№2

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

вписать $\square$ макс. S, чтобы стороны были $\parallel$ осям эллипса.

$S_{max}=?$

$\exists\ u>0,\ v>0$

$$\frac{u^2}{a^2}+\frac{v^2}{b^2}=1$$

$$\frac{v^2}{b^2}=1-\frac{u^2}{a^2}$$

$$v^2=b^2\left(1-\frac{u^2}{a^2}\right)$$

$$v=\frac{b}{a}\sqrt{a^2-u^2}$$

$$S=2u\cdot 2v=4u\cdot\frac{b}{a}\sqrt{a^2-u^2}$$

$$S'=\frac{4b}{a}\left(\sqrt{a^2-u^2}+u\,\frac{1}{2}\cdot(-2)\cdot\frac{u}{\sqrt{a^2-u^2}}\right)=$$

$$=\frac{4b}{a}\left(\sqrt{a^2-u^2}-\frac{u^2}{\sqrt{a^2-u^2}}\right)=$$

$$=\frac{4b}{a}\cdot\frac{a^2-2u^2}{\sqrt{a^2-u^2}}$$

$$S'=0\Rightarrow u=\frac{1}{\sqrt{2}}a\ ;\ v=\frac{b}{a}\sqrt{a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{b}{\sqrt{2}}$$

$$S_{max}=4\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}a\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}b=2ab$$

Ответ: $S_{max}=2ab$