

6. Transporte Aéreo

- Uma companhia aérea possui três tipos de aviões e é obrigada a servir quatro rotas aéreas. A tabela fornece a capacidade máxima (em números de passageiros) de cada tipo de aeronave, o número de aviões disponíveis de cada tipo, bem como o número de viagens por dia que cada tipo de avião pode fazer em uma determinada rota. Por exemplo: um avião do tipo 1 pode realizar três viagens na rota 1 ou duas viagens na rota 2, etc., e não muda de rota em um mesmo dia. Na tabela é dado o número de passageiros que necessariamente terá que ser transportado em cada rota.

			# Viagens Diárias em Cada Rota			
Tipo de Aeronave	Capacidade	# Aeronaves	1	2	3	4
1	40	7	3	2	2	1
2	60	8	4	3	3	2
3	100	6	5	4	4	2
Demanda Diária de Passageiros			650	710	610	950

6. Transporte Aéreo

- ▶ O custo operacional por viagem para cada avião nas diferentes rotas é dado pela tabela:

Custos por viagem (R\$)				
Tipo de Aeronave	1	2	3	4
1	1.500,00	1.900,00	2.100,00	2.800,00
2	2.100,00	2.600,00	2.800,00	3.700,00
3	3.200,00	3.700,00	3.900,00	5.800,00

- ▶ Formular e resolver um modelo de programação linear que permita alocar os aviões às diversas rotas, visando a minimizar o custo operacional do sistema.
-

6. Transporte Aéreo – Parte a

► **Decisões:**

x_{ij} - quantidade de aeronaves do tipo i que são alocadas à rota j . Variável inteira, não negativa.

y_{ij} - quantidade de viagens que as aeronaves do tipo i realizam na rota j . Variável inteira, não negativa.

6. Transporte Aéreo – Parte a

► Restrições:

1) Não usar mais aeronaves do que o disponível

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 7$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 8$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 6$$

2) Atender à demanda de cada rota

$$40 y_{11} + 60 y_{21} + 100 y_{31} \geq 650$$

$$40 y_{12} + 60 y_{22} + 100 y_{32} \geq 710$$

$$40 y_{13} + 60 y_{23} + 100 y_{33} \geq 610$$

$$40 y_{14} + 60 y_{24} + 100 y_{34} \geq 950$$

6. Transporte Aéreo – Parte a

3) Vínculo entre as variáveis de decisão

$$y_{11} \leq 3 x_{11}$$

$$y_{12} \leq 2 x_{12}$$

$$y_{13} \leq 2 x_{13}$$

$$y_{14} \leq 1 x_{14}$$

...

$$y_{33} \leq 4 x_{33}$$

$$y_{34} \leq 2 x_{34}$$

4) Domínio das variáveis de decisão

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34} \geq 0, \text{inteiro}$$

$$y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{21}, y_{22}, y_{23}, y_{24}, y_{31}, y_{32}, y_{33}, y_{34} \geq 0, \text{inteiro}$$

6. Transporte Aéreo – Parte a

- **Função objetivo:** minimizar o custo total da operação

$$\begin{aligned} \min C = & 1500 y_{11} + 1900 y_{12} + 2100 y_{13} + 2800 y_{14} + 2100 y_{21} + 2600 y_{22} + 2800 y_{23} \\ & + 3700 y_{24} + 3200 y_{31} + 3700 y_{32} + 3900 y_{33} + 5800 y_{34} \end{aligned}$$

6. Transporte Aéreo – Parte a

► Solução ótima

# Viagens por rota (y_{ij})					Custo
Tipo de Aeronave	1	2	3	4	
1	4,00	0,00	0,00	1,00	
2	0,00	2,00	2,00	12,00	
3	5,00	6,00	5,00	2,00	
Passageiros Transportados	660	720	620	960	

# Aeronaves por rota (x_{ij})				
Tipo de Aeronave	1	2	3	4
1	2,00	0,00	0,00	1,00
2	0,00	1,00	1,00	6,00
3	1,00	2,00	2,00	1,00

3
8
6

6. Transporte Aéreo – Parte b

- ▶ Qual seria a solução do problema se a demanda fosse 50% maior, e houvesse uma penalidade por demanda não transportada em cada rota, sendo $p_1 = 25$, $p_2 = 30$, $p_3 = 35$, $p_4 = 60$?
- ▶ **Nova Variável de Decisão:**

z_j - quantidade de passageiros que deixam de ser transportados na rota j . Variável inteira, não negativa.

6. Transporte Aéreo – Parte b

► Restrições:

1) Não usar mais aeronaves do que o disponível:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 7$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 8$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 6$$

2) Atender à demanda de cada rota:

$$40 y_{11} + 60 y_{21} + 100 y_{31} + z_1 \geq 990$$

$$40 y_{12} + 60 y_{22} + 100 y_{32} + z_2 \geq 1080$$

$$40 y_{13} + 60 y_{23} + 100 y_{33} + z_3 \geq 930$$

$$40 y_{14} + 60 y_{24} + 100 y_{34} + z_4 \geq 1440$$

6. Transporte Aéreo – Parte b

3) Vínculo entre as variáveis de decisão

$$y_{11} \leq 3 x_{11}$$

$$y_{12} \leq 2 x_{12}$$

$$y_{13} \leq 2 x_{13}$$

$$y_{14} \leq 1 x_{14}$$

...

$$y_{33} \leq 4 x_{33}$$

$$y_{34} \leq 2 x_{34}$$

4) Domínio das variáveis de decisão

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34} \geq 0, \text{inteiro}$$

$$y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{21}, y_{22}, y_{23}, y_{24}, y_{31}, y_{32}, y_{33}, y_{34} \geq 0, \text{inteiro}$$

$$z_1, z_2, z_3, z_4 \geq 0, \text{inteiro}$$

6. Transporte Aéreo – Parte b

- **Função objetivo:** minimizar o custo total da operação e a penalidade total por passageiros não transportados

$$\begin{aligned}\min C = & 1500 y_{11} + 1900 y_{12} + 2100 y_{13} + 2800 y_{14} + 2100 y_{21} + 2600 y_{22} + 2800 y_{23} \\ & + 3700 y_{24} + 3200 y_{31} + 3700 y_{32} + 3900 y_{33} + 5800 y_{34} + 25 z_1 + 30 z_2 + 35 z_3 \\ & + 60 z_4\end{aligned}$$

1. Transporte Aéreo – Parte b

► Solução ótima

# Viagens por rota				
Tipo de Aeronave	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	12
Passageiros Transportados	0	0	0	1200
Demanda Não Atendida	990	1080	930	240
Total	990	1080	930	1440

Custo 173.700,00

# Aeronaves por rota				
Tipo de Aeronave	1	2	3	4
1	0	0	0	7
2	0	0	0	0
3	0	0	0	6

7

0

6

OBS: a penalidade por demanda não atendida é baixa, e compensa não transportar...