

## Лабораторная работа «НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ»

### Часть 1. ПРИМЕНЕНИЕ ПОИСКОВЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ

**Цель.** Изучить методы поиска минимума одномерных унимодальных функций

#### *Контрольные вопросы*

1. К какому классу методов относится алгоритм деления пополам?
2. Описать схему алгоритма деления пополам.
3. К какому классу методов относится алгоритм Фибоначчи?
4. Описать схему алгоритма Фибоначчи.
5. Каковы свойства золотого сечения?
6. Описать схему алгоритма золотого сечения.
7. Как сравнить эффективность алгоритмов одномерной условной оптимизации?

#### *Краткие теоретические сведения и примеры выполнения заданий:*

#### ПАССИВНЫЙ МЕТОД ПОИСКА МИНИМУМА

Метод оптимизации называется пассивным, когда все точки  $x_i$ ,  $i = 1, N$ , вычислений характеристик задачи (в данном случае значений целевой функции) выбираются одновременно до начала вычислений.

Если  $N$  четное, т.е.  $N = 2l$ ,  $l = 1, 2, \dots$ , то наилучшее (в смысле максимального уменьшения длины отрезка локализации) размещение точек  $x_i$ ,  $i = 1, N$ , получается разбиением их на равноотстоящие  $\varepsilon$ -пары, т.е.

$$x_{2j-1} = a + \frac{b-a}{N/2+1} \cdot j - \frac{\varepsilon}{2}, \quad x_{2j} = a + \frac{b-a}{N/2+1} \cdot j + \frac{\varepsilon}{2}, \quad j = \overline{1, N/2},$$

где  $\varepsilon$  — некоторое малое положительное число. При этом

$$L_N = \frac{b-a}{N/2+1} + \frac{\varepsilon}{2} = \frac{L_0}{l+1} + \frac{\varepsilon}{2}$$

Если  $N$  нечетное, т.е.  $N = 2l + 1$ ,  $l = 1, 2, \dots$ , то наилучшим является равномерное распределение точек, т. е.

$$x_i = a + \frac{b-a}{N+1} i, \quad i = \overline{1, N}, \quad L_N = 2 \frac{b-a}{N+1} = \frac{L_0}{l+1}.$$

Нетрудно заметить, что использование нечетного числа точек при пассивном методе поиска неэффективно.

После определения точек  $x_i$ ,  $i = 1, N$ , вычисляются значения функции  $f(x_i)$ . Пусть  $f(x_k) = \min f(x_i)$ . Тогда, полагая  $x_0 = a$ ,  $x_{N+1} = b$ , определяется

итоговый отрезок локализации  $[x_{k-1}, x_{k+1}]$ . Точка  $x_k$  принимается за аппроксимацию(оценку) точки минимума  $x^*$ , значение функции  $f(x_k)$  - за оценку  $f^* = f(x^*)$ , т.е.

$$x^* \equiv x_k, f^* \equiv f(x_k).$$

**Пример.** Определить с помощью пассивного поиска минимум функции  $f(x) = x + 1/x$ , заданной на отрезке  $[0,2]$ :

а) при  $N=6, \epsilon=0,1$ ; б) при  $N=7$ .

**Решение.**

а)  $N=6, \epsilon=0,1$ .

Определяем пары точек  $x_{2j-1}, x_{2j}$

$$x_{2j-1} = 0 + \frac{2-0}{3+1}j - \frac{0,1}{2} = 0,5j - 0,05, \quad j = \overline{1,3};$$

$$x_{2j} = 0 + \frac{2-0}{3+1}j + \frac{0,1}{2} = 0,5j + 0,05, \quad j = \overline{1,3}.$$

Результаты вычислений  $x$  и  $f(x)$  заносим в табл.

Номер отсчета	1	2	3	4	5	6
$x$	0,45	0,55	0,95	1,05	1,45	1,55
$f(x)$	2,67	2,37	2,0026	2,0024	2,14	2,20

Поскольку  $f(x_4) = \min_{i=\overline{1,6}} f(x_i)$ , то полагаем  $\Delta_6 = [x_3, x_5] = [0,95; 1,45]$ ,  $x^* \equiv x_4 = 1,05$ ,  $f^* \equiv f(x_4) = 2,0024$ .

