

PROBLEMAS DE MODELAGEM - 2024

Questão 15 - A Marinha do Brasil recruta aspirantes à carreira militar em 3 centros de alistamento. A partir destes centros, os recrutas são enviados a 3 bases para treinamento e capacitação, algo que dura 1 ano. Os custos de transporte entre os centros e as bases, por pessoa, são indicados na tabela 1.

Tabela 1

	Base 1	Base 2	Base 3
Centro 1	\$200	\$200	\$300
Centro 2	\$300	\$400	\$220
Centro 3	\$300	\$400	\$250

A cada ano 1000 pessoas são recrutadas no centro 1, 600 pessoas no centro 2 e 700 pessoas no centro 3. A base 1 pode treinar até 1000 pessoas, a base 2 pode treinar 800 e a base 3, 700 pessoas. Após o treinamento, estes oficiais da Marinha são enviados para uma base naval (BN), onde exercerão suas funções. O transporte deste efetivo é feito por meio de navios militares de pequeno ou de grande porte. Para utilizar o navio pequeno, há um custo fixo de \$5.000,00 mais \$2,00 por milha navegada. Cada navio pequeno pode transportar até 200 pessoas e pode atracar no máximo em 2 bases de treinamento, na rota até a base BN. Para o navio grande, há um custo fixo de \$10.000,00 mais \$3,00 por milha navegada. Cada navio grande pode transportar até 500 pessoas e pode atracar no máximo em 3 bases de treinamento, na rota até a base BN. As possíveis rotas estão indicadas na tabela 2. Há 7 navios pequenos e 5 navios grandes disponíveis para esta operação.

Tabela 2

Rota	Locais Visitados	Distância
1	BN-B1-BN	370
2	BN-B1-B2-BN	515
3	BN-B2-B3-BN	665
4	BN-B2-BN	460
5	BN-B3-BN	600
6	BN-B1-B3-BN	640
7	BN-B1-B2-B3-BN	720

Formule um modelo de programação matemática que minimize o custo da operação de transporte.

Conjuntos e índices

$I = \{1,2,3\}$, índice i

$J = \{1,2,3\}$, índice j

$R = \{1, \dots, 7\}$, índice r

$K = \{1,2\}$, índice k

$R_k \subseteq R$

Conjunto de centros de recrutamento

Conjunto de bases de treinamento

Conjunto de rotas

Conjunto de classes de navio

Conjunto de rotas compatíveis com os navios da classe k

Parâmetros

dem_i	Demanda de recrutamento no centro i
cap_j	Capacidade de treinamento da base j
c_{ij}	Custo de transferência entre o centro i e base j
c_k^F	Custo fixo de viagem do navio da classe k
c_k^V	Custo variável do navio da classe k
q_k	Capacidade do navio da classe k
n_k	Quantidade de navios da classe k
a_{rj}	Parâmetro binário que vale 1 se a rota r visitar a base j
$dist_r$	Distância da rota r

Variáveis de Decisão

$x_{ij} \geq 0$	Quantidade de recrutas do centro i designados à base j
$y_{kr} \geq 0, inteiro$	Quantidade de navios da classe k que são designados à rota r
$z_{jkr} \geq 0, inteiro$	Quantidade de oficiais da base j transportados em navios da classe k na rota r

Restrições

Todos os recrutas devem ser designados a uma base.

$$\sum_{j=1}^3 x_{ij} = dem_i \quad \forall i \in I$$

Respeitar a capacidade das bases.

$$\sum_{i=1}^3 x_{ij} \leq cap_j \quad \forall j \in J$$

Não utilizar mais navios do que o disponível.

$$\sum_{r=1}^7 y_{kr} \leq n_k \quad \forall k \in K$$

Navios da classe 1 não podem executar a rota 7.

$$y_{17} = 0$$

Ou

$$\sum_{r \in R \setminus R_k} y_{kr} = 0 \quad \forall k \in K$$

Transportar todos os oficiais.

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{r=1}^7 a_{rj} z_{jkr} = \sum_{i=1}^3 x_{ij} \quad \forall j \in J$$

Capacidade dos navios (restrição de vínculo entre z_{jkr} e y_{kr})

$$\sum_{j=1}^3 a_{rj} z_{jkr} \leq q_k y_{kr} \quad \forall r \in R, \forall k \in K$$

Função Objetivo

$$\min C = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_{ij} + \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} (c_k^F + c_k^V \text{dist}_r) y_{kr}$$