МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5
по дисциплине
«Введение в профессиональную деятельность»

по теме:
УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ МАЯТНИКА ФУРУТЫ

Работу выполнили:
Д.А. Возжаева Группа R3135
Д.Р. Алиев Группа R3135
А.С. Румянцева Группа R3135
В.С. Васильев Группа R3135

Предподаватель:
Доцент, факультет систем управления и робототехники   А.А. Перегудин

Санкт-Петербург 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ

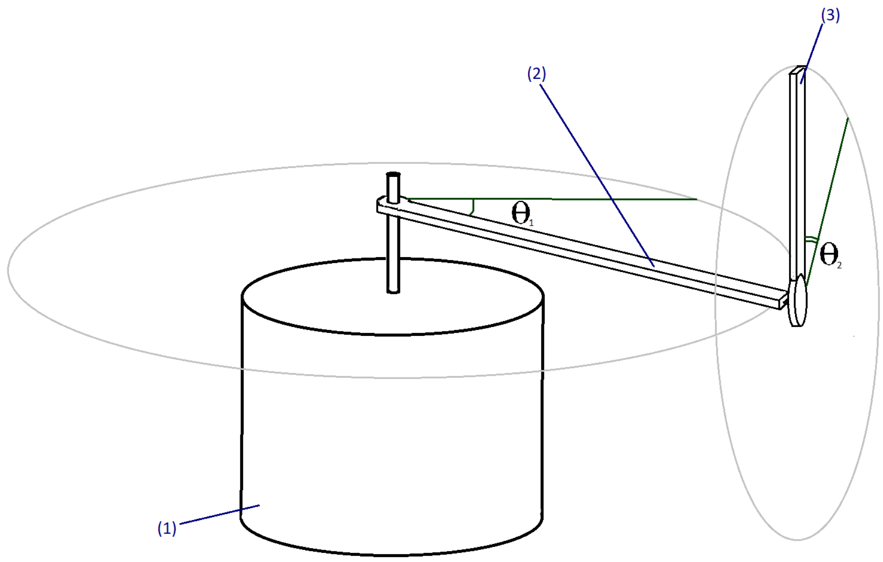
В этой лабораторной работе перед нами стоит комплексная задача, связанная с управлением перевернутым маятником. Нам необходимо с нуля разобраться в работе выбранного маятника и заставить его находится в вертикальном положении. Для этого нам необходимо изучить все физические явления и процессы, влияющие на его работу и построить его математическую модель; выбрать наиболее подходяший регулятор для управления движением маятника, и наконец провести моделирование при помощи Simulink'а.

Итак, план действий ясен, но пока непонятно, с чем же вообще мы работаем: необходимо выбрать, какой конкретно из перевернутых маятников мы будем изучать. На выбор нам было предложено несколько: *"Можно рассматривать тележку, движущуюся по прямой линии или по кругу (маятник Фуруты). Можно выбрать двойной/тройной маятник, или маятник, который движется не в одной плоскости, а падает во все стороны."* От варианта с маятником, падающих в двух плосокстях мы сразу отказались, потому как постаивли перед собой цель собрать реальный прототип, а для такого маятника скорее всего понадобились бы всенаправленные колеса, которые пришлось бы отдельно искать. Далее наше внимание привлек маятник Фуруты, на котором мы и решили остановится, вращательное движение которого особенно ~~будоражит после курса механики и его лабораторных работ~~ заинтересовало нас.

2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1 Устройство и основные физические законы

Выбранный нами маятник устроен довольно просто: он состоит из мотора(1) и плеча(2), закрепленного на его валу, вращающегося в горизонтальной плоскости, и маятника(3), свободно вращющегося вокруг своего конца, прикрепленного к плечу *(палка, палка, огуречик, вот и вышел маятник Фуруты...)*.