**Ответ:**  $\Delta_6 = [0,95; 1,45]$ ,  $x^* \equiv 1,05$ ,  $f^* \equiv 2,0024$ .

б)  $N=7$ .

Определяем  $x_i$ - помощью соотношения

$$x_i = 0 + \frac{2-0}{7+1}i = 0,25i, \quad i = \overline{1,7}.$$

Результаты вычислений  $x$  и  $f(x)$  заносим в табл.

Номер отсчета	1	2	3	4	5	6	7
$x$	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75
$f(x)$	4,25	2,50	2,08	2,00	2,05	2,17	2,32

Поскольку  $f(x_4) = \min_{i=1,7} f(x_i)$ , то полагаем  $\Delta_7 = [x_3, x_5] = [0,75, 1,25]$ ,  $x^* \equiv x_4 = 1$ ,  $f^* \equiv f(x_4) = 2$ .

**Ответ:**  $\Delta_7 = [0,75; 1,25]$ ,  $x^* \equiv 1$ ,  $f^* \equiv 2$ .

## АКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ПОИСКА МИНИМУМА

### Метод дихотомии (половинного деления)

В данном случае общее количество вычислений  $f(x)$  четное, т.е.  $N = 2l$ ,  $l = 1, 2, \dots$ , на  $j$ -м шаге ( $j$ -й итерации) производится пара вычислений  $x_1^{(j)}$  и  $x_2^{(j)}$ , отстоящих на расстоянии  $\varepsilon / 2$  по обе стороны от середины текущего отрезка локализации  $[a^{(j-1)}, b^{(j-1)}]$ . Если  $f_1^{(j)} \leq f_2^{(j)}$ , то отбрасывается часть отрезка, расположенная справа от  $x_2^{(j)}$ ; если  $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$ , то отбрасывается часть отрезка, расположенная слева от  $x_1^{(j)}$ .

Используются два условия окончания вычислений:

- а) выполнение заданного количества вычислений  $N$ ;
- б) достижение заданной величины  $\delta$  уменьшения отрезка локализации.

Итак, алгоритм поиска минимума унимодальной функции методом дихотомии заключается в следующем.

1. Задаются  $N$  (либо  $\delta$ ) и  $\varepsilon$ , полагается  $j=1$ .

2. На  $j$ -й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = \frac{1}{2}(a^{(j-1)} + b^{(j-1)}) - \frac{\varepsilon}{2}, \quad x_2^{(j)} = \frac{1}{2}(a^{(j-1)} + b^{(j-1)}) + \frac{\varepsilon}{2},$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}), \quad f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если  $f_1^{(j)} \leq f_2^{(j)}$ , то  $a^{(j)} = a^{(j-1)}$ ,  $b^{(j)} = x_2^{(j)}$ .

Если  $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$ , то  $a^{(j)} = x_1^{(j)}$ ,  $b^{(j)} = b^{(j-1)}$ .

3. Проверяется условие окончания вычислений:

$$\text{а) } j=N/2 \quad \text{либо} \quad \text{б) } \frac{L_{2j}}{L_0} \leq \delta.$$

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума  $x^*$  и величины минимума  $f^* = f(x^*)$ , и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается  $j = j + 1$  и осуществляется переход к п.2.

Отметим, что для определения оценки точки минимума надо рассмотреть все исследованные точки итогового отрезка локализации и выбрать ту из них, для которой значение функции минимально.

**Пример.** Определить методом дихотомии минимум функции  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 10$ , заданной на отрезке  $[1, 3]$ , при  $N=8$ ,  $\varepsilon=0,1$ .

**Решение.**

В данном случае будут выполнены  $N/2=4$  итерации.

Результаты вычислений заносим в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Номер итерации	$x_1^{(j)}$	$x_2^{(j)}$	$f_1^{(j)}$	$\leq$ $>$	$f_2^{(j)}$	$a^{(j)}$	$b^{(j)}$
0	—	—	—		—	1	3
1	1,95	2,05	1,644	<	2,446	1	2,05
2	1,475	1,575	1,680	>	1,270	1,475	2,05
3	1,713	1,813	1,004	<	1,082	1,475	1,813
4	1,594	1,694	1,211	>	1,017	1,594	1,813

Поскольку  $j=N/2=4$ , то вычисления завершаются.

Точка минимума локализована на отрезке  $[1,594; 1,813]$ . На данном отрезке исследованы 4 точки:

$$\left. \begin{aligned} a^{(4)} &= 1,594 \rightarrow f(a^{(4)}) = 1,211; \\ b^{(4)} &= 1,813 \rightarrow f(b^{(4)}) = 1,082; \\ x_2^{(4)} &= 1,694 \rightarrow f(x_2^{(4)}) = 1,017; \\ x_1^{(3)} &= 1,713 \rightarrow f(x_1^{(3)}) = 1,004; \end{aligned} \right\} x^* \cong x_1^{(3)} = 1,713, f^* \cong f(x_1^{(3)}) = 1,004.$$

**Ответ:**

$$\Delta_s = [1,594; 1,813], x^* \cong 1,713, f^* \cong 1,004.$$

### Метод Фибоначчи

Метод Фибоначчи является наилучшим (в смысле максимального уменьшения длины отрезка локализации) среди активных методов поиска. Согласно методу Фибоначчи, на первом шаге (первой итерации) проводятся два вычисления значений  $f(x)$  в точках  $x_1^{(1)}$  и  $x_2^{(1)}$  (причем  $x_1^{(1)} < x_2^{(1)}$ , расположенных симметрично относительно середины отрезка  $[a, b]$ ). По результатам вычислений одна из частей отрезка ( $[a, x_1^{(1)}]$  либо  $[x_2^{(1)}, b]$ ) отбрасывается, при этом одна из точек (соответственно  $x_2^{(1)}$  либо  $x_1^{(1)}$ ) уже проведенных вычислений остается внутри отрезка  $\Delta_2 = \Delta^{(1)}$ . На каждом последующем шаге (последующей итерации) точка очередного вычисления выбирается симметрично оставшейся точки. Таким образом, на первой итерации проводятся два вычисления значений  $f(x)$ , на каждой последующей - одно вычисление. Поэтому при заданном количестве вычислений  $N$  будет выполнено  $N - 1$  шагов (итераций).

При вычислении  $x_1^{(j)}$  и  $x_2^{(j)}$ ,  $j = \overline{1, N-1}$ , используются числа Фибоначчи, определяемые следующим образом:

$$F_0 = F_1 = 1, \quad F_k = F_{k-1} + F_{k-2}, \quad k = 2, 3, \dots$$

Условием окончания вычислений является выполнение заданного количества вычислений  $N$ .

Итак, алгоритм поиска минимума унимодальной функции методом Фибоначчи заключается в следующем.

1. Задается  $N$ , определяются числа Фибоначчи  $F_k$ ,  $k = \overline{0, N+1}$ , выбирается  $\varepsilon$  из условия

$$\varepsilon < \frac{b-a}{F_{N+1}}.$$

Полагается  $j=1$ .

2. На  $j$ -й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = a^{(j-1)} + \frac{F_{N-j+1}}{F_{N-j+1}} (b^{(j-1)} - a^{(j-1)}) - \frac{(-1)^{N-j+1}}{F_{N-j+1}} \varepsilon,$$

$$x_2^{(j)} = a^{(j-1)} + \frac{F_{N-j}}{F_{N-j+1}} (b^{(j-1)} - a^{(j-1)}) + \frac{(-1)^{N-j+1}}{F_{N-j+1}} \varepsilon,$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}), \quad f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если  $f_1^{(j)} \leq f_2^{(j)}$ , то  $a^{(j)} = a^{(j-1)}$ ,  $b^{(j)} = x_2^{(j)}$ ,  $x_2^{(j+1)} = x_1^{(j)}$ .

Если  $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$ , то  $a^{(j)} = x_1^{(j)}$ ,  $b^{(j)} = b^{(j-1)}$ ,  $x_1^{(j+1)} = x_2^{(j)}$ .

3. Проверяется условие окончания вычислений

$$j = N - 1.$$

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума  $x^*$  и величины минимума  $f^* = f(x^*)$  и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается  $j=j+1$  и осуществляется переход к п.2.

**Примечание.** На  $j$ -й,  $j>1$ , итерации вычисляется только та точка  $x_i^{(j)}$ ,  $i = 1, 2$ , которая не была определена на предыдущей итерации.

Отметим, что оценкой точки минимума  $x^*$  является та из точек  $x_i^{(N-1)}$ ,  $i = 1, 2$ , которая осталась внутри итогового отрезка локализации.

**Пример.** Определить методом Фибоначчи минимум функции  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 10$ , заданной на отрезке  $[1, 3]$ , при  $N=4$ .

**Решение.** В данном случае будут выполнены  $N - 1 = 3$  итерации.

Определяем числа Фибоначчи  $F_k, k = \overline{1,5}$ :

$$F_0 = F_1 = 1, F_2 = 2, F_3 = 3, F_4 = 5, F_5 = 8.$$

$$\varepsilon < \frac{b-a}{F_5} = \frac{3-1}{8} = 0,25.$$

Выбираем  $\varepsilon=0,1$ .

*Первая итерация*

$$x_1^{(1)} = a^{(0)} + \frac{F_{N-2}}{F_N}(b^{(0)} - a^{(0)}) - \frac{(-1)^N}{F_N}\varepsilon = 1 + \frac{F_2}{F_4}(3-1) - \frac{(-1)^4}{F_4} \cdot 0,1 = 1 + \frac{2 \cdot 2 - 0,1}{5} = 1 + 0,78 = 1,78,$$

$$x_2^{(1)} = a^{(0)} + \frac{F_{N-1}}{F_N}(b^{(0)} - a^{(0)}) + \frac{(-1)^N}{F_N}\varepsilon = 1 + \frac{F_3}{F_4}(3-1) + \frac{(-1)^4}{F_4} \cdot 0,1 = 1 + \frac{3 \cdot 2 + 0,1}{5} = 1 + 1,22 = 2,22.$$

*Вторая итерация*

$$x_1^{(2)} = a^{(1)} + \frac{F_{N-3}}{F_{N-1}}(b^{(1)} - a^{(1)}) - \frac{(-1)^{N-1}}{F_{N-1}}\varepsilon = 1 + \frac{F_1}{F_3}(2,22-1) - \frac{(-1)^3}{F_3} \cdot 0,1 = 1 + \frac{1 \cdot 1,22 + 0,1}{3} = 1 + 0,44 = 1,44.$$

*Третья итерация*

$$x_2^{(2)} = a^{(2)} + \frac{F_{N-2}}{F_{N-2}}(b^{(2)} - a^{(2)}) + \frac{(-1)^{N-2}}{F_{N-2}}\varepsilon = 1,44 + \frac{F_1}{F_2}(2,22 - 1,44) + \frac{(-1)^2}{F_2} \cdot 0,1 = 1,44 + \frac{1 \cdot 0,78 + 0,1}{2} = 1,44 + 0,44 = 1,88.$$

Результаты вычислений заносим в таблице

Номер итерации	$x_1^{(j)}$	$x_2^{(j)}$	$f_1^{(j)}$	$\leq$ $>$	$f_2^{(j)}$	$a^{(j)}$	$b^{(j)}$
0	—	—	—		—	1	3
1	1,78*	2,22*	1,028	<	4,719	1	2,22
2	1,44*	1,78	1,858	>	1,028	1,44	2,22
3	1,78	1,88*	1,028	<	1,286	1,44	1,88

**Примечание.** Знаком \* помечаем точки  $x_i^{(i)}$ ,  $i=1,2$ , вычисляемые на  $j$ -й итерации.

Поскольку  $j=N-1=3$ , то вычисления завершаются.

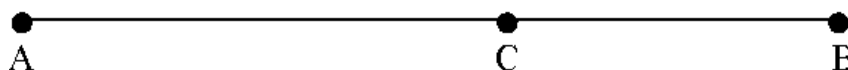
Точка минимума локализована на отрезке  $[1,44; 1,88]$ ,  $x^* = x^{(3)} = 1,78$ ,  $f^* = f(x^{(3)}) = 1,028$ .

**Ответ:**

$$\Delta_4 = [1,44; 1,88], \quad x^* \cong 1,78, \quad f^* \cong 1,028$$

### Метод золотого сечения

Недостатком наиболее эффективного метода Фибоначчи является то, что должно быть задано количество вычислений  $N$ . Метод золотого сечения почти столь же эффективен, как и метод Фибоначчи, но при этом не зависит от  $N$ . Алгоритм поиска по методу золотого сечения определяется тем же правилом симметрии, что и алгоритм по методу Фибоначчи: на первой итерации выбираются две точки, расположенные симметрично относительно середины исходного отрезка; на каждой последующей итерации выбирается одна точка, расположенная симметрично оставшейся точки. Разница заключается в выборе точек. Метод золотого сечения основан на делении отрезка локализации «золотым сечением», т.е. таком делении, когда отношение большей части отрезка ко всему отрезку равно отношению меньшей части к большей



$$\frac{AC}{AB} = \frac{CB}{AC}.$$

При таком делении используются две дроби Фибоначчи

$$\phi_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \cong 0,382, \quad \phi_2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \cong 0,618,$$

удовлетворяющие условиям

$$\phi_1 + \phi_2 = 1, \quad \phi_1 = (\phi_2)^2.$$

В случае метода золотого сечения используются два условия окончания вычислений:

- а) выполнение заданного количества вычислений  $N$ ,
- б) достижение заданной величины  $\delta$  уменьшения отрезка локализации.

Итак, алгоритм поиска минимума унимодальной функции методом золотого сечения заключается в следующем.

1. Задается  $N$  (либо  $\delta$ ), полагается  $j=1$ .
2. На  $j$ -й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = a^{(j-1)} + \Phi_1(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}),$$

$$x_2^{(j)} = a^{(j-1)} + \Phi_2(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}),$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}), \quad f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если  $f_1^{(j)} \leq f_2^{(j)}$ , то  $a^{(j)} = a^{(j-1)}$ ,  $b^{(j)} = x_2^{(j)}$ ,  $x_2^{(j+1)} = x_1^{(j)}$ .

Если  $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$ , то  $a^{(j)} = x_1^{(j)}$ ,  $b^{(j)} = b^{(j-1)}$ ,  $x_1^{(j+1)} = x_2^{(j)}$ .

3. Проверяется условие окончания вычислений:

$$\text{а) } j = N - 1 \quad \text{либо} \quad \text{б) } \frac{L_{j+1}}{L_0} \leq \delta.$$

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума  $x^*$  и величины минимума  $f^*$  и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается  $j=j+1$  и осуществляется переход к п.2.

**Пример.** Определить методом золотого сечения минимум функции  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 10$ , заданной на отрезке  $[1,3]$ , при  $N=4$ .

**Решение.**

В данном случае будут выполнены  $N - 1 = 3$  итерации. Результаты вычислений заносим в таблицу

Таблица

Номер итерации	$x_1^{(j)}$	$x_2^{(j)}$	$f_1^{(j)}$	$\begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix}$	$f_2^{(j)}$	$a^{(j)}$	$b^{(j)}$
0	—	—	—		—	1	3
1	1,764*	2,236*	1,012	<	4,999	1	2,236
2	1,472*	1,764	1,694	>	1,012	1,472	2,236
3	1,764	1,944*	1,012	<	1,607	1,472	1,944

Поскольку  $j = N - 1 = 3$ , то вычисления завершаются.

Точка минимума локализована на отрезке

$$\Delta_4 = [1,472; 1,944], \quad x^* \equiv x_1^{(3)} = 1,764, \quad f^* \equiv f(x_1^{(3)}) = 1,012.$$

## Часть 2. “НЕЛИНЕЙНАЯ МНОГОМЕРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ”

**Цель.** Используя математический аппарат теории нелинейного программирования рассчитать оптимальный режим поставок товара для минимизации издержек



## Контрольные вопросы

1. Как аналитически найти минимум многомерной функции с ограничениями на область переменных?
2. Сформулировать теорему Куна-Таккера.
3. Какой алгоритм нахождения минимума аналитически без использования теоремы Куна-Таккера?
4. Какой алгоритм нахождения минимума аналитически с использованием теоремы Куна-Таккера?
5. Как определить оптимальный размер партии поставки?
6. Как рассчитать характеристики работы склада в оптимальном режиме?
7. Опишите известные Вам методы поиска минимума многомерных функций

### Ход работы.

#### Постановка задачи.

Склад оптовой торговли отпускает 5 видов товаров. Известны потребности  $V_i$ , издержки заказывания  $K_i$ , издержки содержания  $s_i$ , расход складской площади на единицу товара  $f_i$ , а также величина складской площади торгового зала  $F$ . Хотя бы одна единица товара каждого вида должна храниться на складе.

