Fachhochschule Kiel
Hochschule für Angewandte Wissenschaften

Fachbereich Maschinenwesen

Maschinenbau

Bericht

"Titel der Arbeit"

---

vorgelegt von

Daniel Mansfeldt, XXXXXXXX

Kiel, den 8. Juni 2020

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In dieser Arbeit soll das Stabwerk aus 1.1 analysiert und optimiert werden.

Die Arbeit teilt sich in drei Aufgabenteile auf.

- Bestimmung der Knotenverschiebung für gegebene Belastung
- Bestimmung eines konservativen Werts der Materialdichte aus Messdaten
- Gewichtsoptimierung durch Variation der Stab-Querschnitte

1.1 Modellierung eines Stabwerks in Python

Um die Berechnung des Stabwerks durch Programmierung numerischer Methoden zu ermöglichen, wird das Stabwerk, im Sinne einer objekt-orientierten Programmierung, in Python-Code umgesetzt. Zwei Klassen von Objekte sind dazu nötig. Eine für die Stäbe und eine für globale Knoten. Durch die Erzeugung von Stab- bzw. Knotenobjekten können beliebige Stabwerke abgebildet werden.

Die Abbildung 1.2 stellt das Klassendiagramm der Stäbe dar. Das Klassendiagramm der Knoten ist nicht dargestellt, da sie keine Attribute oder Methoden definiert. Es wird lediglich ein Standart-Konstruktor definiert, um Objekte erzeugen zu können. Die Klasse dient nur dazu um einfach Knoten erzeugen zu können mit deren Hilfe die Koinzidenzmatrix der Stäbe aufgestellt werden kann.

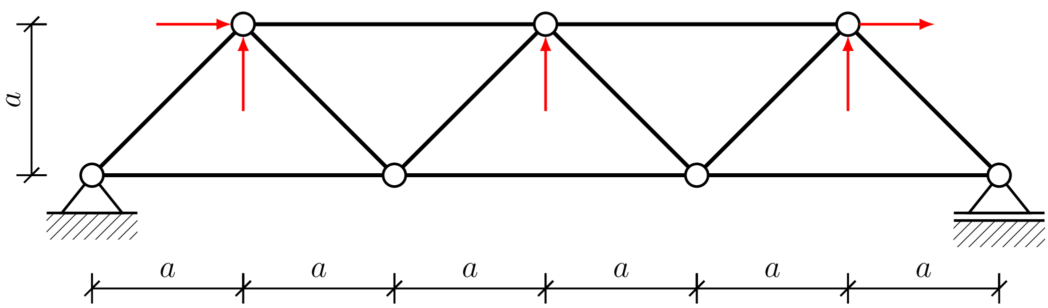

Abb. 1.1: Stabwerk

Stab
- Winkel α am lokalen Knoten 1 : float - Querschnittsfläche : float - Länge : float - lokale Steifigkeitsmatrx : 2d-array - Koinzidenzmatrix : 2d-array - lokaler Knoten 1 : Knoten_Global - lokaler Knoten 2 : Knoten_Global - alle globalen Knoten : dictionary

Knoten
- u : float - v : float

Abb. 1.2: Klassendiagramme

Die Attribute der Klasse „Stab“ beschreiben einen Stab vollständig, für ein gegebenes Stabwerk. Um die entsprechenden Stäbe erzeugen zu können sind folgende Parameter an den Konstruktor zu übergeben:

Paramter	**Beschreibung**
Winkel α	Winkel um lokalen Knoten 1 zwischen Stab und Horizontalen im Uhrzeigensinn
Länge	Länge des unbelasteten Stabs
Querschnittsfläche A	Querschnittfläche des unbelasteten Stabs
globaler Knoten 1	Knoten-Objekt, das dem lokalen Knoten 1 entspricht
globaler Knoten 2	Knoten-Objekt, das dem lokalen Knoten 2 entspricht
gk	Dictionary mit allen globalen Knoten-Objekten (Form: “Knoten-Nr.:Knoten-Objekt)

