Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

"Национальная научно-образовательная корпорация ИТМО"

Факультет Систем Управления и Робототехники

Лабораторная работа №4 “Управление мобильным роботом”

по дисциплине

«Введение в профессиональную деятельность»

Группа:

R3136

Выполнила команда:

Поляков Антон Александрович

Ибахаев Зубайр Руслан-Бекович

Иванов Виктор Олегович

Скавронский Александр Вадимович

Преподаватель:

Алексей Алексеевич Перегудин

Санкт-Петербург, 2023

Цель работы

В данной лабораторной работе будут рассмотрены методы локализации мобильного робота с дифференциальным приводом и управления им для движения робота в заданную точку.

Основная теория и формулы

Модель робота

Положение робота на плоскости описывается тремя переменными: координатами x_t и y_t в локальной системе kssssssоординат с началом в точке старта и углом поворота робота θ относительно оси x. Производные от координат робота $\dot{x}$ и $\dot{y}$ — это проекции его линейной скорости υ на оси x и y соответственно.
Таким образом, кинематическая модель робота принимает вид

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cdot \cos\theta \\ \dot{y} = v \cdot \sin\theta \\ \dot{\theta} = \omega, \end{cases}$$

Уравнение 1. Кинематическая модель робота

де ω - угловая скорость робота.

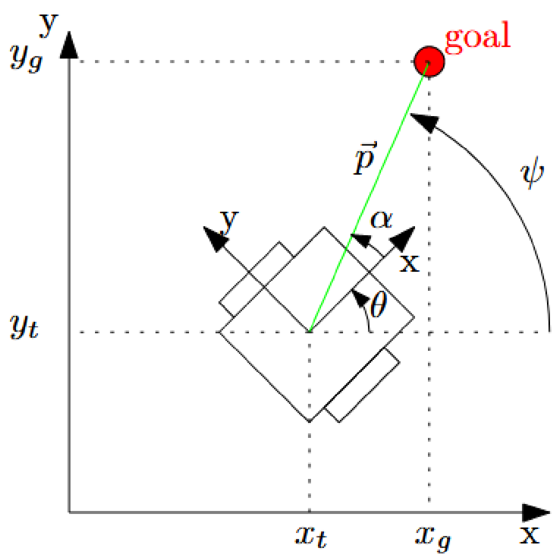


Рисунок 1. Модель робота

Заменим производные $\dot{x}$ и $\dot{y}$ их численными приближениями.

$$\begin{cases} \Delta x = v\Delta t\cos\theta \\ \Delta y = v\Delta t\sin\theta \\ \Delta\theta = \omega\Delta t \end{cases}$$

Уравнение 2. Кинематическая модель робота

$$\Delta L = v\Delta t$$

Уравнение 3. Путь, пройденный центром робота за одну итерацию цикла

В течение времени Δt, за которое происходит переход между предыдущим и текущим положением робота, можно считать, что скорости вращения колёс постоянны, следовательно центр робота движется по дуге окружности с центром O и радиусом R. Так что путь, пройденный центром робота, равен среднему арифметическому путей, пройденных правым и левым колесом робота за то же время.

$$\Delta L = \frac{\Delta L_r + \Delta L_l}{2}.$$

Уравнение 4. Путь, пройденный центром робота

Путь, пройденный колесами за одну итерацию цикла, можно выразить через углы поворота колес за это время. Тогда формула для вычисления пройденного роботом пути принимает вид

$$\Delta L = \frac{\Delta\psi_l \cdot r + \Delta\psi_r \cdot r}{2}$$

Уравнение 5. Путь, пройденный колесами за одну итерацию цикла

где $\Delta\psi_r$ и $\Delta\psi_l$ — углы, на которые повернулись колеса за время Δt, r — радиус колеса.
Выразим систему вычисления координат робота в текущий момент

$$\begin{cases} x_i = x_{i-1} + (\Delta\psi_l + \Delta\psi_r)\frac{r}{2}\cos\theta \\ y_i = y_{i-1} + (\Delta\psi_l + \Delta\psi_r)\frac{r}{2}\sin\theta \\ \theta_i = \theta_{i-1} + (\Delta\psi_r - \Delta\psi_l)\frac{r}{B}. \end{cases}$$

Уравнение 6. Координаты робота в текущей итерации цикла

где x_i, y_i и θ_i — координаты робота в текущей итерации цикла, а $x_i - 1$, $y_i - 1$ и $\theta_i - 1$ — координаты робота на предыдущей итерации цикла.

