНИЕ И КОМПЕНСАЦИЯ: ВИРТУАЛЬНЫЙ ВЫХОД

Студент:

Группа R3336

Поляков А.А.

Предподаватель:

к.т.н., доцент

Пашенко А.В.

Санкт-Петербург
2025

СОДЕРЖАНИЕ

1	КОМПЕНСИРУЮЩИЙ РЕГУЛЯТОР ПО СОСТОЯНИЮ	3
1.1	Условие задания	3
1.2	Решение задания	4
1.2.1	Разомкнутая система, $u = 0$	6
1.2.2	Замкнутая система, только с K_1	8
1.2.3	Полностью замкнутая система ($K_1 + K_2$)	10
1.3	Выводы	12
2	СЛЕДЯЩИЙ РЕГУЛЯТОР ПО СОСТОЯНИЮ	13
2.1	Условие задачи	13
2.2	Решение задания	14
2.2.1	Разомкнутая система, $u = 0$	16
2.2.2	Замкнутая система, только с K_1	18
2.2.3	Полностью замкнутая система ($K_1 + K_2$)	20
2.3	Выводы	22
3	СЛЕЖЕНИЕ И КОМПЕНСАЦИЯ ПО ВЫХОДУ	23
3.1	Условие задачи	23
3.2	Решение задания	24
3.2.1	Первый виртуальный выход	27
3.2.2	Второй виртуальный выход	33
3.3	Выводы	38
4	ТЕЛЕЖКА И МЕАНДР	39
4.1	Условие задачи	39
4.2	Решение задания	41
4.3	Выводы	43
5	ОБЩИЕ ВЫВОДЫ	44

1 КОМПЕНСИРУЮЩИЙ РЕГУЛЯТОР ПО СОСТОЯНИЮ

1.1 Условие задания

Рассмотрим систему, состоящую из объекта управления, генератора внешнего возмущения и виртуального выхода:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f w_f, & x(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \\ \dot{w}_f = \Gamma w_f, & w_f(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \\ z = C_Z x \end{cases}$$

и выполним следующие шаги:

- Найти собственные числа матрицы Γ и определить характер внешнего возмущения.
- Построить схему моделирования системы, замкнутой компенсирующим регулятором $u = K_1 x + K_2 w_f$, обеспечивающим выполнение целевого условия $\lim_{t \rightarrow +\infty} z(t) = 0$ при внешнем воздействии, задаваемом генератором.
- Синтезировать «feedback»-компоненту K_1 компенсирующего регулятора. Привести выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_1 .
- Синтезировать «feedforward»-компоненту K_2 компенсирующего регулятора. Привести выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2 .
- Выполнить моделирование, состоящее из трёх частей.
- Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

Начальные данные:

$$A = \begin{bmatrix} 12 & -1 & 14 \\ 6 & 0 & 6 \\ -6 & -2 & -8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}^T, \quad D = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix}^T,$$

$$G = \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 & -7 \\ -64 & 25 & 14 & -12 \\ -26 & 11 & 7 & -3 \\ 48 & -18 & -14 & 8 \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_Z = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}^T$$

1.2 Решение задания

Найдём собственные числа матрицы Γ :

$$\sigma(\Gamma) = \{\pm 3i, \pm 2i\}$$

Определим характер внешнего возмущения, восстановив его по модам выше:

$$w_f(t) = \sin(3t) + \cos(3t) + \sin(2t) + \cos(2t) = \sqrt{2}(\sin(2t + \frac{\pi}{4}) + \sin(3t + \frac{\pi}{4}))$$

Таким образом внешние возмущения представляют гармонические сигналы с частотой $\omega = 2$ и $\omega = 3$.

Построим схему моделирования системы, замкнутой компенсирующим регулятором $u = K_1 x + K_2 w_f$. В нашем случае мы решаем задачу компенсации, поэтому наше целевое условие:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} z(t) = 0$$

При внешнем воздействии, задаваемом генератором.

Синтезируем «feedback»-компоненту K_1 с помощью LQR-регулятора, функционал качества:

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$$

Будем минимизировать при помощи следующих параметров:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = [1]$$

В результате получаем матрицу K_1 :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 8.71 & -8.62 & 8.47 \end{bmatrix}$$

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 компенсирующего регулятора, проследуем следующему алгоритму:

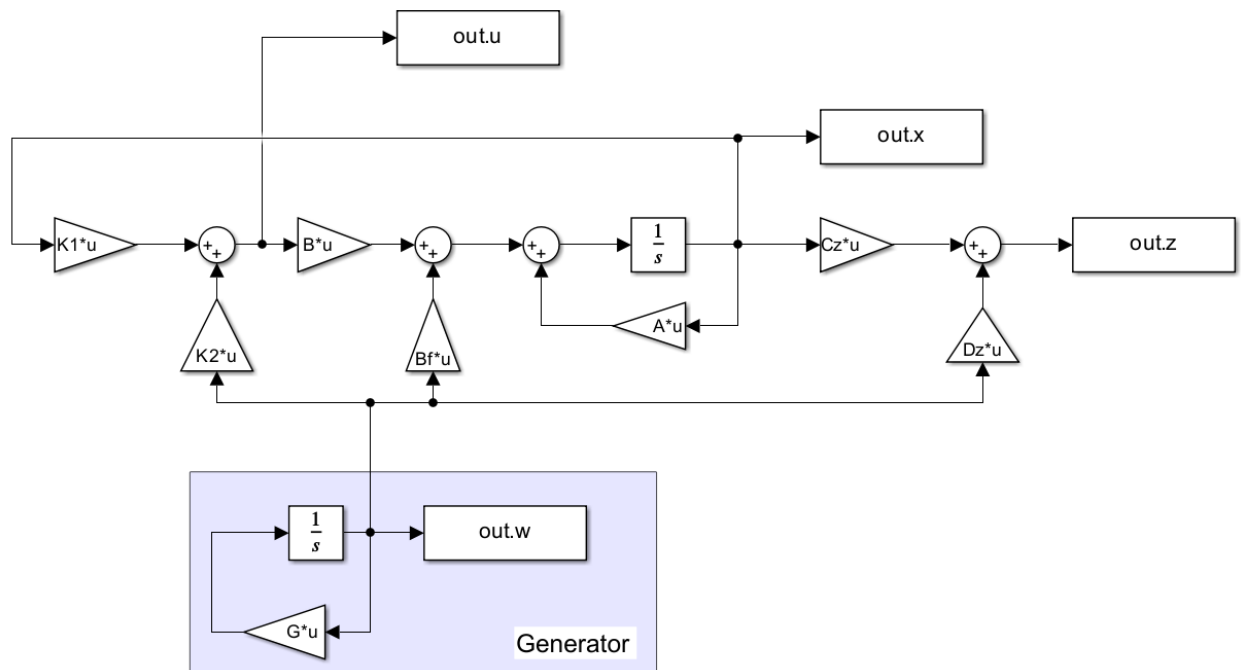


Рисунок 1 — Схема - моделирование компенсирующего регулятора по состоянию

- Выбрать матрицу K_1 : $\sigma(A + BK_1) \in \mathbb{C}_-$
- Найти P, Y как решение системы уравнений:

$$\begin{cases} PG - AP = BY + B_f \\ C_Z P + D_Z = 0 \end{cases}$$

- Вычислить K_2 : $K_2 = Y - K_1 P$

В результате получаем матрицу второй компоненты регулятора:

$$K_2 = \begin{bmatrix} 8.71 & -8.62 & 8.47 \end{bmatrix}$$

1.2.1 Разомкнутая система, $u = 0$

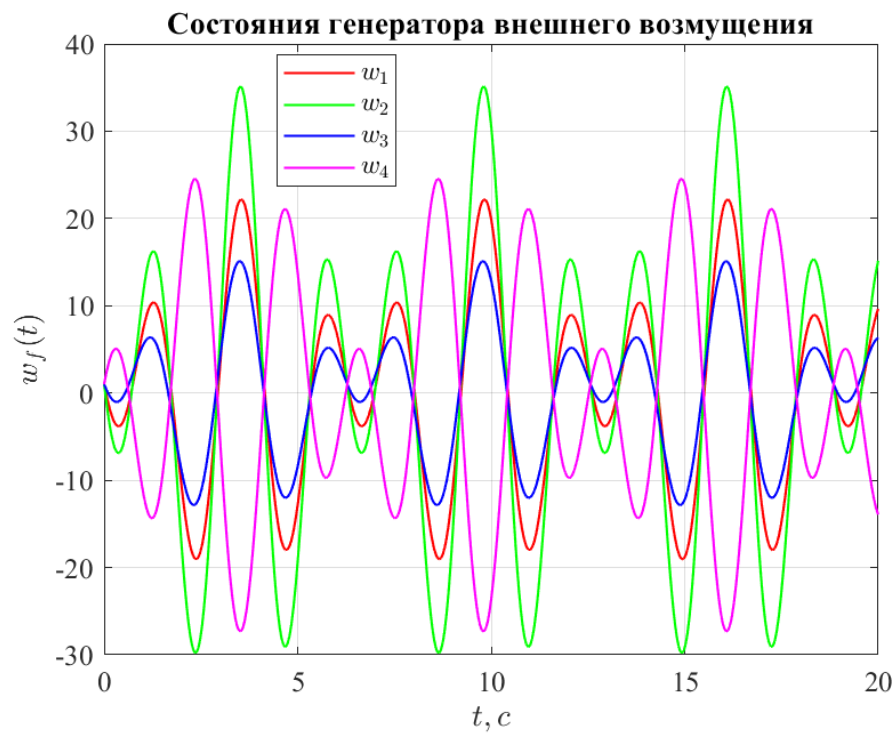


Рисунок 2 — Моделирование - вектор состояния генератора внешнего возмущения

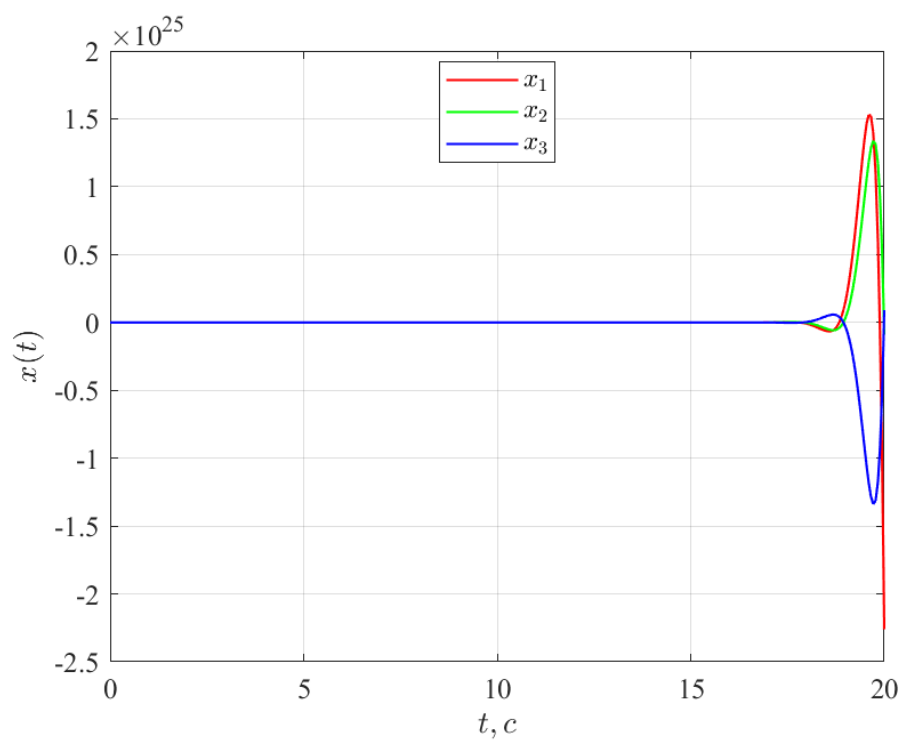


Рисунок 3 — Моделирование - вектор состояния объекта управления

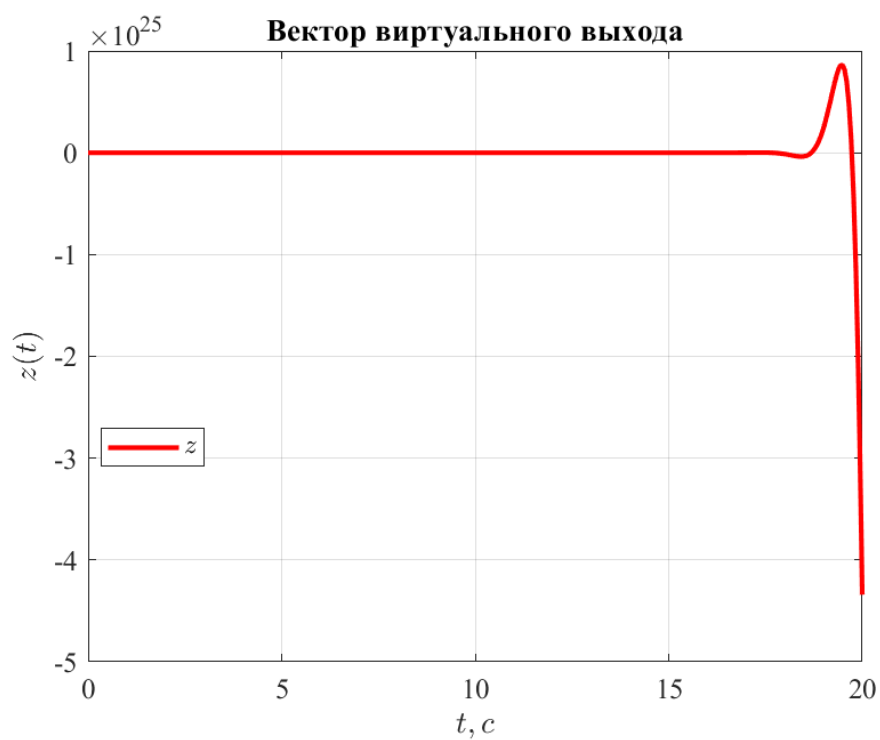


Рисунок 4 — Моделирование - вектор виртуального выхода

Система изначально неустойчива, так как у неё есть неустойчивая мода, поэтому без управления вектора ничем не ограничены.