Можно заметить, что состояние системы можно оипсать двумя переменными: угол поворота плеча θ_1 и отклонение матятника θ_2. При этом в нашей ситстеме тела движутся в органиченной области относительно друг друга, а значит имеют место *механические связи*. В таком случае нам будет удобно использовать уравнение Лагранжа для описания зависимости координат.

2.2 Лагранжиан

Итак, для того чтобы использовать уравнения Лагранжа, необходимо найти *Лагранжиан - разность кинетической и потенциальной энергий системы.*

Кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий плеча и маятника. *По теореме Кёнига*, последняя будет равна сумме кинетических энергий центра масс маятника и кинетической энергии маятника относительно оси вращения(конца плеча):

$$E_k = \frac{J_1\dot{\theta}_1^2}{2} + \left(\frac{J_2\dot{\theta}_2^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2}\right);$$

Моменты инерции плеча и маятника вычислим как момент инерции стержня:

$$J_1 = \frac{m_1l_1^2}{3}; \quad J_2 = \frac{m_2l_2^2}{3}$$

Расчитаем линейную скорость маятника отталкиваясь от проекций его скоростей на оси декартовой системы координат (и попутно молимся всем богам внимательности, чтоб не потерять ни одного минуса):

$$\begin{cases} V^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{y}^2 \\ \dot{x} = -l_1\dot{\theta}_1 sin\theta_1 + l_2\dot{\theta}_1 cos\theta_1 + l_2\dot{\theta}_2 sin\theta_1 cos\theta_2 \\ \dot{y} = l_1\dot{\theta}_1 cos\theta_1 - l_2\dot{\theta}_1 sin\theta_1 sin\theta_2 + l_2\theta_2 cos\theta_2 cos\theta_1 \\ \dot{z} = -l_2\dot{\theta}_2 sin\theta_2 \end{cases}$$

$$V^2 = l_1^2\dot{\theta}_1^2 + l_2^2\theta_1^2 sin^2\theta_2 + l_2^2\dot{\theta}_1^2 - 2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 cos\theta_2$$

Из потенциальных сил на нащу систему действует только сила тяжести. Поскольку свою высоту изменяет только центр масс маятника, значит потенциальная энергия заивсит только от потенциальной энергии маятника:

$$E_p = m_2gl_2cos\theta_2$$

Финально наш лагранжиан примет вид:

$$L = \frac{J_1\dot{\theta}_1^2}{2} + \frac{J_2\dot{\theta}_2^2}{2} + \frac{m_2l_1^2\dot{\theta}_1^2}{2} + \frac{m_2l_2^2\theta_1^2 sin^2\theta_2}{2} + \frac{m_2l_2^2\dot{\theta}_1^2}{2} - m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 cos\theta_2 - m_2gl_2cos\theta_2$$

2.3 Уравнение Лагранжа

Наша система зависит от двух переменных, поэтому и уравнений Лагранжа будет два:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\frac{\delta L}{\delta\dot{\theta}_1} - \frac{\delta L}{\delta\theta_1} = Q_1 \\ \frac{d}{dt}\frac{\delta L}{\delta\dot{\theta}_2} - \frac{\delta L}{\delta\theta_2} = Q_2 \end{cases}$$

Вычислим частные производные и подставим в систему:

$$\begin{cases} (J_1+m_2l_1^2)\ddot{\theta}_1+m_2l_2^2\ddot{\theta}_1sin^2\theta_2+m_2l_2^2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2sin2\theta_2+m_2l_2^2\ddot{\theta}_1-m_2l_1l_2\ddot{\theta}_2cos\theta_2+ \\ \hfill +m_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2sin\theta_2=\tau_m-c_1\dot{\theta}_1 \\ J_2\ddot{\theta}_2-m_2l_1l_2\ddot{\theta}_1cos\theta_2+m_2l_1l_2\ddot{\theta}_1sin\theta_2-m_2l_2\dot{\theta}_1^2sin\theta_2cos\theta_2=-c_2\dot{\theta}_2 \end{cases}$$

Выразим вторые производные углов по времени (и вновь молимся богам внимательности):

