

PROBLEMAS DE MODELAGEM - 2024

Questão 13 - Uma empresa de geração de energia elétrica fez uma projeção da demanda por energia para 5 anos futuros, em 10^6 kWh, a saber: 80, 100, 120, 140, 160. A empresa possui 4 formas de suprir esta demanda, a partir da construção de usinas, tendo os seguintes custos e capacidades:

Usina	Capacidade (10^6 kWh)	Custo de Construção (10^6 \$)	Custo Anual de Operação (10^6 \$)
1	70	20	1,5
2	50	16	0,8
3	60	18	1,3
4	40	14	0,6

- a) Formule um modelo de programação matemática para atender a demanda dos 5 anos a um custo mínimo.
- b) Suponha que no começo do ano 1 todas estão abertas e que a empresa gestora poderá fechar qualquer uma das usinas ao final de um ano ou abrir uma usina fechada no início de um ano, mediante os custos abaixo mostrados. Como ficaria o modelo, para atender a demanda dos 5 anos a um custo mínimo?

Usina	Custo de Re- abrir (10^6 \$)	Custo de fechar (10^6 \$)
1	1,9	1,7
2	1,5	1,2
3	1,6	1,3
4	1,2	1,4

Parte a**Conjuntos e índices**

$$I = \{1,2,3,4\} - \text{índice } i$$

$$T = \{1,2,3,4,5\} - \text{índices } t, g$$

Parâmetros

d_t demanda por energia no ano t

cap_i capacidade da usina i

c_i^C custo de construção da usina i

c_i^O custo de operação da usina i

Variáveis de decisão

$x_{it} \in \{0,1\}$ – variável que assume valor 1 se a usina i for aberta no ano t , e 0 em caso contrário.

$y_{it} \in \{0,1\}$ – variável que assume valor 1 se a usina i estiver em funcionamento no ano t , e 0 em caso contrário.

Restrições

Usinas em operação

$$y_{it} = \sum_{g=1}^t x_{ig} \quad \forall i, \forall t$$

$$\begin{aligned} y_{i1} &= x_{i1} & \forall i \\ y_{i2} &= x_{i1} + x_{i2} & \forall i \\ y_{i3} &= x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} & \forall i \\ y_{i4} &= x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} + x_{i4} & \forall i \\ y_{i5} &= x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} + x_{i4} + x_{i5} & \forall i \end{aligned}$$

Atendimento da demanda

$$\sum_{i=1}^4 y_{it} \text{cap}_i \geq d_t \quad \forall t$$

Função Objetivo

$$\min C = \sum_{i=1}^4 \sum_{t=1}^5 c_i^C x_{it} + c_i^O y_{it}$$

Parte b

Parâmetros adicionais

c_i^F custo de fechar a usina i
 c_i^A custo de reabrir a usina i

Variáveis adicionais

$z_{it} \in \{0,1\}$ – variável que assume valor 1 se a usina i for fechada ao final do ano t , e 0 em caso contrário.
 $w_{it} \in \{0,1\}$ – variável que assume valor 1 se a usina i for reaberta no início do ano t , e 0 em caso contrário.

Restrições

Todas as usinas estão abertas no ano 1

$$x_{i1} = 1 \quad \forall i$$

Usinas em operação

$$\begin{aligned} y_{i1} &= x_{i1} & \forall i \\ y_{i2} &= y_{i1} - z_{i1} & \forall i \\ y_{i3} &= y_{i2} - z_{i2} + w_{i3} & \forall i \\ y_{i4} &= y_{i3} - z_{i3} + w_{i4} & \forall i \\ y_{i5} &= y_{i4} - z_{i4} + w_{i5} & \forall i \end{aligned}$$

$$y_{it} = y_{it-1} - z_{it-1} + w_{it} \quad \forall i, \forall t: 3,4,5$$

Função Objetivo

$$\min C = \sum_{i=1}^4 \sum_{t=1}^5 c_i^O y_{it} + c_i^F z_{it} + c_i^A w_{it}$$