Задача 3.5

$$\lim_{(x,y)\to(+\infty,+\infty)} \left(\frac{xy}{x^2+y^2}\right)^{x^2} = [x = rcos\alpha, y = rsin\alpha] = \lim_{r\to+\infty} \left(\frac{r^2 sin\alpha cos\alpha}{r^2}\right)^{r^2cos^2\alpha} =$$

$$= \lim_{r\to+\infty} (sin\alpha cos\alpha)^{r^2cos^2\alpha} = [\text{т.к. } |sin\alpha cos\alpha| = |q| < 1, |q|^x \to_{x\to\infty} 0] = 0$$

Задача 3.6

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(x^2+y^2\right)^{x^2y^2} = [x = rcos\alpha, y = rsin\alpha] = \lim_{r\to0} \left(r^2\right)^{r^4cos^2\alpha sin^2\alpha} = \lim_{r\to0} (e)^{2(\ln r)r^4cos^2\alpha sin^2\alpha}$$

Рассмотрим $\lim\limits_{r\to0}(2(\ln r)r^4cos^2\alpha sin^2\alpha) = 2cos^2\alpha sin^2\alpha \lim\limits_{r\to0}\left(\frac{\ln r}{\frac{1}{r^4}}\right) = [\text{неопределенность } \dfrac{\infty}{\infty}$

- правило Лопиталя $] = 2cos^2\alpha sin^2\alpha \lim\limits_{r\to0}\left(\dfrac{1}{-\frac{4r}{r^5}}\right) = 0$. Значит, исходный предел равен $e^0 = 1$

Задача 3.7

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}} = \ln 2$$

Задача 3.8

$$\lim_{(x,y)\to(+0,+0)} \frac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}} = [x = rcos\alpha, y = rsin\alpha] = \lim_{r\to+0} \frac{\ln(rcos\alpha + e^{rsin\alpha})}{r} =$$

$= [$неопределенность $\dfrac{0}{0}$ - правило Лопиталя $] = \lim\limits_{r\to+0} \dfrac{cos\alpha + e^{rsin\alpha}sin\alpha}{rcos\alpha + e^{rsin\alpha}} =$

$= cos\alpha + sin\alpha$. Результат зависит от угла α, значит, предела не существует.