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1=\frac{\tau_m-c_1\dot{\theta}_1-m_2l_2^2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2sin2\theta_2+m_2l_1l_2\ddot{\theta}_2cos\theta_2-m_2l_1l_2\dot{\theta}_2sin\theta_2}{J_1+m_2l_1^2+m_2l_2^2sin^2\theta_2+m_2l_2^2} \\ \ddot{\theta}_2=\frac{(m_2l_1l_2cos\theta_2-m_2l_1l_2sin\theta_2)\ddot{\theta}_1+m_2l_2\theta_1^2sin\theta_2cos\theta_2-c_2\dot{\theta}_2}{J_2} \end{cases}$$

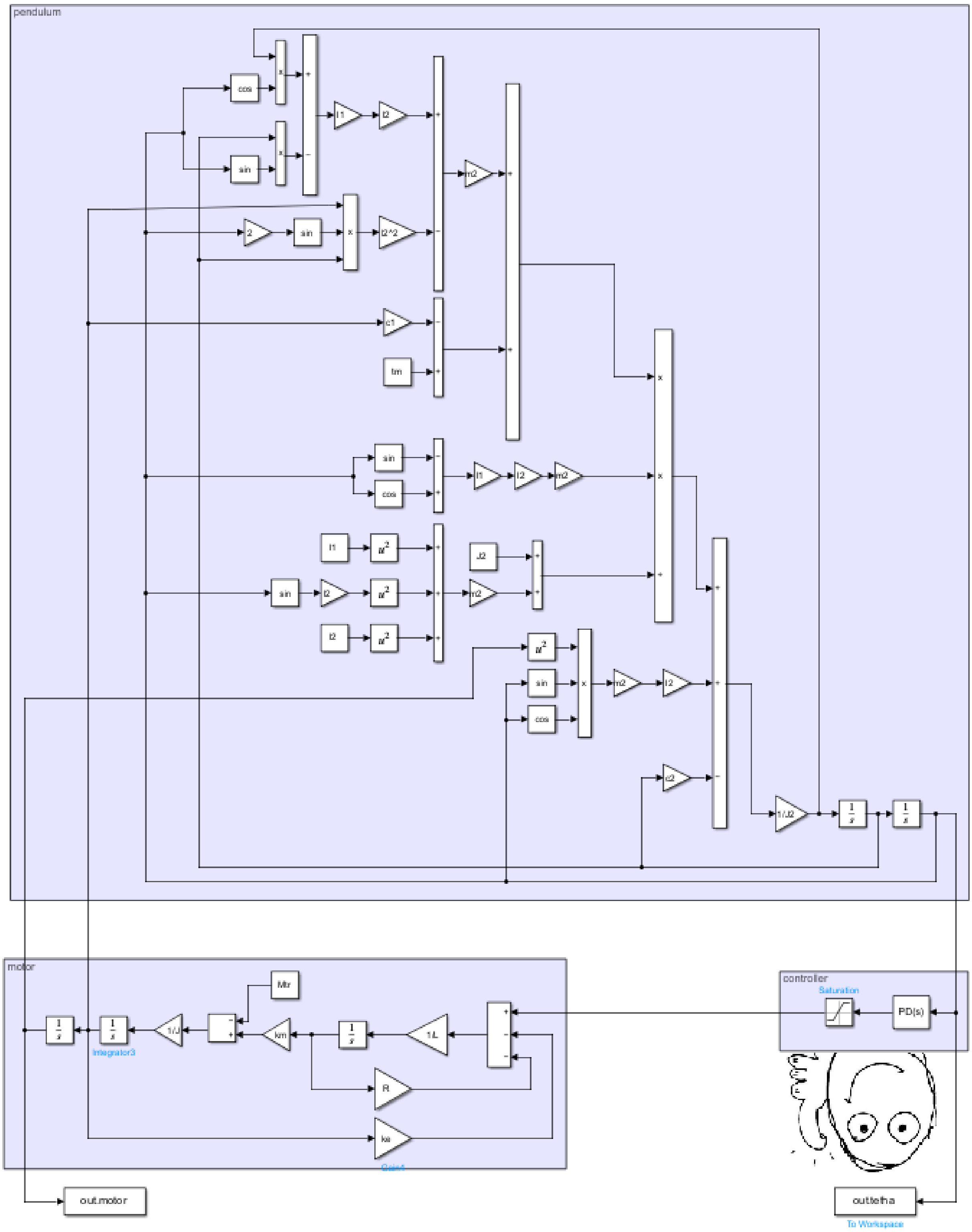
Таким образом поведение нашего мятника можно описать системой двух нелинейных дифференциальных уравнений второго рода.