Innerhalb des Konstruktors wird die allgemeine Steifigkeitsmatrix [1] eines Stabs in globalen Koordinaten definiert. Mit dem Winkel α kann so die Steifigkeitsmatrix für jeden Stab bestimmt werden. Für diese Arbeit wird in dem Konstruktor eine zu dem Stabwerk passender Koinzidenzmatrix definiert. Da der Code aktuell die Variable verändert und sie damit unbrauchbar für die Erzeugung weiterer Stab-Objekte macht, wurde sich zu diesem Schritt entschieden, auch wenn die erstellte Klasse damit nur für dieses eine Stabwerk zu verwenden ist. Mit entsprechenden Anpassungen lässt sich die Klasse jedoch voraussichtlich auch für beliebige andere Stabwerke verwenden.

Die Knoten- und Stab-Objekte werden in je einem Dictionary gesammelt. Als Keys werden die Knoten- bzw. Stabnummern verwendet. So kann in unmissverständlicher und leserlicher Form auf einzelne Objekte referenziert werden. Außerdem stehen so Objekte (die Dictionaries) zur Verfügung, um über alle Stäbe bzw. Knoten iterieren zu können.

2 Knotenverschiebung

Zunächst soll bestimmt werden, welche Knotenverschiebungen die Belastungen hervorrufen.

2.1 Grundlagen

Für Stabwerke gilt der folgende Zusammenhang [1].

$$K\vec{u} = \vec{F} \tag{2.1}$$

Es liegt also ein Gleichungsystem in Matrixschreibweise vor. Dabei ist $\underline{K}$ die Gesamtsteifigkeitsmatrix des Stabwerks, $\vec{F}$ der Kraftvektor und $\vec{u}$ der Schiebungsvektor. Der Kraftvektor $\vec{F}$ enthält alle Kräfte, die je Knoten in Richtung der Abzisse bzw. der Ordinate verlaufen. Die ersten beiden Komponenten von $\vec{F}$ sind also die Kräfte am Knoten 1 (erste Komponente in x-Richtung, zweite in y-Richtung). Entsprechend aufgebaut ist auch der Verschiebungsvektor $\vec{u}$.

Damit $\vec{u}$ bestimmt werden kann, sind also zunächst $\underline{K}$ und $\vec{F}$ zu bestimmen.

Mit der Erzeugung sämtlicher Stab-Objekte sind all deren Element-Steifigkeitsmatrizen in globalen Koordinaten und deren Koinzidenzmatrizen bekannt. Damit kann die Gesamtsteifigkeitsmatrix des Stabwerks bestimmt werden. Sie bildet die Summe aller Element-Steifigkeitsmatrizen multipliziert mit den Koinzidenzmatrizen des Stab und deren Transponierten [1].

$$\underline{K} = \sum_i \underline{I}_i^T \underline{K}_i \underline{I}_i \tag{2.2}$$

Da das Stabwerk gelagert ist, unterliegt es Randbedingung bezüglich der Verschiebungen. So sind $u = v = v = 0$

2.2 Umsetzung in Python

2.2.1 Gesamtsteifigkeitsmatrix

U die Gesamtsteifigkeitsmatrix $\underline{K}$ zu bestimmen, wird 2.2 in Python umgesetzt. Mittels einer *for*-Schleife wird über alle Stäbe (Werte des Dictionaries „stab") iteriert. So können die Attribute $\underline{K}_{Stab}$ und $\underline{I}_{Stab}$ aller Stab-Objekte abgerufen werden und zur Gesamtsteifigkeitsmatrix $\underline{K}$ aufsummiert werden.

$\underline{K}$ berechnet sich aus den lokalen Steifigkeitsmatrizen der Stäbe, deren Orienteirung im globalen Koordinatensystem (ausgedrückt durch den Winkel α) und deren Koinzidenzmatrix, die eine Zuordnung der lokalen zu den globalen Knoten beschreibt.