Требуется определить оптимальные партии поставок при ограничении на максимальный уровень запаса при условии, что все пять видов продукции поступают на склад от разных поставщиков (раздельная оптимизация)

#### Решение:

1. Оптимизация без ограничений на складские площади.)

Строим таблицу 1.

Таблица 1.

I	$V_i$	$K_i$	$S_i$	$f$	$q_{i0}$	$K_i \cdot V_i / q_{i0}$	$S_i \cdot q_i$	$f_i \cdot q_i$
1	8000	40	16	20	200,00	1600,00	3200,00	4000,00
2	160	5	4	3	20,00	40,00	80,00	60,00
3	1800	6	6	4	60,00	180,00	360,00	240,00
4	150	6	2	3	30,00	30,00	60,00	90,00
5	200	30	30	15	20,00	300,00	600,00	300,00
						2150,00	4300,00	4690,00

F        1340

L        4300

Найдем оптимальные размеры поставок при отсутствии ограничений по формуле Уилсона.

$$q_i^0 = \sqrt{\frac{2K_i v_i}{s_i}}$$

Заносим вычисления в таблицу.

Рассчитаем суммарные расходы при данном плане поставок.

$$L = \sum_{i=1}^n \left( \frac{K_i v_i}{q_i^0} + \frac{1}{2} s_i q_i^0 \right)$$

Для этого введем дополнительные столбцы  $\frac{K_i v_i}{q_i^0}$ ,  $s_i q_i^0$ . Далее в отдельной ячейке записываем формулу для расчета.

## 2. Оптимизация с ограничениями на складские площади.

Так как ограничение накладывается на максимальный уровень запаса, то  $h=1$ . Проверим существенность ограничения на складские площади ( $f=1340 \text{ м}^2$ ). Для этого сравним необходимое количество складских площадей с имеющимся.

$$h \sum_{i=1}^5 f_i q_i^0 = 4690 (\text{м}^2)$$

Так как полученное значение больше исходного, то ограничение является существенным. Для нахождения скорректированных значений составим оптимизационную модель. Цель – минимизировать суммарные расходы.

$$L = \sum_{i=1}^n \left( \frac{K_i v_i}{q_i} + \frac{1}{2} s_i q_i \right) \rightarrow \min$$

Ограничение вводится на величину складских площадей.

$$h \sum_{i=1}^n f_i q_i \leq f$$

Получили задачу нелинейной оптимизации, которую можно решить средствами ECHSEL.

Для расчетов строим таблицу 2. (Копируем таблицу 1 ниже и ставим начальные значения в столбце q, например, равные 1 для того, чтобы начальные значения удовлетворяли области ограничений. **На ноль делить нельзя!**).

Столбцом значений будет столбец  $q^*$ . Значение целевой функции находится в ячейке L. Правая часть ограничения записывается в отдельную ячейку. В надстройке «поиск решения» задаем параметры – «нелинейная модель», «неотрицательные значения».

Таблица 2.

I	$V_i$	$K_i$	$S_i$	f	$q_{i0}$	$K_i \cdot V_i / q_{i0}$	$S_i \cdot q_i$	$f_i \cdot q_i$
1	8000	40	16	20	54,39	5883,09	870,29	1087,86
2	160	5	4	3	6,86	116,57	27,45	20,59
3	1800	6	6	4	21,66	498,589	129,97	86,64
4	150	6	2	3	7,50	119,98	15,00	22,50
5	200	30	30	15	8,16	735,30	244,80	122,40
						7353,53	1287,51	1340,00

F 1340

L 7997,281

3. Сведем полученные результаты в таблицу:

результат системы	необходимые складские площади	издержки работы в д.е./год
управление поставками без ограничений	4690	4300
управление поставками с ограничениями на складские площади	1340	7997,28

4. Делаем анализ полученных результатов (указать объём поставки товара каждого вида).