Лабораторная работа «ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ»

Цель

Освоить правила составления математических моделей многоэтапных и многопродуктовых транспортных задач с учетом возможных ограничений.

Контрольные вопросы

1. Что называется ТЗ? Приведите примеры.
2. Что называется допустимым планом? *Всегда ли он существует?* Приведите примеры.
3. Что называется базисным планом ТЗ? *Всегда ли он существует?* Приведите примеры.
4. Что называется оптимальным планом? *Всегда ли он существует?* Приведите примеры.
5. Какие методы составления первоначального базисного плана Вы знаете?
6. Какие методы решения ТЗ Вы знаете?
7. Каковы условия оптимальности плана ТЗ?
8. Как определяется единственность (не единственность) оптимального плана? *Как выписать все оптимальные планы ТЗ?*
9. Сформулируйте двухэтапную ТЗ?
10. Сформулируйте условие разрешимости двухэтапной ТЗ?
11. При каких условиях двухэтапную ТЗ можно свести к двум одноэтапным ТЗ?
12. Сформулируйте многопродуктовую ТЗ?
13. Сформулируйте условие разрешимости многопродуктовой ТЗ?
14. Сформулируйте условие несбалансированности многопродуктовой ТЗ?
15. При каких условиях многопродуктовую ТЗ можно свести к обычным ТЗ?
16. Укажите особенности расстановки тарифов для фиктивного потребителя в многопродуктовой ТЗ.

Транспортная задача

Пример. Требуется определить оптимальный план перевозок транспортной задачи, заданной транспортной таблицей.

Предложение поставщиков	Спрос получателей		
	90	**30**	**40**
50	8	9	2
60	5	3	1
70	7	6	4

Решение.

Специальная структура транспортной модели позволяет построить опорный план целым рядом методов, которые отличаются по степени приближения к оптимальному решению, что неизбежно влечет их усложнение. Хороший компромисс обеспечивает *метод минимального элемента*. Рассмотрим применение этого метода на примере (табл. 4). Пусть возможности поставщиков составляют 50, 60 и 70 ед. груза, а спрос получателей задан как 90, 30 и 40 ед. Поскольку возможные поставки превышают спрос на 20 ед., введем фиктивного получателя с таким объемом спроса. Эти данные вместе со значениями стоимостей перевозок занесем в таблицу. Номерами ее строк и столбцов будем считать порядковые номера поставщиков и получателей.

Таблица 4

Предложение поставщиков	Спрос получателей			
	90	**30**	**40**	**20**
50	8	9	2 ~	0
60	5	3	1 **40**	0
70	7	6	4 ~	0

Для фиктивного получателя транспортные затраты нулевые, так как груз остается у поставщика. Поэтому при выборе маршрута с минимальной стоимостью не будем принимать его во внимание. Тогда наименьшую стоимость имеет ячейка (2, 3). С учетом ограничений для второй строки и третьего столбца записываем в нее значение объема перевозки 40 ед. и корректируем предложение и спрос. Для третьего получателя спрос удовлетворен, следовательно, третий столбец вычеркиваем. Следующей ячейкой с минимальной стоимостью в незаполненной части таблицы будет ячейка (2, 2), и в нее занесем значение объема перевозок равное 20. Последовательность действий и конечный результат представлены в табл. 5.

Таблица 5

Предложение поставщиков	Спрос получателей			
	90	**30**	**40**	**20**
50	8 **30**	9 ~	2 ~	0 **20**
60	5 ~	3 **20**	1 **40**	0 ~
70	7 **60**	6 **10**	4 ~	0 ~

Метод потенциалов основан на соотношениях теории двойственности и состоит в том, что каждому поставщику ставятся с соответствие числа (потенциалы) u_i, а каждому получателю – v_j, удовлетворяющие условиям: $u_i + v_j = c_{ij}$, в тех клетках таблицы, которые вошли в опорный план. Таких клеток $m+n$, а потенциалов $m+n-1$. Потенциалы можно интерпретировать как выплаты за единицу груза, получаемые транспортной организацией как при погрузке, так и после доставки груза. Величины потенциалов могут быть любого знака, но выплаты за перевозку по тому опорному плану, для которого они определены, будут точно соответствовать заданным тарифам.

Для незаполненных клеток значение разности $c_{ij} - (u_i + v_j)$ может оказаться любого знака. Если $c_{ij} - (u_i + v_j) > 0$, то включение такой клетки в базис только увеличит суммарные затраты. Следовательно, если во всех незаполненных клетках тарифы превышают суммы потенциалов, то план оптимален. Рассматриваемые разности являются оценками переменных, поэтому, если план еще не является оптимальным, то нужно выбрать для включения в базис ту клетку, для которой абсолютное значение отрицательной оценки $c_{ij} - (u_i + v_j) < 0$ является наибольшим, и занести в нее максимально возможную величину перевозимого груза. При этом балансы по строкам и столбцам необходимо сохранить, а все переменные должны оставаться неотрицательными.