3 МОДЕЛИРОВАНИЕ

3.1 Регулятор

В качестве регулятора мы решили выбрать ПД регулятор. На это у нас было несколько причин: ~~во-первых, мы забыли, как их не любит Алексей Алексеевич~~ во-первых, мы не рассматривали процесс поднятия маятника из положения, когда угол отклонения больше 60-70 градусов; во-вторых от интегральной состовляющей тоже было мало толку, поскольку у нас не возникает проблемы установившейся ошибки. Таким образом, мы остановились на ПД регуляторе с коэффициентами $k_p = 13.5$ и $k_d = 1.75$

3.2 Симулинк модель

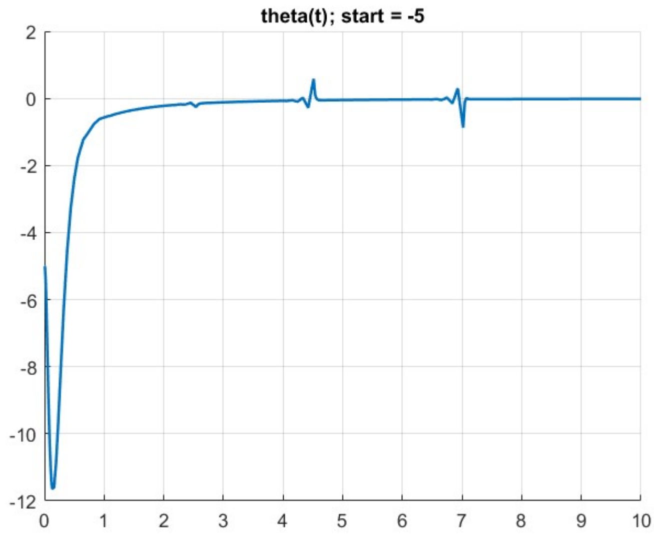


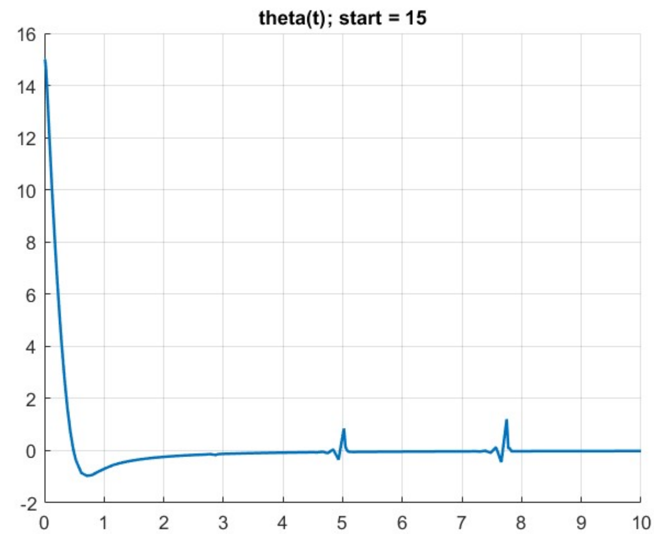
3.3 Код матлаб

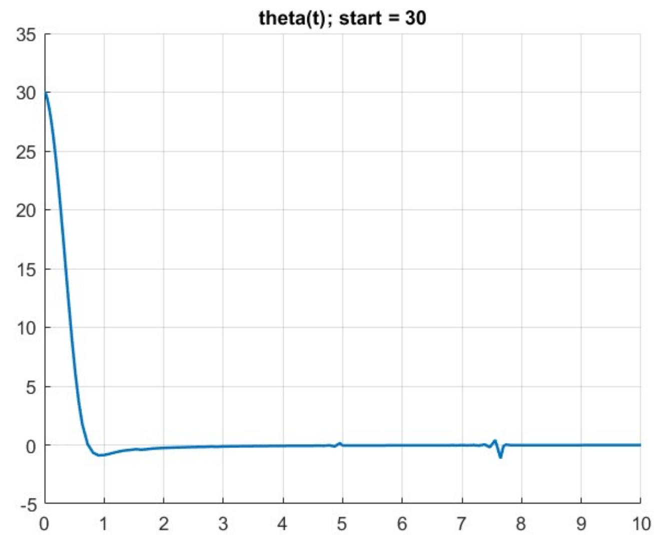
```
%% START THETA
start = 70;
```

```

%% motor parametrs
L = 0.087;
J = 0.0023;
ke = 0.395;
km = 0.395;
Mtr = 0.01;
R = 5.485;

%% input data
m1 = 0.01;
m2 = 0.015;
l1 = 0.1;
l2 = 0.07;
c1 = 0.005;
c2 = 0.5;
tm = 0.01;

%% J
J1 = 1/3 * m1 * l1^2;
J2 = 1/3 * m2 * l2^2;

%% k
k1 = 1 - (J2*(J1 + m2*l1^2 + m2*l2^2))/(m2^2*l1^2*l2^2);
k2 = (c2*(J1 + m2*l1^2 + m2*l2^2))/(m2^2*l1^2*l2^2);
k3 = c1/(m2*l1*l2);
k4 = tm/(m2*l1*l2);

%% modeling
start = (90 - start) * pi / 180;
out = sim('furuta2.slx');

%% pictures
figure();
title("theta(t);" + "start = " + string(90 - start * 180/pi))
hold on
grid on
plot(out.tetha.Time, (pi/2 - out.tetha.Data)*180/pi, 'LineWidth',
    1.5);
```

