7. В урне 4 белых и 7 черных шаров. Из урны наудачу один за другим извлекают два шара, не возвращая их обратно. Найти вероятность того, что:

- оба шара будут белыми: всего из урны можно выбрать C_4^2 пар белых шаров, а общее количество пар всех шаров будет C_{11}^2, т.к. порядок выбора шаров в паре не важен. Поэтому вероятность равна $\frac{C_4^2}{C_{11}^2} = \frac{6}{55}$;
- оба шара будут чёрными: аналогичные рассуждения. Вероятность будет равна $\frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$;
- сначала будет извлечён белый шар, а затем – чёрный: достоверное событие будет таким: из урны извлечены два белых шара или два черных шара или черный и белый шары(без учета порядка). Поэтому вероятность того, что из урны извлечены черный и белый шары будет $1 - \frac{6}{55} - \frac{21}{55} = \frac{28}{55}$. И вероятность события "сначала будет извлечён белый шар, а затем – чёрный" - половина от найденной вероятности, т.е. равна $\frac{14}{55}$.

8. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок производит один выстрел из наудачу взятой винтовки. Вероятность взять винтовку с оптическим прицелом — 0,6

Пусть А - вероятность поражения мишени при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, В - вероятность поражения мишени при выстреле из винтовки без оптического прицела и С - вероятность взять винтовку с оптическим прицелом. Тогда из условия знаем, что $P(A|C) = 0.95, P(B|\overline{C}) = 0.7, P(C) = 0.6$. Поэтому из формул полной вероятности и условной вероятности получаем: вероятность того, что мишень будет поражена $= 0.95 * 0.6 + 0.7 * (1 - 0.6) = 0.85$.

9. Расследуются причины авиационной катастрофы, о которых можно сделать четыре гипотезы: B_1, B_2, B_3, B_4. Согласно статистике вероятности гипотез составляют:

- $P(B_1) = 0,2$
- $P(B_2) = 0,4$
- $P(B_3) = 0,3$
- $P(B_4) = 0,1$

Осмотр места катастрофы выявляет, что в её ходе произошло событие A — воспламенение горючего. Условные вероятности события, согласно той же статистике равны:

- $P(A|B_1) = 0,9$

- $P(A|B_2) = 0$
- $P(A|B_3) = 0,2$
- $P(A|B_4) = 0,3$

Найти апостериорные вероятности гипотез.

Необходимо найти $P(B_1|A), P(B_2|A), P(B_3|A), P(B_4|A)$. Для начала найдем вероятность события A из формулы условной вероятности:

$P(AB_i) = P(A|B_i) * P(B_i)$, $\forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$,

$\sum_{i=1}^{4} P(AB_i) = P(A(\cup_{i=1}^{4} B_i)) = P(A)$,

значит $P(A) = \sum_{i=1}^{4} P(A|B_i) * P(B_i) = 0.18 + 0 + 0.06 + 0.03 = 0.27$.

Чтобы найти апостериорные вероятности гипотез, воспользуемся формулой Байеса: $P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$. Получается,

- $P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1)P(B_1)}{P(A)} = \frac{0.18}{0.27} = \frac{2}{3}$,
- $P(B_2|A) = \frac{P(A|B_2)P(B_2)}{P(A)} = 0$,
- $P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3)P(B_3)}{P(A)} = \frac{0.06}{0.27} = \frac{2}{9}$,
- $P(B_4|A) = \frac{P(A|B_4)P(B_4)}{P(A)} = \frac{0.03}{0.27} = \frac{1}{9}$.