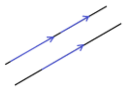
Векторы

Вектор – направленный отрезок, т.е. отрезок, у которого есть начало и конец.

Обозначение вектора: $\vec{a}$ или $\overrightarrow{AB}$

Длина ненулевого вектора – длина отрезка, которым изображается данный вектор.

Обозначение длины вектора: $|\overrightarrow{AB}|$



Нулевой вектор ($\vec{0}$ или $\overrightarrow{MM}$)

Коллинеарные векторы – ненулевые векторы, которые расположены или на одной прямой, или на параллельных прямых.

Два типа коллинеарных векторов:

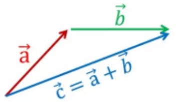
1) **Сонаправленные** $\uparrow\uparrow$ – имеют одинаковое направление

2) **Противоположно направленные** $\uparrow\downarrow$

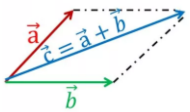
Равные векторы – сонаправленные векторы одинаковой длины.

Сумма векторов $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$

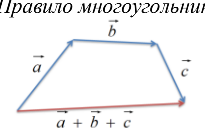
Правило треугольника



Правило параллелограмма

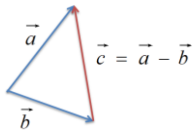


Правило многоугольника



Разность векторов $\vec{a}-\vec{b}=\vec{c}$

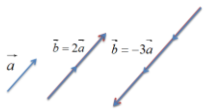
(Из конца второго вектора в конец первого)



Умножение вектора на число $\vec{b}=\lambda\cdot\vec{a}$

Если $\lambda>0$, то $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$

Если $\lambda<0$, то $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$



Координаты вектора $\vec{c}(x;y)$

Сложение векторов по координатам:

пусть $\vec{a}(a_x;a_y)$, $\vec{b}(b_x;b_y)$, тогда

$\vec{a}+\vec{b}=(a_x+b_x;a_y+b_y)$

Вычитание векторов по координатам:

пусть $\vec{a}(a_x;a_y)$, $\vec{b}(b_x;b_y)$, тогда

$\vec{a}-\vec{b}=(a_x-b_x;a_y-b_y)$

Умножение вектора на число по координатам:

пусть $\vec{a}(a_x;a_y)$, $\vec{c}=k\cdot\vec{a}$, тогда

$\vec{c}=(ka_x;ka_y)$

Координаты вектора по координатам точек его начала и конца:

пусть $A(a_x;a_y)$, $B(b_x;b_y)$, тогда

$\overrightarrow{AB}=(b_x-a_x;b_y-a_y)$

Длина вектора:

1) по координатам вектора:

пусть $\vec{a}(a_x;a_y)$, тогда

$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$

2) по координатам точек его начала и конца:

пусть $A(a_x;a_y)$, $B(b_x;b_y)$, тогда

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(b_x-a_x)^2+(b_y-a_y)^2}$

Координаты середины отрезка:

Пусть AB – отрезок, где $A(a_x;a_y)$, $B(b_x;b_y)$, M – середина отрезка, тогда $M\left(\frac{a_x+b_x}{2};\frac{a_y+b_y}{2}\right)$

Скалярное произведение

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y$

$$\cos\varphi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

<u>Коллинеарные векторы</u>

(лежат на параллельных прямых или на одной прямой)

$$\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}$$

<u>Скалярное произведение</u>

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot np_{\vec{a}}\vec{b}=|\vec{b}|\cdot np_{\vec{b}}\vec{a}$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$

$$\cos\varphi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

$$np_{\vec{b}}\vec{a}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

$A=F\cdot S\cdot\cos\varphi$ - работа постоянной силы

<u>Векторное произведение</u>

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$$

$S_{параллелограмма}=|\vec{a}\times\vec{b}|$

$S_{треугольника}=\frac{1}{2}\cdot|\vec{a}\times\vec{b}|$

<u>Смешанное произведение</u>

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c}=\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}$$

$\vec{a}\vec{b}\vec{c}=0$ компланарны

(при откладывании их от одной точки будут лежать в одной плоскости)

$V_{параллелепипед}=|\vec{a}\vec{b}\vec{c}|$

$V_{пирамида}=\frac{1}{6}\cdot|\vec{a}\vec{b}\vec{c}|$