PNV3321 - Métodos de Otimização Aplicados a Sistemas de Engenharia (2024)

Exercício computacional proposto 1 (10 pts.)
(pode ser individual ou em dupla)

Entrega: 12/11/2024

1. Nesse problema serão exercitados conceitos de otimização com restrições de caixa e análise de variáveis de projeto em um problema aplicado de engenharia. A Figura 1 ilustra o lançamento de um foguete de água. A garrafa pode ser visualizada apoiada em uma rampa conectada a uma bomba de ar. A estrutura do foguete consiste em uma garrafa de plástico, de massa m_g = 0,1 kg, cujas propriedades geométricas são: volume da garrafa V_g = 0,003 m^3, área do bocal A_b = 7,85398 10^{-5} m^2, área frontal A_f = 7,853982 10^{-3} m^2. O interior da garrafa é ocupado por uma massa de água (m_{agua}) e de ar. O lançamento tem início quando o ar comprimido no interior da garrafa alcança o valor P = 300000 Pa. Após o escape da rolha, a água é ejetada a uma velocidade U_{agua} e inicia-se um processo de balanço de força de empuxo E e de arrasto F_a. Note que até superar a altura da rampa a inclinação do foguete permanecerá igual ao ângulo θ de inclinação da rampa. Assuma que a altura da rampa h_r = 1 m, densidade da água ρ_{agua} = 1000 kg/m^3, densidade do ar ρ_{ar} = 1.4 kg/m^3, pressão da atmosfera P_{atm} = 101325 Pa, coeficiente de arrasto C_a = 0,5 e constante de gravidade g = 9,8 m/s^2. Em posse desses dados, é possível calcular a posição em cada instante de tempo dt e, em consequência disto, a máxima distância percorrida vertical e horizontalmente.

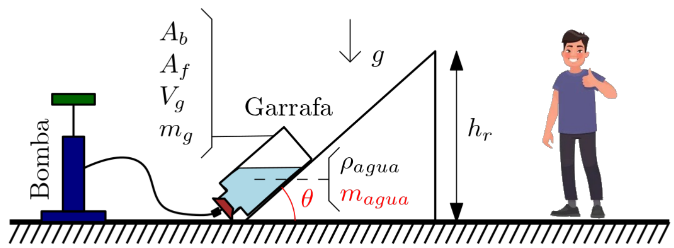

Figura 1: Ilustração simplificada do lançamento de um foguete de água propulsionado por uma bomba de ar.

Sabendo que você é uma pessoa entusiasta de foguete, pede-se que:

1.a) Implemente uma função que retorne a distância máxima horizontal percorrida pelo foguete usando como dados de entrada: a massa de água e a inclinação da rampa. (2,0 pts)

1.b) De posse da função implementada, é possível avaliar que existe uma faixa ampla de valores possíveis para os dois parâmetros de entrada. Desse modo, escreva o problema de otimização paramétrica que pode ser inferido e justifique. Para tanto, é bom refletir sobre algumas questões. Qual é a função objetivo? O que você quer fazer com ela? Quais são suas variáveis de projeto? Note que a massa de água e a inclinação da rampa precisam assumir valores físicos coerentes para o lançamento ocorrer. (1,0 pt)

1.c) Plote um gráfico 3D com $m_{agua} \times \theta \times f_{obj}$, onde f_{obj} é a função objetivo. Com esse resultado, deve ser possível observar o campo de soluções possíveis, em forma de superfície, da f_{obj}. (1,5 pt)

1.d) Utilize alguma biblioteca de programação não linear (como a *fmincon* do MATLAB) para resolver o problema formulado. A solução inicial pode ser escolhida arbitrariamente. Discuta o problema. (4 pts)

1.e) Disponha em um gráfico o percurso do foguete otimizado e de alguma solução inical escolhida. (1,5 pts)

OBS: O equacionamento necessário para a resolução do exercício está disposto na Tabela 1

Esse exercício deve ser respondido em forma de relatório. Lembre-se de: descrever as funções implementadas, apresentar as discussões e resultados de forma clara e organizada. As rotinas podem ser desenvolvidas na linguagem que o usuário tenha maior familiariedade. **Atenção!!! Entregar o código implementado junto com o relatório**, o professor vai ler tudo.

Tabela 1: Equacionamento simplificado para o lançamento do foguete de água - parte 1 ilustrado.

Variável no passo	k	**Equação**
Tempo	t^k	$t^k = t^{k-1} + dt$
Distância percorrida pelo foguete	d_f^k	$d_f^k = d_f^{k-1} + U_x^{k-1}dt + \frac{a_x}{2}^{k-1}dt^2$
Altura percorrida pelo foguete	h_f^k	$h_f^k = h_f^{k-1} + U_y^{k-1}dt + \frac{a_y}{2}^{k-1}dt^2$
Massa da água no foguete	m_{agua}^k	$m_{agua}^k = \max(m_{agua}^{k-1}$ - $U_{agua}^{k-1}A_b\rho_{agua}dt, 0)$
Empuxo do foguete	E^k	$E^k = \max\left((P^k - P_{atm})A_b, 0\right)$
Força de arrasto do foguete	F_a^k	$F_a^k = \frac{1}{2}C_a\rho_{ar}\left((U_x^k)^2 + (U_y^k)^2\right)A_f$

Tabela 2: Equacionamento simplificado para o lançamento do foguete de água - parte 2.

Variável no passo	k	Equação
Velocidade do foguete em x p/ $h_f^k >= 0$	U_x^k	$U_x^k = U_x^{k-1} + a_x^{k-1}dt$
Velocidade do foguete em x	U_x^k	$U_x^k = 0$
Velocidade do foguete em y p/ $h_f^k >= 0$	U_y^k	$U_y^k = U_y^{k-1} + a_y^{k-1}dt$
Velocidade do foguete em y	U_y^k	$U_y^k = 0$
Componente normal p/ $h_f^k < h_r$, $d_f^k < \frac{h_r}{tg\theta(\pi/180)}$ e $U_y^k > 0$	N^k	$N^k = g(m_g + m_{agua}^k)cos\theta$
Componente normal	N^k	$N^k = 0$
Aceleração do foguete em x p/ $h_f^k < h_r$, $d_f^k < \frac{h_r}{tg\theta(\pi/180)}$ e $U_y^k > 0$	a_x^k	$a_x^k = \frac{(E^k - F_a^k)cos\theta - N^k sen\theta}{m_{agua}^k + m_g}$
Aceleração do foguete em x	a_x^k	$a_x^k = \frac{(E^k - F_a^k)}{m_{agua}^k + m_g} cos\theta$
Aceleração do foguete em y p/ $h_f^k < h_r$, $d_f^k < \frac{h_r}{tg\theta(\pi/180)}$ e $U_y^k > 0$	a_y^k	$a_y^k = \frac{(E^k - F_a^k)sen\theta + N^k cos\theta}{m_{agua}^k + m_g} - g$
Aceleração do foguete em y	a_y^k	$a_y^k = \frac{(E^k - F_a^k)}{m_{agua}^k + m_g} sen\theta - g$
Pressão interna do foguete p/ $m_{agua}^k > 0$	P^k	$P^k = \frac{V_g - m_{agua}^{k-1}/\rho_{agua}}{V_g - m_{agua}^k/\rho_{agua}} P^{k-1}$
Pressão interna do foguete	P^k	$P^k = 0$
Velocidade da água no foguete p/ $P^k - P_{atm} > 0$	U_{agua}^k	$U_{agua}^k = \sqrt{\frac{2(P^k - P_{atm})}{\rho_{agua}}}$
Velocidade da água no foguete	U_{agua}^k	$U_{agua}^k = 0$
Ângulo do foguete p/ $h_f^k < h_r$, $d_f^k < \frac{h_r}{tg\theta(\pi/180)}$ e $U_y^k > 0$	θ_f^k	$\theta^k = \theta(\pi/180)$
Ângulo do foguete	θ_f^k	$\theta^k = arctg\frac{U_y^k}{U_x^k}$