

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Университет ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЁТ
по дисциплине
”Частотные методы”

по теме:
ЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Студент:
Группа R3236

Поляков А.А.

Предподаватель:
к.т.н., доцент

Перегудин А.А.

Санкт-Петербург
2024

СОДЕРЖАНИЕ

1	ИСХОДНЫЙ КОД	3
2	ЗАДАНИЕ 1. СПЕКТРАЛЬНОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ	4
2.1	Лирическое вступление	4
2.2	Графики компонент Фурье-образа сигнала и его спектральной производной	5
2.3	Графики для сравнения	6
2.4	Делаем выводы.....	7
3	ЗАДАНИЕ 1. ЛИНЕЙНЫЕ ФИЛЬТРЫ	8
3.1	Фильтр первого порядка	8
3.1.1	Испытания	8
3.1.2	Выводы.....	9
3.2	Специальный фильтр.....	18
3.2.1	Испытания	18
3.2.2	Выводы.....	19
4	ЗАДАНИЕ 2. ГЛАДИМ БИРЖЕВЫЕ ДАННЫЕ	22
4.1	Сравнительные графики исходного и фильтрованного сигналов	22

1 ИСХОДНЫЙ КОД

Онлайн версию кода здесь нет, потому что делал основные вычисления в live-script матлабовских, в [репозитории](#) можно найти исходники.

Особо много кода я не писал, скорее пытался красиво запрогать графики... Основные фишки кода были помечены сразу там в комментариях, поэтому прошу всех желающих заглянуть под капот непосредственно

2 ЗАДАНИЕ 1. СПЕКТРАЛЬНОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

2.1 Лирическое вступление

В данном задании мы рассматриваем сигнал $y=\sin(t)$ с небольшим шумом уже знакомого вида - $a*(\text{rand}(\text{size}(t))-0.5)$

Для начала найдём численную производную от зашумлённого сигнала через поэлементную формулу:

$$\frac{y(k+1) - y(k)}{dt}$$

Найдём численную спектральную производную от зашумлённого сигнала, используя свойство Фурье-оператора:

$$\mathbb{F}\left(\frac{df}{dt}\right) = 2\pi i\nu \mathbb{F}(f)$$

То есть, сначала мы получаем Фурье-образ от обычного сигнала, потом домножаем поэлементно на константы, это нас сразу сводит в Фурье-образ производной от сигнала, а теперь возвращаемся в мир обыкновенных сигналов с помощью обратного преобразования Фурье.