1.2.2 Замкнутая система, только с K_1

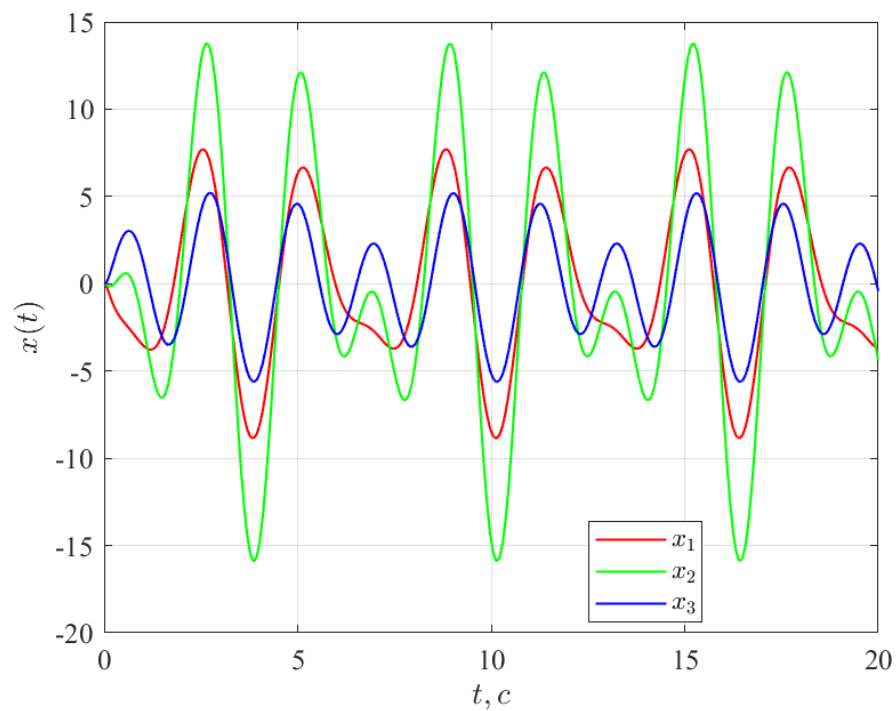


Рисунок 5 — Моделирование - вектор состояния объекта управления

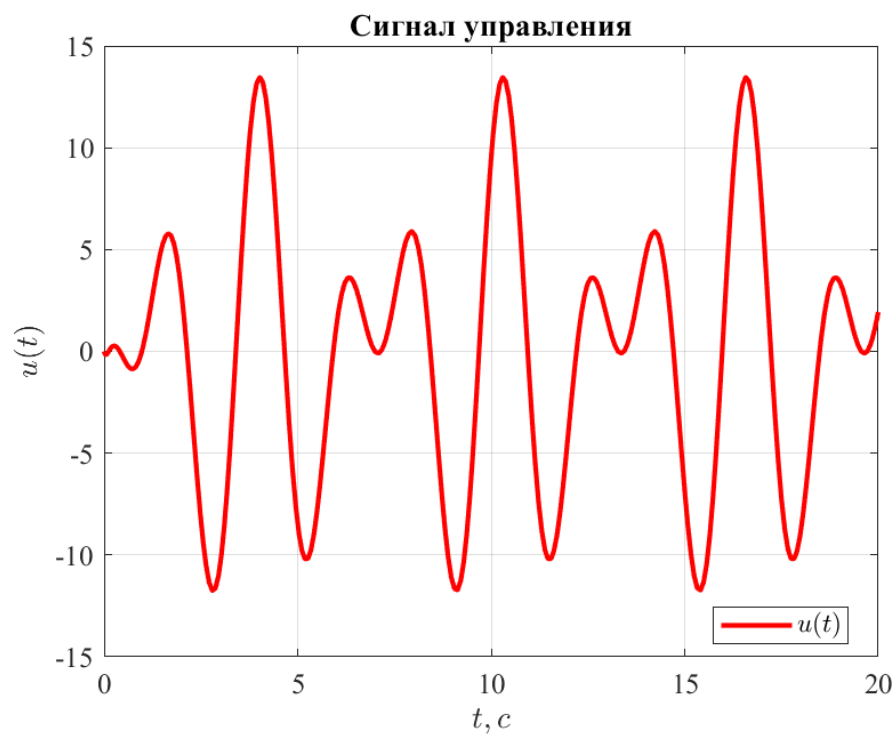


Рисунок 6 — Моделирование - управляющий сигнал

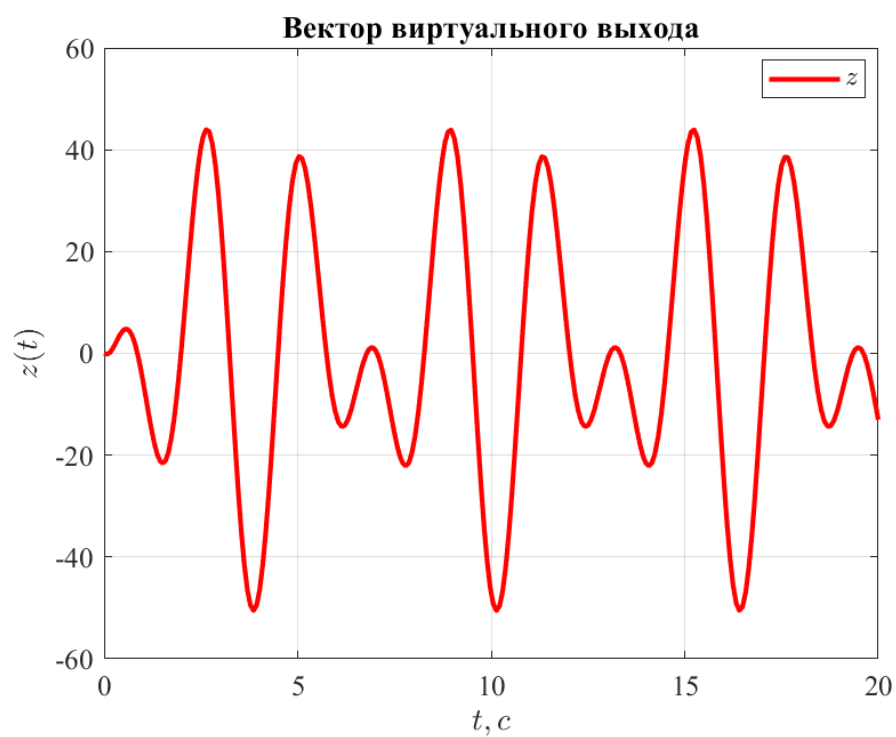


Рисунок 7 — Моделирование - вектор виртуального выхода

Здесь ситуация улучшилась - система стала устойчива, но мы не решили задачу компенсации. ром:

1.2.3 Полностью замкнутая система ($K_1 + K_2$)

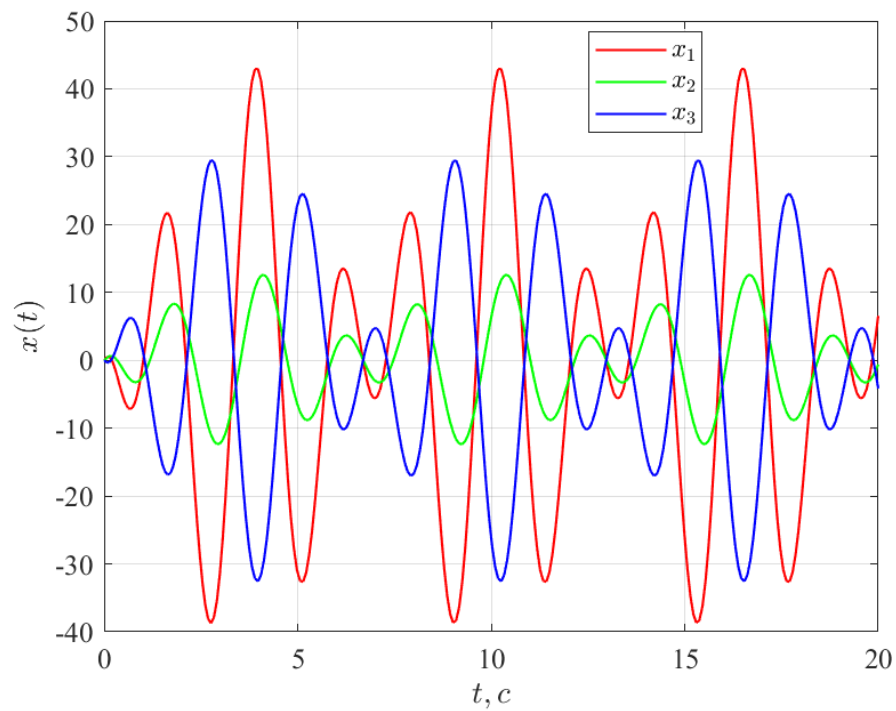


Рисунок 8 — Моделирование - вектор состояния объекта управления

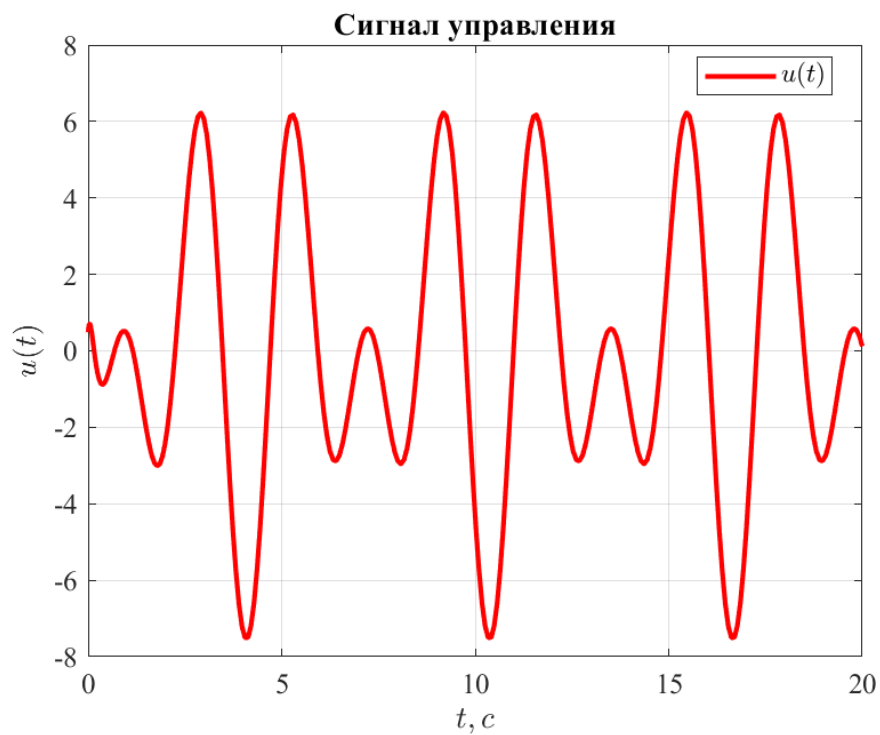


Рисунок 9 — Моделирование - управляющий сигнал

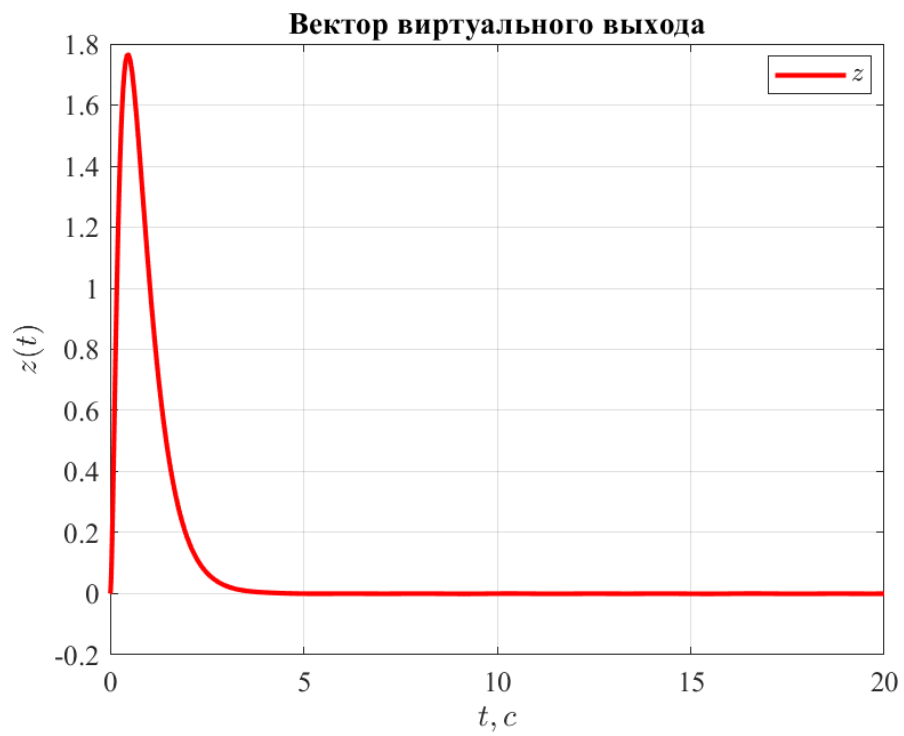


Рисунок 10 — Моделирование - вектор виртуального выхода

Виртуальный выход системы сходится к нулю, задача компенсации решена.

1.3 Выводы

В этом задании мы синтезировали компенсирующий регулятор с помощью LQR и решения матричного уравнения Ляпунова. Он состоит из feedback-компоненты, которая отвечает за стабилизацию системы, и feedforward-компоненты, за счёт которой мы компенсируем динамику внешнего возмущения.

