

# 总结

# 总结

我们所教授的解析几何实际上可以分为三大块。

# 总结

我们所教授的解析几何实际上可以分为三大块。

1. 向量运算的基础知识：第一章；
2. 标架取定
  - ▶ 直线和平面：第二章；
  - ▶ 曲线和曲面：第三章；
3. 标架不定：第四，五章。

# 复习提要

# 考试注意事项

时间：2015年1月6日9:00-11:00

# 考试注意事项

时间：2015年1月6日9:00-11:00

地点：

- ▶ 应数1班，A4101
- ▶ 应数2班，A4102
- ▶ 数创，A4203
- ▶ 信管，A4201
- ▶ 信计+重修同学，A4202

# 考试注意事项

时间：2015年1月6日9:00-11:00

地点：

- ▶ 应数1班，A4101
- ▶ 应数2班，A4102
- ▶ 数创，A4203
- ▶ 信管，A4201
- ▶ 信计+重修同学，A4202

题型：填空题，解答题，计算题，证明题。

## 复习建议



## 复习建议

- ▶ 一遍系统全面复习之后，再把重心放到重点内容上。即要先对整个内容有个宏观的梳理。

## 复习建议

- ▶ 一遍系统全面复习之后，再把重心放到重点内容上。即要先对整个内容有个宏观的梳理。
- ▶ 重点掌握教材上的例题和习题，特别是我讲过的和布置过的。

## 复习建议

- ▶ 一遍系统全面复习之后，再把重心放到重点内容上。即要先对整个内容有个宏观的梳理。
- ▶ 重点掌握教材上的例题和习题，特别是我讲过的和布置过的。
- ▶ 对内容能理解最好，理解不了也要把解题步骤和公式记住。

# 考察内容

# 考察内容

打星号的，没讲过的内容全部不考

# 考察内容

打星号的，没讲过的内容全部不考

- ▶ 第一章，向量代数在球面三角形中的应用；
- ▶ 第二章，其中2.3小节，三元一次不等式的几何意义，不考；
- ▶ 第三章，2.6小节锥面方程的特点不考，第5节不考；
- ▶ 第四章，其中2.2小节，矩阵的分块，不考；第4节，空间坐标变换，不考；
- ▶ 第五章，只考察第1节，二次曲线方程的化简。

## 考查重点

- ▶ 向量的线性相关，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式的计算、性质和几何意义。
- ▶ 平面和直线
  1. 仿射坐标系和直角坐标系中平面和直线方程的求解。
  2. 平面直线之间的相互位置关系：平行，重合，相交，异面等等。
  3. 平面直线之间的度量关系：距离，夹角。重点在距离。
- ▶ 根据条件确定曲面方程（主要是旋转面，柱面和锥面）。
- ▶ 二次曲面（椭圆，双曲，抛物面）的性质。
- ▶ 直纹面（单叶双曲面，双曲抛物面，二次柱面和二次锥面）。
- ▶ 利用平面上的坐标变换求曲线的方程。
- ▶ 用正交变换将平面上一般的二次曲线方程化为标准型。

## 特别重要

1. 向量的线性相关，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式的计算、性质和几何意义。
2. 平面和直线
3. 利用平面上的正交变换求解曲线的方程。
4. 将平面上一般的二次曲线方程化为标准型。
5. 直纹面（单叶双曲面，双曲抛物面，二次柱面和二次锥面）。



## 特别重要

1. 向量的线性相关，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式的计算、性质和几何意义。
2. 平面和直线
3. 利用平面上的正交变换求解曲线的方程。
4. 将平面上一般的二次曲线方程化为标准型。
5. 直纹面（单叶双曲面，双曲抛物面，二次柱面和二次锥面）。

其中，1,2是基础；

## 特别重要

1. 向量的线性相关，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式的计算、性质和几何意义。
2. 平面和直线
3. 利用平面上的正交变换求解曲线的方程。
4. 将平面上一般的二次曲线方程化为标准型。
5. 直纹面（单叶双曲面，双曲抛物面，二次柱面和二次锥面）。

其中，1,2是基础；3,4略微复杂，但是步骤是固定的，大家也一定要掌握；

## 特别重要

1. 向量的线性相关，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式的计算、性质和几何意义。
2. 平面和直线
3. 利用平面上的正交变换求解曲线的方程。
4. 将平面上一般的二次曲线方程化为标准型。
5. 直纹面（单叶双曲面，双曲抛物面，二次柱面和二次锥面）。