2.2 Графики компонент Фурье-образа сигнала и его спектральной производной

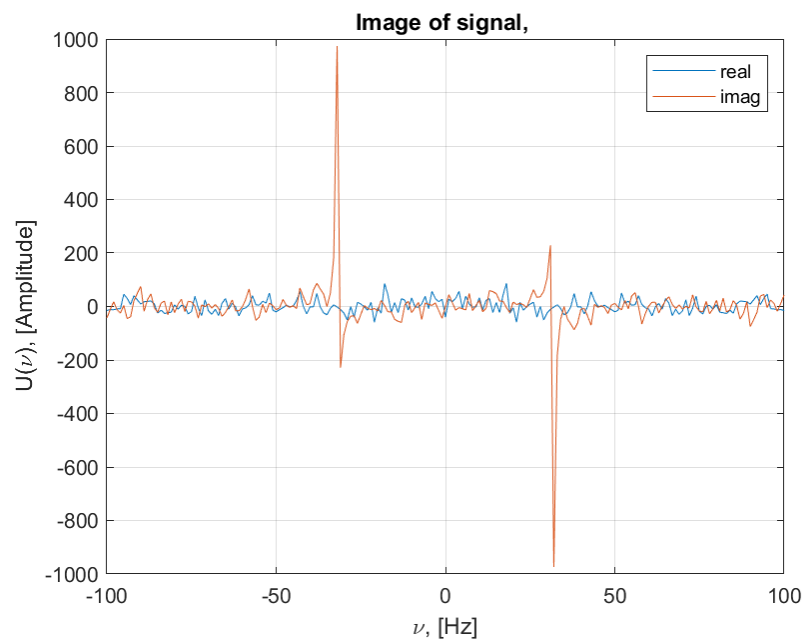


Рисунок 1 — Фурье-образ численной производной сигнала

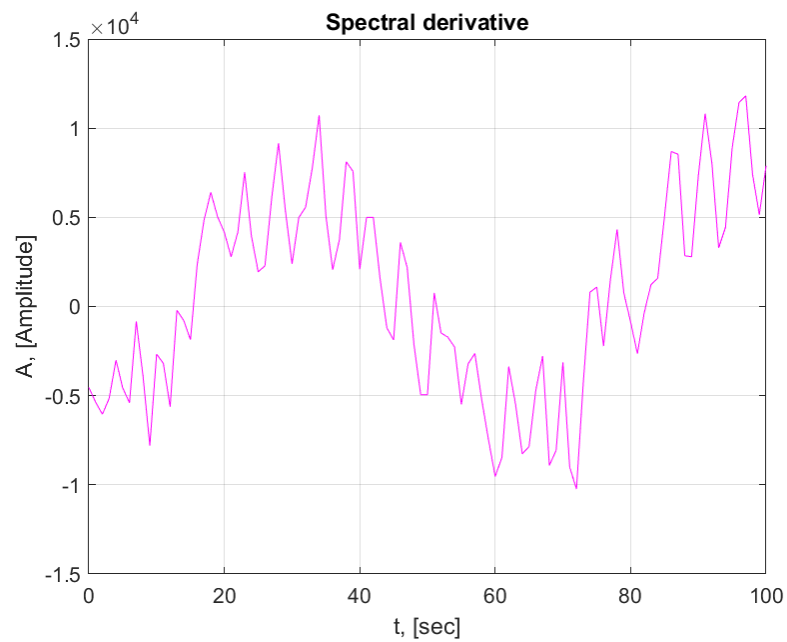


Рисунок 2 — Спектральная производная

2.3 Графики для сравнения

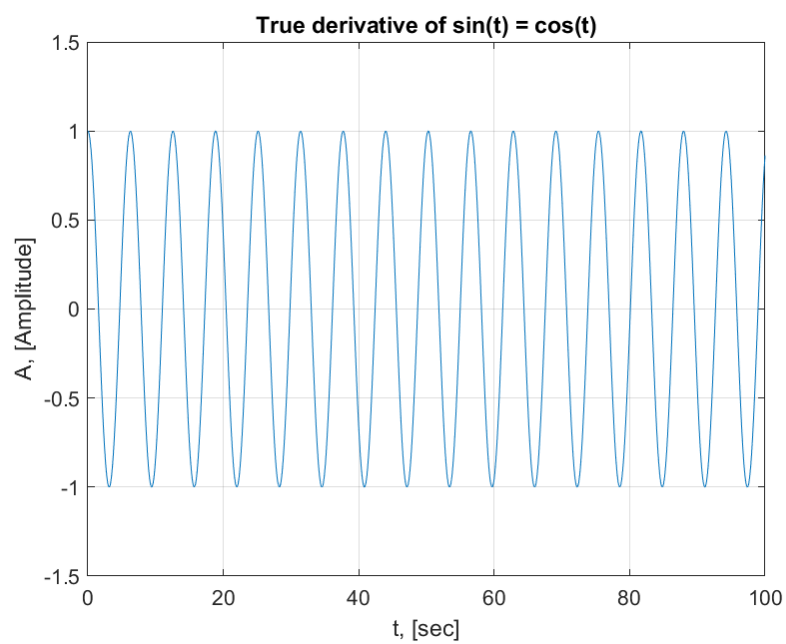


Рисунок 3 — Истинная производная

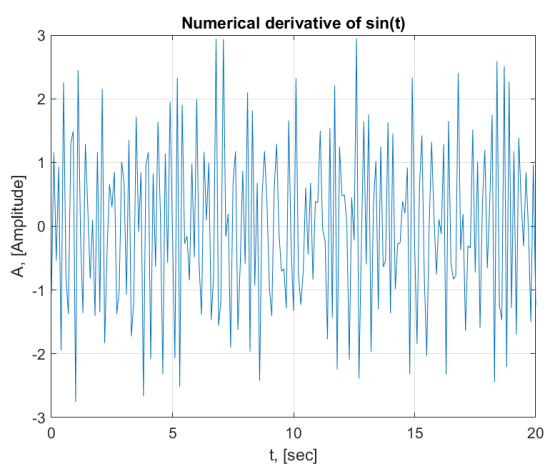


Рисунок 4 — Численная производная

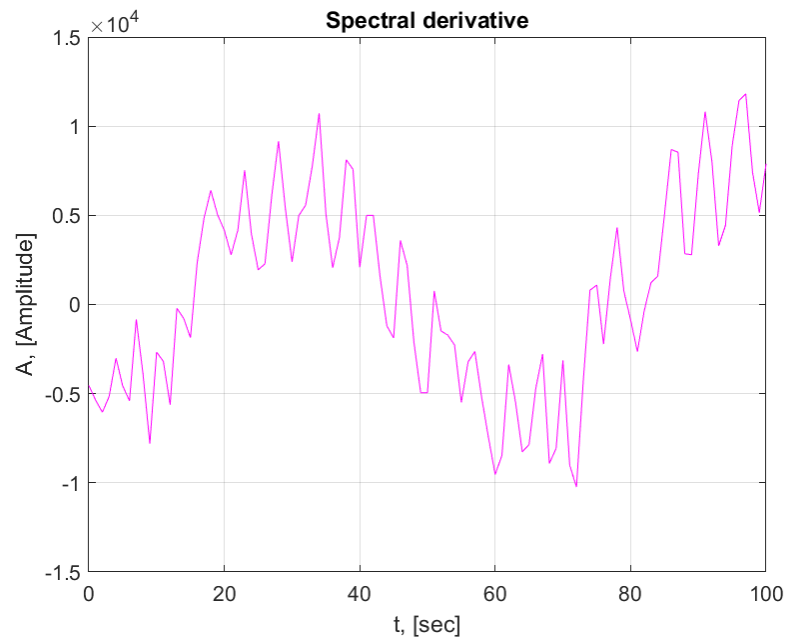


Рисунок 5 — Спектральная производная

2.4 Делаем выводы

Если не приближать и не рассматривать эти три графика вблизи, то кажется, что численная и спектральная - *просто гармонический шум*... Если подобрать удачные отрезки рассмотрения, то прослеживается тот факт, что они очень сильно хотят напоминать график оригинальной производной, но не могут. Думаю, что основное достижение сейчас - это то, что **мы смогли получить производную** без численного приближения только с помощью оператора Фурье и прямого, обратного преобразования.

3 ЗАДАНИЕ 2. ЛИНЕЙНЫЕ ФИЛЬТРЫ

Возьмём шумный сигнал из прошлой лабы, но будем применять оружие покрупнее:

$$u = g + b*(\text{rand}(\text{size}(t))-0.5) + c*\sin(d*t);$$

3.1 Фильтр первого порядка