Выполнение описанной процедуры рассмотрим на примере (табл. 6). Сначала требуется определить 7 неизвестных потенциалов, имея 6 уравнений. Любому из них можно присвоить произвольное значение (например $u_1 = 0$) и затем, считая, что в заполненных клетках $u_i + v_j = c_{ij}$, последовательно (порядок вычислений показан стрелками) найдем остальные потенциалы.

Таблица 6

Предложение поставщиков	Спрос получателей **90**	**30**	**40**	**20**	
50	8 **30**	9	2 **-3**	0 **20**	0
60	5	3 **20**	1 **40**	0	-4
70	7 **60**	6 **10**	4	0	-1
	8	7	5	0	u_i / v_j

Перспективной для ввода в базис является только переменная (1, 3), оценка которой равна $c_{13} - (u_1 + v_3) = 2 - 0 - 5 = -3$. Занесем ее в правый нижний угол клетки и построим замкнутый цикл, который начинается и заканчивается в этой ячейке и состоит из последовательности вертикальных и горизонтальных отрезков (диагональные недопустимы), соединяющих заполненные клетки. Поскольку вводимая в базис переменная всегда может быть выражена через базисные переменные, то такой цикл всегда существует и будет единственным. Его можно обходить как по часовой стрелке, так и против, что несущественно. Важно то, что если вводимую в базис переменную пометить знаком ⊕ и изменять знак в каждой угловой точке цикла, то в любой строке и любом столбце каждому знаку ⊕ будет соответствовать знак ⊖ (табл. 7).

Таблица 7

Предложение поставщиков	Спрос получателей **90**	**30**	**40**	**20**	
50	⊖ 8 **30**	9	⊕ 2 **-3**	0 **20**	0
60	5	⊕ 3 **20**	⊖ 1 **40**	0	-4
70	⊕ 7 **60**	⊖ 6 **10**	4	0	-1
	8	7	5	0	u_i / v_j

Следовательно, если всем участвующим в цикле переменным дать некоторое приращение Δ с соответствующими знаками, то все балансовые соотношения по строкам и столбцам будут сохранены. Чтобы объемы перевозок оставались неотрицательными, это приращение Δ нужно взять равным минимальному по абсолютной величине значению переменной из числа помеченных знаком $\ominus$. В примере это ячейка (3, 2), поэтому $\Delta = 10$.

После изменения грузопотоков получим новое базисное решение, которое приведено в табл. 8. В него введена переменная x_{13} и исключена переменная x_{32}. После этой итерации суммарные затраты на перевозки изменятся на

$$\Delta(c_{13} - (u_1 + v_3)) = 10(2 - 0 - 5) = 10(-3) = -30 .$$

Вычисление новых значений потенциалов производится аналогично.

Таблица 8

Предложение поставщиков	Спрос получателей				
	90	**30**	**40**	**20**	
50	− 8 **20**	9	+ 2 **10**	0 **20**	0
60	+ 5 **-2**	3 **30**	− 1 **30**	0	-1
70	7 **70**	6	4	0	-1
	8	4	2	0	u_i / v_j

Новой вводимой в базис переменной будет x_{22}, имеющая оценку

$$c_{22} - (u_2 + v_2) = 5 - (-1) - 8 = -2 .$$

Построенный для нее цикл позволяет изменить значения входящих в него переменных на $\Delta = 20$ Результаты приведены в табл. 9.

Таблица 9

Предложение поставщиков	Спрос получателей				
	90	**30**	**40**	**20**	
50	8	9	+ 2 **30**	− 0 **20**	0
60	+ 5 **20**	3 **30**	− 1 **10**	0	-1
70	− 7 **70**	6	4	+ 0 **-1**	1
	6	4	2	0	u_i / v_j

После вычисления потенциалов отрицательная оценка получится для переменной x_{34}, действительно $c_{34} - (u_3 + v_4) = 0 - 1 - 0 = -1$ и $\Delta = 10$. Получим табл. 10.

Таблица 10

Предложение поставщиков	Спрос получателей				
	90	**30**	**40**	**20**	
50	8	9	2 **40**	0 **10**	0
60	5 **30**	3 **30**	1	0	-2
70	7 **60**	6	4	0 **10**	0
	7	5	2	0	u_i / v_j

Теперь для небазисных переменных все оценки $c_{ij} - (u_i + v_j) > 0$ неотрицательны, поэтому решение оптимально. Так как среди этих оценок нет нулевых то решение единственно.

Транспортные задачи с ограничениями или запрещениями перевозок.

При нахождении решения ряда конкретных транспортных задач часто бывает необходимо учитывать дополнительные ограничения, которые не встречаются при рассмотрении простых вариантов транспортных задач. Остановимся подробнее на некоторых возможных усложнениях в постановках транспортных задач.

1. При некоторых реальных условиях перевозки груза из определенного пункта отправления A_i $(i = \overline{1,m})$ в пункт назначения B_j $(j = \overline{1,n})$ не могут быть осуществлены. Для определения оптимальных планов таких задач предполагают, что тариф перевозки единицы груза из пункта A_i в пункт B_j является сколь угодно большой величиной M, и при этом условии известными методами находят решение новой транспортной задачи. При таком предположении исключается возможность при оптимальном плане транспортной задачи перевозить груз из пункта A_i в пункт B_j. Такой подход к нахождению решения транспортной задачи называют **запрещением перевозок** или **блокированием** соответствующей клетки таблицы данных задачи.