2 СЛЕДЯЩИЙ РЕГУЛЯТОР ПО СОСТОЯНИЮ

2.1 Условие задачи

Рассмотрим систему, состоящую из объекта управления, генератора задающего сигнала и виртуального выхода:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \\ \dot{w}_g = \Gamma w_g, & w_g(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \\ z = C_Z x + D_z w_g \end{cases}$$

и выполним следующие шаги:

- Найти собственные числа матрицы Γ и определить характер внешнего возмущения.
- Построить схему моделирования системы, замкнутой следящим регулятором $u = K_1 x + K_2 w_g$, обеспечивающим выполнение целевого условия $\lim_{t \rightarrow +\infty} z(t) = 0$ при внешнем воздействии, задаваемым генератором.
- Синтезировать «feedback»-компоненту K_1 следящего регулятора. Привести выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_1 .
- Синтезировать «feedforward»-компоненту K_2 следящего регулятора. Привести выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2 .
- Выполнить моделирование, состоящее из трёх частей.
- Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

Начальные данные:

$$A = \begin{bmatrix} 12 & -1 & 14 \\ 6 & 0 & 6 \\ -6 & -2 & -8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}^T, \quad D = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix}^T,$$

$$G = \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 & -7 \\ -64 & 25 & 14 & -12 \\ -26 & 11 & 7 & -3 \\ 48 & -18 & -14 & 8 \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_Z = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}^T$$

2.2 Решение задания

$$\sigma(\Gamma) = \{\pm 3i, \pm 2i\}$$

Определим характер внешнего возмущения, восстановив его по модам выше:

$$w_g(t) = \sin(3t) + \cos(3t) + \sin(2t) + \cos(2t) = \sqrt{2}(\sin(2t + \frac{\pi}{4}) + \sin(3t + \frac{\pi}{4}))$$

Внешние возмущения представляют гармонические сигналы с частотой $\omega = 2$ и $\omega = 3$.

Построим схему моделирования системы, замкнутой следящим регулятором $u = K_1x + K_2w_g$. Целевое условие будет выглядеть также, из-за новой задачи, задачи слежения поменялась лишь внутренность $z(t)$, это можно увидеть в начале задания:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} z(t) = 0$$

При внешнем воздействии, задаваемом генератором.

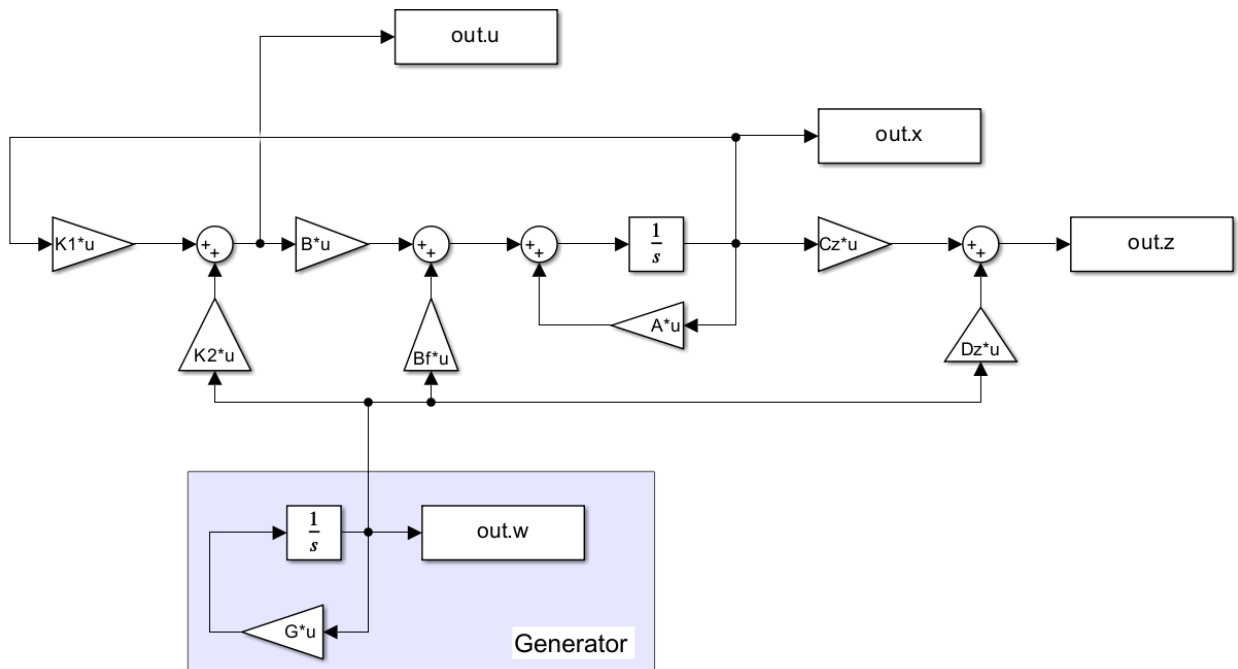


Рисунок 11 — Схема - моделирование следящего регулятора по состоянию

Синтезируем «feedback»-компоненту K_1 с помощью LQR-регулятора, функционал качества:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

Параметры останется теми же:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = [1]$$

Получаем матрицу K_1 :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 8.71 & -8.62 & 8.47 \end{bmatrix}$$

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 , проследуем следующему алгоритму:

- Выбрать матрицу K_1 : $\sigma(A + BK_1) \in \mathbb{C}_-$
- Найти P, Y как решение системы уравнений:

$$\begin{cases} PG - AP = BY + B_f \\ C_Z P + D_Z = 0 \end{cases}$$

- Вычислить K_2 : $K_2 = Y - K_1 P$

Получаем матрицу второй компоненты регулятора:

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.65 & -1.21 & 17.12 & 7.86 \end{bmatrix}$$

2.2.1 Разомкнутая система, $u = 0$

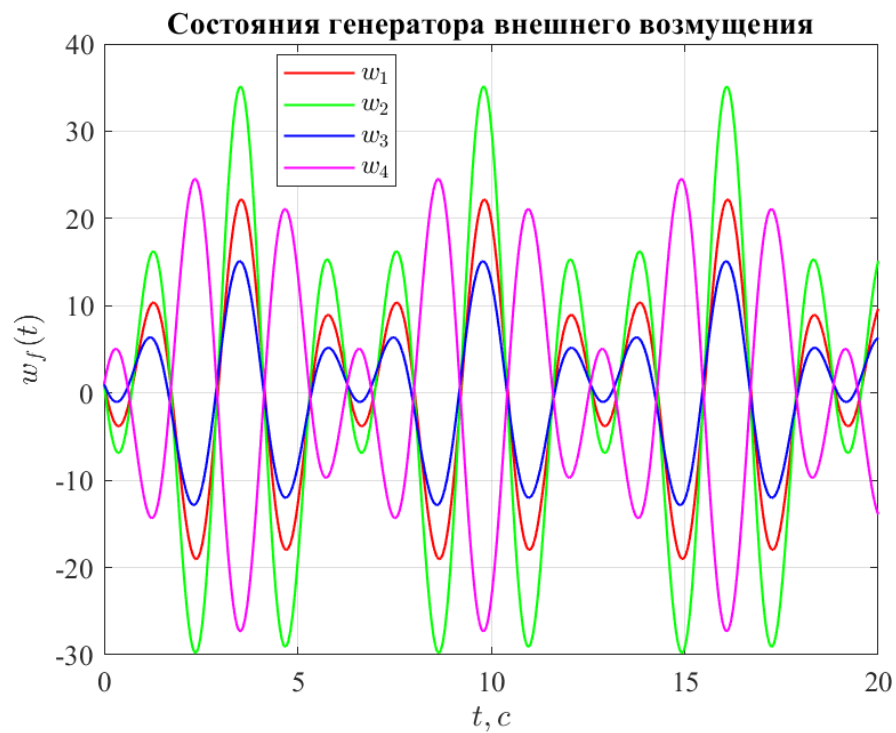


Рисунок 12 — Моделирование - вектор состояния генератора внешнего возмущения

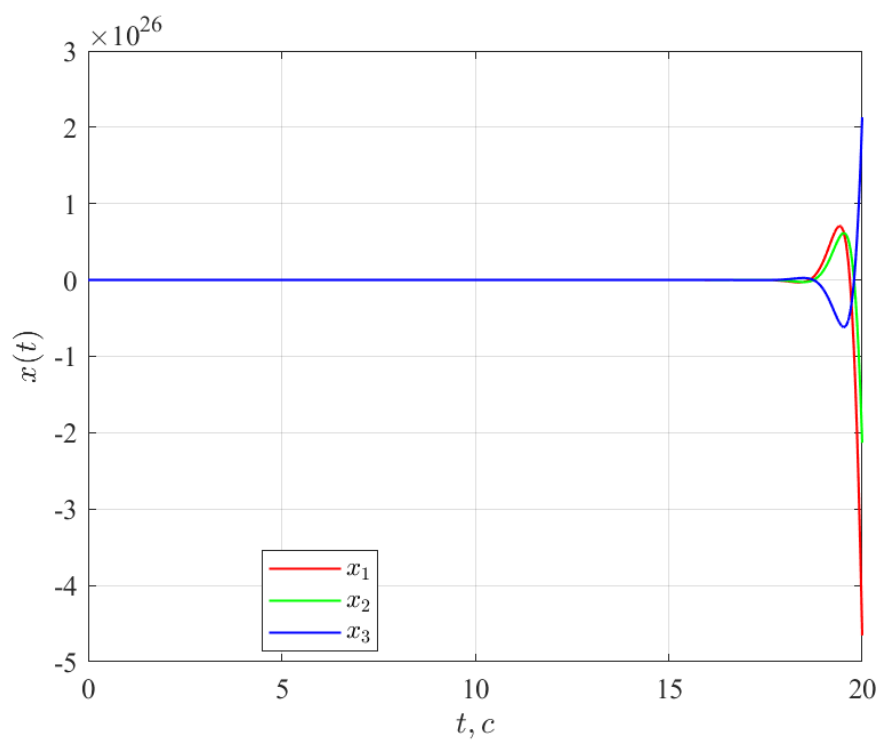


Рисунок 13 — Моделирование - вектор состояния объекта управления

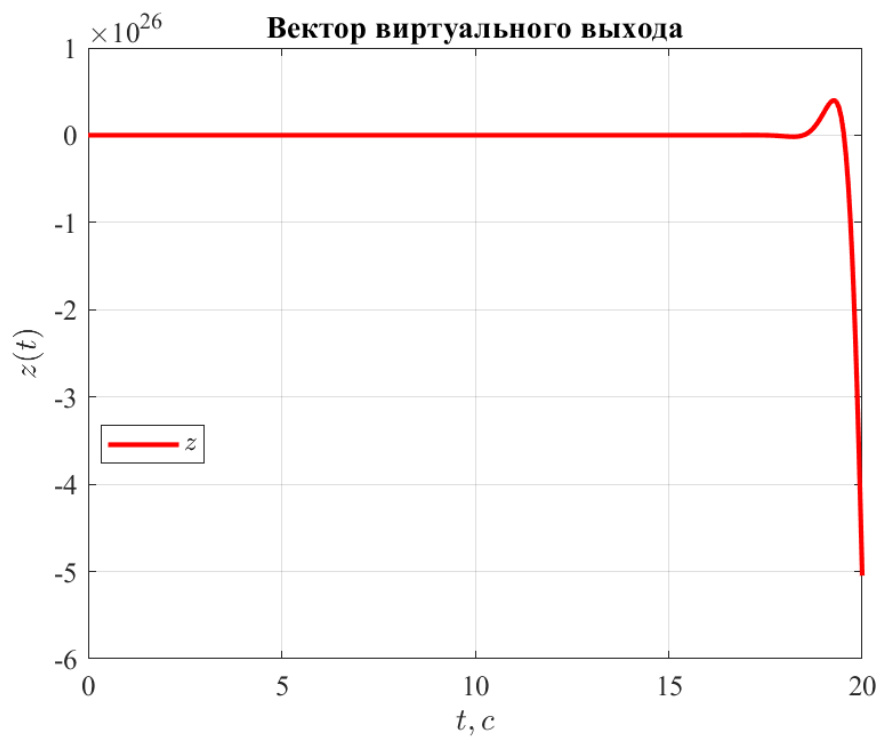


Рисунок 14 — Моделирование - вектор виртуального выхода

Система изначально неустойчива, так как у неё есть неустойчивая мода, поэтому без управления вектора ничем не ограничены.

