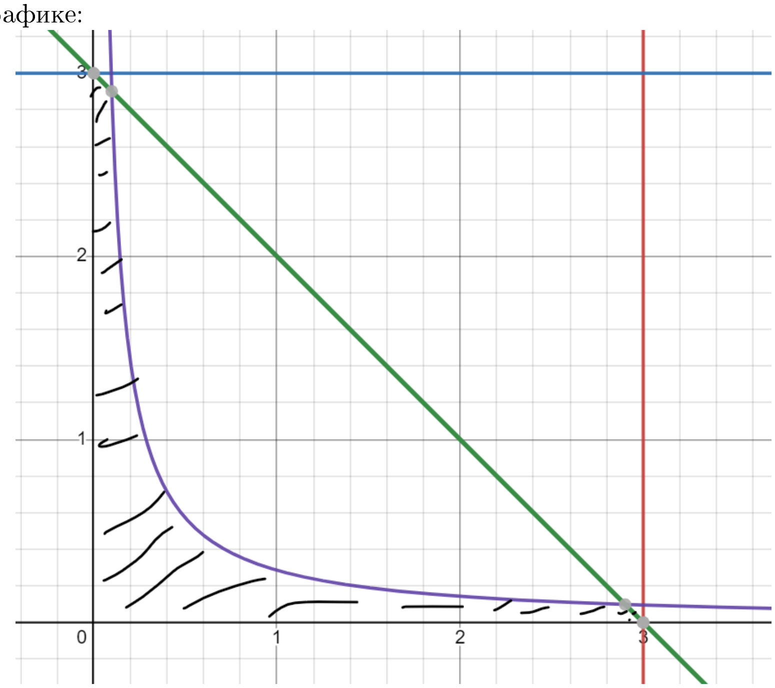
1. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше 2/7?

Пусть x, y - два выбранных числа. Имеем следующую систему:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 & (1) \\ 0 \leq y \leq 3 & (2) \\ x + y \leq 3 & (3) \\ x * y \leq \frac{2}{7} & (4) \end{cases}$$

Найдем нужную вероятность как геометрическую: мера пространства элементарных исходов равна 9, мера события - площадь, выделенная на графике:



Посчитаем выделенную площадь(назовем её S) как сумму: 2 треугольников с вершинами $(0,3), (\frac{21-\sqrt{385}}{14}, \frac{21+\sqrt{385}}{14}), (0, \frac{21+\sqrt{385}}{14})$ и $(3,0), (\frac{21+\sqrt{385}}{14}, \frac{21-\sqrt{385}}{14}), (\frac{21+\sqrt{385}}{14}, 0)$, прямоугольник с вершинами $(0,0)(0, \frac{21+\sqrt{385}}{14})(\frac{21-\sqrt{385}}{14}, \frac{21+\sqrt{385}}{14})$ и $(\frac{21-\sqrt{385}}{14}, 0)$ и площадь под гиперболой в точках пересечения уравнений (3) и (4) $\int_{\frac{21-\sqrt{385}}{14}}^{\frac{21+\sqrt{385}}{14}} (\frac{2}{7x})dx$

Тогда $S = 2 * \frac{1}{2}\frac{59-3*\sqrt{385}}{14} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} * \ln(\frac{59+3\sqrt{385}}{4})$

В ответе $P = \frac{S}{9} = \frac{63-3\sqrt{385}+4\ln(\frac{59+3\sqrt{385}}{4})}{126} \approx 0.14022$

2. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

Ответ на данную задачу - в точности число размещений - $A_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} =$

3024. Существует 3024 таких способов.

3. Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?

Так как 2 мальчика в любом случае попадут в команду, т.е. в команде уже есть 2 человека, тренеру необходимо отобрать 3 мальчика из 8 пока что неопредленных. Это в точности число размещений $A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = 336$. Существует 336 таких способов.

4. В программе к экзамену по теории вероятностей 75 вопросов. Студент знает 50 из них. В билете 3 вопроса. Найдите вероятность того, что студент знает хотя бы два вопроса из вытянутого им билета.

Необходимо рассмотреть два случая:

1. Вероятность выпадение билета, в котором студент знает все вопросы. Как только студент понимает, к какому множеству(выученные, невыученные) относится вопрос, из соответсвующего множества и множества всех вопросов удаляется данный вопрос, если предполагать, что вопросы не повторяются. Поэтому вероятность на выпадение нужного билета будет такой: $\frac{50}{75} * \frac{49}{74} * \frac{48}{73}$;

2. Вероятность выпадение билета, в котором студент знает 2 вопроса. Опираясь на предсатвленные выше рассуждения, можно заключить, что необходимая вероятность будет следующая: $\frac{50}{75} * \frac{49}{74} * \frac{25}{73}$ или $\frac{50}{75} * \frac{25}{74} * \frac{49}{73}$ или $\frac{25}{75} * \frac{50}{74} * \frac{49}{73}$, т.е. $3 * \frac{50}{75} * \frac{49}{74} * \frac{25}{73}$.

Вероятность того, что студент знает хотя бы два вопроса из вытянутого им билета, есть сумма вероятностей из двух, вышепредставленных случаев, т.е. Ответ: $\frac{2009}{2701}$

5. Вероятность увидеть машину на трассе за 30 минут — 0.95. Какая вероятность увидеть машину на трассе за 10 мин?

Вероятность не увидеть машину на трассе за 30 минут - 0.05. Она состоит из 3 компонент: не увидеть машину на трассе за 10 минут(обозначим за $\overline{S}$) И не увидеть машину на трассе за 10 минут И не увидеть машину на трассе за 10 минут. Получается $\overline{S} * \overline{S} * \overline{S} = 0.05 \to \overline{S} = \sqrt[3]{0.05}$

Тогда вероятность увидеть машину на трассе за 10 минут(обозначим за S): $S = 1 - \overline{S} \approx 0.6315$

6. Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?

Ответ на данную задачу - в точности число перестановок участников конкурса в некотором конкурсном списке, полученном в результате жеребьевки: $P_7 = 7! = 5040$. Существует 5040 таких вариантов.