2. В отдельных транспортных задачах дополнительным условием является обеспечение перевозки по соответствующим маршрутам определенного количества груза. Пусть, например, из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j требуется обязательно перевезти d_{ij} единиц груза. Тогда в клетку таблицы данных транспортной задачи, находящуюся на пересечении строки A_i и столбца B_j, записывают указанное число d_{ij} и в дальнейшем эту клетку считают свободной со сколь угодно большим тарифом перевозок M. Для полученной таким образом новой транспортной задачи находят оптимальный план, который определяет оптимальный план исходной задачи.

3. Пусть при решении транспортной задачи требуется ограничить перевозки от поставщика с номером l к потребителю с номером k. Возможны ограничения двух типов: 1) $x_{lk} \geq a$; 2) $x_{lk} \leq b$, где a и b — постоянные величины.

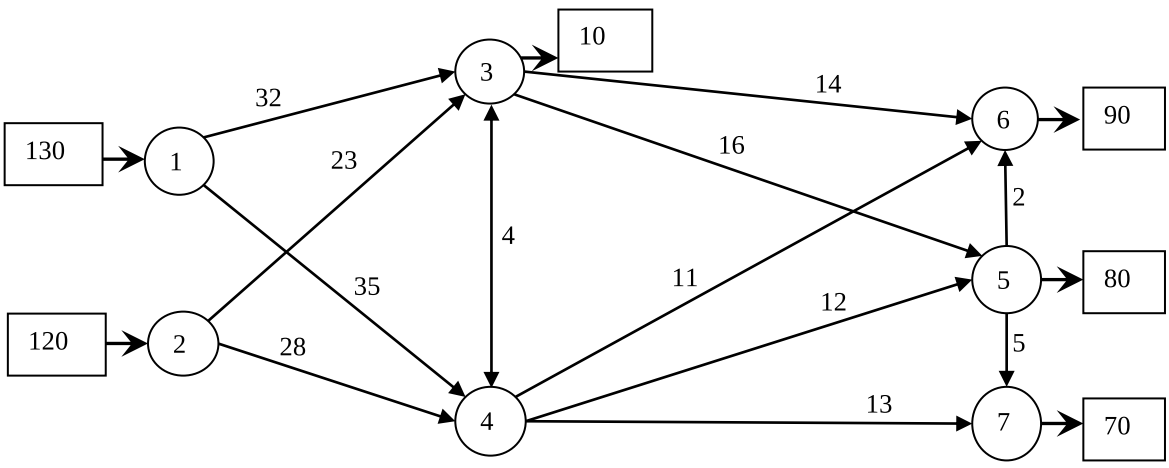
1) Если $x_{lk} \geq a$, то необходимо прежде, чем решать задачу, сократить (уменьшить) запасы l-го поставщика и запросы k-го потребителя на величину a (зарезервировать перевозку

$x_{lk} = a$). После решения задачи в оптимальном решении следует увеличить объем перевозки x_{lk} на величину a.

2) Если $x_{lk} \le b$ то необходимо вместо k-го потребителя с запросами b_k ввести двух других потребителей. Один из них с номером k должен иметь запросы $b_k^{'} = b$, а другой с номером $n+1$ — запросы $b_{n+1} = b_k - b$. Стоимости перевозок для этих потребителей остаются прежними, за исключением стоимости $c_{l(n+1)}$, которая принимается равной сколь угодно большому числу M . После получения оптимального решения величины грузов, перевозимых к $(n+1)$-му потребителю, прибавляются к величинам перевозок k-го потребителя. Так как $c_{l(n+1)} = M$ самая большая стоимость перевозки, то в оптимальном решении клетка с номером $(l, n+1)$ останется пустой, $x_{l(n+1)} = 0$ и объем перевозки x_{lk} не превзойдет b.

Транспортная модель с промежуточными пунктами

Часто кроме исходных и конечных пунктов перевозок используются промежуточные пункты для временного хранения грузов. При этом часть продукции может быть реализована непосредственно в этих пунктах, возможно также, что через отдельные конечные пункты осуществляются перевозки транзитом в другие конечные пункты. Такую модель можно преобразовать в обычную транспортную модель, если ввести буфер достаточно большой, чтобы вместить объем всего предложения или спроса. Будем называть транзитными все пункты, в которые груз может как ввозиться, так и вывозиться. Для каждого транзитного пункта (таким пунктам будут соответствовать одновременно и строка и столбец транспортной модели) увеличим и объем спроса, и объем предложения на величину буфера. Очевидно, что тариф перевозки из такого пункта в него же может быть только нулевым, а полученная переменная, которая может достигать величины буфера, выполняет только техническую роль. При таком построении модели транзитные перевозки будут использоваться только тогда, когда это необходимо или выгодно. Для исключения несуществующих маршрутов перевозок будем полагать, что тарифы для них равны достаточно большому числу *M*. Пример такой задачи приведен на рисунке.