2.2.2 Замкнутая система, только с K_1

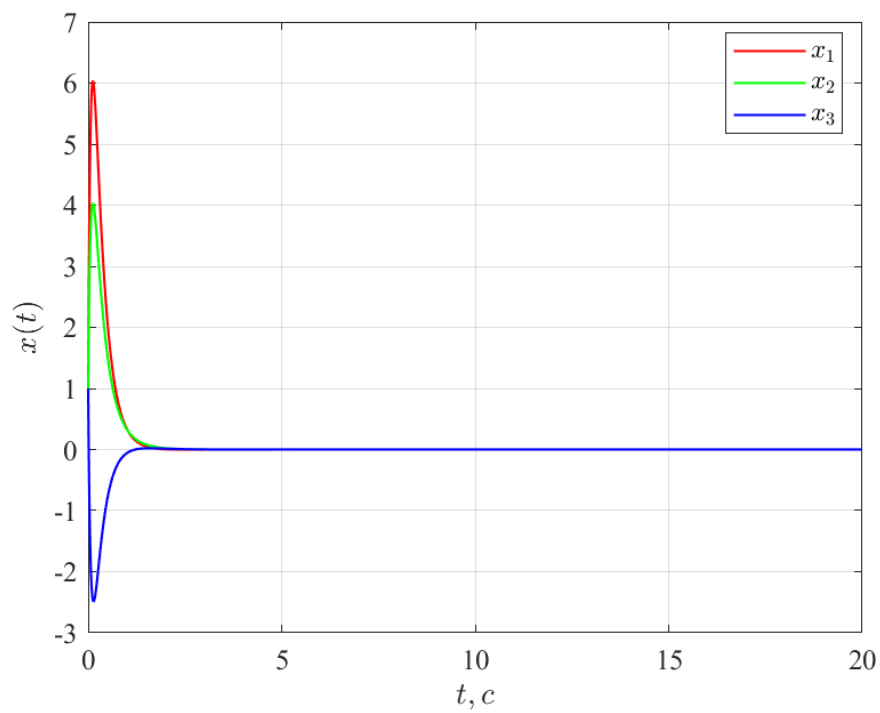


Рисунок 15 — Моделирование - вектор состояния объекта управления

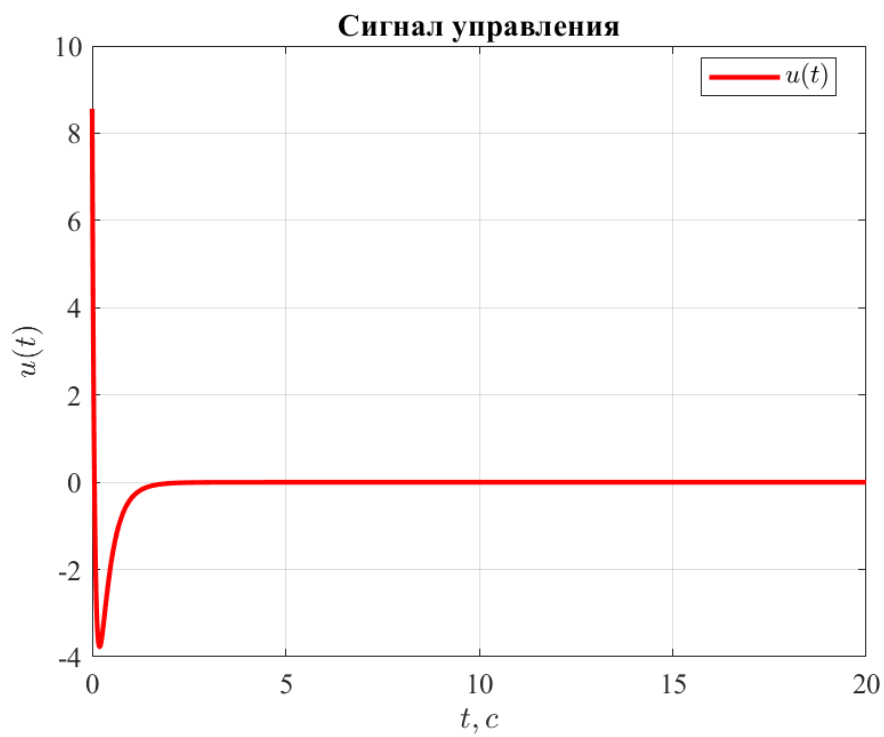


Рисунок 16 — Моделирование - управляющий сигнал

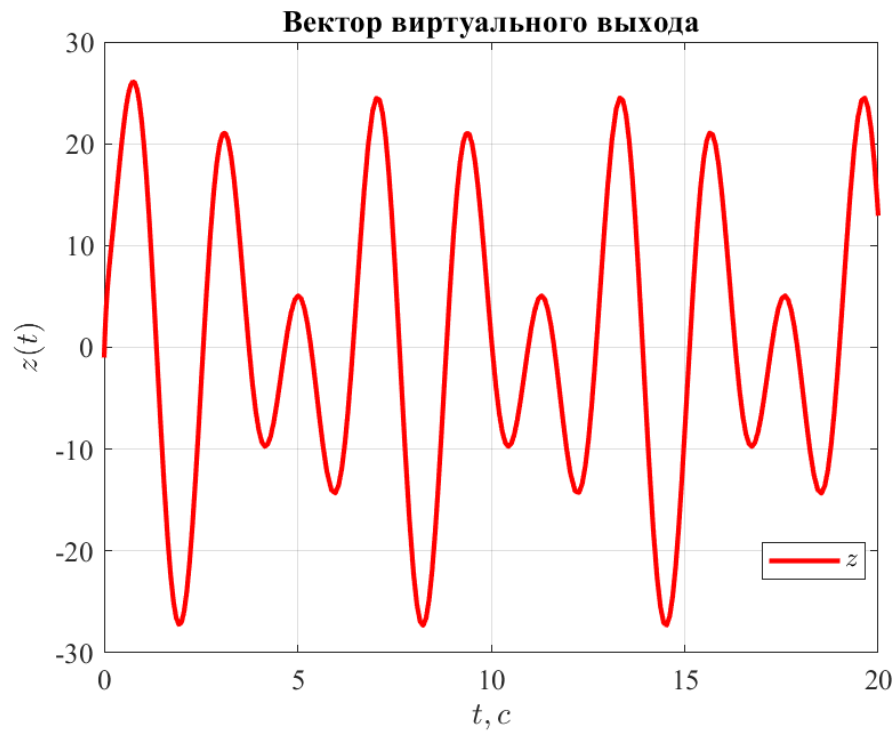


Рисунок 17 — Моделирование - вектор виртуального выхода

Здесь ситуация улучшилась - система стала устойчива, но мы не решили задачу слежения. После того как система стабилизировалась, управление перестало подаваться.

2.2.3 Полностью замкнутая система ($K_1 + K_2$)

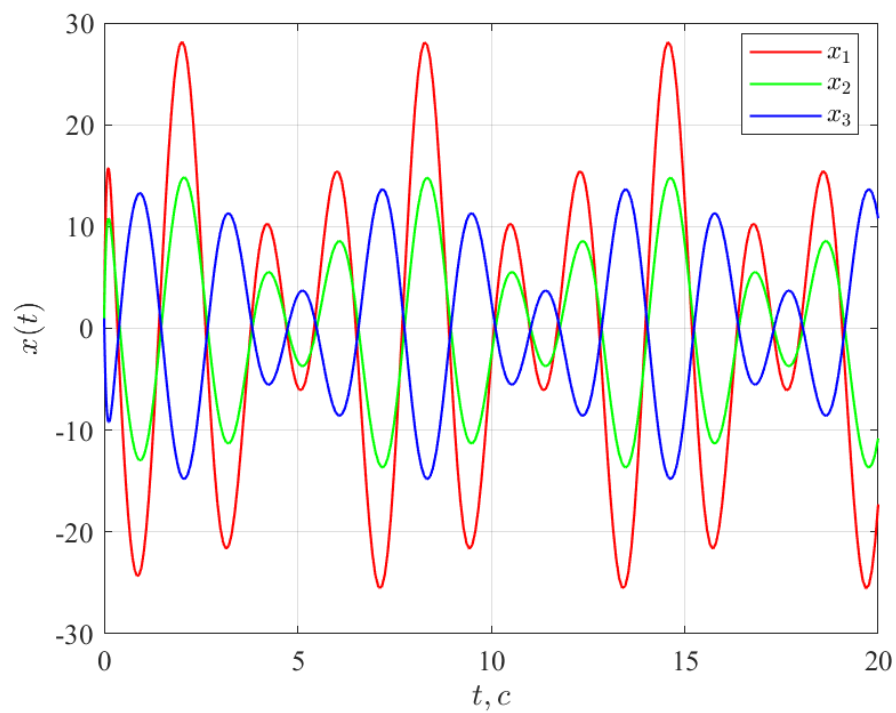


Рисунок 18 — Моделирование - вектор состояния объекта управления

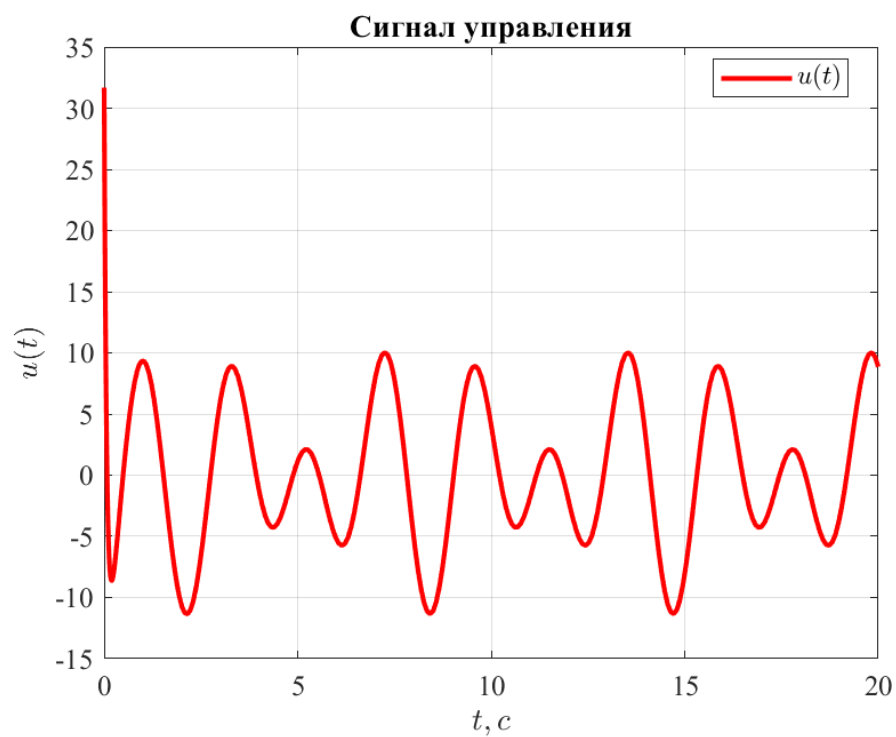


Рисунок 19 — Моделирование - управляющий сигнал

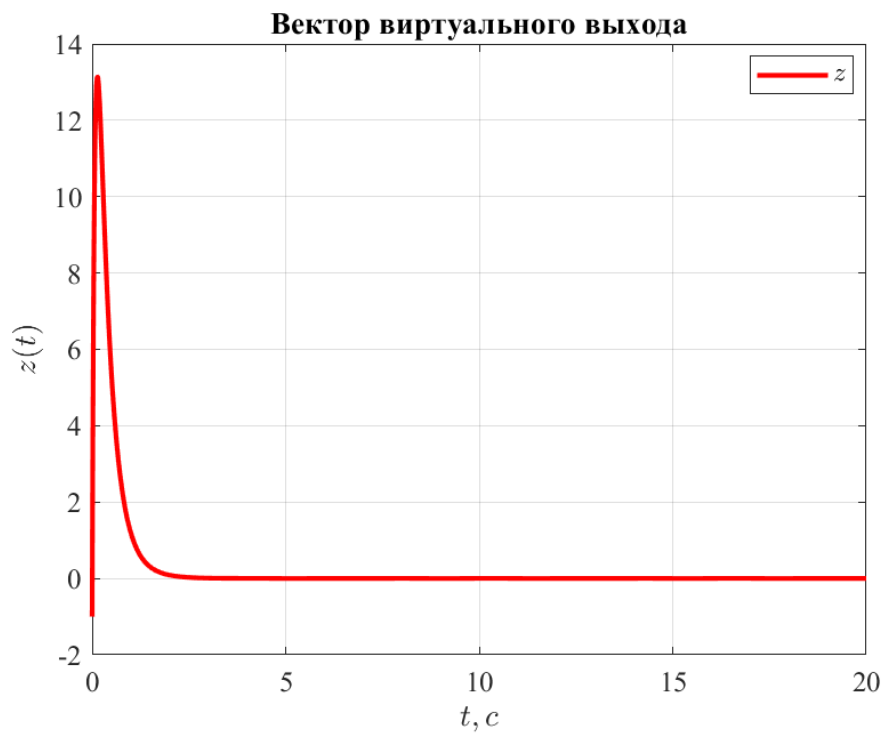


Рисунок 20 — Моделирование - вектор виртуального выхода

Виртуальный выход системы сходится к нулю, задача слежения теперь решена.

2.3 Выводы

Синтез следящего регулятора не отличается от синтеза компенсирующего регулятора, кроме того, что мы выбрали другой виртуальный выход системы, чтобы теперь решить задачу слежения.

3 СЛЕЖЕНИЕ И КОМПЕНСАЦИЯ ПО ВЫХОДУ

3.1 Условие задачи

Рассмотрим систему, состоящую из объекта управления, генератора внешнего воздействия и виртуального выхода:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f w, & x(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \\ y = Cx + Dw, \\ \dot{w} = \Gamma w, & w(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \end{cases}$$

и выполним следующие шаги:

- Найти собственные числа матрицы Γ и определить характер внешнего возмущения.
- Проверим матрицы $\vec{C}\vec{D}$, $\vec{A}\vec{B}$ на обнаруживаемость и сделать вывод о возможности осуществления слежения и компенсации по выходу.
- Построить схему моделирования системы, замкнутой регулятором, состоящим из расширенного наблюдателя и закона управления $u = K_1 \hat{x}_1 + K_2 \hat{w}$, обеспечивающего выполнение целевого условия при внешнем воздействии, задаваемом генератором.
- Синтезировать «feedback»-компоненту K_1 следящего регулятора. Привести выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_1 .
- Синтезировать матрицу коррекции L наблюдателя. Привести выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу L .
- Рассмотреть два случая виртуального выхода:
 - $z = C_z x + D_z w$
 - $z = y$.
- Для каждого из вариантов виртуального выхода:
 - Синтезировать «feedforward»-компоненту K_2 следящего регулятора. Привести выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2 .
 - Выполнить моделирование, состоящее из трёх частей.

- Найти собственные числа матрицы наблюдателя \vec{A} и сравнить с собственными числами матрицы генератора Γ .
- Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

3.2 Решение задания

Представим уравнения текущего регулятора в форме В-С-В, где $y(t)$ - вход, а $u(t)$ - выход:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + B_f\hat{w} + L_x(\hat{y} - y) \\ \dot{\hat{w}} = \Gamma\hat{w} + L_w(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = C\hat{x} + D\hat{w} \\ u = K_1\hat{x} + K_2\hat{w} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK_1 + L_xC & BK_2 + B_f + L_xD \\ L_wC & \Gamma + L_wD \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_x \\ L_w \end{bmatrix} y \\ u = K_1\hat{x} + K_2\hat{w} \end{cases}$$

В итоге:

$$\bar{A}^* = \begin{bmatrix} A + BK_1 + L_xC & BK_2 + B_f + L_xD \\ L_wC & \Gamma + L_wD \end{bmatrix}$$

$$\sigma(\Gamma) = \{\pm 3i, \pm 2i\}$$

Характер внешнего возмущения остался с прошлых заданий: частоты $\omega = 2$ и $\omega = 3$.

Проверим матрицы $\vec{C}\vec{D} = \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix}$ и $\vec{A}\vec{B} = \begin{bmatrix} A & B_f \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix}$ на обнаруживаемость, воспользуемся для этого критерием Хаутуса:

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \vec{A}\vec{B} - 3 \pm 3j \\ \vec{C}\vec{D} \end{pmatrix} = 7$$

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \vec{A}\vec{B} - 2 \\ \vec{C}\vec{D} \end{pmatrix} = 7$$

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \vec{A}\vec{B} \pm 3j \\ \vec{C}\vec{D} \end{pmatrix} = 7$$

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \vec{A}\vec{B} \pm 2j \\ \vec{C}\vec{D} \end{pmatrix} = 7$$

В итоге критерий выполняется, расширенная система полностью наблюдаема, значит можно осуществить слежение и компенсацию по выходу.

Построим схему моделирования системы, замкнутой регулятором, состоящим из расширенного наблюдателя:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{w}} \end{bmatrix} = \bar{A} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} - L y$$

и закона управления:

$$u = K_1 \hat{x} + K_2 \hat{w}$$

обеспечивающего выполнение целевого условия при внешнем воздействии, задаваемом генератором.

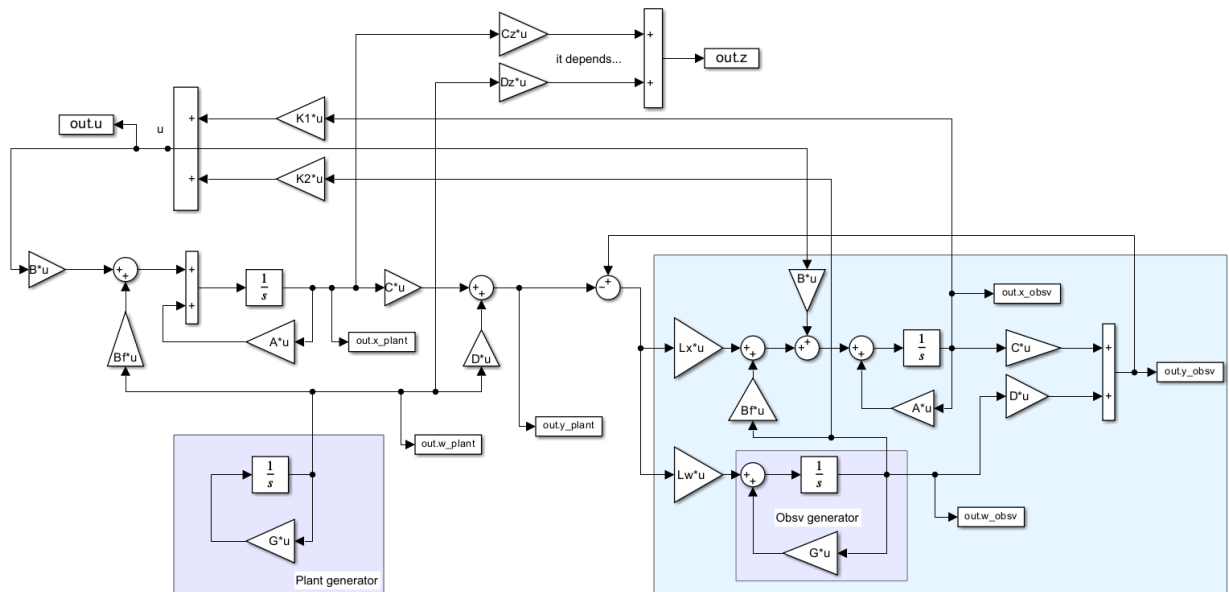


Рисунок 21 — Схема - слежение и компенсация по выходу

Синтезируем «feedback»-компоненту K_1 с помощью LQR-регулятора, функционал качества:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

Параметры останутся теми же:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = [1]$$

Получаем матрицу K_1 :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 8.71 & -8.62 & 8.47 \end{bmatrix}$$

Таким же подходом синтезируем матрицу коррекции наблюдателя L параметры также возьмём все единичные правда лишь размерности немного увеличатся:

$$R = 1, \quad Q = I_{7 \times 7}$$

$$L = \begin{bmatrix} -133.27 \\ -105.92 \\ 81.86 \\ 18.48 \\ 27.96 \\ 12.11 \\ -21.25 \end{bmatrix}$$

3.2.1 Первый виртуальный выход

$$z = C_Z x + D_Z w$$

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 :

$$K_2 = \begin{bmatrix} 14.09 & -7.14 & 7.5 & 9.16 \end{bmatrix}$$

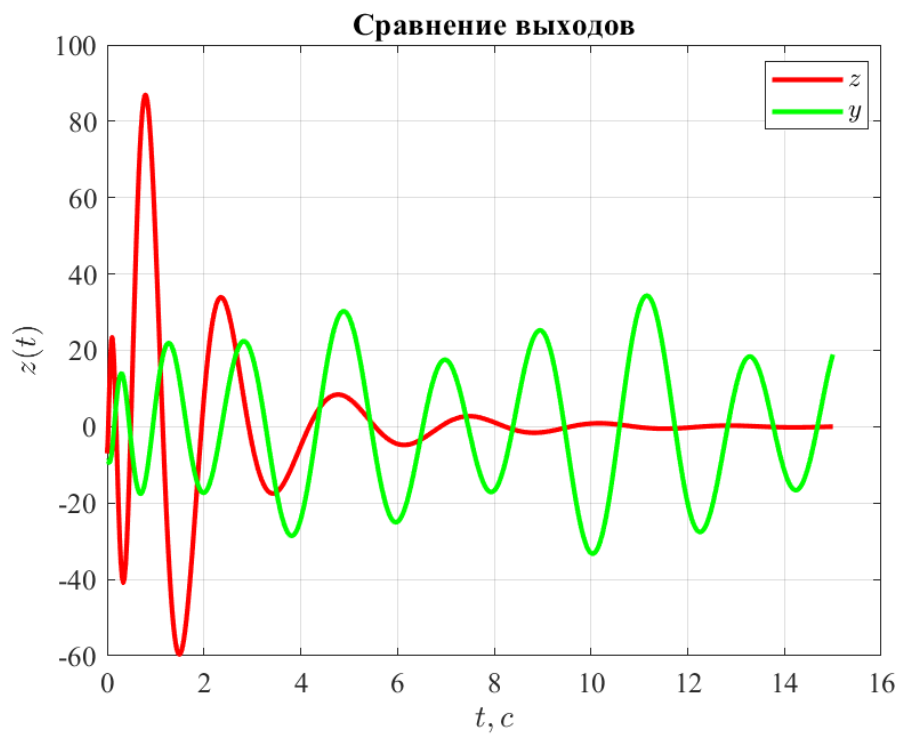


Рисунок 22 — Моделирование - вектор фактического и виртуального выхода,

$$z = C_Z x + D_Z w$$

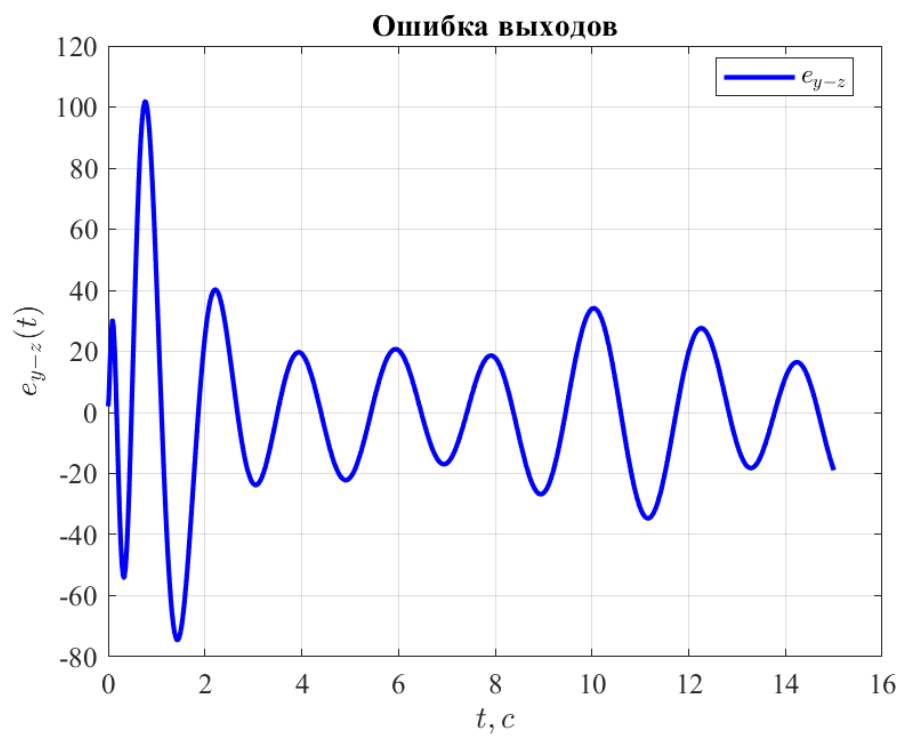


Рисунок 23 — Моделирование - ошибка между фактическим-виртуальным выходом,
 $z = C_Z x + D_Z w$

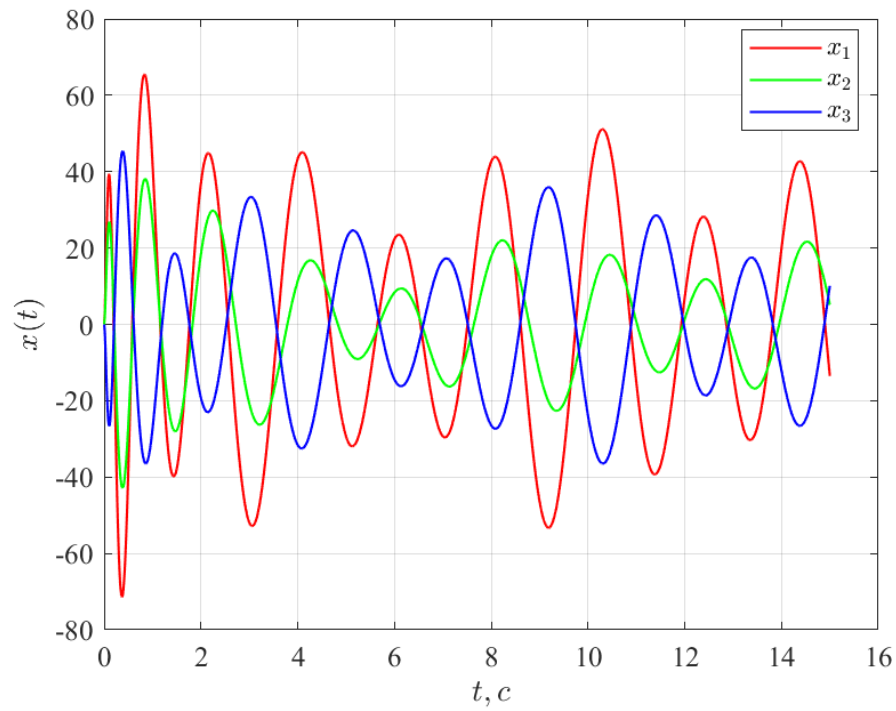


Рисунок 24 — Моделирование - $x(t)$, $z = C_Z x + D_Z w$

Найдём собственные числа матрицы системы регулятора в форме В-С-В:

$$\sigma(\bar{A}^*) = \{-21 \pm 26.41j, -0.1 \pm 24.6j, -0.46 \pm 1.41j, -2.07\}$$

Как можно заметить, никаких совпадений со спектром матрицы генератора G нет.

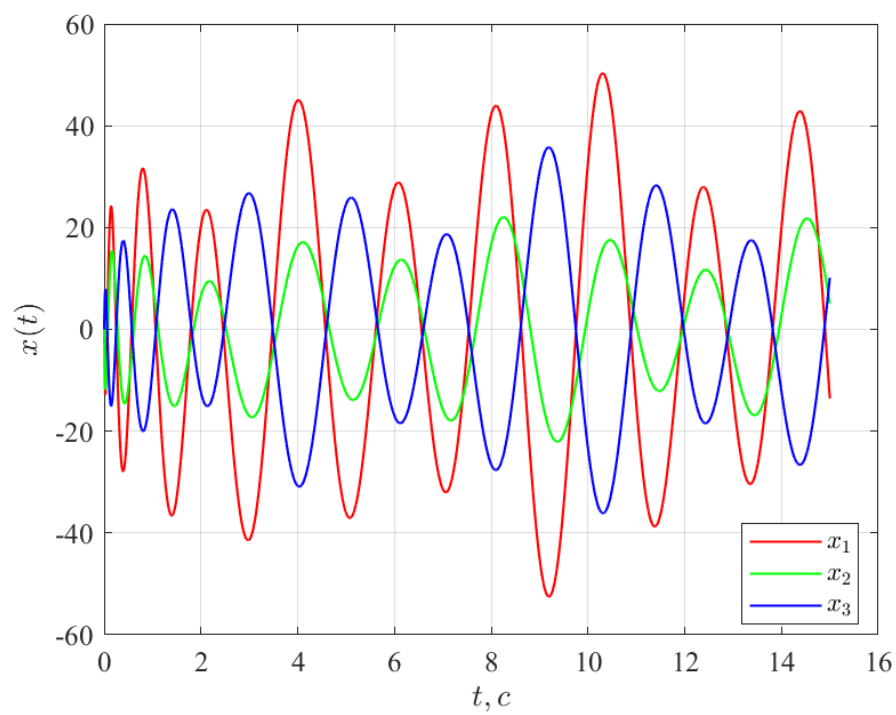


Рисунок 25 — Моделирование - $\hat{x}(t)$, $z = C_Z x + D_Z w$

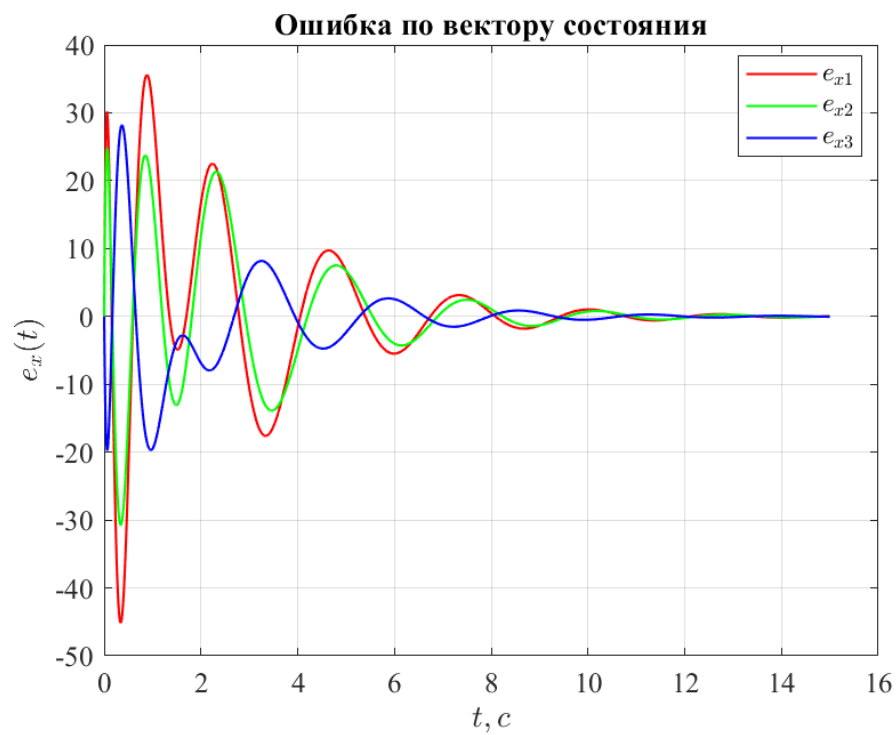


Рисунок 26 — Моделирование - ошибка наблюдателя вектора состояния, $z = C_Z x + D_Z w$

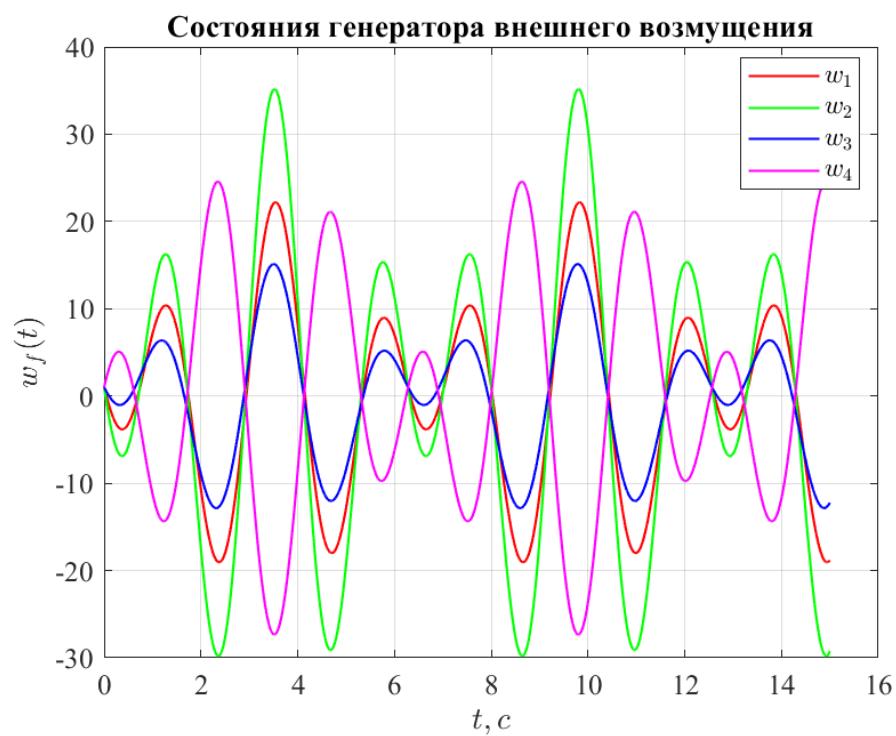


Рисунок 27 — Моделирование - $w(t)$, $z = C_Z x + D_Z w$

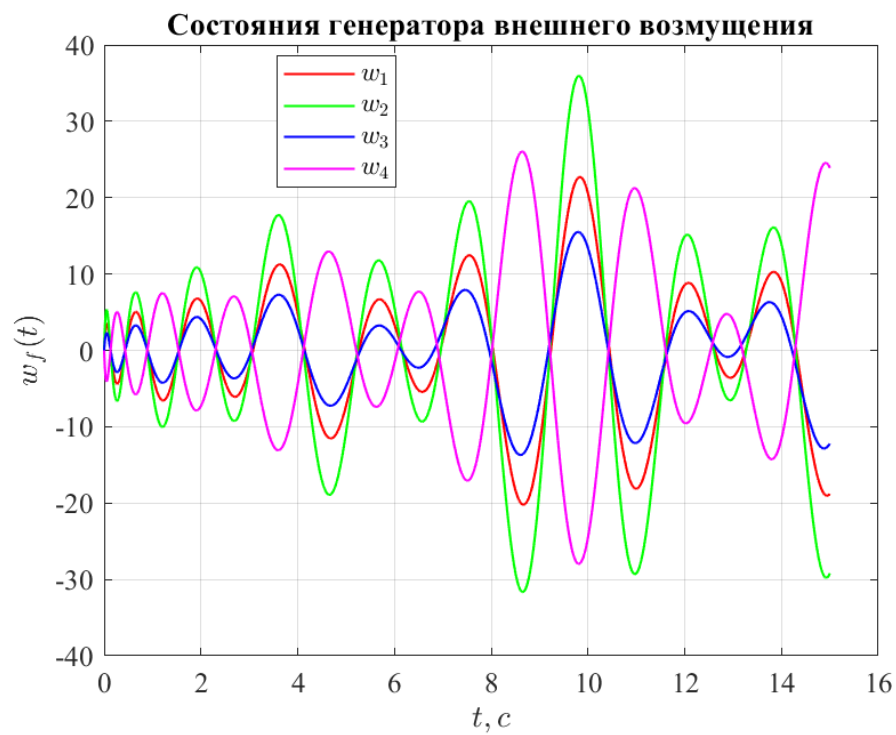


Рисунок 28 — Моделирование - $\hat{w}(t)$, $z = C_Z x + D_Z w$

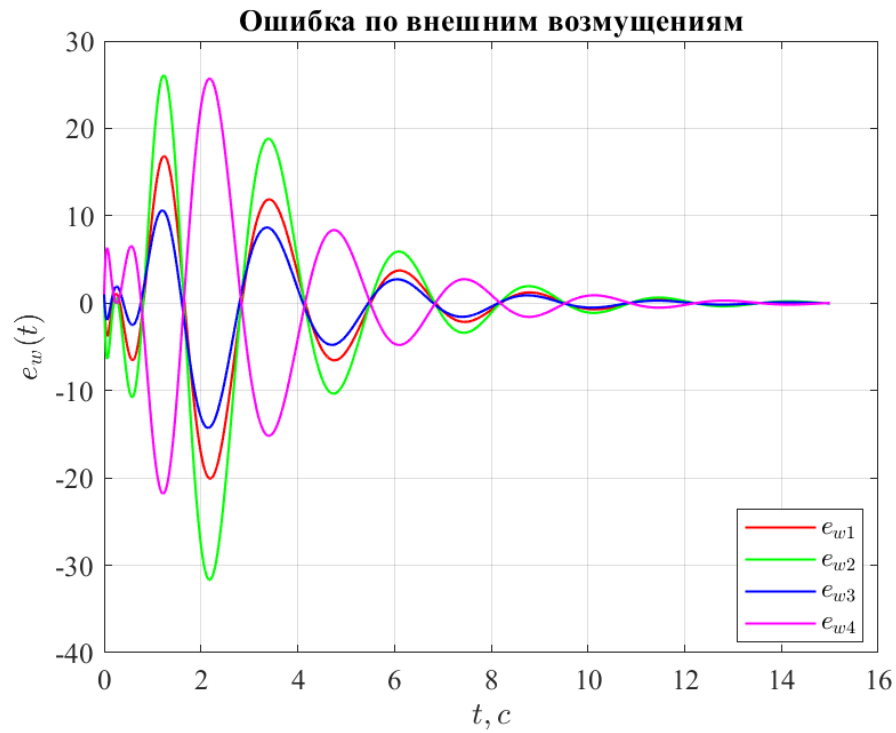


Рисунок 29 — Моделирование - ошибка наблюдателя внешнего возмущения,
 $z = C_Z x + D_Z w$

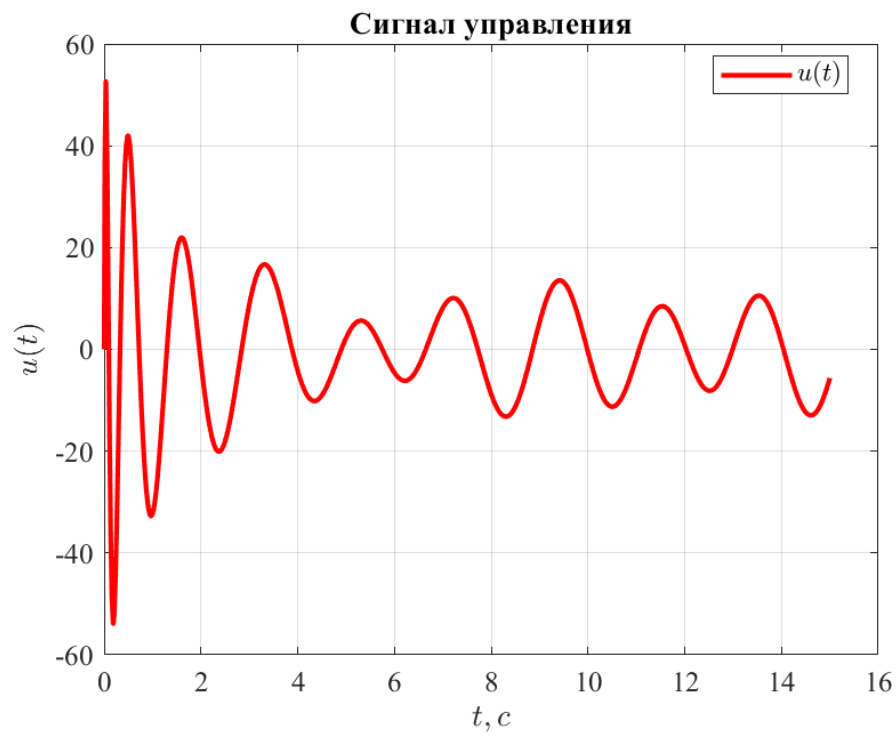


Рисунок 30 — Моделирование - управляющий сигнал, $z = C_Z x + D_Z w$

3.2.2 Второй виртуальный выход

$$z = y = Cx + Dw$$

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 :

$$K_2 = \begin{bmatrix} -16 & 17.39 & -4.53 & 6.62 \end{bmatrix}$$

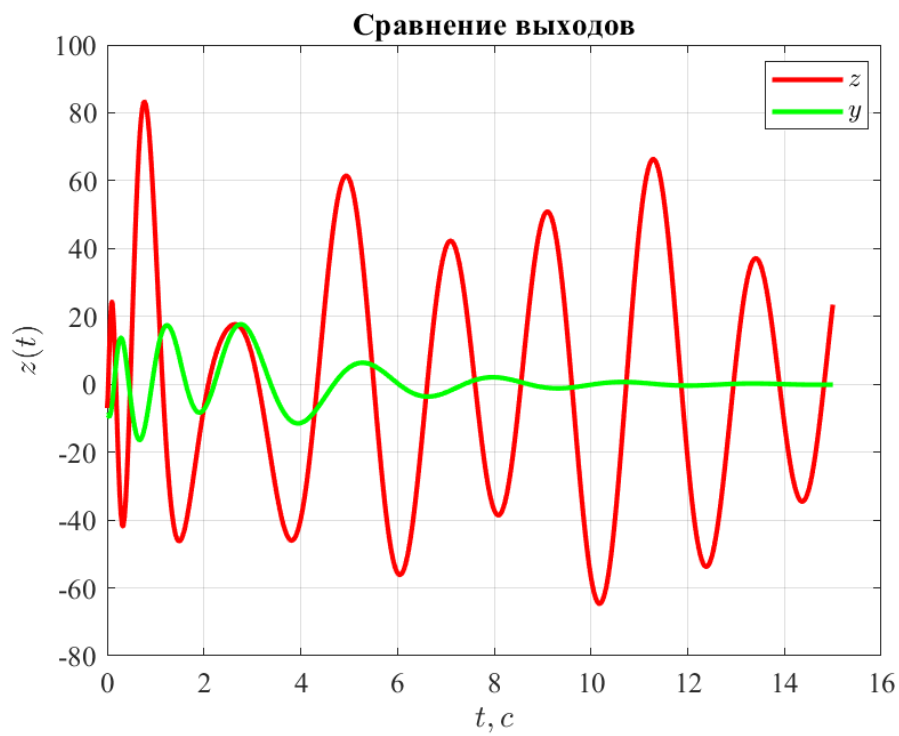


Рисунок 31 — Моделирование - вектор фактического и виртуального выхода, $z = y$

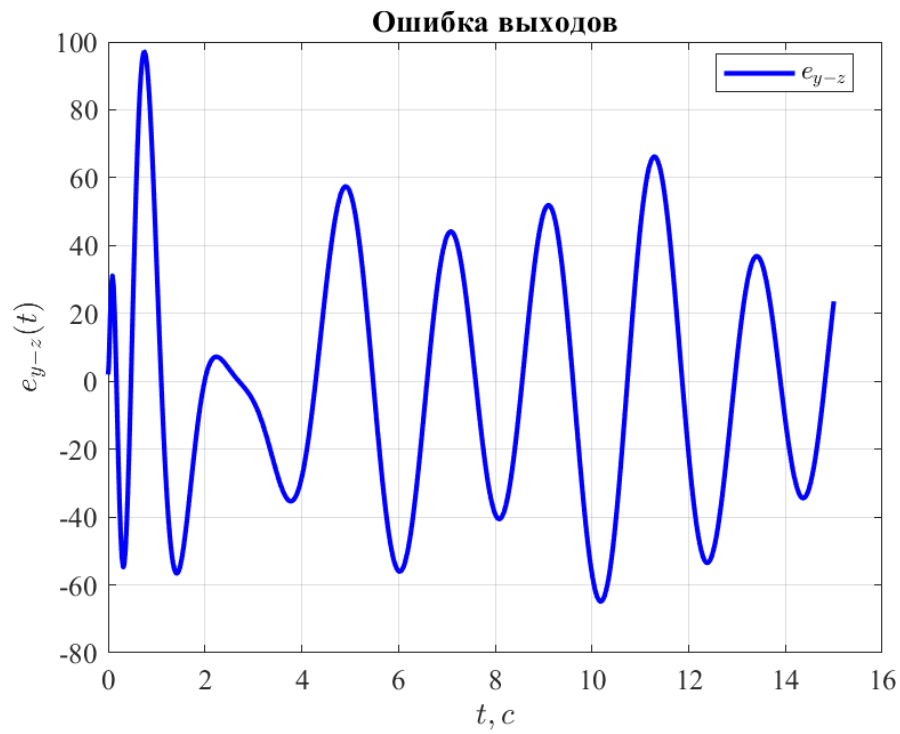


Рисунок 32 — Моделирование - ошибка между фактическим-виртуальным выходом, $z = y$