其中，1,2是基础；3,4略微复杂，但是步骤是固定的，大家也一定要掌握；5的话题目类型比较多变，难度也较大，要着重从概念的理解入手。

## 特别重要

1. 向量的线性相关，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式的计算、性质和几何意义。
2. 平面和直线
3. 利用平面上的正交变换求解曲线的方程。
4. 将平面上一般的二次曲线方程化为标准型。
5. 直纹面（单叶双曲面，双曲抛物面，二次柱面和二次锥面）。

其中，1,2是基础；3,4略微复杂，但是步骤是固定的，大家也一定要掌握；5的话题目类型比较多变，难度也较大，要着重从概念的理解入手。

只要1,2,3,4掌握考试一定能通过。

## 特别重要

1. 向量的线性相关，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式的计算、性质和几何意义。
2. 平面和直线
3. 利用平面上的正交变换求解曲线的方程。
4. 将平面上一般的二次曲线方程化为标准型。
5. 直纹面（单叶双曲面，双曲抛物面，二次柱面和二次锥面）。

其中，1,2是基础；3,4略微复杂，但是步骤是固定的，大家也一定要掌握；5的话题目类型比较多变，难度也较大，要着重从概念的理解入手。

只要1,2,3,4掌握考试一定能通过。5所占的分值不会很大。

# 分章节重点及要点

## 第一章：

# 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

# 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：



# 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；

# 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；
- ▶ 内积：

# 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；
- ▶ 内积：点到平面距离；向量夹角；

# 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；
- ▶ 内积：点到平面距离；向量夹角；
- ▶ 外积：

## 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；
- ▶ 内积：点到平面距离；向量夹角；
- ▶ 外积：两向量的线性相关性；平行四边形面积；计算平面的法向量；点到直线的距离；

## 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；
- ▶ 内积：点到平面距离；向量夹角；
- ▶ 外积：两向量的线性相关性；平行四边形面积；计算平面的法向量；点到直线的距离；
- ▶ 混合积：

## 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；
- ▶ 内积：点到平面距离；向量夹角；
- ▶ 外积：两向量的线性相关性；平行四边形面积；计算平面的法向量；点到直线的距离；
- ▶ 混合积：三向量的线性相关性；平行六面体体积；两异面直线之间的距离；

## 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；
- ▶ 内积：点到平面距离；向量夹角；
- ▶ 外积：两向量的线性相关性；平行四边形面积；计算平面的法向量；点到直线的距离；
- ▶ 混合积：三向量的线性相关性；平行六面体体积；两异面直线之间的距离；
- ▶ 注意混合积的记法，



## 分章节重点及要点

第一章：向量的线性相关性，内积，外积，混合积，二重外积以及拉格朗日恒等式。性质，计算，几何意义三个方面都会涉及到。

- ▶ 线性相关：各种判别方法；
- ▶ 内积：点到平面距离；向量夹角；
- ▶ 外积：两向量的线性相关性；平行四边形面积；计算平面的法向量；点到直线的距离；
- ▶ 混合积：三向量的线性相关性；平行六面体体积；两异面直线之间的距离；
- ▶ 注意混合积的记法，一般写做 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ ，有时也记为 $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$

## 第二章：

## 第二章:

### ► 平面的方程类型:

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型:

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型: 点向式, 参数式, 普通式;

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型: 点向式, 参数式, 普通式;
- ▶ 注意仿射坐标系和直角坐标系中求直线和平面方程的区别:

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型: 点向式, 参数式, 普通式;
- ▶ 注意仿射坐标系和直角坐标系中求直线和平面方程的区别: 仿射坐标系中不用内积与外积相关的运算。



## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型: 点向式, 参数式, 普通式;
- ▶ 注意仿射坐标系和直角坐标系中求直线和平面方程的区别: 仿射坐标系中不用内积与外积相关的运算。
- ▶ 平面到平面距离, 直线到平面距离, 转化为点到平面距离; 且平面到平面距离有简化表达式;

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型: 点向式, 参数式, 普通式;
- ▶ 注意仿射坐标系和直角坐标系中求直线和平面方程的区别: 仿射坐标系中不用内积与外积相关的运算。
- ▶ 平面到平面距离, 直线到平面距离, 转化为点到平面距离; 且平面到平面距离有简化表达式;
- ▶ 平行直线之间的距离转化为点到直线的距离;

## 第二章：

- ▶ 平面的方程类型：普通式，参数式，点法式(直角标架特有)；
- ▶ 直线的方程类型：点向式，参数式，普通式；
- ▶ 注意仿射坐标系和直角坐标系中求直线和平面方程的区别：仿射坐标系中不用内积与外积相关的运算。
- ▶ 平面到平面距离，直线到平面距离，转化为点到平面距离；且平面到平面距离有简化表达式；
- ▶ 平行直线之间的距离转化为点到直线的距离；
- ▶ 异面直线之间的距离，可以转化为直线到平面距离，也可认为是平面之间的距离；