Линейный регулятор

Для управления будем использовать пропорциональный регулятор из двух составляющих, одна из которых отвечает за линейную скорость робота (U_s), а вторая — за его угловую скорость (U_r):

$$U_s = K_s \cdot \rho, K_s > 0$$

$$U_r = K_r \cdot \alpha, K_r > 0$$

Уравнение 7. Составляющие пропорционального регулятора

где K_s и K_r — коэффициенты для пропорционального регулятора.
На один двигатель подается напряжение равное ($U_s + U_r$), а на другой ($U_s - U_r$).

Метод функции Ляпунова

Пусть есть система дифференциальных уравнений
$\dot{x}_i = f_i (x_1, x_2, ..., x_n, t), i = 1, 2, ..., n$
и $x_i = 0$, $i = 1, 2, ..., n$ — точка равновесия данной системы. Эта точка будет устойчивой по Ляпунову, если для любого ε > 0 найдется такое δ > 0, зависящее от начального времени t0 и ε и не зависящее от времени t, что для любого начального положения $x_0 = x(t_0) < \delta$ решение системы x(t) не выйдет за пределы ε.

Математически данное определение записывается следующим образом:

$\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta(t0, \varepsilon) > 0 : \forall x(t0) : |x(t0)| < \delta \Rightarrow \forall t \geqslant t0 : |x(t)| < \varepsilon$

Математическая модель робота в полярных координатах

Робот должен достигнуть заданных координат. То есть, ρ → 0 и α → 0, где ρ — расстояние от робота до целевой точки, а α — курсовой угол.

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -v\cos\alpha, \\ \dot{\alpha} = -\omega + v\frac{\sin\alpha}{\rho} \end{cases}$$

Уравнение 8. Математическая модель, описывающая навигацию робота к цели, в полярных координатах

Нужно найти такие их значения, чтобы выполнялось условие поставленной задачи (ρ → 0, α → 0), то есть точка равновесия, соответствующая заданным координатам, была устойчива.

$$V(\rho,\alpha) = \frac{1}{2}\rho^2 + \frac{1}{2}\alpha^2.$$

Уравнение 11. Квадратичная функция, зависящая от расстояния до цели и курсового угла

$$\dot{V}(\rho,\alpha) = \rho\dot{\rho} + \alpha\dot{\alpha}$$

Уравнение 9. Производная от функции V (ρ, α)

$$\dot{V}(\rho,\alpha) = -\rho v\cos\alpha + \alpha(-\omega + v\frac{sin\alpha}{\rho})$$

Уравнение 10. Выражение производной через математическую модель

Нелинейный регулятор

$$\begin{cases} v = K_1\rho\cos\alpha, \\ \omega = K_1\cos\alpha\sin\alpha + K_2\alpha \end{cases}$$

Уравнение 12. Значения для отрицательной производной

где $K_1 > 0$ и $K_2 > 0$ — коэффициенты регулятора.

$$\dot{V}(\rho,\alpha) = -\rho^2\cos^2\alpha K_1 - K_2\alpha^2.$$

Уравнение 13. Проверка устойчивости функцией Ляпунова

Выражение всегда отрицательно, при $K_1 > 0$ и $K_2 > 0$ => устойчива асимптотически при данных значениях.

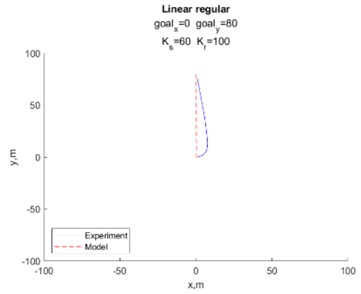
Выполнение

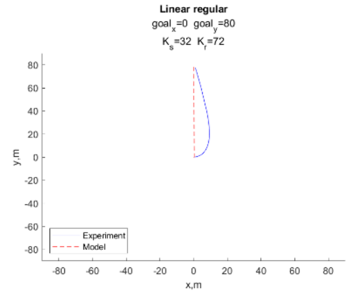
Линейный регулятор

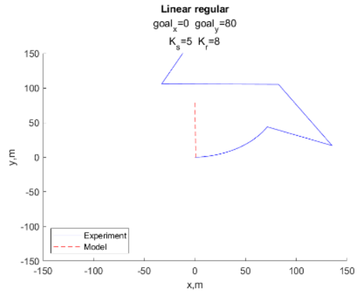
$$\begin{cases} v = K_s \rho, \\ \omega = K_r \alpha, \end{cases}$$