3.4 Результаты моделирования







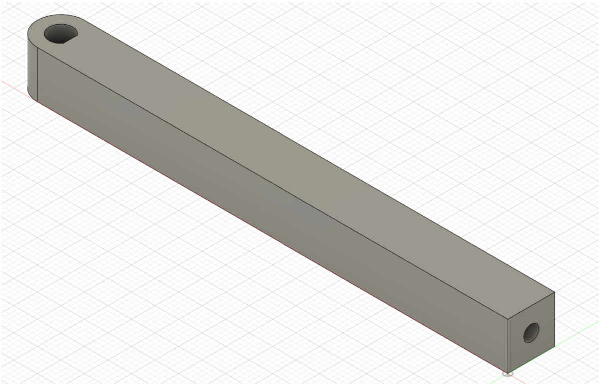
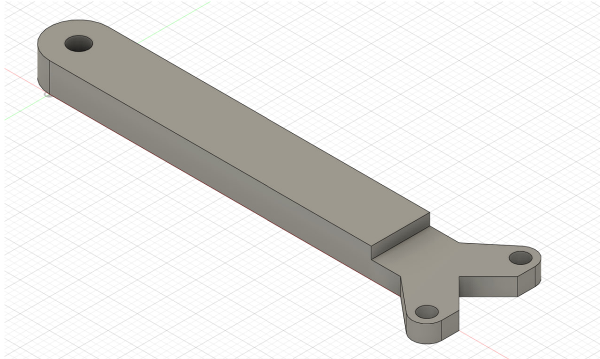
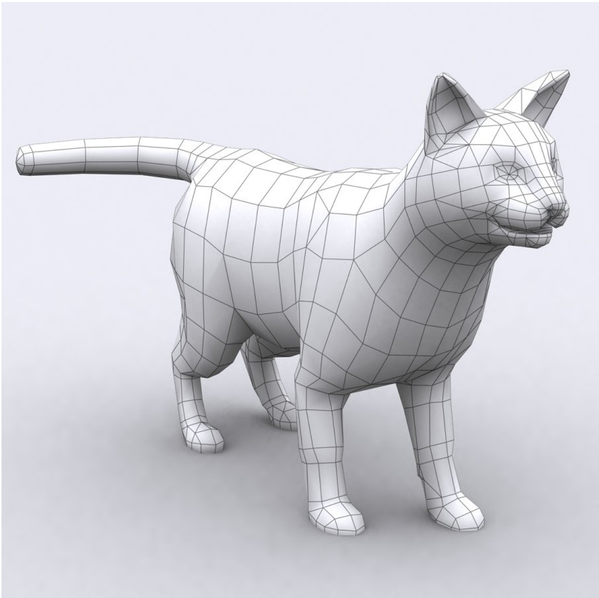
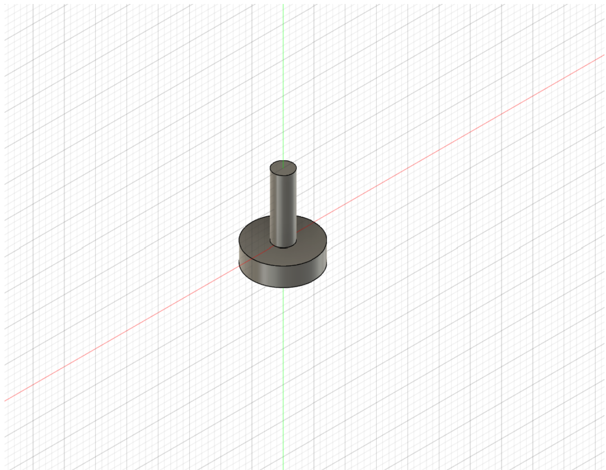
4 СОЗДАНИЕ СТЕНДА

4.1 Концепция

Уравнения вывели, математическую модель построили, но результат то хочется как-то пощупать, зря что ли со всем этим мучились? Делать нечего, по амбарам помели - нашлась Arduino nano, по сусекам поскребли - вывалился шаговый двигатель Nema 17, а на утро дед вытащил из погреба тщательно припрятанный 3д принтер. Звезды сложились: делаем стенд.

