

2022.12.5 汇报

周添文

数学科学学院
北京师范大学

图像的形成模型

考虑坐标为 $X = (x, y)$ 的像素点，在没有反射的情形中，图像的辐照度 (irradiance)¹ 是 $i(X)$.

¹单位面积上的辐射通量

图像的形成模型

考虑坐标为 $X = (x, y)$ 的像素点，在没有反射的情形中，图像的辐照度 (irradiance)¹ 是 $i(X)$.

通常情况下，相机内的反射行为有如下两种效果：1、由于反射的作用，主光束向预期像素携带的能量会减少，其传播率为 $T < 1$ 。2、反射得到的能量成为了耀斑 (Flare)，记作 $F(X) \geq 0$ 。

¹单位面积上的辐射通量

图像的形成模型

考虑坐标为 $X = (x, y)$ 的像素点, 在没有反射的情形中, 图像的辐照度 (irradiance)¹ 是 $i(X)$.

通常情况下, 相机内的反射行为有如下两种效果: 1、由于反射的作用, 主光束向预期像素携带的能量会减少, 其传播率为 $T < 1$. 2、反射得到的能量成为了耀斑 (Flare), 记作 $F(X) \geq 0$.

总体而言, 实际测得的辐照度为:

$$G(X) = I(X) + F(X) \quad (1)$$

其中, $I(X) = Ti(X)$. 而传播率 T 是由镜头的硬件情况决定的, 可以事先进行修正和测量. 因此, 我们真正应该关注的问题是从 $F(X)$ 中分离 $I(X)$ 的部分, 二者与拍摄场景高度相关。

¹单位面积上的辐射通量

图像的形成模型

记 OA 为主光轴 (Optical Axis), 其为一条直线, 照相机的投影中心 (Center of Projection) X^{center} 位于直线 OA 上。记三维世界中的一个点为 \mathbf{X} , 太阳的坐标为 X^{sol} .

图像的形成模型

记 OA 为主光轴 (Optical Axis), 其为一条直线, 照相机的投影中心 (Center of Projection) X^{center} 位于直线 OA 上。记三维世界中的一个点为 \mathbf{X} , 太阳的坐标为 X^{sol} .

考虑空间中的平面 $p^{meridion}$, 满足

$$OA, X^{sol} \in p^{meridion} \quad (2)$$

同时, 主光线 (Chief Ray) C 同样在平面 $p^{meridion}$ 内, 且满足 $X^{center}, X^{sol} \in C$.

图像的形成模型

记 OA 为主光轴 (Optical Axis), 其为一条直线, 照相机的投影中心 (Center of Projection) X^{center} 位于直线 OA 上。记三维世界中的一个点为 \mathbf{X} , 太阳的坐标为 X^{sol} .

考虑空间中的平面 $p^{meridion}$, 满足

$$OA, X^{sol} \in p^{meridion} \quad (2)$$

同时, 主光线 (Chief Ray) C 同样在平面 $p^{meridion}$ 内, 且满足 $X^{center}, X^{sol} \in C$.

考虑透镜系统中的一个点 (ρ, ϕ, z) , z 是 OA 轴上的坐标, ρ 是该点与 OA 的距离, ϕ 是方位角。而平面 $p^{meridion}$ 的方位角是一定的。

当主光线 C 进入透镜后, 其开始传播并发生反射, 同时产生一系列内部的反射光线 $C_q^{q=1} N_{secondary}$. 由于反射界面并无方位角变化, 故主光线 C 并不会离开 $p^{meridion}$ 平面。同理, 上述内部反射光线 $C_q^{q=1} N_{secondary}$ 也不会偏离平面。