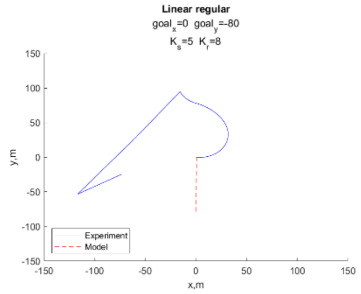
Уравнение 14. Закон управления для линейного регулятора

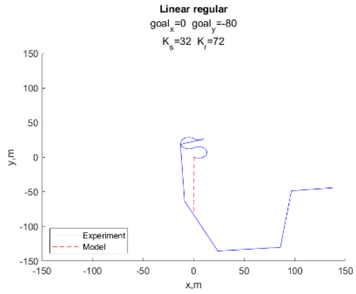
ρ — расстояние до целевой точки, α — курсовой угол, K_s, $K_r > 0$ — коэффициенты регулятора.

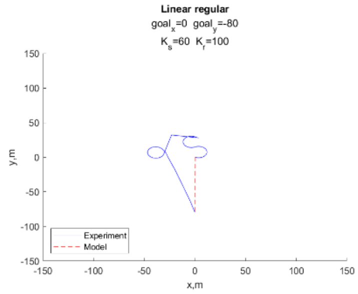


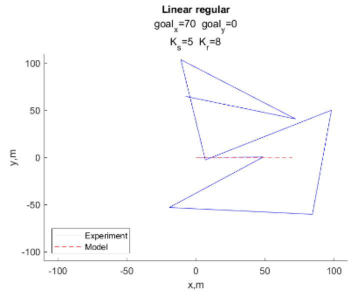