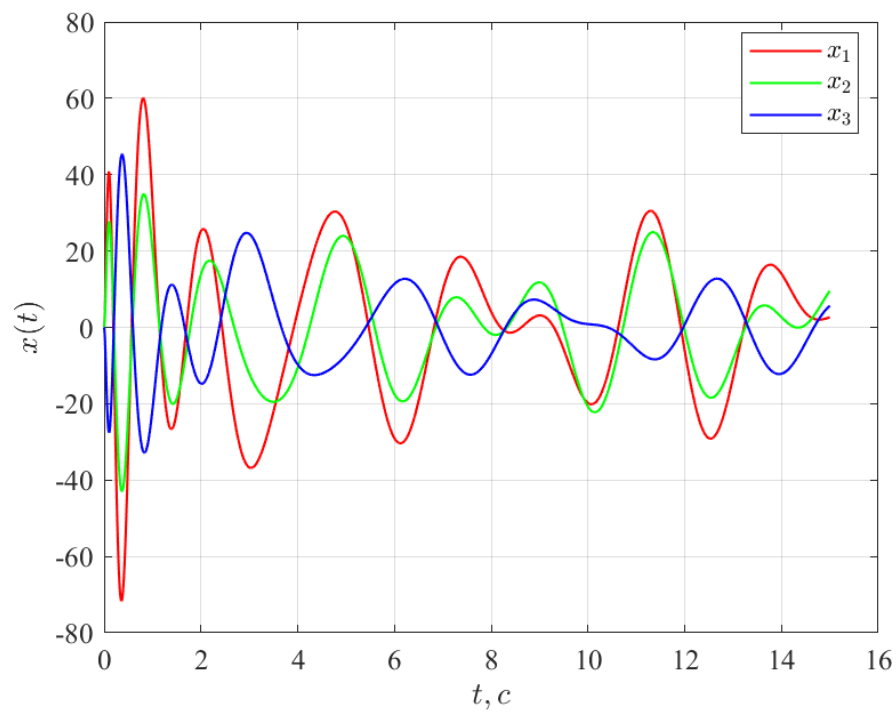


Рисунок 33 — Моделирование - $x(t)$, $z = y$

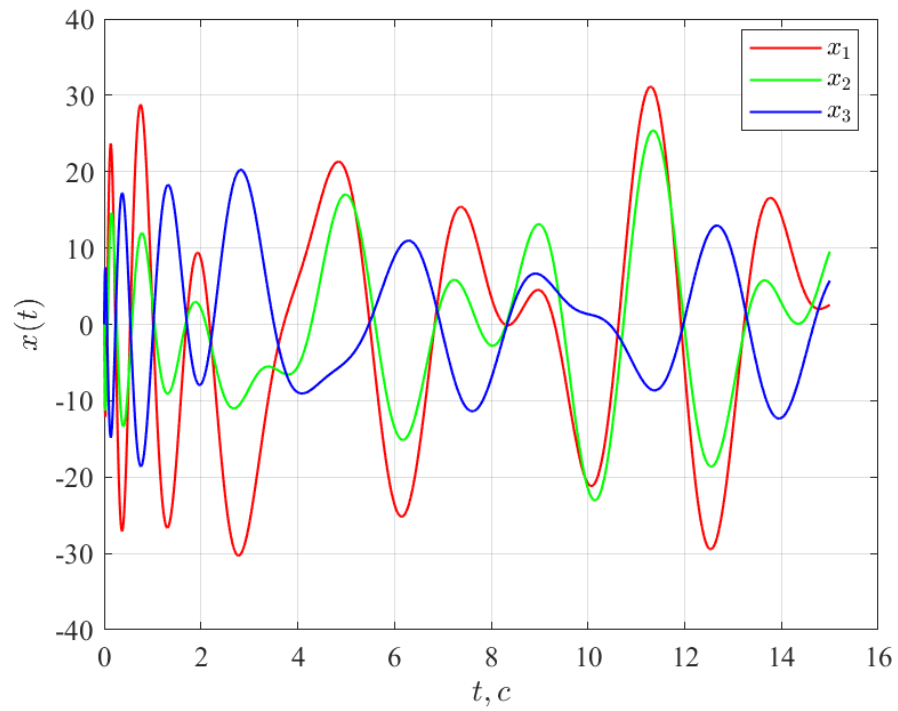


Рисунок 34 — Моделирование - $\hat{x}(t)$, $z = y$

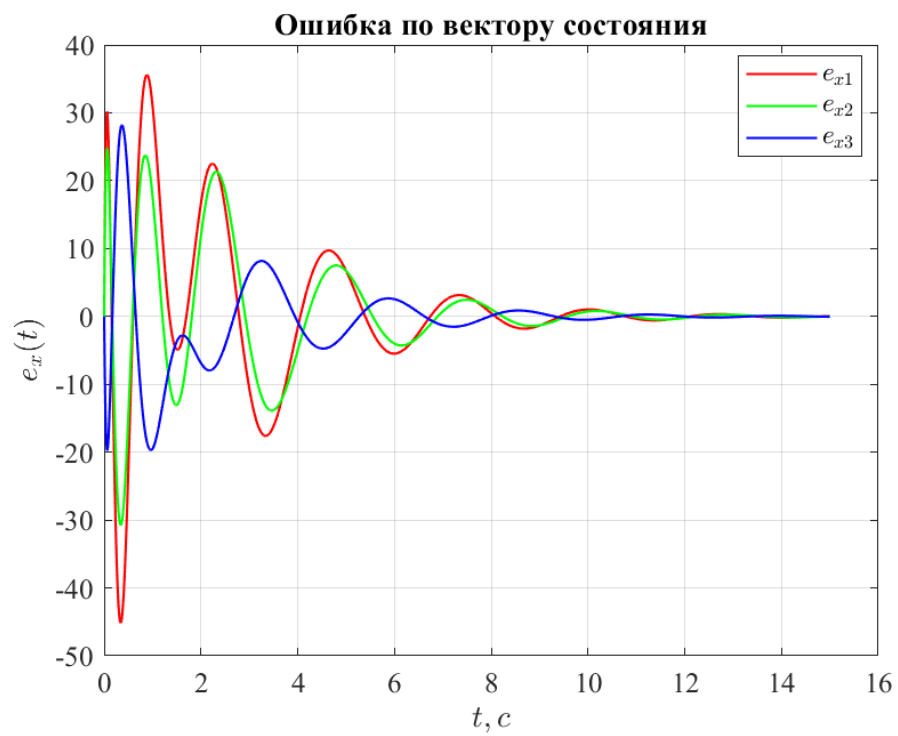


Рисунок 35 — Моделирование - ошибка наблюдателя вектора состояния, $z = y$

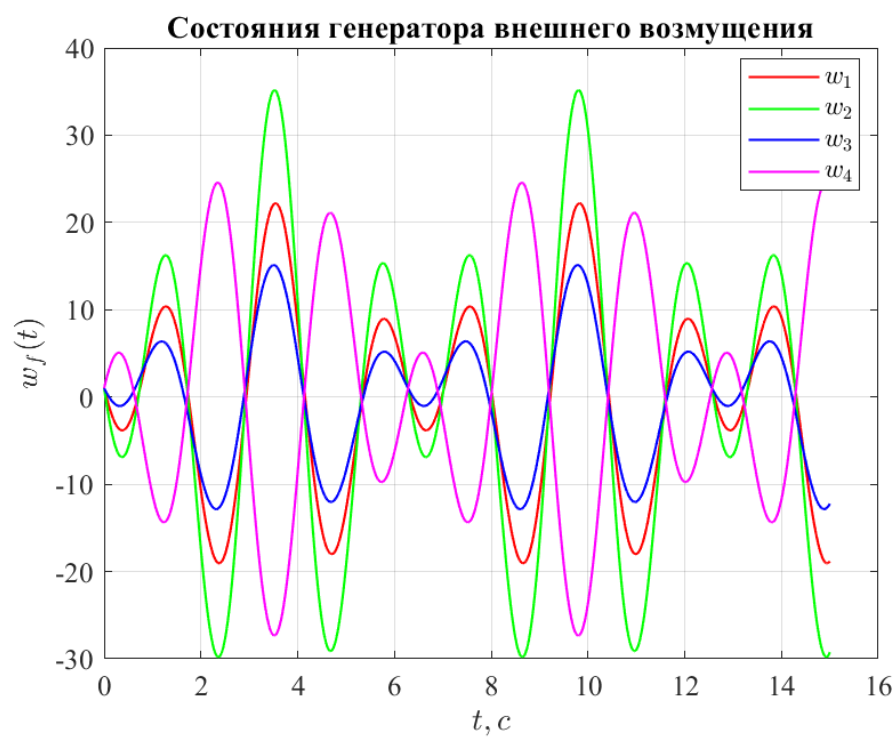


Рисунок 36 — Моделирование - $w(t)$, $z = y$

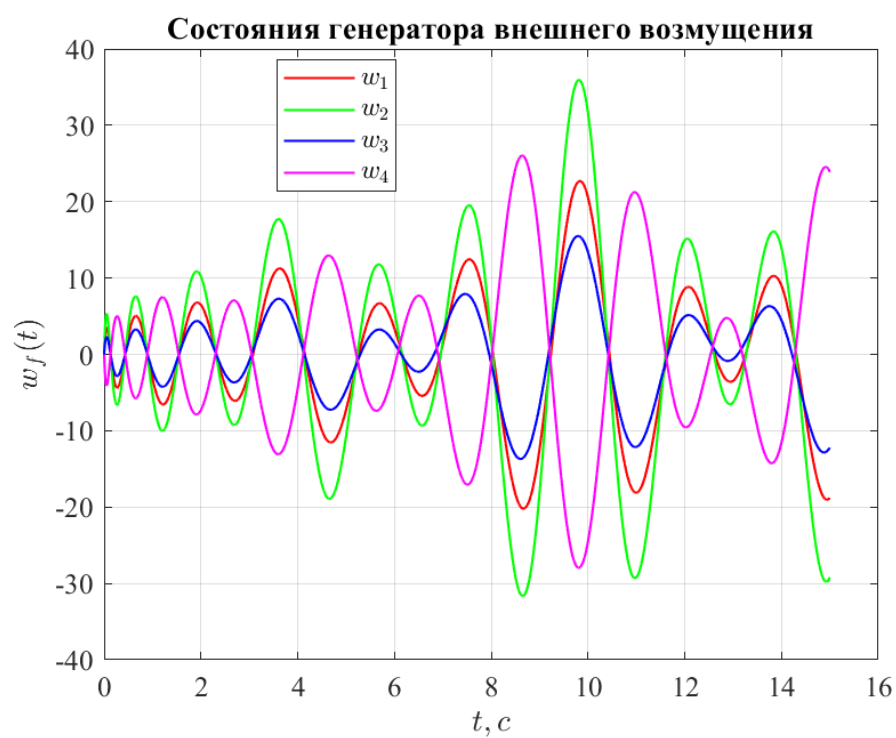


Рисунок 37 — Моделирование - $\hat{w}(t)$, $z = y$

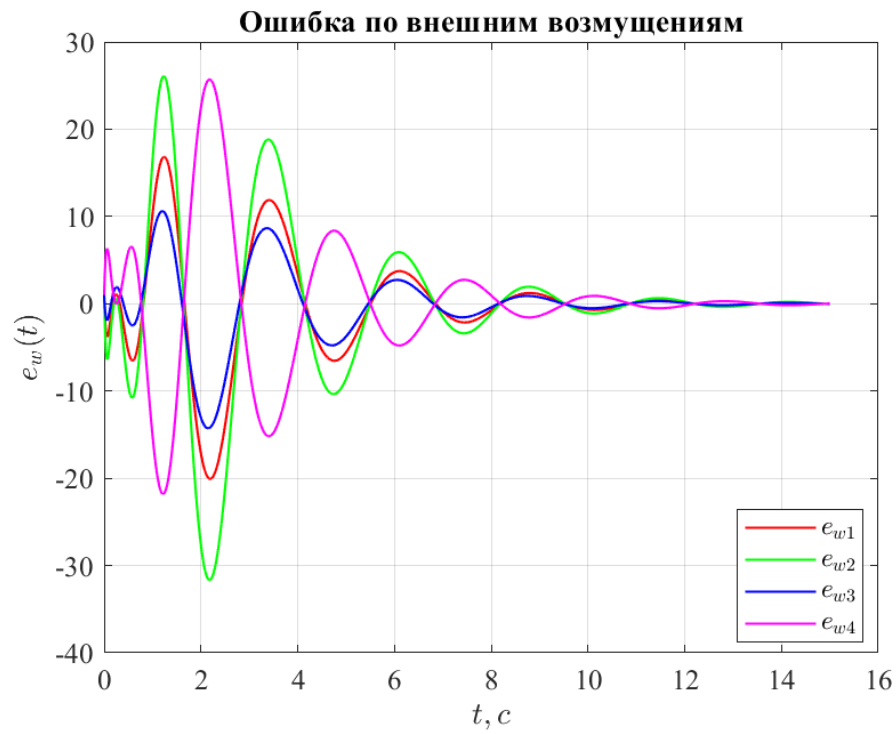


Рисунок 38 — Моделирование - ошибка наблюдателя внешнего возмущения, $z = y$

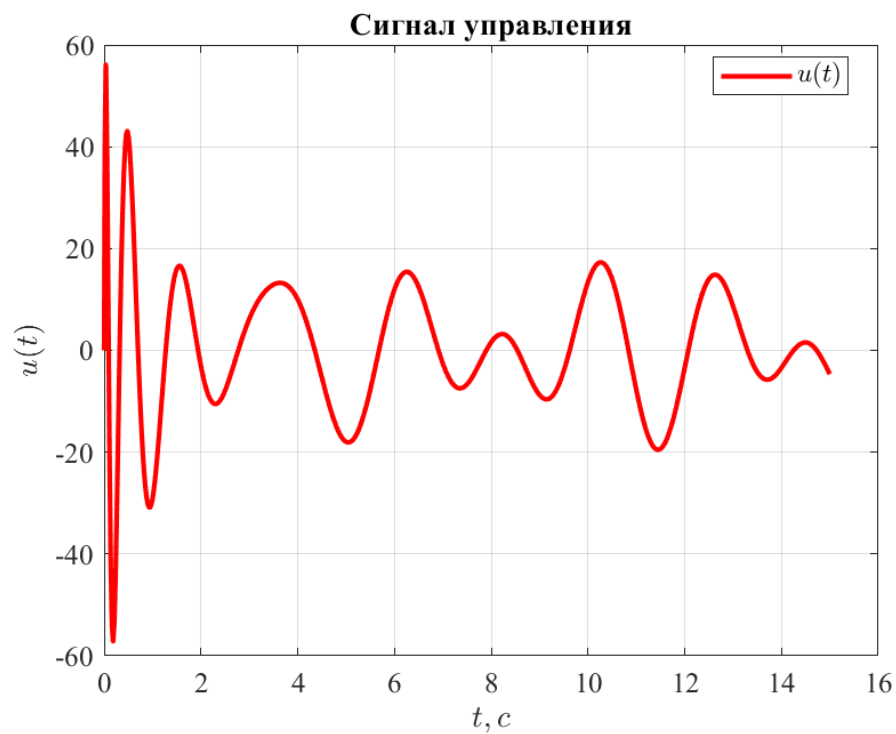


Рисунок 39 — Моделирование - управляющий сигнал, $z = y$

Найдём собственные числа матрицы системы регулятора в форме В-С-В:

$$\sigma(\bar{A}^*) = \{-22 \pm 27.5j, \pm 3j, \pm 2j, -2.02\}$$

Как можно заметить, спектр матрицы системы регулятора содержит в себе спектр матрицы генератора G . Принцип внутренней модели выполняется.

3.3 Выводы

В этом задании мы рассмотрели расширенный наблюдатель системы, который давал оценки не только состояния системы, но и генератора возмущений, решали мы задачу слежения и компенсации относительно этих оценок.

4 ТЕЛЕЖКА И МЕАНДР

4.1 Условие задачи

Рассмотрим систему, состоящую из тележки и генератора задающего сигнала:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \\ \dot{w}_g = \Gamma w_g, & w_g(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \\ z = C_Z x + D_z w_g \end{cases}$$

и выполним следующие шаги:

- Синтезировать математическую модель «тележки», приняв в качестве выхода линейную координату $y(t) = x_1(t)$.
- Принять задающий сигнал $g(t)$ меандром с произвольной амплитудой и периодом (выбрать самостоятельно).
- Разложить сигнал $g(t)$ в ряд Фурье и задаться конечным числом гармоник m для использования конечной суммы ряда в качестве приближенного сигнала $\bar{g}(t)$.
- Сформировать генератор, способный порождать выбранные гармоники компоненты $\bar{g}(t)$. Необходимый порядок генератора определить самостоятельно.
- Задаться виртуальным выходом $z(t)$ в форме и задать матрицы (C_Z, D_Z) такими, чтобы при выполнении целевого условия было справедливо:

$$\bar{g}(t) = D_Z w_g(t), \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} |\bar{g}(t) - y(t)| = 0$$

- Прокомментировать, какую задачу вы решаете таким образом.
- Синтезировать следящий регулятор, обеспечивающий выполнение целевого условия. Привести выкладки процедуры синтеза и полученные матрицы K_1 и K_2 .
- Выполнить моделирование и построить графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы

$x(t)$, задающего сигнала $g(t)$, приближенного задающего сигнала $\bar{g}(t)$ и выхода $y(t)$.