Линейный фильтр первого порядка мы зададим следующим образом:

$$W_1(p) = \frac{1}{Tp + 1}$$

Берём $d = c = 0$, также зададим постоянную времени $T > 0$ для фильтра. Тогда в этом пункте мы будем работать со следующей версией шумного сигнала:

$$u = g + b*(\text{rand}(\text{size}(t))-0.5)$$

...из чего сразу следует, что у нас добавляется только ”случайный” шум.

3.1.1 Испытания

Построим сравнительные графики исходного и фильтрованного сигналов, графики модулей их Фурье-образов, а также АЧХ и ФЧХ фильтра. Чтобы возможно упростить общий анализ, я свёл все эти графики в подграфики.

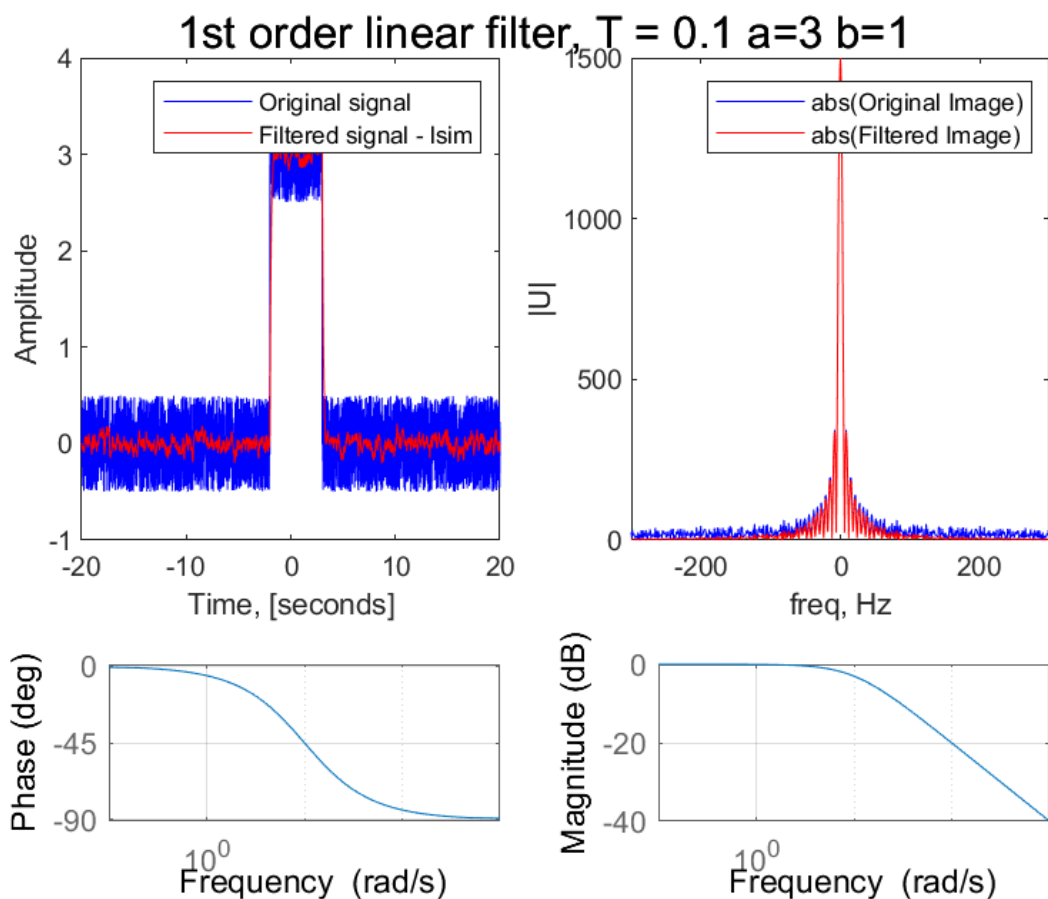


Рисунок 6 — Испытание 1

3.1.2 Выводы

Давайте исследовать влияние постоянной времени T и значения параметра a на эффективность фильтрации. Возможно это не слишком заметно, но параметр a у нас влияет на добавление белого шума и как бы мы не пытались увеличивать его амплитуду, - фильтр все равно более менее хорошо справлялся с таким шумом. Но фильтр в первую очередь справлялся из-за хорошо подобранной постоянной времени - больше единицы ставить не было смысла, потому что результат плачевный. Поэтому подбирая на ощупь в пределах $[0; 1]$ с шагом 0.1 можно было достичь приемлимых результатов.