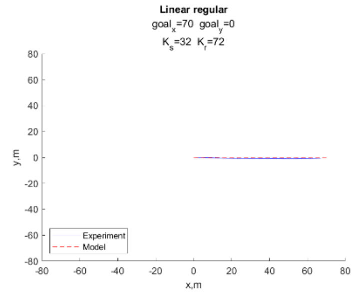


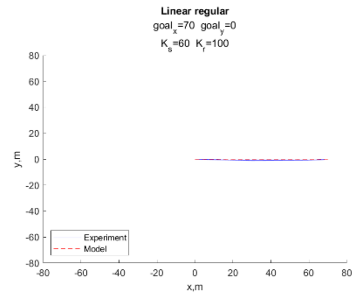


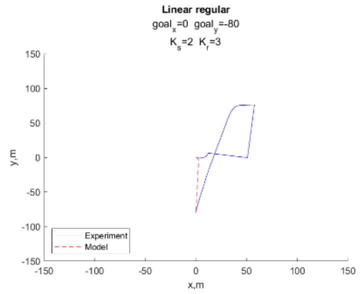


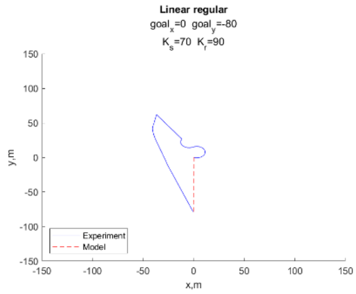


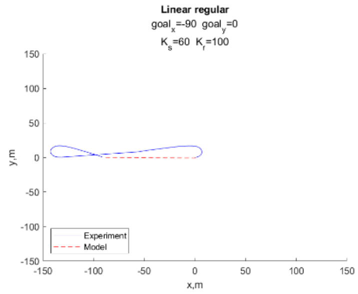












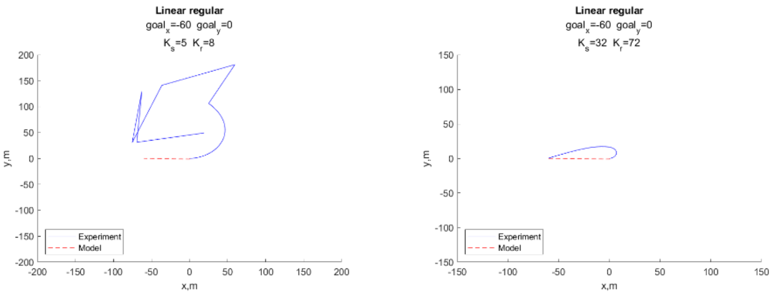
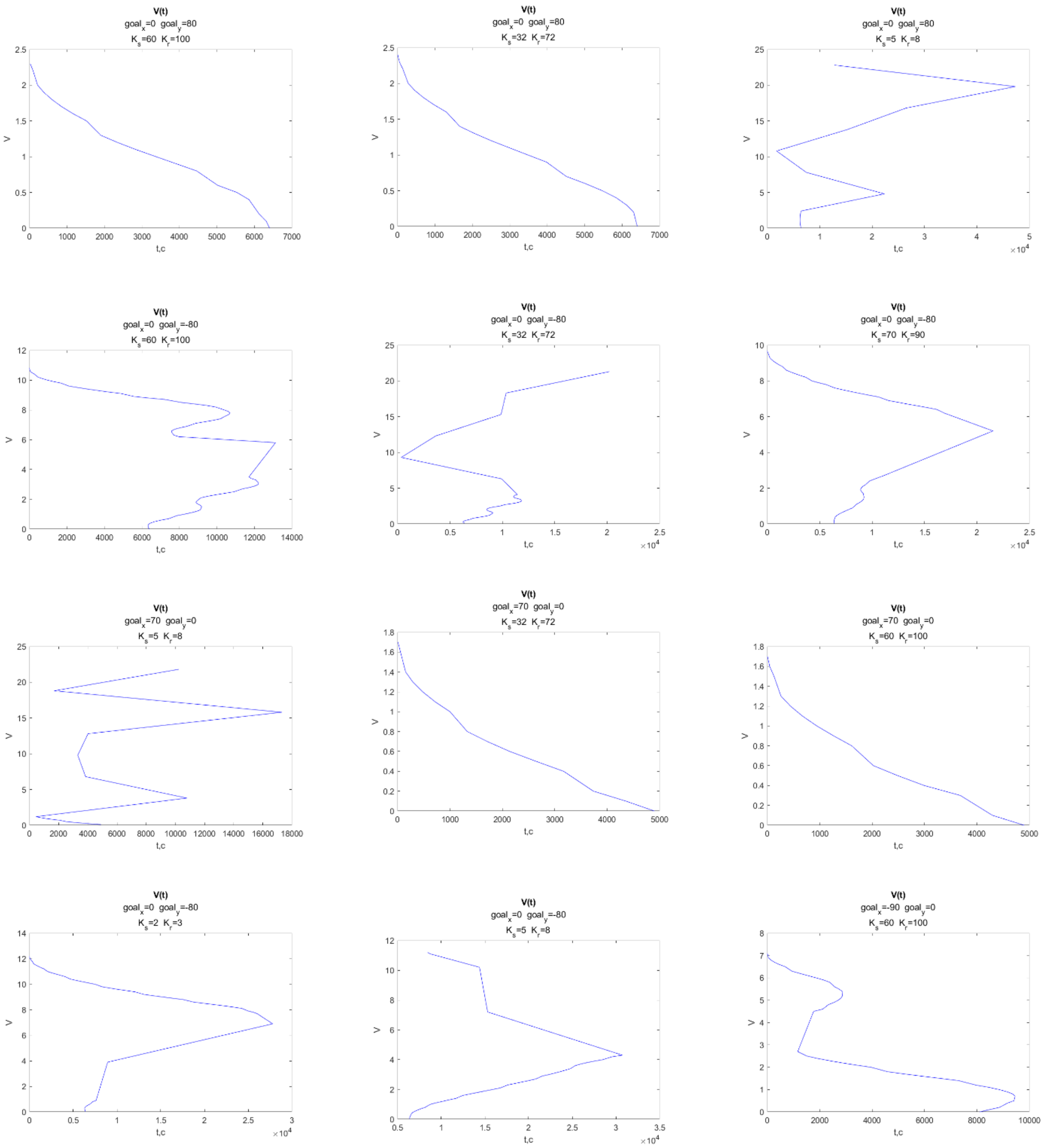