Der Verschiebungsvektor $\vec{u}$ enthält sämtliche Verschiebungen aller Knoten. Die Verschiebungen sind entsprechend ihrer Richtungsanteile aufgeteilt.

2.3 Problembeschreibung

Um die Verschiebungen aller Knoten zu bestimmen, die nicht durch die Definition eines Lagers beschrieben werden, müssen zunächst $\underline{K}$ und $\vec{F}$ ermittelt werden.

2.3.1 Globale Steifigkeitsmatrix

Die globale Steifigkeitsmatrix $\underline{K}$ des Stabwerks wird in drei Schritten bestimmt. Zunächst wird mit Hilfe der allgemeinen globalen Steifigkeitsmatrix der Stäbe $\underline{K}_{Stab}$ die Steifigkeitsmatrizen jedes einzelnen Stabs in globalen Koordinaten bestimmt. Dazu sind der E-Modul E, die Querschnittsfläche A, die Länge l und der Winkel α um den lokalen Knoten 1 in $\underline{K}_{Stab}$ einzusetzen.!!!!!Zitat Moldenhauer!!!!!!!!

Im zweiten Schritt wird die Koinzidenzmatrix $\underline{I}_{Stab}$ für jeden der Stäbe aufgestellt. Eine Koinzidenztabelle gemäß Moldenahueer wurde dazu in Python umgesetzt.

Für den letzten Schritt wird die Steifigkeitsmatrix des Stabwerks wie folgt bestimmt !!!!zitat moldenhauer!!!!!!.

2.3.2 Kraftvektor

Die Komponenten des Kraftvektors $\vec{F}$ sind größtenteils gegebene Größen. Sie werden entsprechend ihrer Richtung und dem Knoten an dem sie angreifen in den Kraftvektor eingetragen. Lediglich die Auflagerreaktionen sind nicht bekannt.

2.4 Aufbereitung des Gleichungssystems

Um die Verschiebungen trotz der unbekannten Lagerreaktionen bestimmen zu können, muss das Gleichungssystem reduziert werden. Zu diesem Zweck wird $\vec{u}$ in die Vektoren $\vec{u}_b$ und $\vec{u}_g$ aufgeteilt, sodass gilt

$$\vec{u} = \vec{u}_b + \vec{u}_g \tag{2.3}$$

$\vec{u}_b$ enthält dabei alle vorgegebenen Verschiebungen und den Wert 0 an den Stellen die gesuchten Verschiebungen entsprechen. $\vec{u}_g$ trägt folglich nur die gesuchten Verschiebungen und Nullen für die die durch die Lagerungen bekannt sind.

Da alle bekannten Verschiebungen aus der Lagerung stammen und diese null sind, ist $\vec{u}_b = \vec{0}$. Für die weitere Berechnung ist $\vec{u}_b$ also nicht relevant.

Um das Gleichungssystem auf die gleiche Anzahl Gleichungen zu reduzieren wie die Anzahl gesuchter Verschiebungen, werden die Zeilen und Spalten der Matrixschreibweise gestrichen, in denen der Vektor der gesuchten Verschiebungen $\vec{u}_g$ den Wert null hat. Das so reduzierte Gleichungssystem kann jetzt gelöst werden.

3 Teil 2: Dichte

Um die Masse des Stabwerks bestimmen zu können, muss zunächst die Dichte des verwendeten Werkstoffs festliegen. Es wird davon ausgegangen, dass alle Stäbe aus dem gleichen homogenen Material bestehen.

Um einen geeigneten Wert der Dichte zu bestimmen, steht eine Tabelle mit 1000 Werten zur Verfügung. Die Werte simulieren streuende Messwerte. Es gilt anhand dieser Daten auf einen Wert zu schließen, der die Dichte für das gesamte Stabwerk möglichst gut annähert.

Um einen ersten Eindruck über den gegebenen Datensatz zu erhalten, wird ein Histogramm erstellt. Die Daten scheinen eine Normalverteilung abzubilden.

Literatur

[1] Patrick Moldenhauer. *Vorlesung FEM*. Fachhochschule Kiel, 2018.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis