

**PROBLEMAS DE MODELAGEM - 2024**

**Questão 10** - O principal produto de exportação da Islândia é o peixe, produto perecível cuja pesca apresenta alta variação diária quanto ao tamanho e, portanto, quanto ao peso. A cada dia, o processamento dos pescados é feito em unidades de produção, com estimativas de  $b_f$  quilogramas de peixe cru da espécie  $f = 1, \dots, 10$ , que serão vendidas aos mercados  $m = 1, \dots, 20$ . Cada quilograma de peixe cru da espécie  $f$ , processado para o mercado  $m$ , gera uma quantidade líquida de  $a_{fm}$  quilogramas do produto final e proporciona um lucro bruto unitário de  $p_{fm}$ , isto é, o valor da venda menos os custos de produção, com exceção do custo de mão de obra. O valor máximo, em quilogramas, de todas as espécies, que pode ser comercializado diariamente no mercado  $m$  é igual a  $u_m$ . Processar o peixe  $f$  para atender às exigências do mercado  $m$  requer  $h_{fmi}$  horas de trabalho as estações  $i=1$  (limpeza dos filés),  $i=2$  (empacotamento) e  $i=3$  (congelamento & acondicionamento). A disponibilidade diária é de  $q_i$  horas de trabalho da estação  $i$  a um custo médio unitário de  $c_i$  por hora. Formule um modelo de programação matemática que maximize a receita bruta menos os custos de mão de obra.

**Parâmetros**

$b_f$  – Quantidade (kg) diária de peixe da espécie  $f: 1 \dots 10$  disponível para processamento.

$a_{fm}$  ( $0 < a_{fm} < 1$ ) – Rendimento (percentual aproveitado) do produto final da espécie  $f: 1 \dots 10$  processada para o mercado  $m: 1 \dots 20$ , para cada kg de peixe processado.

$p_{fm}$  – Lucro unitário (\$/kg) da espécie  $f: 1 \dots 10$  processada para o mercado  $m: 1 \dots 20$ .

$u_m$  – Quantidade máxima (kg) que o mercado  $m: 1 \dots 20$  absorve por dia.

$h_{fmi}$  – Horas necessárias de trabalho nas estações  $i: 1 \dots 3$  para processar 1 kg espécie  $f: 1 \dots 10$  processada para o mercado  $m: 1 \dots 20$ .

$q_i$  – Quantidade máxima de horas na estação  $i: 1 \dots 3$ .

$c_i$  – Custo (\$/h) de trabalho na estação  $i: 1 \dots 3$ .

**Variáveis de Decisão**

$x_{fm} \geq 0$  – Quantidade (kg) diária de peixe da espécie  $f: 1 \dots 10$  a ser processada para o mercado  $m: 1 \dots 20$ .

**Restrições**

1) Processar até o limite da disponibilidade diária de cada espécie.

$$\sum_{m=1}^{20} x_{fm} \leq b_f \quad \forall f: 1 \dots 10$$

2) Respeitar a máxima quantidade absorvida pelos mercados

$$\sum_{f=1}^{10} x_{fm} a_{fm} \leq u_m \quad \forall m: 1 \dots 20$$

3) Respeitar as horas disponíveis por estação de trabalho

$$\sum_{f=1}^{10} \sum_{m=1}^{20} x_{fm} h_{fmi} \leq q_i \quad \forall i: 1 \dots 3$$

**Ou** considerar que o peso bruto só é considerado na primeira estação de trabalho (limpeza):

$$\sum_{f=1}^{10} \sum_{m=1}^{20} x_{fm} h_{fmi} \leq q_i \quad i = 1$$

...e que para as demais estações (empacotamento e congelamento), é considerado o peso líquido:

$$\sum_{f=1}^{10} \sum_{m=1}^{20} x_{fm} a_{fm} h_{fmi} \leq q_i \quad \forall i: 2 \dots 3$$

### Função Objetivo

$$\max L = \sum_{f=1}^{10} \sum_{m=1}^{20} x_{fm} a_{fm} p_{fm} - \sum_{i=1}^3 \sum_{f=1}^{10} \sum_{m=1}^{20} x_{fm} h_{fmi} c_i$$