图像的形成模型

记像平面为 P^{sensor} ，则图像的光学中心可以表示为

$$o = P^{sensor} \cap OA \quad (3)$$

图像的形成模型

记像平面为 P^{sensor} ，则图像的光学中心可以表示为

$$o = P^{sensor} \cap OA \quad (3)$$

而 x^{sol} 在像平面上的位置为

$$x^{sol} = P^{sensor} \cap C \quad (4)$$

图像的形成模型

记像平面为 P^{sensor} ，则图像的光学中心可以表示为

$$o = P^{sensor} \cap OA \quad (3)$$

而 X^{sol} 在像平面上的位置为

$$x^{sol} = P^{sensor} \cap C \quad (4)$$

其中，小写的字母 x_{sol} 代表 X_{sol} 的像。

图像的形成模型

记像平面为 P^{sensor} ，则图像的光学中心可以表示为

$$o = P^{sensor} \cap OA \quad (3)$$

而 x^{sol} 在像平面上的位置为

$$x^{sol} = P^{sensor} \cap C \quad (4)$$

其中，小写的字母 x_{sol} 代表 X_{sol} 的像。

上述平面 $P^{sensor} \cap P^{meridion}$ 的交线记为 l^{flare} ，该直线具有下述性质：

- 由于 $l^{flare} \subset P^{sensor}$ ，故其代表了图像中的一条直线
- 由于 $o = P^{sensor} \cap OA$ ，故 l^{flare} 经过 o
- 由于 $x^{sol} = P^{sensor} \cap C$ ，故 x_{sol} 同样在直线 l^{flare} 上

图像的形成模型

假设照相机的成像类似小孔成像，即只考虑主光线 C 的像，也就只需考虑 C_q 这一组内部反射光线，其与像平面的交点为

$$\Phi_C = C_q \cap P^{sensor} \quad (5)$$

图像的形成模型

假设照相机的成像类似小孔成像，即只考虑主光线 C 的像，也就只需考虑 C_q 这一组内部反射光线，其与像平面的交点为

$$\Phi_C = C_q \cap P^{sensor} \quad (5)$$

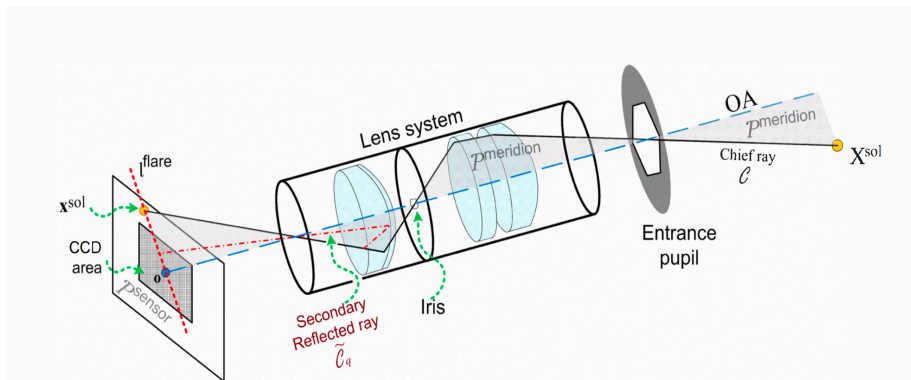
上述像平面上的点即为由 X_{sol} 经透镜产生的图像耀斑点。由上述结论可知， $\Phi_C \in l^{flare}$ ，即图像的耀斑均位于直线 l^{flare} 上。

图像的形成模型

假设照相机的成像类似小孔成像，即只考虑主光线 C 的像，也就只需考虑 C_q 这一组内部反射光线，其与像平面的交点为

$$\Phi_C = C_q \cap P^{sensor} \quad (5)$$

上述像平面上的点即为由 X_{sol} 经透镜产生的图像耀斑点。由上述结论可知， $\Phi_C \in l^{flare}$ ，即图像的耀斑均位于直线 l^{flare} 上。



耀斑的去除

取 K_{frames} 个原始图像, 记作 $G_k(x), k \in [1, K_{frames}]$, 各个图像均在相同的场景下拍摄, 不同的是在拍摄过程中, 相机进行了不规律的移动, 进而导致 x_{sol} 在像平面内, 对于不同的 k 成了不同的像 x_{sol} .

取 K_{frames} 个原始图像, 记作 $G_k(x), k \in [1, K_{frames}]$, 各个图像均在相同的场景下拍摄, 不同的是在拍摄过程中, 相机进行了不规律的移动, 进而导致 x_{sol} 在像平面内, 对于不同的 k 成了不同的像 x_{sol} .

由前文所述, 对于每个 k 而言, 耀斑都应该聚集于一条直线 l_k^{flare} 上, 且该直线过光学中心 o 和 x_k^{sol}

耀斑的去除

取 K_{frames} 个原始图像, 记作 $G_k(x), k \in [1, K_{frames}]$, 各个图像均在相同的场景下拍摄, 不同的是在拍摄过程中, 相机进行了不规律的移动, 进而导致 x_{sol} 在像平面内, 对于不同的 k 成了不同的像 x_{sol}^k .