Рисунок 2. Графики для линейного регулятора



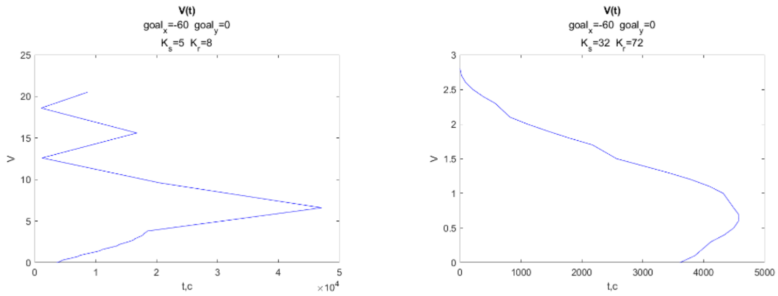


Рисунок 4. Графики V(t) для линейного регулятора

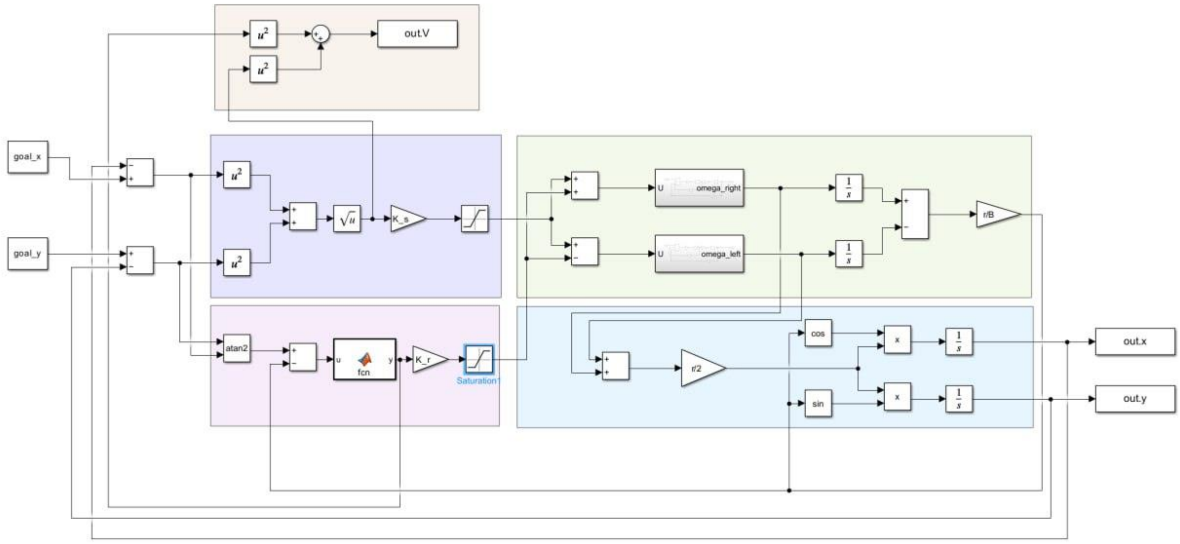


Рисунок 3. Схема Simulink для линейного регулятора

Нелинейный регулятор

$$\begin{cases} v = K_1 \rho \cos\alpha, \\ \omega = K_1 \cos\alpha \sin\alpha + K_2 \alpha \end{cases}$$

Уравнение 15. Закон управления для нелинейного регулятора

ρ — расстояние до целевой точки, α — курсовой угол, K1, K2 > 0 — коэффициенты регулятора.

