

PROBLEMAS DE MODELAGEM - 2024

Questão 12 - Um certo banco recebe uma quantidade média diária de cheques conforme indicado na tabela 1, e deverá processá-los no setor de compensação ainda no mesmo dia. É política do banco processar todos os cheques recebidos até as 22 h, sendo que, para evitar problemas na compensação, o banco tolera um acúmulo de no máximo 20.000 cheques não processados ao final de cada hora.

Dois tipos de funcionários poderão participar destas atividades: o funcionário tempo integral, que realiza um turno de 8 horas de trabalho tendo 1 hora para almoço; funcionário tempo parcial, que realiza um turno de 4 horas de trabalho sem direito a pausa para refeição. Ambos os tipos de turno podem começar nos horários listados na tabela 2.

Tabela 1 – Quantidade de Cheques Recebidos (em 10³)

Horário	Quantidade	Horário	Quantidade
11:00	10	17:00	32
12:00	11	18:00	50
13:00	15	19:00	30
14:00	20	20:00	20
15:00	25	21:00	8
16:00	28		

Para que se possa quantificar o custo desta operação, estima-se que a hora de um funcionário tempo integral é \$11. Após o horário 18h00 ele recebe por hora adicional “noturno” de \$1, sendo a hora extra 150% do valor da hora noturna (\$ 18). Os funcionários tempo parcial recebem \$7 por hora mais o adicional noturno de \$1 (Exemplo: quem entra às 11 h, recebe por dia $8 \times \$ 11 + 2 \times \$ 1 = \$ 90$; se ele fizer hora extra, receberá mais \$ 18).

Além disso, para que possa manter controle das horas extras, é exigido que no máximo metade dos funcionários (tanto dos que iniciam às 11 ou às 12 h) possam fazer hora extra, e que a soma destas horas (tanto dos que iniciam às 11 ou às 12 h) seja no máximo 20 horas diárias. As produtividades destes funcionários estão estimadas em 1000 cheques/h para o tempo integral e 800 cheques/h para o tempo parcial. Outro fator é o número de máquinas para processamento, a qual está limitada em 35 (isto é, o número máximo de funcionários por hora). Modele este problema visando achar a programação de funcionários que minimize o custo com salários e encargos diretos.

Tabela 2: Possíveis Turnos de Trabalho

Início	Turno Integral			Turno Parcial							
	11	12	13	11	12	13	14	15	16	17	18
11	R	--	--	R	--	--	--	--	--	--	--
12	R	R	--	R	R	--	--	--	--	--	--
13	R	R	R	R	R	R	--	--	--	--	--
14	R	R	R	R	R	R	R	--	--	--	--
15	--	R	R	--	R	R	R	R	--	--	--
16	R	--	R	--	--	R	R	R	R	--	--
17	R	R	--	--	--	--	R	R	R	R	--
18	RN	RN	RN	--	--	--	--	RN	RN	RN	RN
19	RN	RN	RN	--	--	--	--	--	RN	RN	RN
20	EN	RN	RN	--	--	--	--	--	--	RN	RN
21	--	EN	RN	--	--	--	--	--	--	--	RN

R – Horário Regular de Trabalho; RN – Horário Noturno; E – Hora Extra

Parâmetros

d_h - Demanda de cheques a serem processados no horário h : 11 ... 21

Parâmetros gerados a partir da tabela 2:

a_{ih}^I - Parâmetro binário que vale 1 se o turno integral i : 11,11E, 12,12E, 13 cobre o horário h : 11 ... 21, e 0 em caso contrário.

a_{ih}^P - Parâmetro binário que vale 1 se o turno parcial i : 11 ... 18 cobre o horário h : 11 ... 21, e 0 em caso contrário.

c_i^I - Custo de trabalho do turno integral i : 11,11E, 12,12E, 13.

c_i^P - Custo de trabalho do turno parcial i : 11 ... 18

Variáveis de Decisão

$x_i^I \geq 0, inteiro$ - Quantidade de funcionários tempo integral que iniciam o turno i : 11,11E, 12,12E, 13 .

$x_i^P \geq 0, inteiro$ - Quantidade de funcionários tempo parcial que iniciam o turno i : 11 ... 18.

$y_h \geq 0, inteiro$ - Quantidade de cheques compensados na hora h : 11 ... 21.

$z_h \geq 0, inteiro$ - Quantidade de cheques pendentes de compensação ao final da hora h : 11 ... 21.

Restrições

1) Máxima capacidade de processamento em cada horário.

$$y_h \leq 1000 \sum_{i=11}^{13} x_i^I a_{ih}^I + 800 \sum_{i=11}^{18} x_i^P a_{ih}^P \quad \forall h: 11 \dots 21$$

2) Máxima quantidade de funcionários possíveis em cada horário.

$$\sum_{i=11}^{13} x_i^I a_{ih}^I + \sum_{i=11}^{18} x_i^P a_{ih}^P \leq 35 \quad \forall h: 11 \dots 21$$

3) Controle de cheques não processados.

$$y_h + z_h = d_h + z_{h-1} \quad \forall h: 11 \dots 21$$

4) Máxima quantidade de cheques não processados.

$$z_h \leq 20000 \quad \forall h: 11 \dots 20$$

5) Não deixar cheques pendentes de processamento ao final do dia.

$$z_{21} = 0$$

6) Limite de horas extras

$$\begin{aligned} x_{11E}^I &\leq x_{11}^I \\ x_{12E}^I &\leq x_{12}^I \\ x_{11E}^I + x_{12E}^I &\leq 20 \end{aligned}$$

7) Domínio das variáveis

$$\begin{aligned} x_i^I &\geq 0, inteiro && \forall i: 11,11E, 12,12E, 13 \\ x_i^P &\geq 0, inteiro && \forall i: 11 \dots 18 \\ y_h &\geq 0, inteiro && \forall h: 11 \dots 21 \\ z_h &\geq 0, inteiro && \forall h: 11 \dots 21 \end{aligned}$$

Função Objetivo

$$\min C = \sum_{i=11}^{13} x_i^I c_i^I + \sum_{i=11}^{18} x_i^P c_i^P$$