由前文所述, 对于每个 k 而言, 耀斑都应该聚集于一条直线 l_k^{flare} 上, 且该直线过光学中心 o 和 x_k^{sol} .

我们假设经过图像的配准 (Image Registration), 可以使得相机的旋转不仅仅围绕着与平面 $p^{meridion}$ 垂直的轴, 进而使得不同 k 对应的直线 l_k^{flare} 互不相同。

去除耀斑

鉴于在一张图片中，耀斑都聚集在一条直线上，而不同帧数当中的直线互不相同（是运动的）。因此，在某一张图片中被耀斑遮挡的部分，很有可能在其他图片中并未被遮挡。

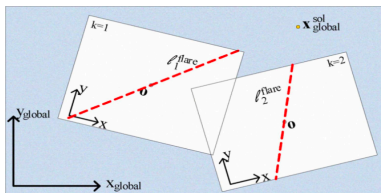
去除耀斑

鉴于在一张图片中，耀斑都聚集在一条直线上，而不同帧数当中的直线互不相同（是运动的）。因此，在某一张图片中被耀斑遮挡的部分，很有可能在其他图片中并未被遮挡。

下面，我们讨论场景或相机运动的补偿 (compensate)。图像 k 中的点 \mathbf{x} 可以由配准算子 τ_k 对应到二维全球坐标系 (Global 2D coordinate) 中的坐标 $\mathbf{x}_{global} = (x_{global}, y_{global})$ 对应关系为

$$\mathbf{x}_{global} = \tau_k(\mathbf{x}) \quad (6)$$

如下图所示：



图：坐标变换示意图

去除耀斑

经过配准后，方程

$$G(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x}) + F(\mathbf{x}) \quad (7)$$

可以转化为

$$\tilde{G}_k(\mathbf{x}_{global}) = I(\mathbf{x}_{global}) + \tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global}) \quad (8)$$

原始图像和修正后的图像对比如图所示：

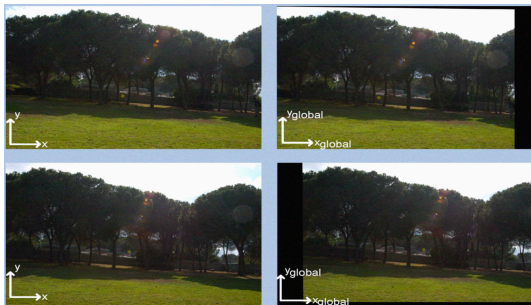


图: 对比图

事实上，在如下公式中

$$\tilde{G}_k(\mathbf{x}_{global}) = I(\mathbf{x}_{global}) + \tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global}) \quad (9)$$

$I(\mathbf{x}_{global})$ 表示真实世界的景象，其显然与 k 无关，而 $\tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global})$ 是随着不同的 k 而变化的

事实上，在如下公式中

$$\tilde{G}_k(\mathbf{x}_{global}) = I(\mathbf{x}_{global}) + \tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global}) \quad (9)$$

$I(\mathbf{x}_{global})$ 表示真实世界的景象，其显然与 k 无关，而 $\tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global})$ 是随着不同的 k 而变化的

在修正之前，耀斑是随着直线 I_k^{flare} 运动的，且其运动的轨迹与图片的真实运动轨迹并不相同，而修正过程只与 $I(\mathbf{x}_{global})$ 有关。因此，修正的过程并不是与耀斑的变化同步的。

事实上，在如下公式中

$$\tilde{G}_k(\mathbf{x}_{global}) = I(\mathbf{x}_{global}) + \tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global}) \quad (9)$$

$I(\mathbf{x}_{global})$ 表示真实世界的景象，其显然与 k 无关，而 $\tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global})$ 是随着不同的 k 而变化的

在修正之前，耀斑是随着直线 l_k^{flare} 运动的，且其运动的轨迹与图片的真实运动轨迹并不相同，而修正过程只与 $I(\mathbf{x}_{global})$ 有关。因此，修正的过程并不是与耀斑的变化同步的。

对图像中的每个坐标 \mathbf{x}_{global} ，总有一组图像在此位置可以获取测量值 (acquire measurement)，记这组图像为 $\Omega(\mathbf{x}_{global})$ 。