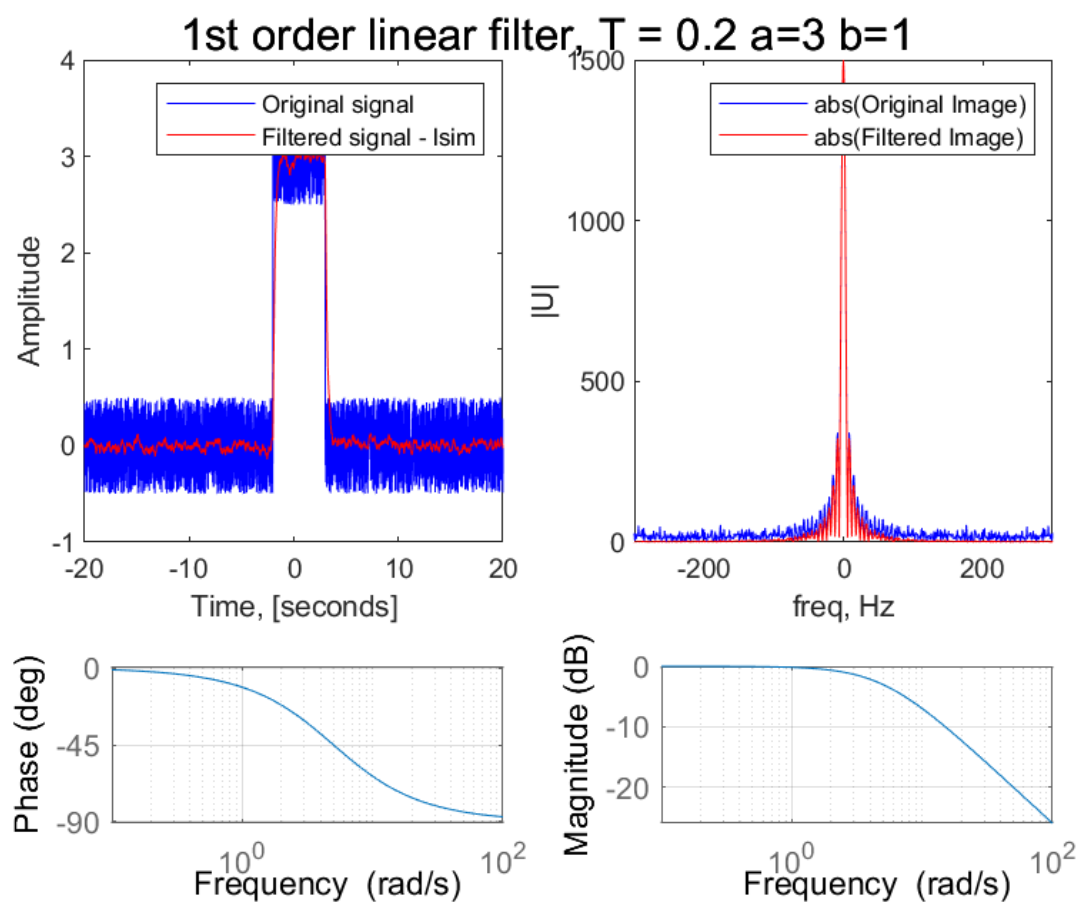


Рисунок 7 — Испытание 2

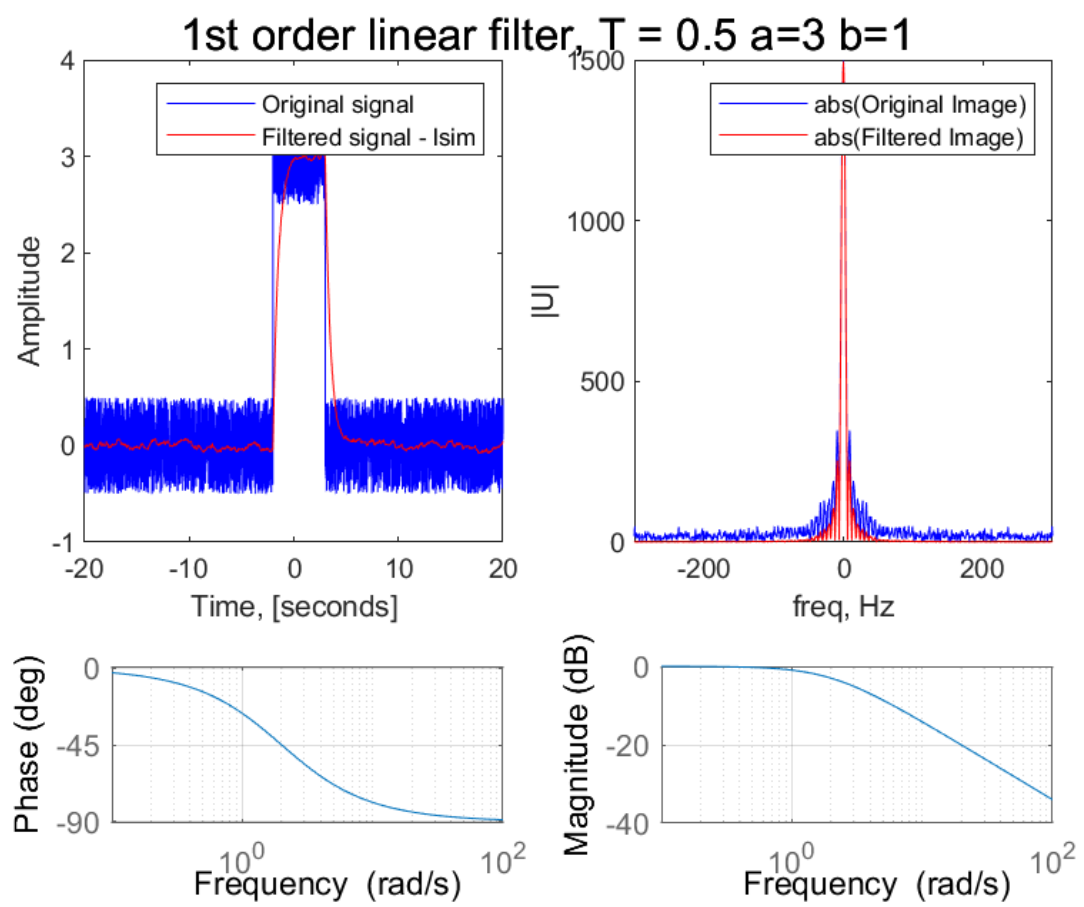


Рисунок 8 — Испытание 3

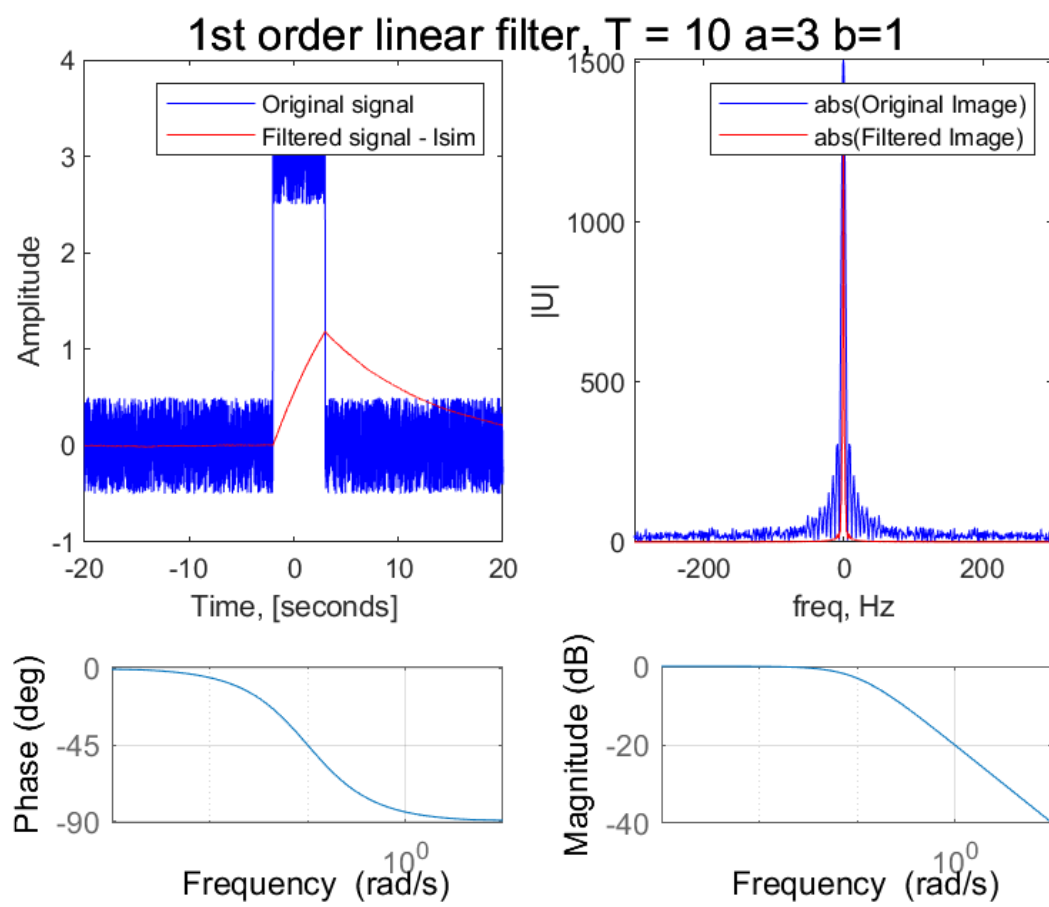


Рисунок 9 — Испытание 4

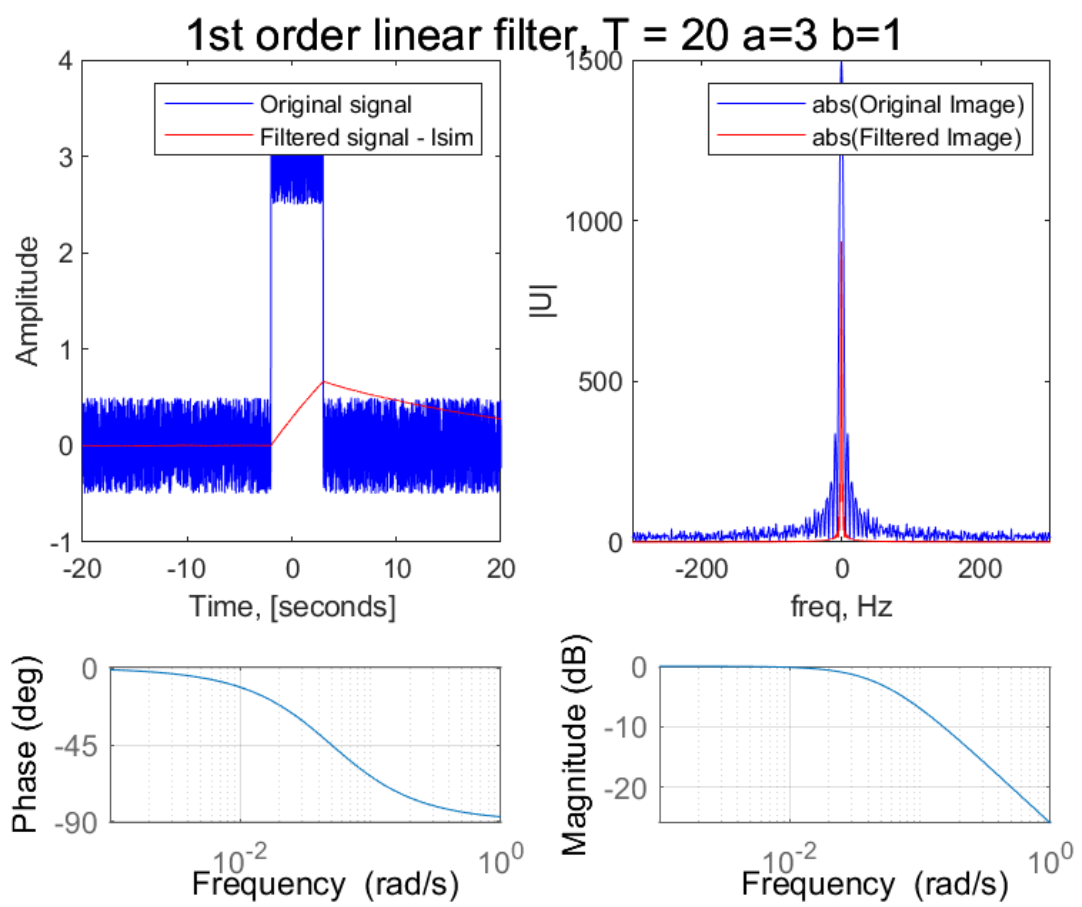