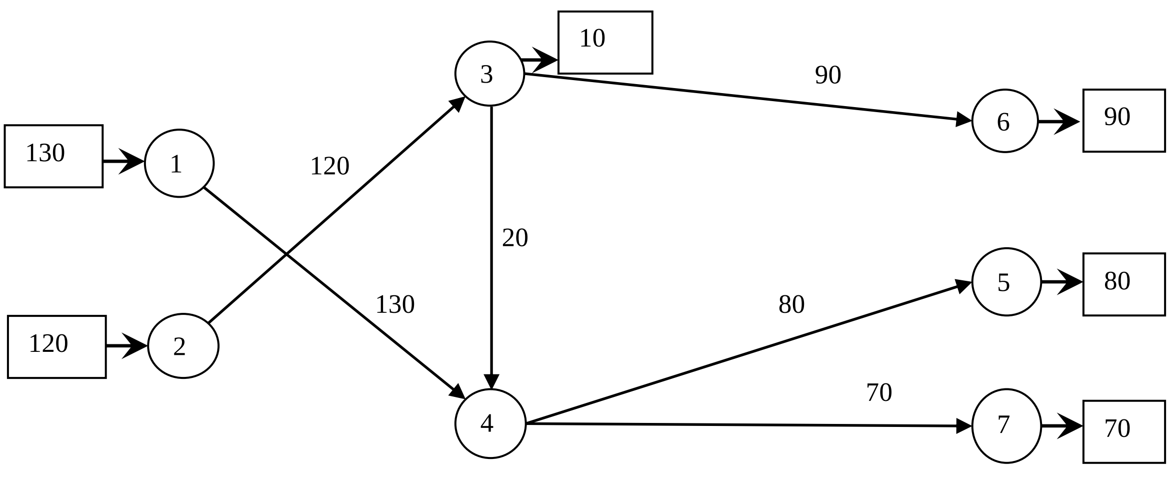


Пункты ① и ② – это грузоотправители с объемами поставки 130 и 120 единиц, пункты ③ и ④ – транзитные (перевалочные) центры, причем в пункте ③ реализуется 10 единиц груза. Объемы реализации в пунктах ⑤ ⑥ и ⑦, а также затраты на транспортировку единицы груза по всем возможным маршрутам показаны. Заметим, что между пунктами ③ и ④ возможны перевозки в любом направлении, а через пункт ⑤ допустим транзит в пункты ⑥ и ⑦. Транспортную модель этой задачи представим в виде табл. 11.

Таблица 11

	③	④	⑤	⑥	⑦	
①	32	35	*M*	*M*	*M*	130
②	23	28	*M*	*M*	*M*	120
③	0	4	16	14	*M*	*B*
④	4	0	12	11	13	*B*
⑤	*M*	*M*	0	2	5	*B*
	B+10	*B*	*B*+80	90	70	

Для расчета примем объем буфера $B = 250$, что равно всему объему предложения (или спроса). Поскольку через пункты ③, ④ и ⑤ может осуществляться транзит, то, когда эти пункты рассматриваются как поставщики, им соответствует объем предложения, равный буферу. Для этих же пунктов объем спроса увеличен на величину буфера. В результате баланс спроса и предложения сохраняется. Перемещению груза из пункта в него же соответствует нулевой тариф, а для исключения недопустимых маршрутов возьмем число *M* при численном расчете, например, $M = 99$. Если ни один из таких маршрутов не войдет в оптимальное решение, что всегда возможно при корректной постановке задачи, значит это число выбрано достаточно большим. Решение (полученное с использованием *Excel,* см. далее) приведено на рисунке. Показаны только используемые маршруты и оптимальные объемы перевозок.



Можно учесть и другие дополнительные условия. Например, пусть объем поставки груза от *i*-го поставщика к *j*-му получателю не должен превышать d_{ij}. Для этого *j*-й столбец заменим на два столбца и занесем в первый из них спрос d_{ij}, а во второй – оставшийся объем спроса. Тарифы в обоих столбцах одни и те же, но в *i*-ой строке в первом из двух введенных столбцов тариф используется фактический, а во второй заносится достаточно большое число *M*. При ручном расчете – это единственный разумный вариант решения задачи. При использовании пакета прикладных программ (*Excel, MathCad*) достаточно просто добавить условие, что $x_{ij} \le d_{ij}$. Однако использование описанных выше табличной и графической форм представления задачи остается удобным и полезным.

Двухэтапная транспортная задача.