事实上，在如下公式中

$$\tilde{G}_k(\mathbf{x}_{global}) = I(\mathbf{x}_{global}) + \tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global}) \quad (9)$$

$I(\mathbf{x}_{global})$ 表示真实世界的景象，其显然与 k 无关，而 $\tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global})$ 是随着不同的 k 而变化的

在修正之前，耀斑是随着直线 I_k^{flare} 运动的，且其运动的轨迹与图片的真实运动轨迹并不相同，而修正过程只与 $I(\mathbf{x}_{global})$ 有关。因此，修正的过程并不是与耀斑的变化同步的。

对图像中的每个坐标 \mathbf{x}_{global} ，总有一组图像在此位置可以获取测量值 (acquire measurement)，记这组图像为 $\Omega(\mathbf{x}_{global})$ 。

由于 $\tilde{F}_k(\mathbf{x}_{global})$ 是恒非负的，因此有下述 **Deflaring Estimator**

$$\hat{I}(\mathbf{x}_{global}) = \min_{k \in \Omega(\mathbf{x}_{global})} \tilde{G}_k(\mathbf{x}_{global}) \quad (10)$$

确定太阳位置

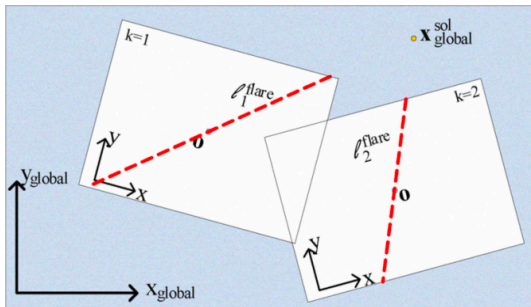
由前文所述，耀斑的位置位于太阳的像与图像光学中心的交点处，因此，我们需要估计上述两点的位置。

确定太阳位置

由前文所述，耀斑的位置位于太阳的像与图像光学中心的交点处，因此，我们需要估计上述两点的位置。 x^{sol} 代表太阳位置，其为产生耀斑的光源，记其在图像全球坐标系中的位置为 x_{global}^{sol} 。但是，往往太阳的影像并不会出现在图像当中，因此，我们需要倒推出图像中太阳的位置。本文尝试引入一套打分机制，以此估计太阳在图像中最有可能的位置

确定太阳位置

由前文所述，耀斑的位置位于太阳的像与图像光学中心的交点处，因此，我们需要估计上述两点的位置。 x^{sol} 代表太阳位置，其为产生耀斑的光源，记其在图像全球坐标系中的位置为 $\mathbf{x}_{global}^{sol}$ 。但是，往往太阳的影像并不会出现在图像当中，因此，我们需要倒推出图像中太阳的位置。本文尝试引入一套打分机制，以此估计太阳在图像中最有可能的位置。由于修正后的 \tilde{l}_k^{flare} 与修正前的 l_k^{flare} 等价，因此由前所述，每个 \tilde{l}_k^{flare} 均穿过太阳的像。因此，如下图所示，直线 \tilde{l}_k^{flare} 过点 $\mathbf{x}_{global}^{sol}$ 。



确定太阳位置

因此，太阳位置 $\mathbf{x}_{global}^{sol}$ 可以视作所有直线 \tilde{l}_k^{flare} 的交集。

确定太阳位置

因此，太阳位置 $\mathbf{x}_{global}^{sol}$ 可以视作所有直线 \tilde{l}_k^{flare} 的交集。

具体而言，在 \mathbf{a} 平面中，一条直线可以用向量 $\mathbf{l} = (r, \theta)$ 进行描述。其中， $\theta \in [0, \pi]$ 和 r 的意义见下图：

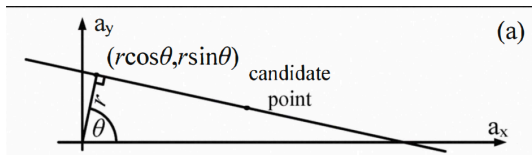


图: $\mathbf{l} = (r, \theta)$ 示意图

确定太阳位置

考虑函数 $h(\mathbf{a})$ 的拉东变换 (Radon transform)²

$$\mathcal{R}_1\{h(\mathbf{a})\} = \iint h(\mathbf{a}) \delta \left(r - \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}^t \mathbf{a} \right) d\mathbf{a},$$