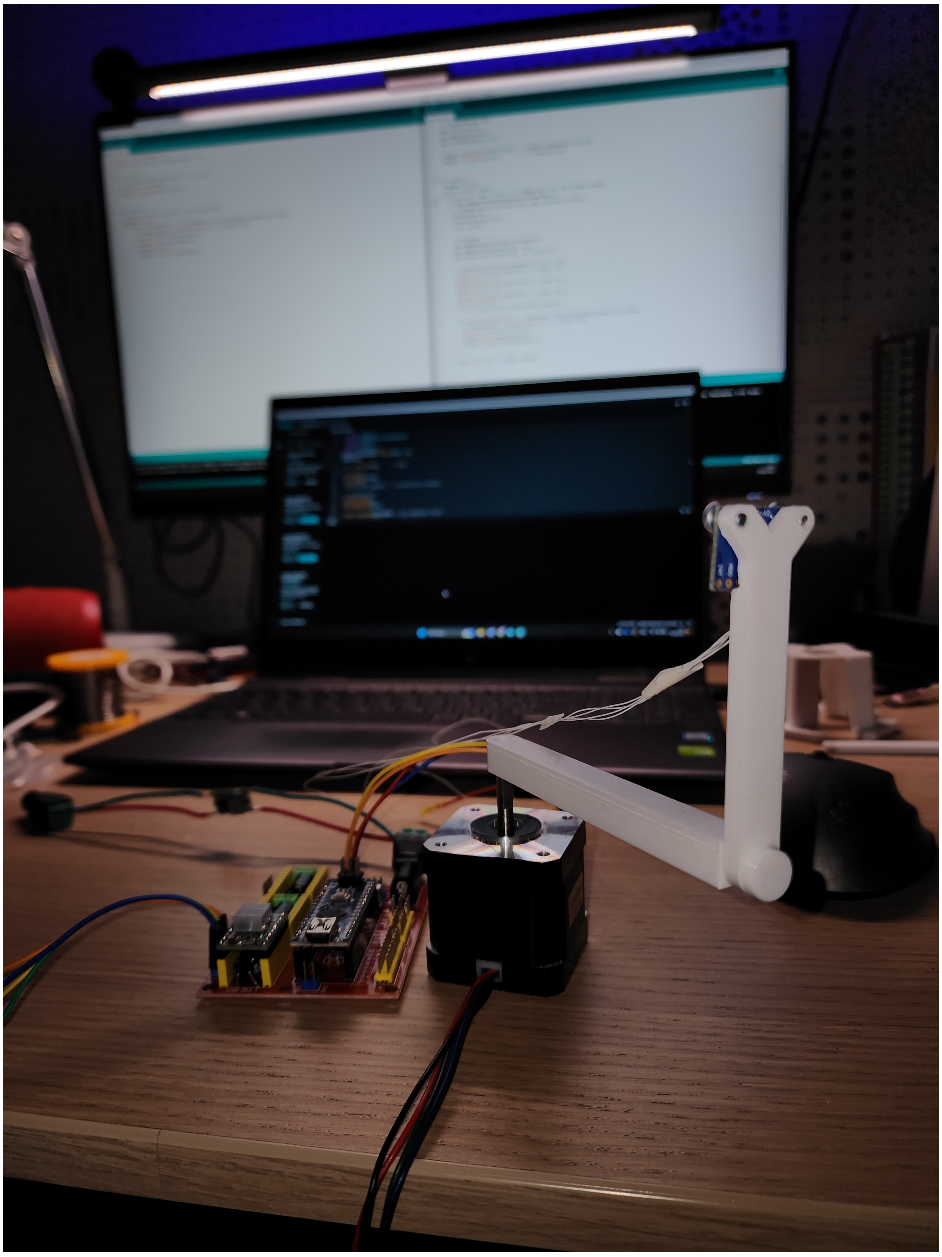
4.2 Создание и изготовление деталей

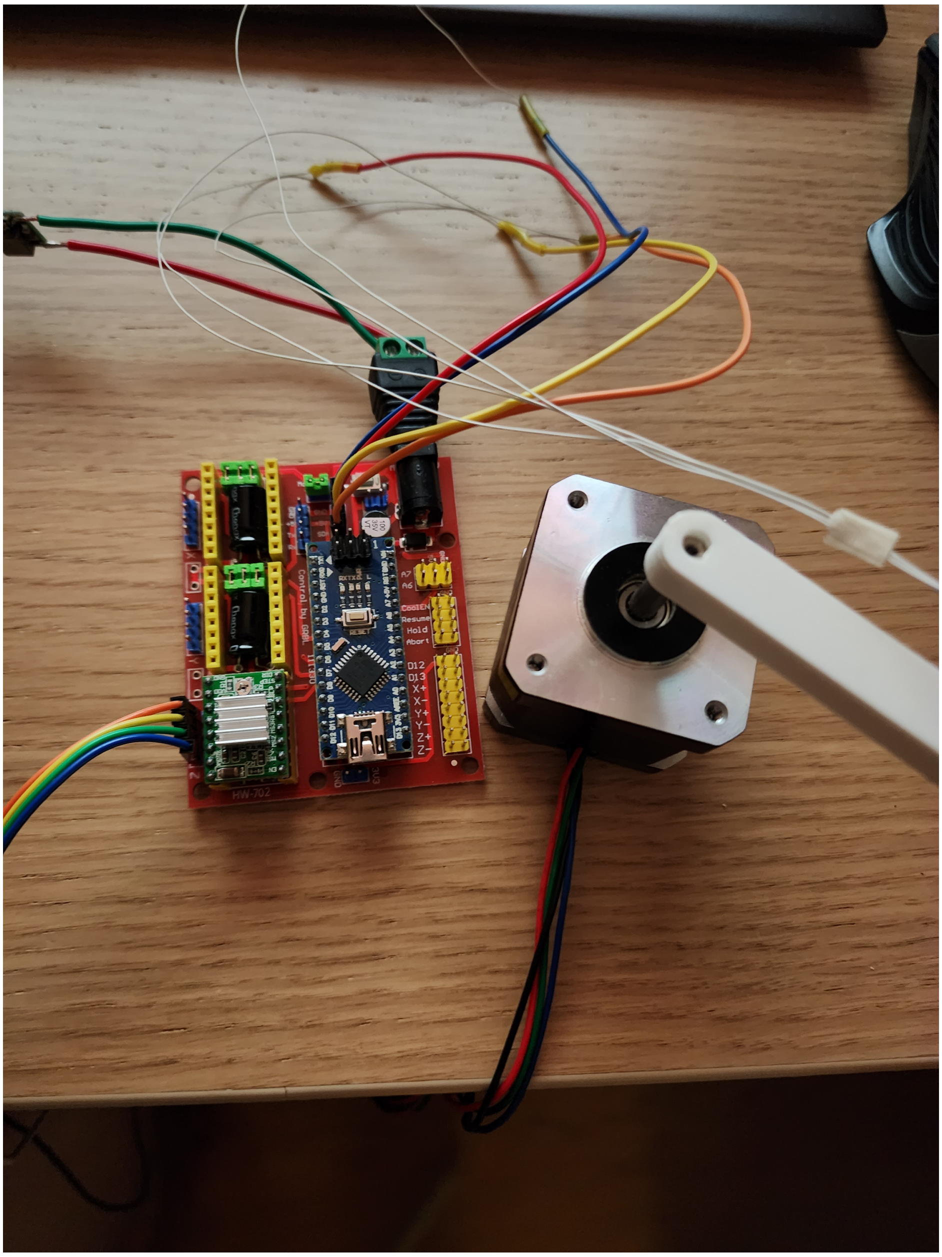
Фронт работ ясен и невелик (особобенно после предыдущих частей работы): создать 3д модели плеча, маятника и крепежного элемента, затем распечатать их на 3д принтере.
Получили плечо длинной 10 см, ”заклепку являющуюся осью вращения маятника и собственно сам маятник длинной 7 см, на одном конце которого находится место под крепление акселерометра двумя винтами М3. Все детали выполнены в стиле ”Исключительный минимализм”PETG пластиком цвета ”Белая гвардия”.

4.3 Сборка стенда

Ввиду некотрых небольших просчетов в создании деталей сборка происходила ”с напильником”, но была завершена.




Control by GRBL
A7
A6
CoolEN
Resume
Hold
Abort
D12
D13
X+
X-
Y+
Y-
Z+
Z-
RESET
HW-702

4.4 Создание управляющей программы

Самый интересный раздел данного блока, но подружить нашу математическую модель реальностью и ее двигателями и датчиками оказалось крайне непростой задачей: большое количество попыток, сломанные детали и сбитые режимы сна. Работы по разработке все еще ведутся...

5 ВЫВОД

В ходе лабораторной работы мы изучили физические процессы и явления, протекающие при движении маятника Фуруты, ~~сквозь кровь пот и слезы~~ вывели уравнения описывающие поведение углов θ_1 и θ_2, подобрали регулятор и наконец-таки построили математическую модель в Simulink, получили заветные графики. Кроме того мы создали стенд и написали (почти) управляющую программу для него.