В различных отраслях народного хозяйства (материально-техническое снабжение, торговля) грузы могут доставляться через промежуточные пункты. Допустим, имеется m $(i=\overline{1,m})$ пунктов производства, n $(j=\overline{1,n})$ пунктов потребления и p $(k=\overline{1,p})$ — промежуточных баз. Как и в обычной транспортной задаче, обозначим через a_i, b_j соответственно объемы поставок и потребления. Пусть d_k —мощность k-ой базы, c_{ik} и c_{kj} — стоимость перевозки единицы продукции от поставщиков на базы и с баз к потребителям. Тогда модель задачи примет вид

$$z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}c_{ik}x_{ik}+\sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{n}c_{kj}x_{kj}\to \min,$$

$$\sum_{k=1}^{p}x_{ik}\le a_i,\ i=\overline{1,m};$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ik}\le d_k,\ k=\overline{1,p};$$

$$\sum_{k=1}^{p}x_{kj}\ge b_j,\ j=\overline{1,n};$$

$$x_{ik}\ge 0,\ x_{kj}\ge 0.$$

Если суммарная пропускная мощность баз равна суммарной мощности поставщиков и суммарному спросу потребителей, т. е. $\sum_{k=1}^{p}d_k=\sum_{i=1}^{m}a_i=\sum_{j=1}^{n}b_j$, то пропускные емкости баз будут использованы полностью и, следовательно, схема перевозок с баз к потребителям не зависит от схемы перевозок от поставщиков на базы. В таких условиях задачу можно решать по частям. Оптимальный план можно составить объединением плана поставок от поставщиков к базам и плана поставок с баз к потребителям (т. е. решаются отдельно две транспортные задачи).

Однако оптимальный план двухэтапной транспортной задачи, вообще говоря, отличен от плана, полученного объединением оптимальных планов решения транспортной задачи для каждого этапа в отдельности.

Двухэтапную транспортную задачу легко свести к классической транспортной задаче. Для этого базы будем считать одновременно поставщиками и потребителями. Для каждой базы в расширенной матрице (поставщики+базы) — (потребители+базы) отведем строку и столбец. Тогда матрица тарифов будет состоять из четырех блоков (табл.).

В первом — левом верхнем блоке будем отражать связи поставщиков с базами, в четвертом — связи баз с потребителями. Второй — правый верхний блок показывает связи поставщиков с потребителями. Поскольку по условию задачи непосредственные перевозки от поставщиков к потребителям запрещены, то в этом блоке все тарифы считают равными М (где М — большое число). Третий — левый нижний блок образуется по строкам и столбцам базами, имеет форму квадрата. Так как перевозки между базами запрещаются, то соответствующие показатели с также считают равными М. В клетках третьего квадрата, в которых отражаются связи базы с самой собой, тарифы равны нулю. Поставки в этих клетках показывают величину неиспользованной мощности базы. Диагональ из нулевых тарифов, отражающая связи базы с самой собой, называется **фиктивной**.

	d_1	…	d_p	b_1	…	b_n
a_1		**I**			**II**	
$\vdots$		$(c_{ik})_{m\times p}$			M	
a_m						
d_1	0	**III**	M		**IV**	
$\vdots$	$\vdots$	…	$\vdots$		$(c_{kj})_{p\times n}$	
d_p	M	…	0			

Решение двухэтапной транспортной задачи имеет некоторые особенности. Основная из них — некоторое изменение нахождения базисного решения. Вначале необходимо распределить поставки в одном из. блоков (первом или четвертом). Затем заполняется фиктивная диагональ и только потом распределяются поставки в другом блоке (четвертом или первом). Вторая особенность заключается в том, что если цикл пересчета проходит через фиктивную диагональ, то он обязательно проходит через нее дважды; одна вершина цикла, находящаяся на диагонали, будет всегда положительной, а другая — отрицательной.

Пример решения двухэтапной транспортной задачи на компьютере

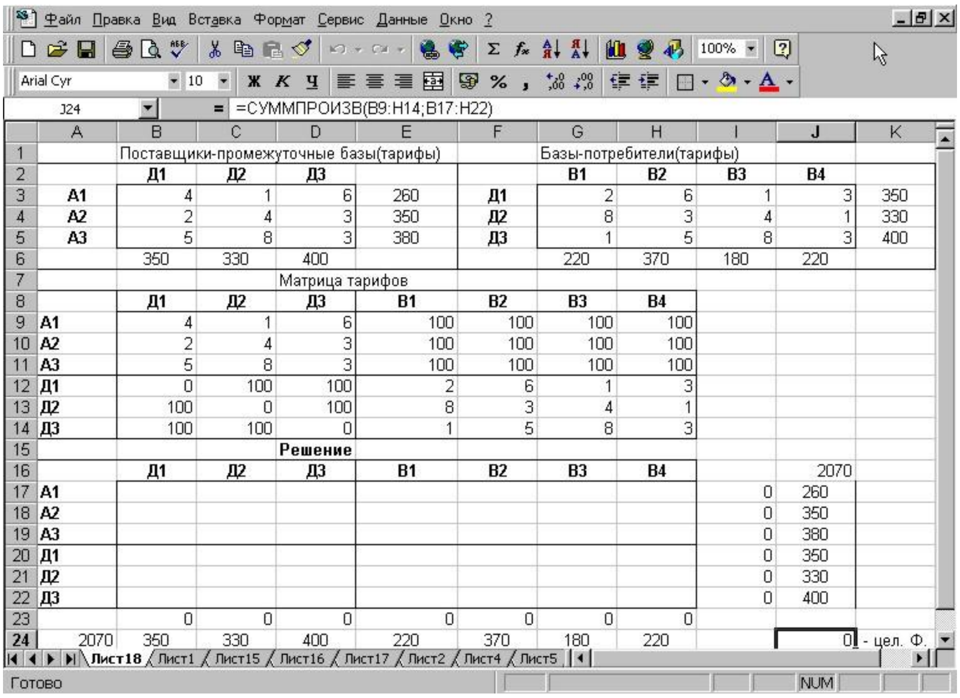
Задача. В некотором районе имеются m $(i=\overline{1,m})$ заводов A_i, мощности которых a_i. Продукция заводов поступает сначала на промежуточные базы D_r $(r=\overline{1,q})$, пропускная способность которых d_r, а затем n $(j=\overline{1,n})$ потребителям B_j с потребностями b_j. Возможности заводов, мощности промежуточных баз, запросы потребителей и стоимости перевозок единицы продукции от заводов на базы c_{ir} и с баз к потребителям t_{rj} представлены в табл.