其中, R_1 是拉东变换算子, t 表示矩阵的转置, δ 是狄拉克函数, 满足

$$\delta(x) = 0, (x \neq 0) \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (12)$$

²若函数 $f(x, y)$ 表示一个未知的密度, 对 $f(x, y)$ 做拉东变换, 相当于得到 $f(x, y)$ 投影后的信号

取 $\mathbf{a} = \mathbf{x}_{global}$, $h = \hat{\tilde{F}}_k(\mathbf{x}_{global})$, 其代表修正后的耀斑图像, 满足

$$\hat{\tilde{F}}_k(\mathbf{x}_{global}) = \tilde{G}_k(\mathbf{x}_{global}) - l(\mathbf{x}_{global}) \quad (13)$$

代入后, 得到 $R_1\{\hat{\tilde{F}}_k(\mathbf{x}_{global})\}$ 的值越高, 代表直线 l 的得分越高

确定太阳位置

由下图，我们可知，任何一个可能的太阳像点应该位于这一直线上，

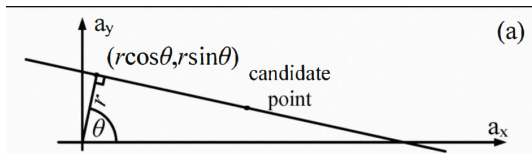


图: $\mathbf{l} = (r, \theta)$ 示意图

进而其应该满足如下关系:

$$r = [\cos\theta, \sin\theta] x_{global}^{candidate} \quad (14)$$

确定太阳位置

因此，不同的 $x_{global}^{candidate}$ 应该对应不同的向量族 $\mathbf{l} = (r, \theta)$ 。而这一向量族描述了穿过 $x_{global}^{candidate}$ 点的所有直线，记作 $\Lambda_{x_{global}^{candidate}}$ 如下图所示：

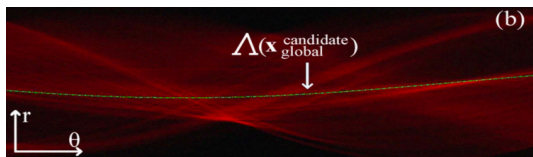


图: $\mathbf{l} = (r, \theta)$ 示意图

确定太阳位置

下面，我们依据上述对直线的打分机制，开始对不同的 $x_{global}^{candidate}$ 进行打分。对于一个图像 k ， $x_{global}^{candidate}$ 的分数为：

$$s_k(x_{global}^{candidate}) = \max_{l \in (x_{global}^{candidate})} R_1\{\hat{F}_k(\mathbf{x}_{global})\} \quad (15)$$

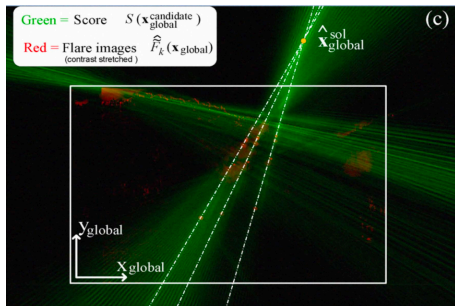
得分越高，表明穿过该点 $x_{global}^{candidate}$ 的直线得分越高。综上，对于一个候选点 (candidate point) 的总得分为：

$$S(x_{global}^{candidate}) = \sum_{k=1}^{K_{frames}} s_k(x_{global}^{candidate}) \quad (16)$$

其中得分最高的，即为预估的太阳像点 $\mathbf{x}_{global}^{sol}$

确定太阳位置

上述过程的示意图见下：



图：示意图

光轴位置

由前所述，每个 I_k^{flare} 均过未修正图像的光学中心 \mathbf{o} ，因此， \mathbf{o} 可以看做上述直线的交集。用与太阳定位类似的方法与打分机制，我们可以推测出最有可能的光学中心位置，如下图所示：

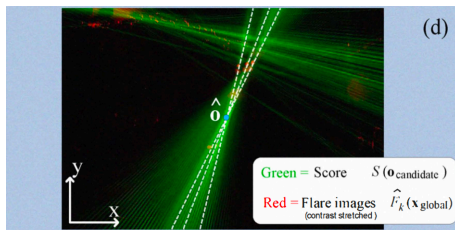


图: 示意图