PNV 3321 – MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS A SISTEMAS DE ENGENHARIA

PROBLEMAS DE MODELAGEM - 2024

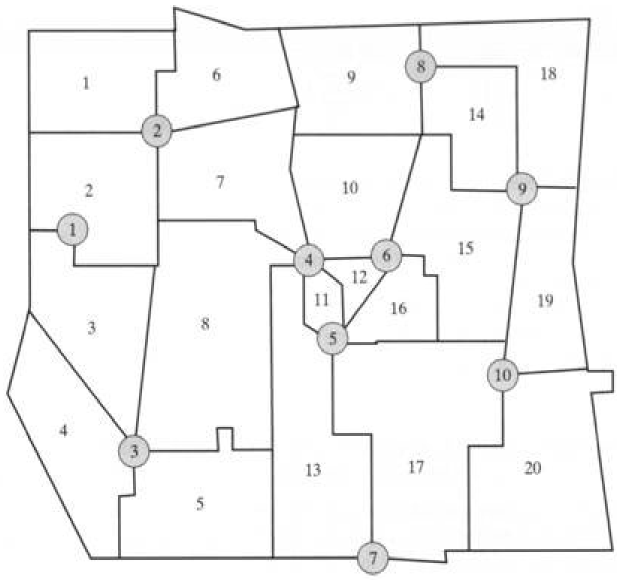
Questão 7 – Localização de bases

Em uma cidade, subdividida em m regiões, há n locais candidatos ao recebimento de um posto de corpo de bombeiros. Deseja-se minimizar o custo de instalação garantindo-se, porém, que cada região possa ser atendida por uma viatura dentro de um tempo limite especificado, T.

a) Propor um modelo matemático para definir os locais de instalação de postos de corpo de bombeiros. Sugestão: Admitir que, para qualquer região j da cidade, são conhecidos os locais candidatos à instalação do posto que satisfazem a restrição de tempo do atendimento. Isto é, admitir que seja conhecida uma matriz A = [a_{ij}] i = 1,..., n; j = 1,....,m tal que:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } t_{ij} \leq T \\ 0, & \text{se } t_{ij} > T \end{cases}$$

b) No caso de haver restrição orçamentária que não permita garantir o atendimento de todas as regiões e, conhecendo a população p_j de cada região j, proponha o modelo para instalação de q postos do corpo de bombeiros.



Parte a)

Variável de decisão:

$x_i \in \{0,1\} - variável\ binária\ que\ será\ 1\ se\ o\ posto\ de\ bombeiro\ i\ for\ escolhido,$
$e\ 0\ em\ caso\ contrário$

Restrições:

Região 1: $x_2 \geq 1$
Região 2: $x_1 + x_2 \geq 1$
Região 3: $x_1 + x_3 \geq 1$
Região 4: $x_3 \geq 1$
Região 5: $x_3 \geq 1$

Região 6: $x_2 \geq 1$
Região 7: $x_2 + x_4 \geq 1$
Região 8: $x_3 + x_4 \geq 1$
Região 9: $x_8 \geq 1$
Região 10: $x_4 + x_6 \geq 1$
Região 11: $x_4 + x_5 \geq 1$
Região 12: $x_4 + x_5 + x_6 \geq 1$
...
Região 20: $x_{10} \geq 1$

Forma genérica da restrição:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq 1 \qquad \forall j: 1 \ldots m$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i: 1 \ldots n$$

Função objetivo:

$$\min C = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Parte b)

Região	População	Região	População
1	5.200	11	30.400
2	4.400	12	30.900
3	7.100	13	12.000
4	9.000	14	9.300
5	6.100	15	15.500
6	5.700	16	25.600
7	10.000	17	11.000
8	12.200	18	5.300
9	7.600	19	7.900
10	20.300	20	9.900

Nova variável de decisão

$y_j \in \{0,1\}$ - variável binária que será 1 se a região *j* não for coberta, e 0 em caso contrário.

Restrições

O número máximo de instalações abertas é q (restrição nova):

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \leq q$$

Restrição de cobertura (modificada):

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i + y_j \geq 1 \qquad \forall j: 1 \dots m$$

Domínio das variáveis:

$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i: 1 \dots n$

$y_j \in \{0,1\} \quad \forall j: 1 \dots m$

Função objetivo:

$$\min \sum_{j=1}^{m} p_j y_j$$