Таблица

Объем поставок a_i, т	Объем потребления b_j, т	Пропускная способность промежуточных пунктов (базы) d_r, т	Стоимость перевозки единицы продукции	
			c_{ir}, ден. ед.	t_{rj}, ден. ед.
260	220	350	4, 1, 6	2, 6, 1, 3
350	370	330	2, 4, 3	8, 3, 4, 1
	180			
380	220	400	5, 8, 3	1, 5, 8, 3

Определить: оптимальную схему прикрепления потребителей к перевалочным базам и перевалочных баз к поставщикам на основе решения двухэтапной транспортной задачи.

Решение. Так как выполняются необходимое и достаточное условия разрешимости транспортной задачи, т.е. $\sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{4} b_j \le \sum_{r=1}^{3} d_r$ то можно приступать к решению задачи.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Поставщики-промежуточные базы(тарифы)					Базы-потребители(тарифы)				
2		Д1	Д2	Д3			В1	В2	В3	В4	
3	А1	4	1	6	260	Д1	2	6	1	3	350
4	А2	2	4	3	350	Д2	8	3	4	1	330
5	А3	5	8	3	380	Д3	1	5	8	3	400
6		350	330	400			220	370	180	220	
7				Матрица тарифов							
8		Д1	Д2	Д3	В1	В2	В3	В4			
9	А1	4	1	6	100	100	100	100			
10	А2	2	4	3	100	100	100	100			
11	А3	5	8	3	100	100	100	100			
12	Д1	0	100	100	2	6	1	3			
13	Д2	100	0	100	8	3	4	1			
14	Д3	100	100	0	1	5	8	3			
15				Решение							
16		Д1	Д2	Д3	В1	В2	В3	В4		2070	
17	А1								0	260	
18	А2								0	350	
19	А3								0	380	
20	Д1								0	350	
21	Д2								0	330	
22	Д3								0	400	
23		0	0	0	0	0	0	0			
24	2070	350	330	400	220	370	180	220		0	- цел. Ф.

Рис. 13

Для решения транспортной задачи с помощью **Поиска решения** следует ввести данные, как показано на рис. 13. В ячейки В9:Н14 вводится стоимость перевозок. Ячейки В17:Н22 отведены под значения объемов перевозок, пока неизвестных, после решения здесь появится оптимальное решение. В ячейки J17:J22 введены объемы производства, а в ячейки В24: Н24 – объемы спроса. В ячейку J24 вводится целевая функция. В ячейку I17 – формула =СУММ(В17:Н17), которая затем копируется в ячейки I18:I22. Эти формулы характеризуют объем производства. В ячейку В23 вводится формула =СУММ(В17:В22), затем она копируется в ячейки С23:Н23. Эти формулы определяют объем продукции, ввозимой в пункты потребления. Далее выбираем **Поиск решения** и заполняем открывшееся диалоговое окно **Поиск решения** и вводим требуемые данные (см. рис. 14).

В диалоговом окне Параметры поиска решения установить флажки: **Линейная модель, Неотрицательные значения**, **Автоматическое маштабирование**. После нажатия кнопки **Выполнить** получим оптимальный план поставок продукции и соответствуюшие ему транспортные расходы (рис. 15)