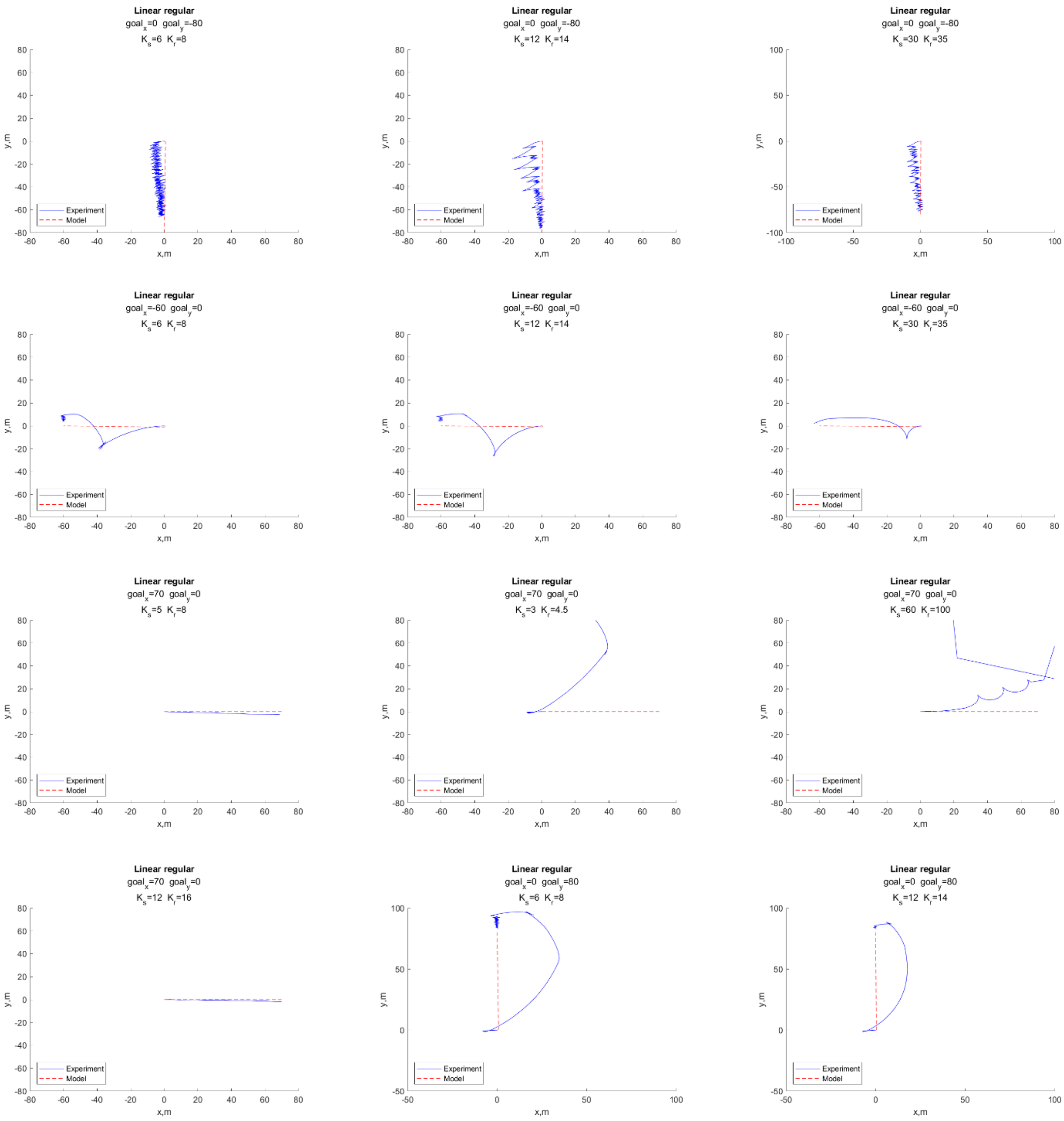


Рисунок 5. Графики для нелинейного регулятора

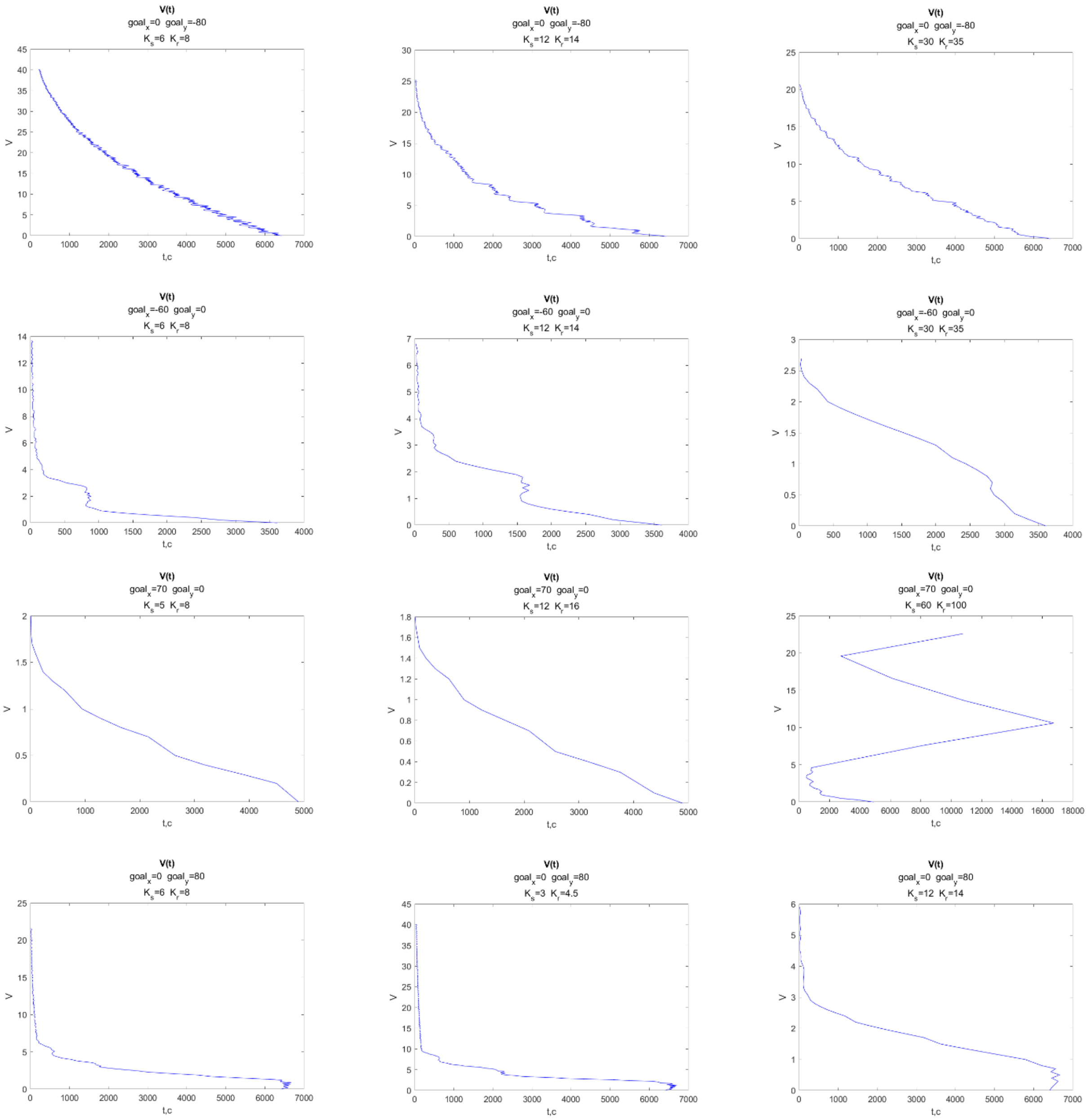


Рисунок 7. Графики V(t) для нелинейного регулятора

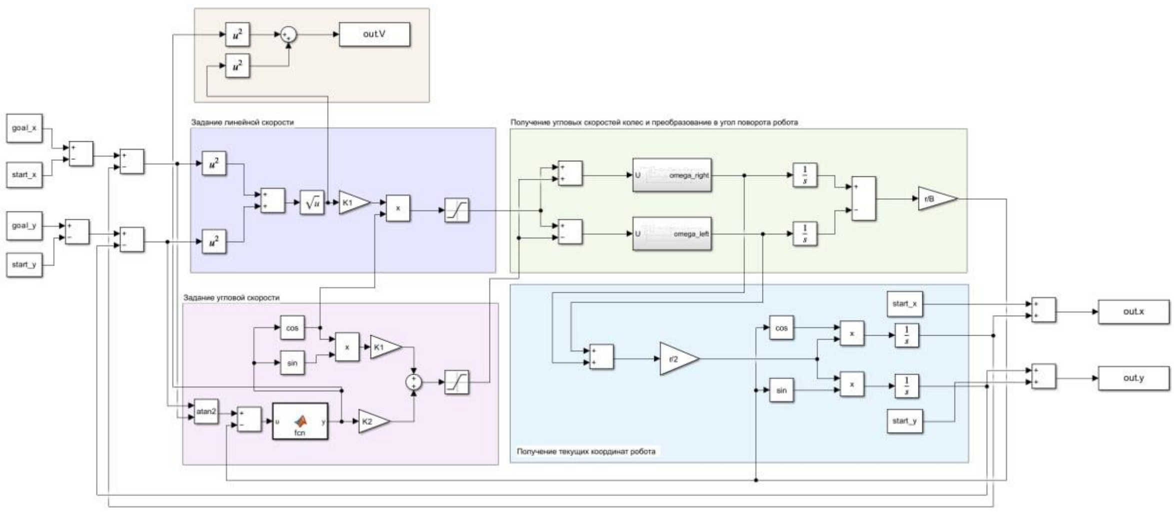


Рисунок 6. Схема Simulink для нелинейного регулятора