Рисунок 10 — Испытание 5

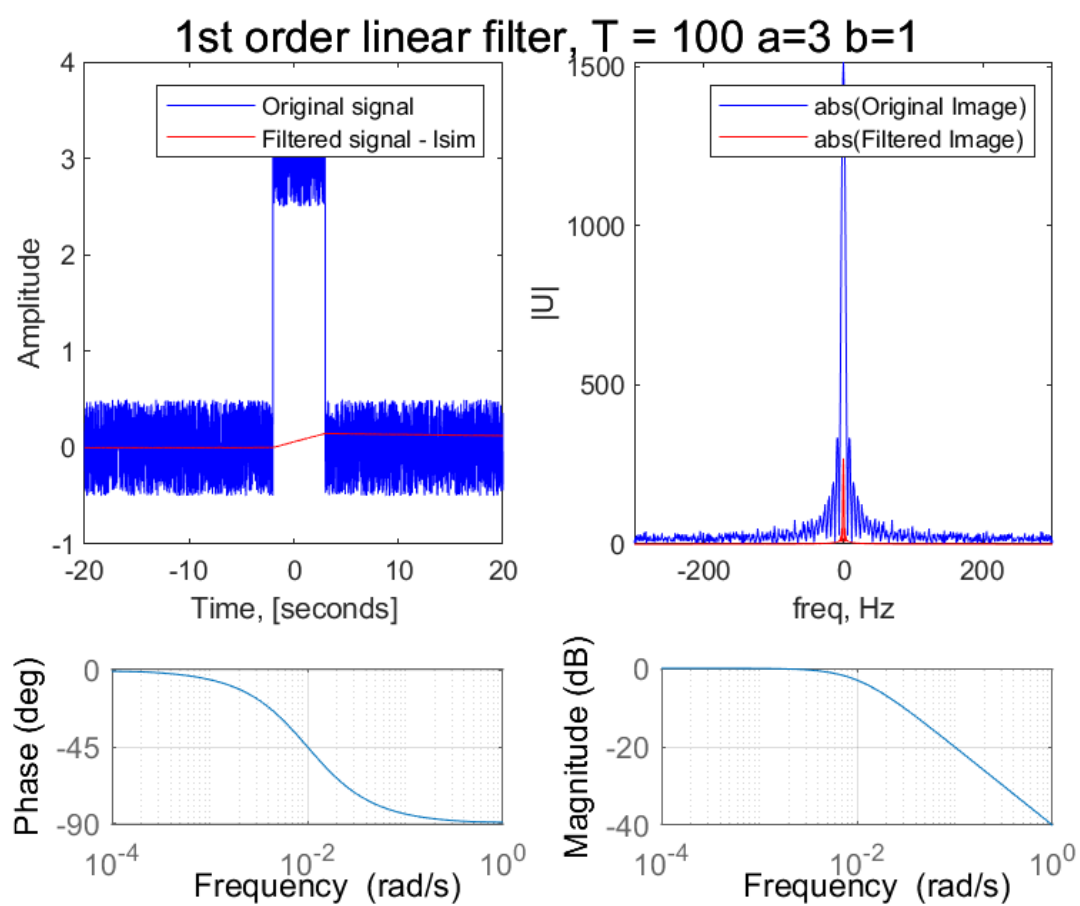


Рисунок 11 — Испытание 6

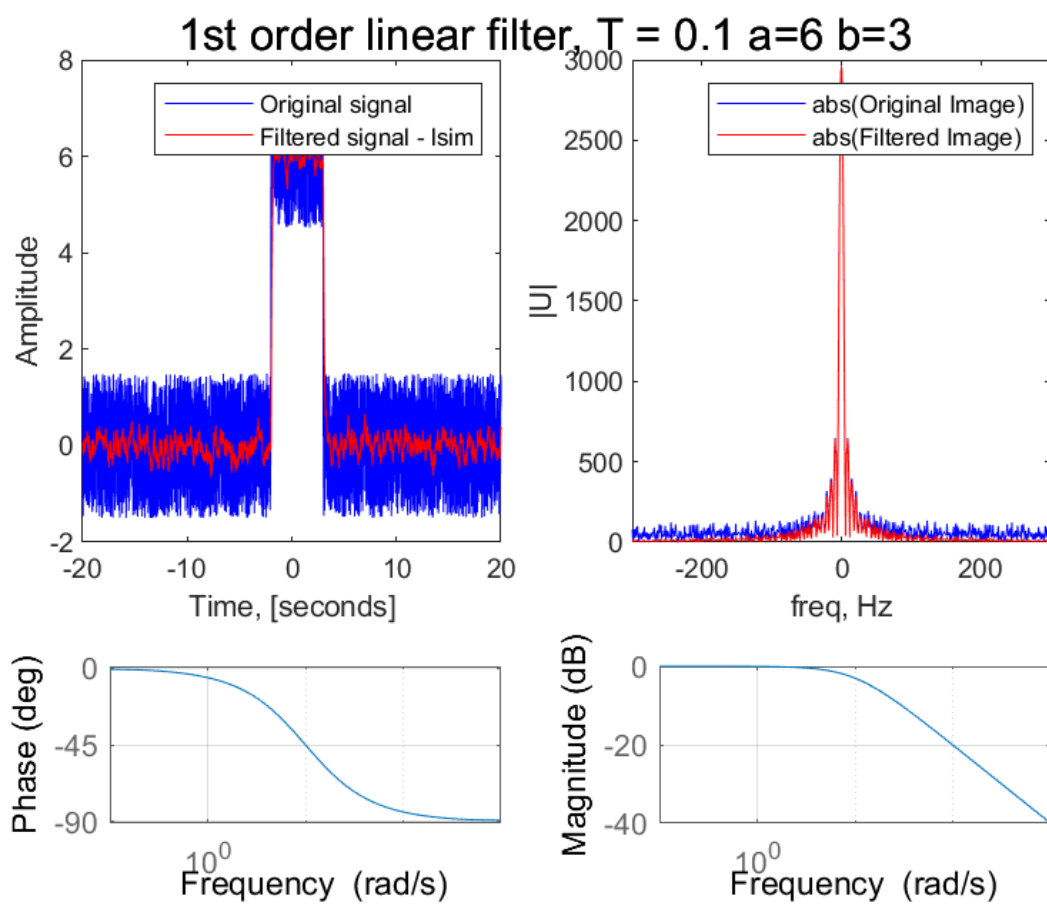


Рисунок 12 — Испытание 7

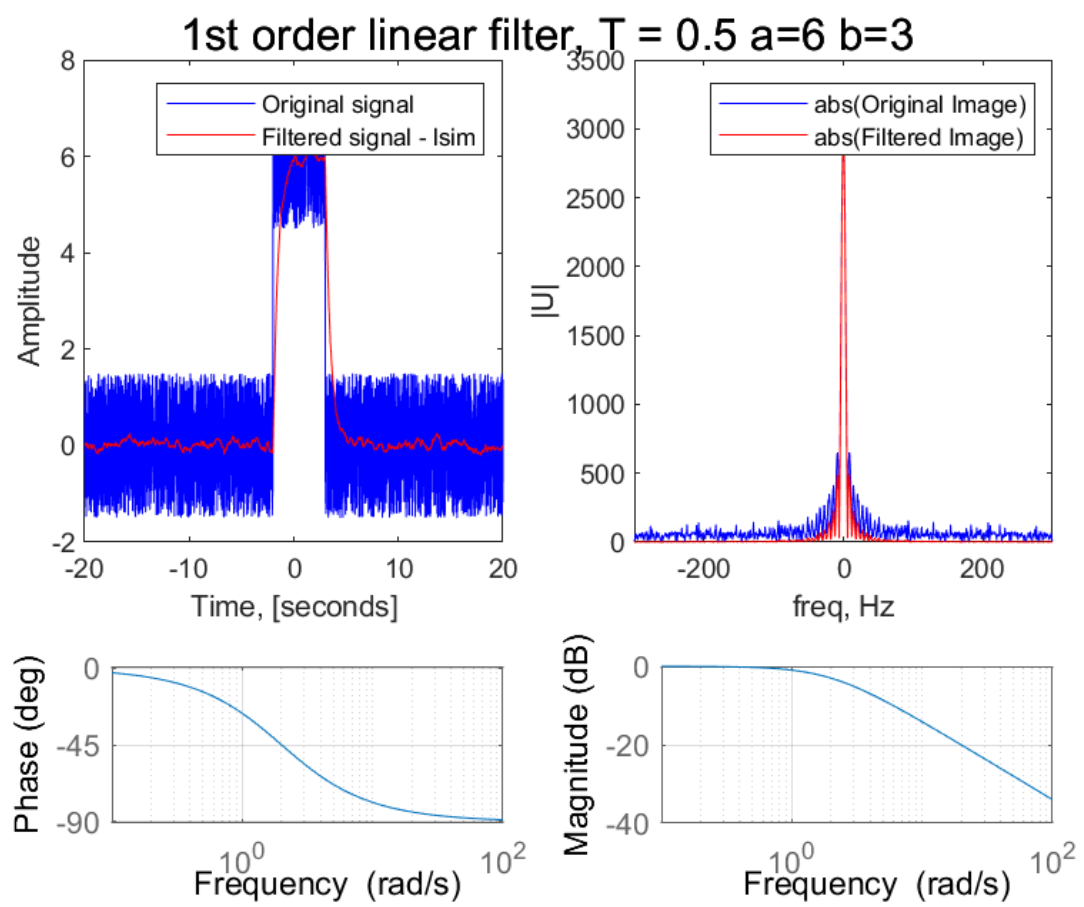


Рисунок 13 — Испытание 8