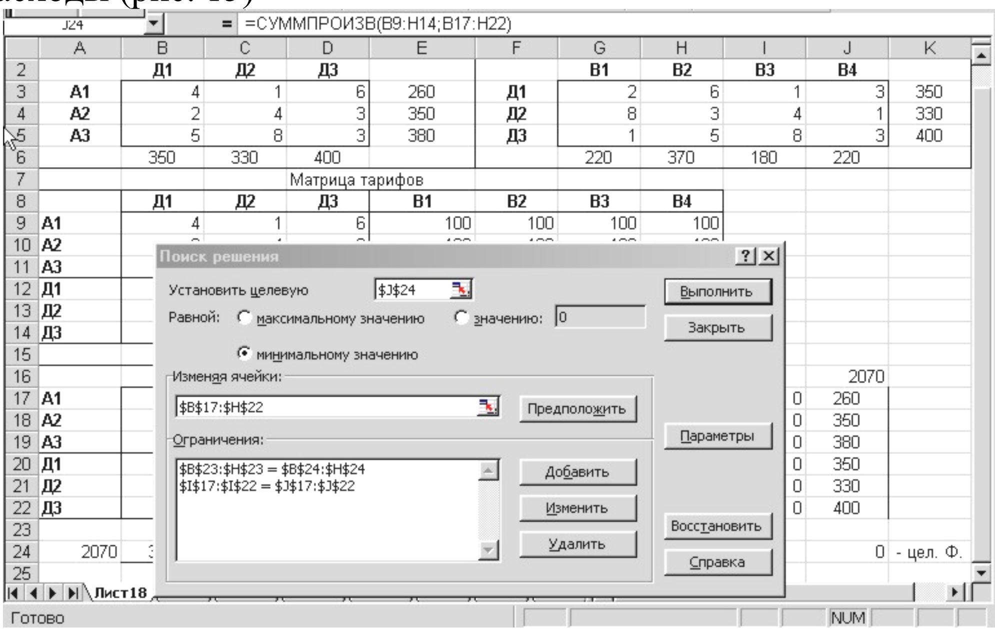


Рис. 14

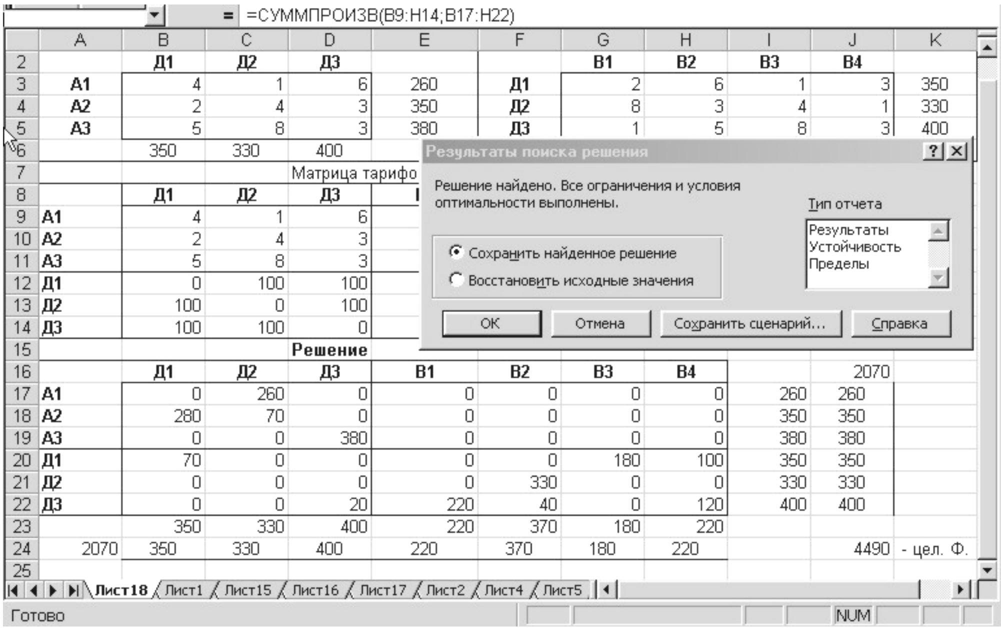


Рис. 15

Усложним постановку задачи. Пусть требуется решить рассмотренную выше задачу с дополнительными ограничениями на перевозки: от второго производителя на первую базу может быть доставлено груза не более 100 ед., а от третьего производителя на первую базу должно быть доставлено не менее 150 ед.

