

**1. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше  $\frac{2}{7}$ ?**

Пусть  $x, y$  - два выбранных числа. Имеем следующую систему:

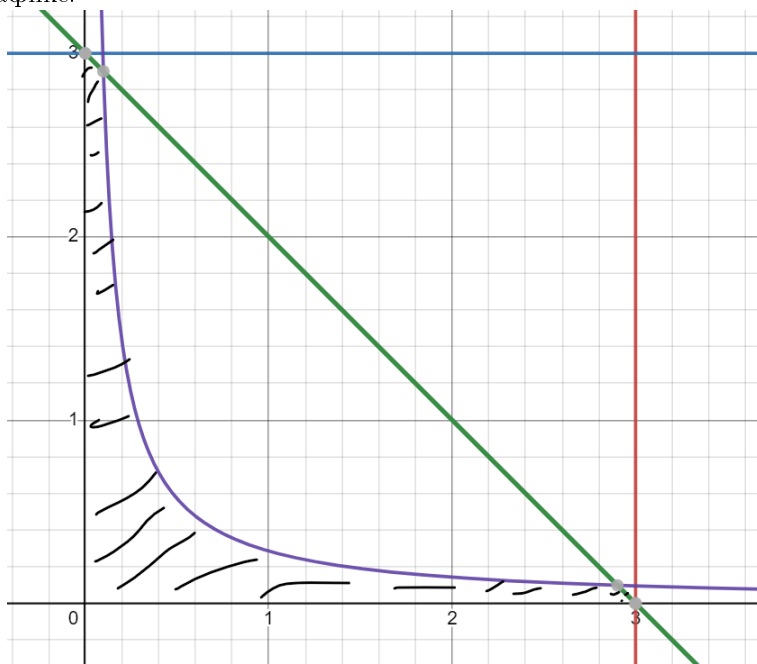
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 3 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y \leq 3 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x * y \leq \frac{2}{7} & (4) \end{cases}$$

Найдем нужную вероятность как геометрическую: мера пространства элементарных исходов равна 9, мера события - площадь, выделенная на графике:



Посчитаем выделенную площадь (назовем её  $S$ ) как сумму: 2 треугольников с вершинами  $(0, 3), (\frac{21-\sqrt{385}}{14}, \frac{21+\sqrt{385}}{14}), (0, \frac{21+\sqrt{385}}{14})$  и  $(3, 0), (\frac{21+\sqrt{385}}{14}, \frac{21-\sqrt{385}}{14}), (\frac{21+\sqrt{385}}{14}, 0)$ , прямоугольник с вершинами  $(0, 0), (0, \frac{21+\sqrt{385}}{14}), (\frac{21-\sqrt{385}}{14}, \frac{21+\sqrt{385}}{14})$  и  $(\frac{21-\sqrt{385}}{14}, 0)$  и площадь под гиперболой в точках пересечения уравнений (3) и (4)  $\int_{\frac{21-\sqrt{385}}{14}}^{\frac{21+\sqrt{385}}{14}} (\frac{2}{7x}) dx$

$$\text{Тогда } S = 2 * \frac{59-3*\sqrt{385}}{14} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} * \ln(\frac{59+3*\sqrt{385}}{4})$$

$$\text{В ответе } P = \frac{S}{9} = \frac{61-3\sqrt{385}+2\ln(\frac{59+3\sqrt{385}}{4})}{63} \approx 0.141305$$

**2. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?**

Ответ на данную задачу - в точности число размещений -  $A_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = 3024$ . Существует 3024 таких способов.

**3. Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?**

Так как 2 мальчика в любом случае попадут в команду, т.е. в команде уже есть 2 человека, тренеру необходимо отобрать 3 мальчика из 8 пока что неопределенных. Это в точности число размещений  $A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = 336$ . Существует 336 таких способов.

**4. В программе к экзамену по теории вероятностей 75 вопросов. Студент знает 50 из них. В билете 3 вопроса. Найдите вероятность того, что студент знает хотя бы два вопроса из вытянутого им билета.**

Необходимо рассмотреть два случая:

1. Вероятность выпадение билета, в котором студент знает все вопросы. Как только студент понимает, к какому множеству (выученные, невыученные) относится вопрос, из соответствующего множества и множества всех вопросов удаляется данный вопрос, если предполагать, что вопросы не повторяются. Поэтому вероятность на выпадение нужного билета будет такой:  $\frac{50}{75} * \frac{49}{74} * \frac{48}{73}$ ;
2. Вероятность выпадение билета, в котором студент знает 2 вопроса. Опираясь на представленные выше рассуждения, можно заключить, что необходимая вероятность будет следующая:  $\frac{50}{75} * \frac{49}{74} * \frac{25}{73}$  или  $\frac{50}{75} * \frac{25}{74} * \frac{49}{73}$  или  $\frac{25}{75} * \frac{50}{74} * \frac{49}{73}$ , т.е.  $3 * \frac{50}{75} * \frac{49}{74} * \frac{25}{73}$ .

Вероятность того, что студент знает хотя бы два вопроса из вытянутого им билета, есть сумма вероятностей из двух, вышепредставленных случаев, т.е. Ответ:  $\frac{2009}{2701}$

**5. Вероятность увидеть машину на трассе за 30 минут — 0.95. Какая вероятность увидеть машину на трассе за 10 мин?**

**6. Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?**

Ответ на данную задачу - в точности число перестановок участников конкурса в некотором конкурсном списке, полученном в результате жеребьевки:  $P_7 = 7! = 5040$ . Существует 5040 таких вариантов.