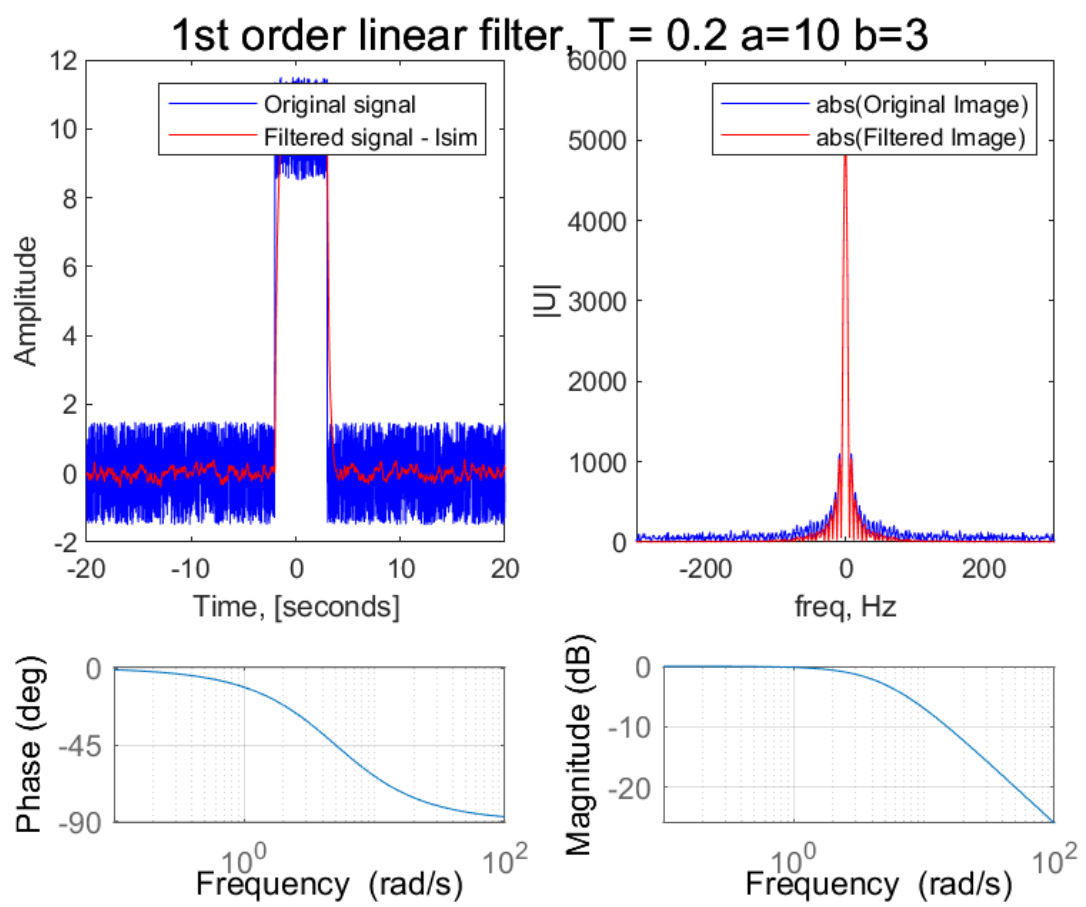


Рисунок 14 — Испытание 9

3.2 Специальный фильтр

Выберем только $b = 0$, остальные будут как-то заданы. Теперь мы уже имеем дело с двумя компонентами шума - случайным и гармоническим:

