1. Стрелок сделал 30 выстрелов с вероятностью попадания при отдельном выстреле 0,3. Найти вероятность того, что при этом будет 8 попаданий.

Обозначим за $p = 0,3$ - вероятность попадания, тогда $q = 1-p = 0,7$ - вероятность промаха. Воспользуемся формулой "Биномиальное распределение": $P_{30}(8) = C_{30}^{8} p^8 q^{22} = 5852925 * 0.00006561 * 0.0003909821 \approx 0.150141$ - ответ на заданную задачу.

2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,001. Для поражения цели необходимо не менее двух попаданий. Произведено 5000 выстрелов. Найти вероятность поражения цели.

Найдем вероятность того, что из 5000 выстрелов в мишень было ровно одно попадание или попаданий не было вовсе: обозначим за $p = 0.001$ - вероятность попадания в мишень и $q = 1 - p = 0.999$ - вероятность промаха. Тогда вероятность "попасть в мишень лишь раз за 5000 выстрелов" вычисляется по формуле "Биномиальное распределение": $P_{5000}(1) = C_{5000}^{1} p q^{4999} = 5000 * 0.001 * 0.999^{4999}$; вероятность "не попасть в мишень вовсе" вычисляется по той же формуле: $P_{5000}(0) = C_{5000}^{0} q^{5000} = 0.999^{5000}$. И вероятность "поражение мишени" будет равна $1 - 5 * 0.999^{4999} - 0.999^{5000} = 1 - 0.999^{4999} * 5.999 \approx 0.95964$.

Ответ: 0.95964.

4. Некоторая машина состоит из 10 тысяч деталей. Каждая деталь независимо от других деталей может оказаться неисправной с вероятностью p_i, причём

- **1000 из всех деталей имеют вероятность неисправности p_1=0,0003;**
- **2000 из всех деталей p_2=0,0002;**
- **7000 оставшихся деталей p_3=0,0001.**

Машина не работает, если в ней неисправны хотя бы две детали. Найти вероятность того, что машина не будет работать.

Найдем вероятность того, что машина работает: либо нет сломаных деталей, либо сломана только одна. Вероятность того, что в машине нет сломанных деталей, равна $(1-p_1)^{1000}(1-p_2)^{2000}(1-p_3)^{7000}$. Вероятность того, что в машине только одна деталь неисправна, "собирается" из следующих возможных событий: одна из 1000 деталей сломана, остальные - рабочие, одна из 2000 деталей сломана, другие - рабочие, одна из 7000 деталей сломана, другие - рабочие.

Рассмотрим последовательно каждое событие:

1. одна из 1000 деталей, которые имеют вероятность неисправности p_1, - сломана. Такая вероятность равна: $(C_{1000}^{1} p_1 (1-p_1)^{999})(1-p_2)^{2000}(1-p_3)^{7000}$;
2. одна из 2000 деталей, которые имеют вероятность неисправности p_2, - сломана. Такая вероятность равна: $(C_{2000}^{1} p_2 (1-p_2)^{1999})(1-p_1)^{1000}(1-p_3)^{7000}$;

3. одна из 7000 деталей, которые имеют вероятность неисправности p_3, - сломана. Такая вероятность равна: $(C^1_{7000}p_3(1-p_3)^{6999})(1-p_1)^{1000}(1-p_2)^{2000}$;

Тогда вероятность того, что машина работает, равна: $(1-p_1)^{1000}(1-p_2)^{2000}(1-p_3)^{7000} + C^1_{1000}p_1(1-p_1)^{999}(1-p_2)^{2000}(1-p_3)^{7000} + C^1_{2000}p_2(1-p_2)^{1999}(1-p_1)^{1000}(1-p_3)^{7000} + C^1_{7000}p_3(1-p_3)^{6999}(1-p_1)^{1000}(1-p_2)^{2000} = ((1-p_1)^{999}(1-p_2)^{1999}(1-p_3)^{6999})((1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)+1000*p_1(1-p_2)(1-p_3) + 2000*p_2(1-p_1)(1-p_3) + 7000*p_3(1-p_1)(1-p_2)) \approx 0.267342$

Тогда вероятность того, что машина не работает, равна $1 - 0.267342 = 0.732658$.

Ответ: 0.732658.

5. У театральной кассы стоят в очереди $2n$ человек. Среди них n человек имеют лишь банкноты по 1000 рублей, а остальные — только банкноты по 500 рублей. Билет стоит 500 рублей. Каждый покупатель приобретает по одному билету. В начальный момент в кассе нет денег. Чему равна вероятность того, что никто не будет ждать сдачу?

Решим сначала такую задачу: сколько существует различных порядков в очереди, таких, что кассир всегда может сдать сдачу. В курсе "Дискретная математика" было доказано, что число таких порядков - в точности число Каталана: $C_n = \frac{1}{n+1}C^n_{2n}$.

Тогда ответ на заданную задачу - отношение "хороших" порядков в очереди, показанныз выше, к общему числу очередей - их число $(2n)!$. Тогда вероятность будет равна: $\frac{C^n_{2n}}{(n+1)(2n)!} = \frac{(2n)!}{n!n!(n+1)(2n)!} = \frac{1}{(n+1)!n!}$