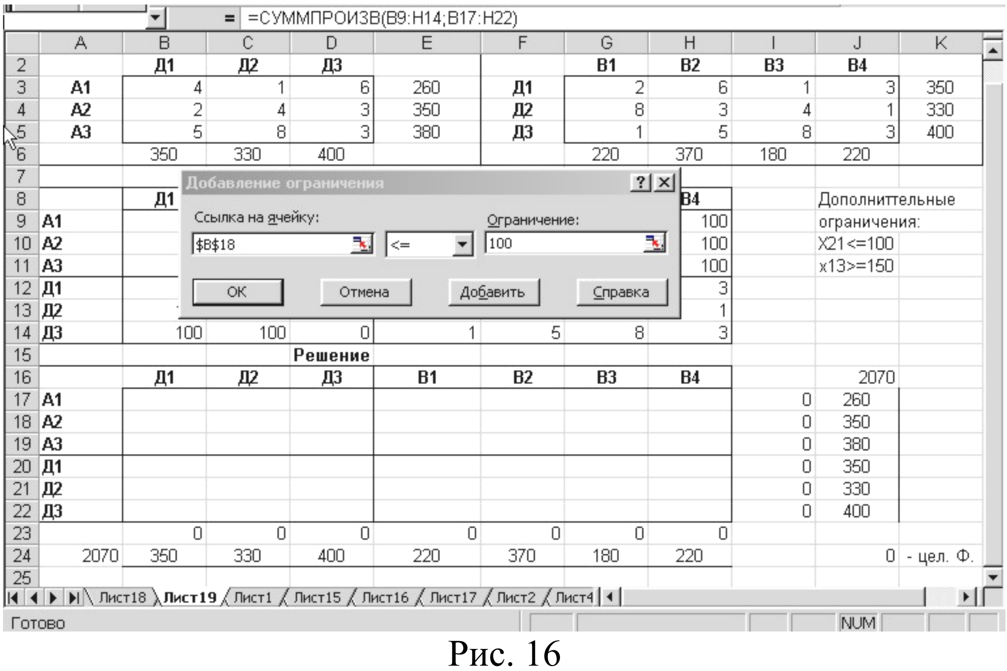
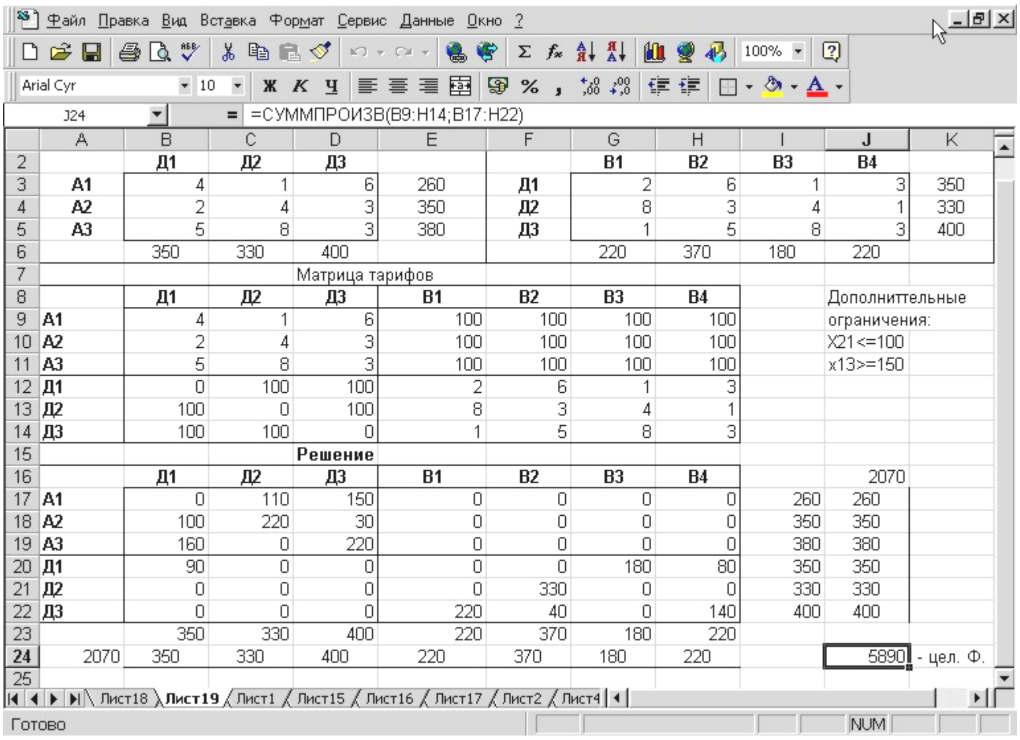


Рис. 16

Решение задачи аналогично выше рассмотренному. Указанные ограничения учитываются в компьютерной реализации на этапе ввода ограничений. Сначала вводим общие ограничения на перевозки (окно **Добавить ограничения** (рис. 14)), а затем дополнительные ограничения (рис. 16). В результате решения получаем оптимальный план, представленный на рис. 17.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2		Д1	Д2	Д3			В1	В2	В3	В4	
3	А1	4	1	6	260	Д1	2	6	1	3	350
4	А2	2	4	3	350	Д2	8	3	4	1	330
5	А3	5	8	3	380	Д3	1	5	8	3	400
6		350	330	400			220	370	180	220	
7				Матрица тарифов							
8		Д1	Д2	Д3	В1	В2	В3	В4		Дополниттельные	
9	А1	4	1	6	100	100	100	100		ограничения:	
10	А2	2	4	3	100	100	100	100		X21<=100	
11	А3	5	8	3	100	100	100	100		x13>=150	
12	Д1	0	100	100	2	6	1	3			
13	Д2	100	0	100	8	3	4	1			
14	Д3	100	100	0	1	5	8	3			
15				Решение							
16		Д1	Д2	Д3	В1	В2	В3	В4		2070	
17	А1	0	110	150	0	0	0	0	260	260	
18	А2	100	220	30	0	0	0	0	350	350	
19	А3	160	0	220	0	0	0	0	380	380	
20	Д1	90	0	0	0	0	180	80	350	350	
21	Д2	0	0	0	0	330	0	0	330	330	
22	Д3	0	0	0	220	40	0	140	400	400	
23		350	330	400	220	370	180	220			
24	2070	350	330	400	220	370	180	220		5890	- цел. Ф.
25											

Рис. 17