Движение по траектории

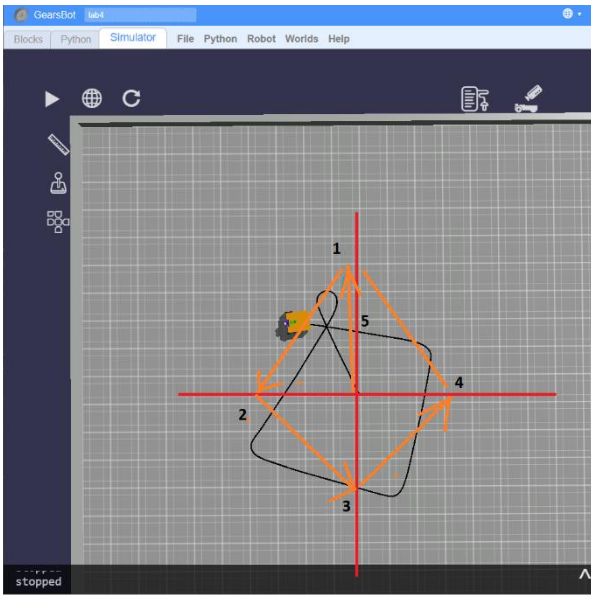


Рисунок 8. Симулируемая траектория

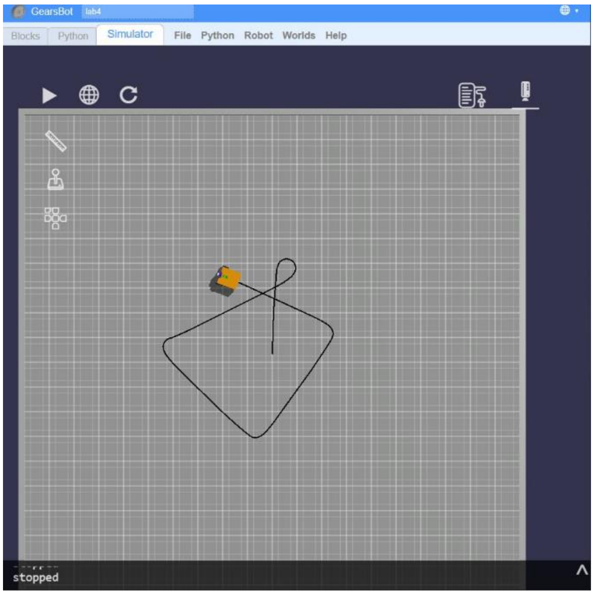


Рисунок 9. Симуляция

Ссылка на GitHub

https://github.com/GreedlyCore/vpd_robotics/tree/master/lab4

Заключение

Мы рассмотрели методы локализации мобильного робота с дифференциальным приводом и управления им для движения робота в заданную точку, реализовали два закона управления мобильным роботом: линейный П-регулятор и нелинейный регулятор, основанный на функции Ляпунова.