

第一课 数列极限及其性质

1. 数列的极限知识点

- 研究对象：数列
无穷多个数

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$$

按次序一个接一个排列下去，就构成了一个数列，记为 $\{x_n\}$ 。

- 数列及其极限行为的例子 ...
- 数列的极限的定义

Definition. 设 $\{x_n\}$ 是一个数列， a 是实数。如果对于任意给定的 $\epsilon > 0$ ，总存在一个正整数 $N > 0$ ，当 $n > N$ 时，都有 $|x_n - a| < \epsilon$ ，我们称 a 是数列 $\{x_n\}$ 的极限，或者称数列 $\{x_n\}$ 收敛，且收敛于 a ，记为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \quad \text{或} \quad x_n \rightarrow a \quad (n \rightarrow \infty),$$

这时也称数列 $\{x_n\}$ 极限存在。

- 数列极限的理解
将数列无限多项的变化趋势做一个量化的描述
- 几何解释和注意点
用数轴描述数列极限
数列前有限项对数列极限无影响
- 逆命题没有极限的数列、发散的数列
- 利用定义证明数列收敛
- 掌握常用数列的极限

2. 基本技术：利用定义证明数列收敛