- Проанализировать полученные результаты и сделать выводы о достоинствах и недостатках такого регулятора.

Начальные данные:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad D = 0,$$

В качестве задающего сигнала $g(t)$ **выберем меандр с единичной амплитудой**, период $\omega\pi$. Аппроксимируем этот сигнал с помощью частичной суммы ряда Фурье, $m = 4$:

$$\bar{g}(t) = \frac{4}{\pi} \sin(t) + \frac{4}{\pi} \sin(t) + \frac{4}{3\pi} \sin(3t) + \frac{4}{5\pi} \sin(5t) + \frac{4}{7\pi} \sin(7t)$$

Сформируем генератор, способный порождать нужные нам гармоники:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 0 \end{bmatrix}$$

Не трудно заметить, что его собственные числа формируют нужные нам гармоники:

$$\sigma(\Gamma) = \{\pm 1i, \pm 3i, \pm 5i, \pm 7i\}$$

Для задачи слежения:

$$\bar{g}(t) = D_Z w_g(t), \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} |\bar{g}(t) - y(t)| = 0$$

Поэтому выберем матрицы (C_Z, D_Z) такими:

$$C_Z = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_Z = \begin{bmatrix} \frac{4}{\pi} & 0 & \frac{4}{3\pi} & 0 & \frac{4}{5\pi} & 0 & \frac{4}{7\pi} & 0 \end{bmatrix}$$

4.2 Решение задания

Синтезируем «feedback»-компоненту K_1 с помощью LQR-регулятора, функционал качества:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = [1]$$

Получаем матрицу K_1 :

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1.73 \end{bmatrix}$$

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 :

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2.21 & -3.4 & 2.21 & -6.11 & 2.21 & -8.73 & 2.21 \end{bmatrix}$$

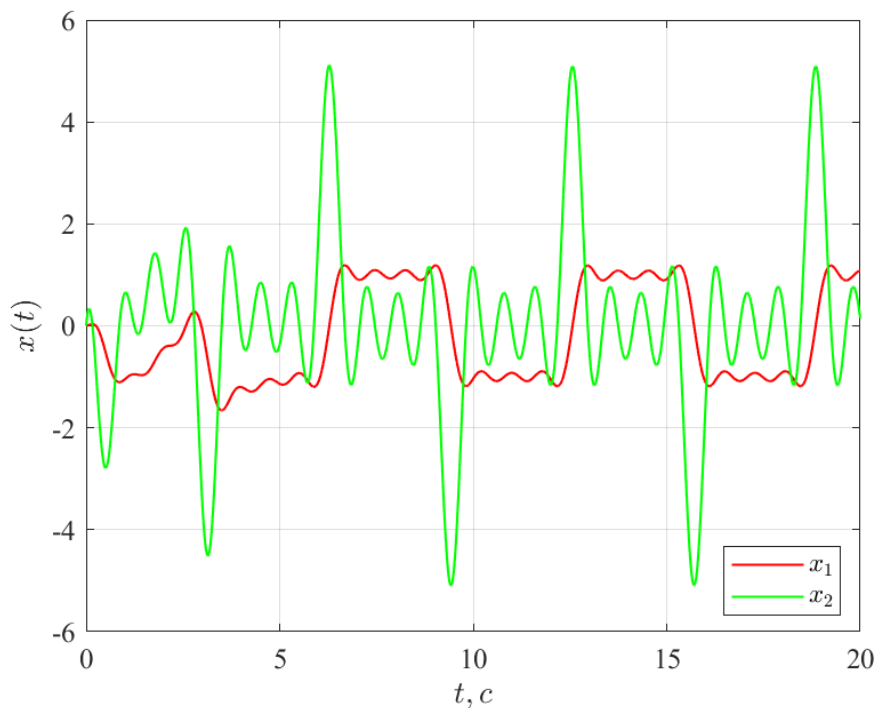


Рисунок 40 — Моделирование - $x(t)$

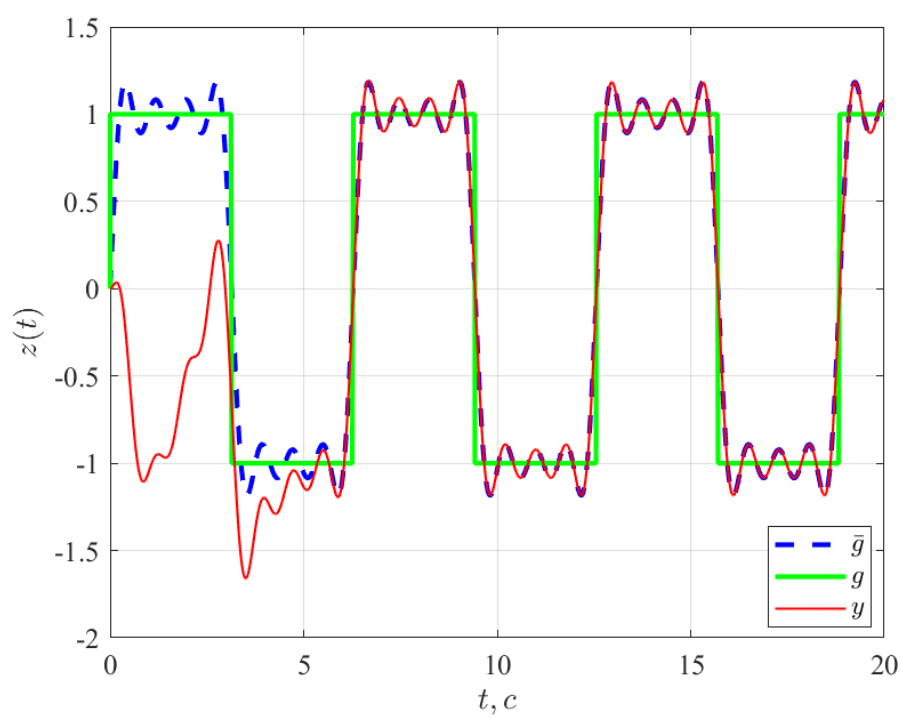


Рисунок 41 — Моделирование - сравнение $y(t)$, $g(t)$, $\bar{g}(t)$

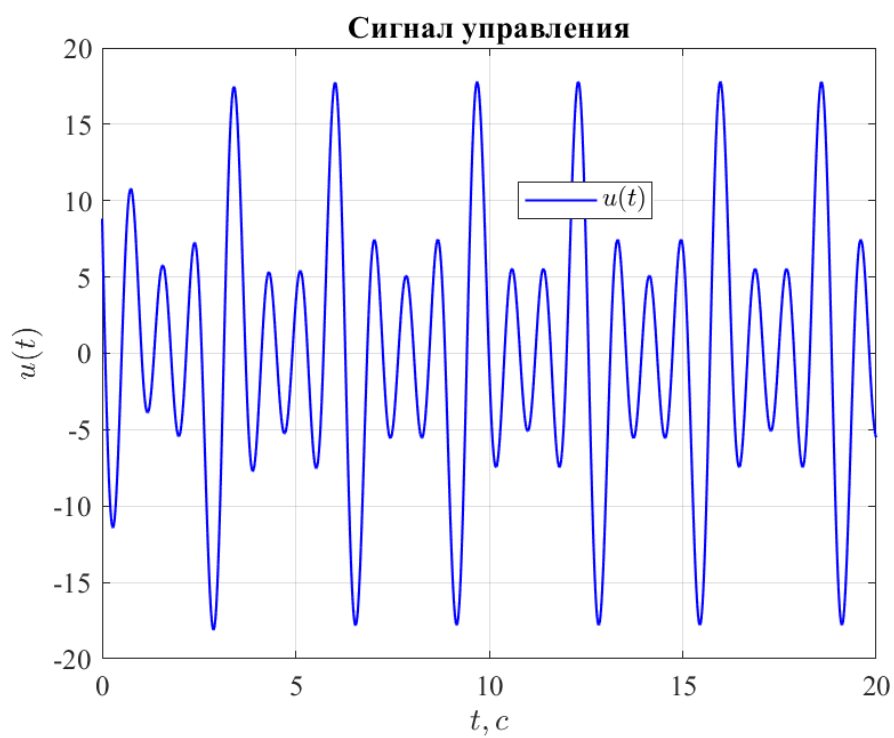


Рисунок 42 — Моделирование - $u(t)$

4.3 Выводы

Наша система не способна следить за сигналами типа ”меандр но после аппроксимации такого генератора задающих сигналов посредством частичной суммы ряда Фурье, разложением на гармоники, мы уже смогли за ними проследить и решить задачу слежения относительного такого ”приближённого” сигнала.

5 ОБЩИЕ ВЫВОодЫ

В данной лабораторной был рассмотрен новый способ синтеза следящего икомпенсирующего регулятора. Этот регулятор состоит из двух компонент, одна из которых отвечает за стабилизацию системы и может быть синтезирована любым известным нам способом, а вторая отвечает за слежение/компенсацию и находится через решение специального уравнения Ляпунова. Задачу слежения/компенсации решали как и по состоянию и по выходу, добавив в схему наблюдатель или расширенный наблюдатель.

Использовал связку *Live-script* + *Matlab*, все исходные материалы, использованные в работе можно найти в [репозитории](#).