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型: 点向式, 参数式, 普通式;
- ▶ 注意仿射坐标系和直角坐标系中求直线和平面方程的区别: 仿射坐标系中不用内积与外积相关的运算。
- ▶ 平面到平面距离, 直线到平面距离, 转化为点到平面距离; 且平面到平面距离有简化表达式;
- ▶ 平行直线之间的距离转化为点到直线的距离;
- ▶ 异面直线之间的距离, 可以转化为直线到平面距离, 也可认为是平面之间的距离;

**命题:** 设两条异面直线 $l_1, l_2$ 分别过点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ , 方向向量为 $\vec{v}_1(a_1, b_1, c_1)$ ,  $\vec{v}_2(a_2, b_2, c_2)$ , 则 $l_1$ 与 $l_2$ 之间的距离为:

$$d = \frac{|(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \cdot \overrightarrow{M_1 M_2}|}{|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|}$$

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型: 点向式, 参数式, 普通式;
- ▶ 注意仿射坐标系和直角坐标系中求直线和平面方程的区别: 仿射坐标系中不用内积与外积相关的运算。
- ▶ 平面到平面距离, 直线到平面距离, 转化为点到平面距离; 且平面到平面距离有简化表达式;
- ▶ 平行直线之间的距离转化为点到直线的距离;
- ▶ 异面直线之间的距离, 可以转化为直线到平面距离, 也可认为是平面之间的距离;

**命题:** 设两条异面直线 $l_1, l_2$ 分别过点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ , 方向向量为 $\vec{v}_1(a_1, b_1, c_1)$ ,  $\vec{v}_2(a_2, b_2, c_2)$ , 则 $l_1$ 与 $l_2$ 之间的距离为:

$$d = \frac{|(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \cdot \overrightarrow{M_1 M_2}|}{|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|}$$

**注意:**

## 第二章:

- ▶ 平面的方程类型: 普通式, 参数式, 点法式(直角标架特有);
- ▶ 直线的方程类型: 点向式, 参数式, 普通式;
- ▶ 注意仿射坐标系和直角坐标系中求直线和平面方程的区别: 仿射坐标系中不用内积与外积相关的运算。
- ▶ 平面到平面距离, 直线到平面距离, 转化为点到平面距离; 且平面到平面距离有简化表达式;
- ▶ 平行直线之间的距离转化为点到直线的距离;
- ▶ 异面直线之间的距离, 可以转化为直线到平面距离, 也可认为是平面之间的距离;

**命题:** 设两条异面直线 $l_1, l_2$ 分别过点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ , 方向向量为 $\vec{v}_1(a_1, b_1, c_1)$ ,  $\vec{v}_2(a_2, b_2, c_2)$ , 则 $l_1$ 与 $l_2$ 之间的距离为:

$$d = \frac{|(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \cdot \overrightarrow{M_1 M_2}|}{|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|}$$

**注意:** 不要用行列式计算混合积, 先把外积算出来, 再用内积。

## 第三章

### 第三章

旋转面，柱面，锥面的形成原理要理解，公式要能推导出来。特别是以下特殊情况的公式必须记住：

- ▶ 旋转面：旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线；
- ▶ 柱面：母线方向平行于坐标轴；
- ▶ 锥面：顶点为原点



### 第三章

旋转面，柱面，锥面的形成原理要理解，公式要能推导出来。特别是以下特殊情况的公式必须记住：

- ▶ 旋转面：旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线；
- ▶ 柱面：母线方向平行于坐标轴；
- ▶ 锥面：顶点为原点

**注意：**只有当旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线时，才能用替换公式写出旋转面方程。

### 第三章

旋转面，柱面，锥面的形成原理要理解，公式要能推导出来。特别是以下特殊情况的公式必须记住：

- ▶ 旋转面：旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线；
- ▶ 柱面：母线方向平行于坐标轴；
- ▶ 锥面：顶点为原点

**注意：**只有当旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线时，才能用替换公式写出旋转面方程。只要有一项不满足就只能代入一般旋转面公式中求解。

### 第三章

旋转面，柱面，锥面的形成原理要理解，公式要能推导出来。特别是以下特殊情况的公式必须记住：

- ▶ 旋转面：旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线；
- ▶ 柱面：母线方向平行于坐标轴；
- ▶ 锥面：顶点为原点