$$u = g + b*(\text{rand}(\text{size}(t))-0.5) + c*\sin(d*t);$$

3.2.1 Испытания

1st order specific filter, $T1 = 0.07$ $T2 = 4$ $T3 = 4$ $a=3$ $c=1$ $d=1$

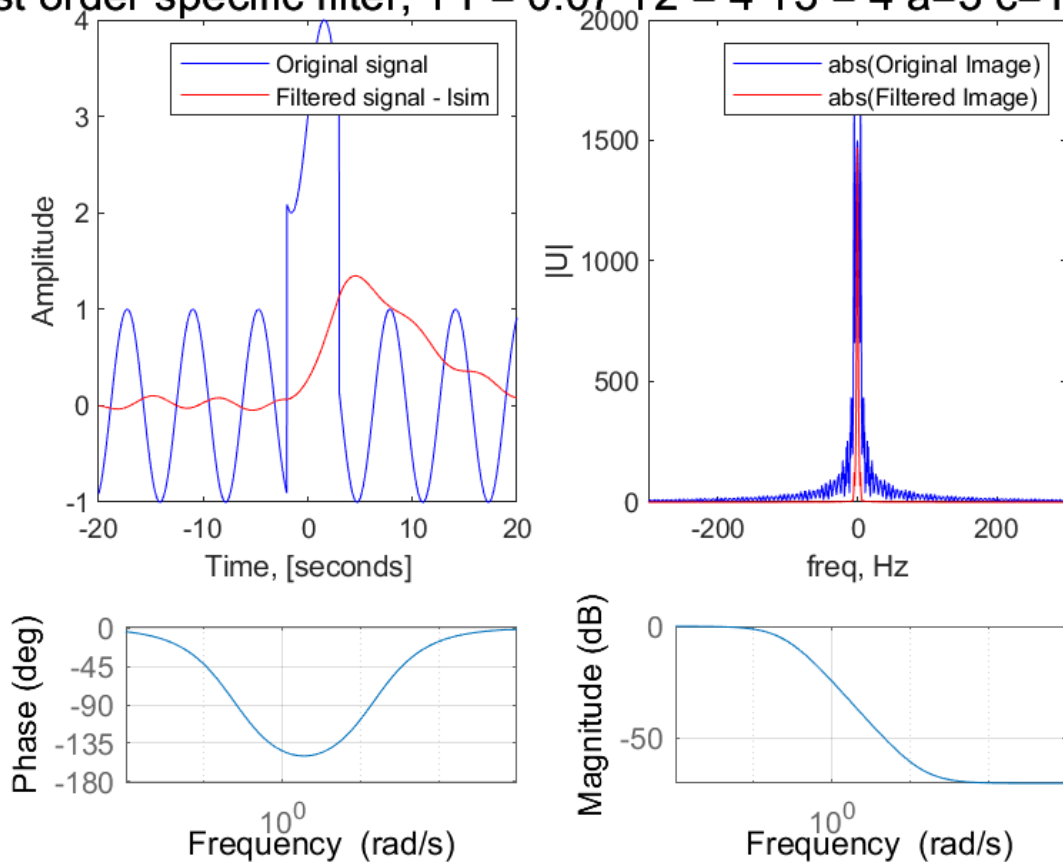


Рисунок 15 — Испытание 1

1st order specific filter, $T_1 = 0.5$ $T_2 = 4$ $T_3 = 4$ $a=3$ $c=1$ $d=1$

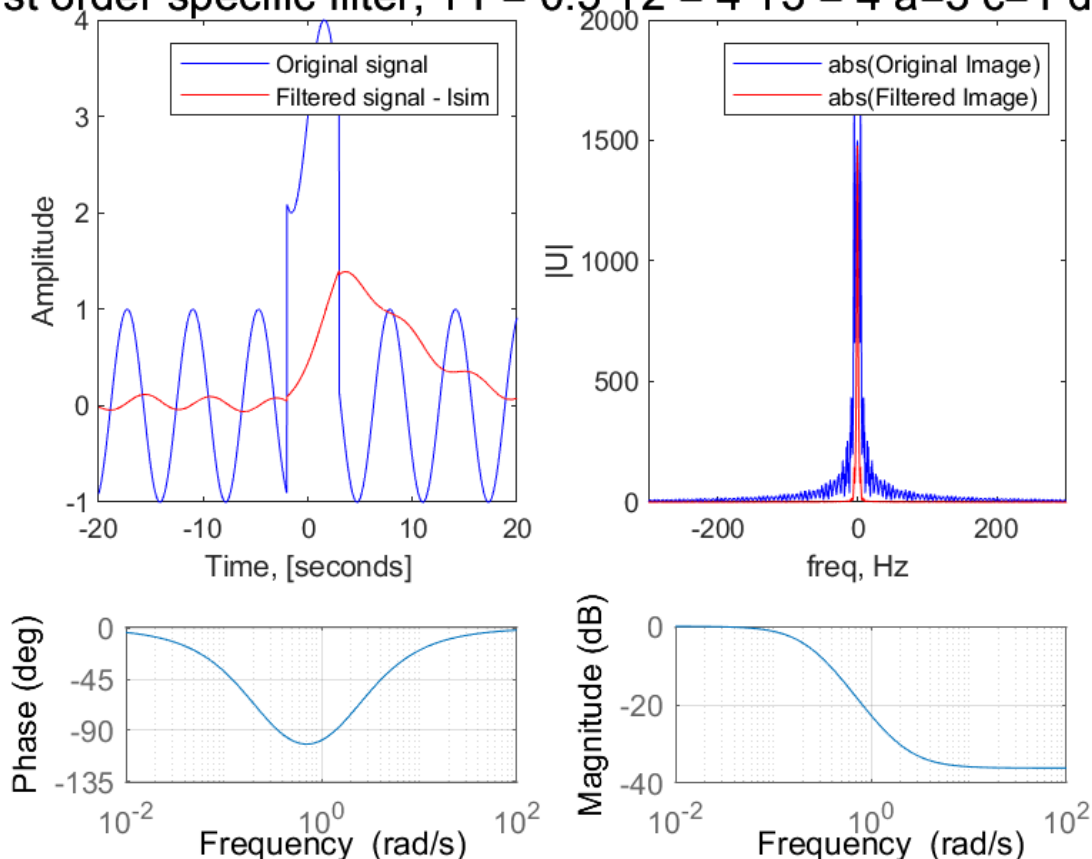


Рисунок 16 — Испытание 2

3.2.2 Выводы

Чисто эмпирическим путём удалось выяснить, что похоже, равенство $T_2 = T_3$ - даёт очень хорошие результаты. Также при этом T_1 должен быть меньше двух остальных коэффициентов, и не слишком равен им... Поэтому все испытания проводились примерно с таким соотношением.

При большом c мы получаем гармонический шум с большой амплитудой, коэффициенты фильтрации для которого подбираются на глаз куда сложнее, нежели для амплитуд небольших. То же самое было и с параметром d , но дело не в этом. При небольшом c результат фильтрации выходит самым гладким и точным, а при увеличении потери от оригинала как будто значительно увеличиваются.

1st order specific filter, $T_1 = 0.05$ $T_2 = 2$ $T_3 = 2$ $a=3$ $c=6$ $d=5$

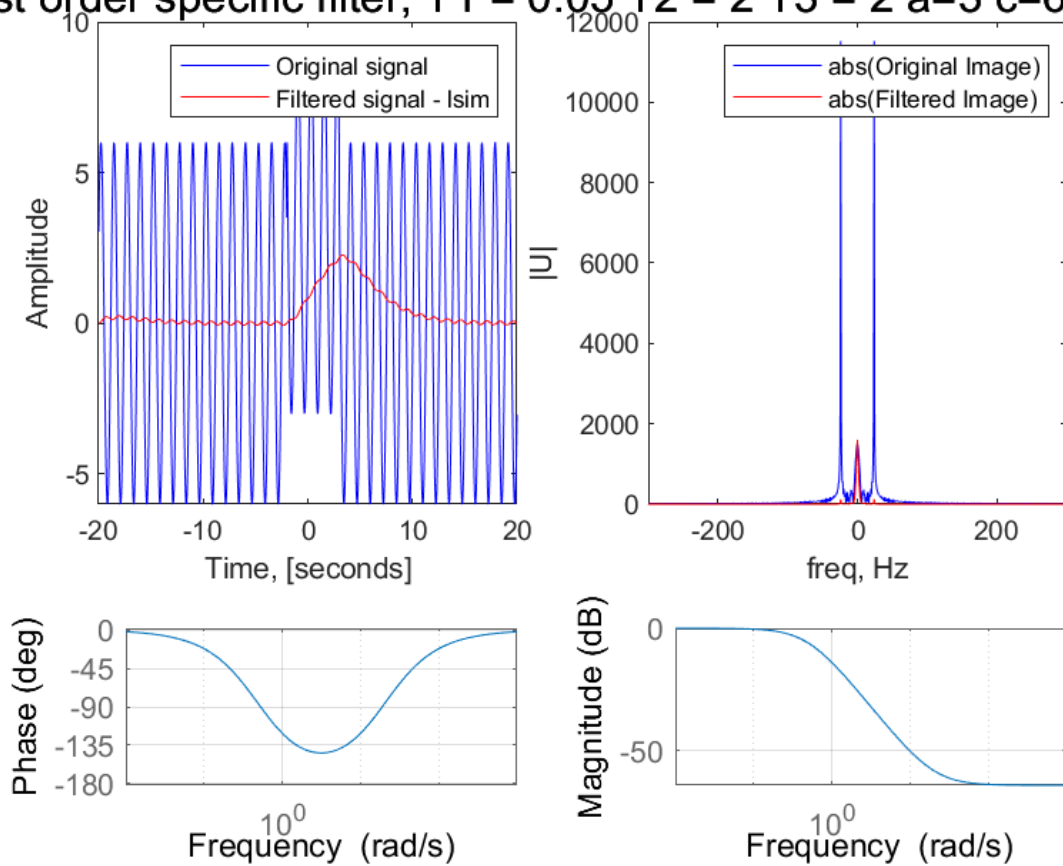


Рисунок 17 — Испытание 3

1st order specific filter, $T_1 = 0.05$ $T_2 = 5$ $T_3 = 5$ $a=3$ $c=6$ $d=8$

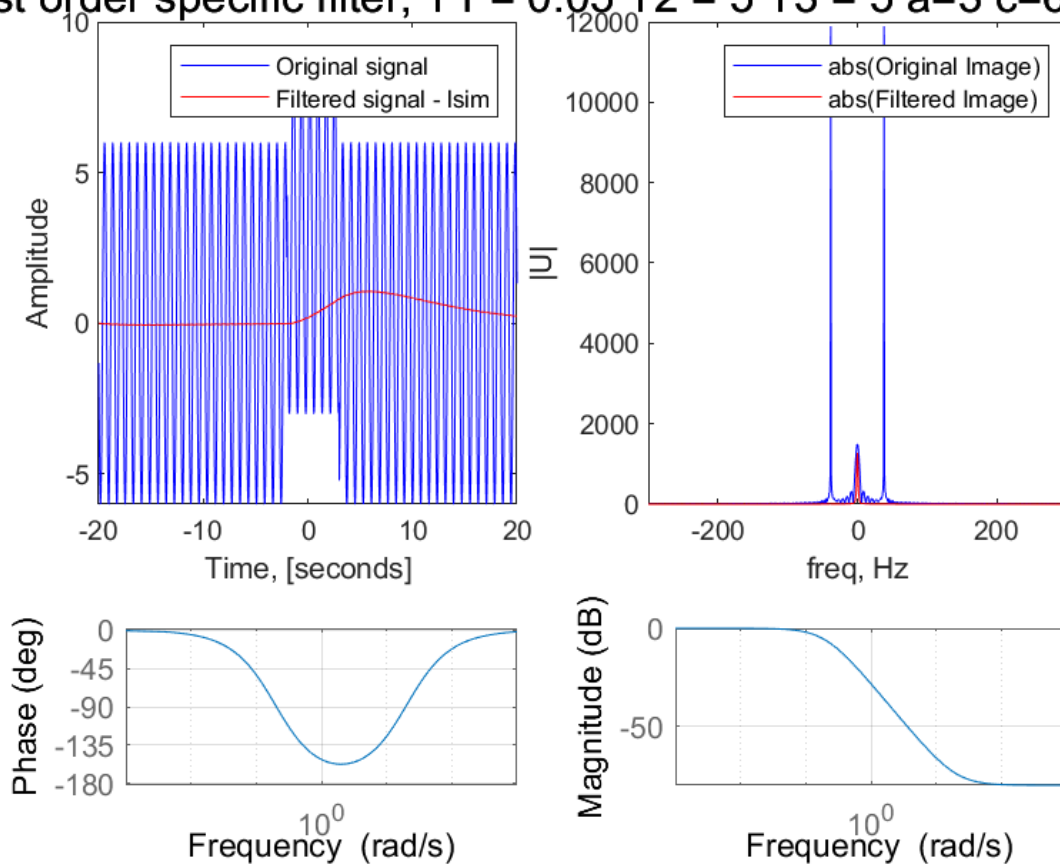


Рисунок 18 — Испытание 4

4 ЗАДАНИЕ 3. ГЛАДИМ БИРЖЕВЫЕ ДАННЫЕ

Выбираем какую-нибудь котировку ценной бумаги, у меня матлаб ругался на акции РосНефти по неизвестной мне причине, поэтому пришлось брать базовую базу, а именно всеми любимые зелёные бумажки (Сбербанк). На этом [сайте](#) задали временной промежуток в 4 года и скачали .csv файл, с которым будем работать далее.

4.1 Сравнительные графики исходного и фильтрованного сигналов

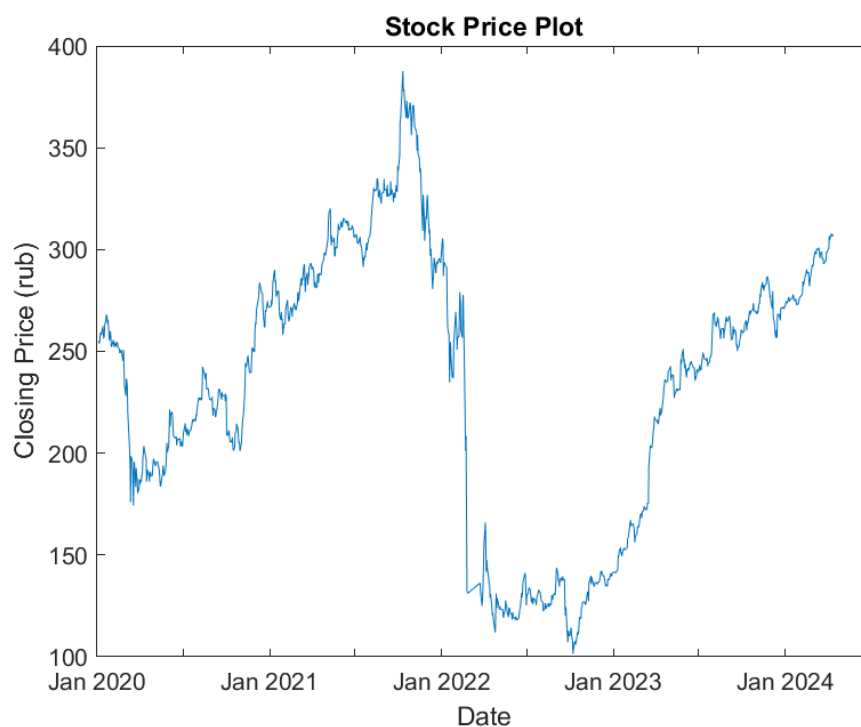


Рисунок 19 — Изначальный график котировки

Получается, что каждый из подграфиков ниже нужно читать следующим образом: сначала мы сглаживаем ”днями то есть минимальный единичный отрезок при фильтрации на оси икс - это день, потом неделя, месяц, год. Так как данные у меня взяты за 4 года, то при аппроксимации по годам итоговый график совсем плывёт и почти ничего не показывает, потому что для него слишком мало данных - всего 4 точки(4 года).

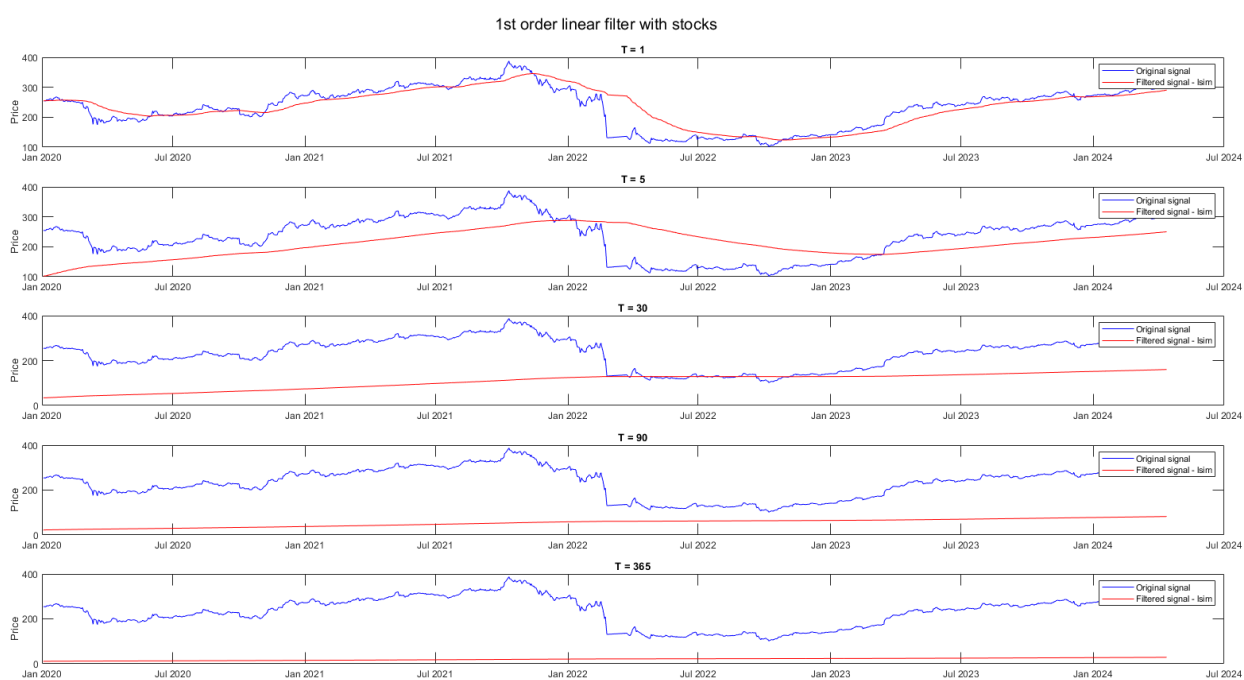


Рисунок 20 — Сглаживания по всем T