**注意：**只有当旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线时，才能用替换公式写出旋转面方程。只要有一项不满足就只能代入一般旋转面公式中求解。

**例：**习题3.1,9(10)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = x^2 \end{cases}$  绕 $z$ 轴旋转。

### 第三章

旋转面，柱面，锥面的形成原理要理解，公式要能推导出来。特别是以下特殊情况的公式必须记住：

- ▶ 旋转面：旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线；
- ▶ 柱面：母线方向平行于坐标轴；
- ▶ 锥面：顶点为原点

**注意：**只有当旋转轴为坐标轴，且母线为坐标平面内曲线时，才能用替换公式写出旋转面方程。只要有一项不满足就只能代入一般旋转面公式中求解。

**例：**习题3.1,9(10)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = x^2 \end{cases}$  绕z轴旋转。

直纹面直母线的公式要记住；

第四章：利用平面上的坐标变换求曲线的方程，

第四章：利用平面上的坐标变换求曲线的方程，

1. 首先根据已有几何条件求一新的标架，使得曲线位于其标准位置；
2. 其次利用几何条件求出新标架下曲线的标准方程；
3. 最后通过坐标变换公式把曲线在旧标架下的方程求出。

## 第五章：化一般方程为标准方程：

## 第五章：化一般方程为标准方程：

### ► 公式：

$$\operatorname{ctg} 2\theta = \frac{a_{11} - a_{22}}{2a_{12}}$$

$$a'_{11} = a_{11} + a_{12}\operatorname{tg}\theta$$

$$a'_{22} = a_{22} - a_{12}\operatorname{tg}\theta$$

要记住。

- 一般情况下，通过方程： $\operatorname{ctg} 2\theta = \frac{1-\operatorname{tg}^2\theta}{2\operatorname{tg}\theta}$  反解出 $\operatorname{tg}\theta$ 的值，且选择其中对应锐角的正值。



# 关于解析几何

# 关于解析几何

与数学分析和高等代数比较：

# 关于解析几何

与数学分析和高等代数比较：数分和高代中的证明题，只要找到思路，很快就能证明；解几中的证明题，即便有思路，也要通过大量的计算才能证明。

# 关于解析几何

与数学分析和高等代数比较：数分和高代中的证明题，只要找到思路，很快就能证明；解几中的证明题，即便有思路，也要通过大量的计算才能证明。

有些同学觉得解析几何不容易学，其实并不是几何课程本身的原因，很大程度源于高等代数知识掌握的不熟练，因为解析几何中的几何概念最终要通过高等代数的语言叙述出来，并加以计算。

# 关于解析几何

与数学分析和高等代数比较：数分和高代中的证明题，只要找到思路，很快就能证明；解几中的证明题，即便有思路，也要通过大量的计算才能证明。

有些同学觉得解析几何不容易学，其实并不是几何课程本身的原因，很大程度源于高等代数知识掌握的不熟练，因为解析几何中的几何概念最终要通过高等代数的语言叙述出来，并加以计算。

后续的几何课程的难度还是比较大的，需要很多分析和代数的准备知识。

为什么要学习解析几何，而且是和高等代数同步甚至是之前？

为什么要学习解析几何，而且是和高等代数同步甚至是之前？

1. 近而言之：为高等代数的学习提供背景；

为什么要学习解析几何，而且是和高等代数同步甚至是之前？

1. 近而言之：为高等代数的学习提供背景；比如：

- ▶ 二次型的化为标准型可以理解为标架的“转轴”
- ▶ 三元线性方程组的解可以理解为平面的相互位置关系；
- ▶ 曲线方程系数矩阵的特征向量为对称轴所在的方向向量。



为什么要学习解析几何，而且是和高等代数同步甚至是之前？

1. 近而言之：为高等代数的学习提供背景；比如：

- ▶ 二次型的化为标准型可以理解为标架的“转轴”
- ▶ 三元线性方程组的解可以理解为平面的相互位置关系；
- ▶ 曲线方程系数矩阵的特征向量为对称轴所在的方向向量。

2. 中而言之：为后续的几何课程打下基础，主要体现为领悟将具体的代数，分析工具应用在多变的几何对象的研究上这一精神。

## 为什么要学习解析几何，而且是和高等代数同步甚至是之前？

1. 近而言之：为高等代数的学习提供背景；比如：
  - ▶ 二次型的化为标准型可以理解为标架的“转轴”
  - ▶ 三元线性方程组的解可以理解为平面的相互位置关系；
  - ▶ 曲线方程系数矩阵的特征向量为对称轴所在的方向向量。
2. 中而言之：为后续的几何课程打下基础，主要体现为领悟将具体的代数，分析工具应用在多变的几何对象的研究上这一精神。
3. 远而言之：用几何的观点和思维来看待问题。



感谢大家的支持。

感谢大家的支持。

预祝大家取得好成绩！