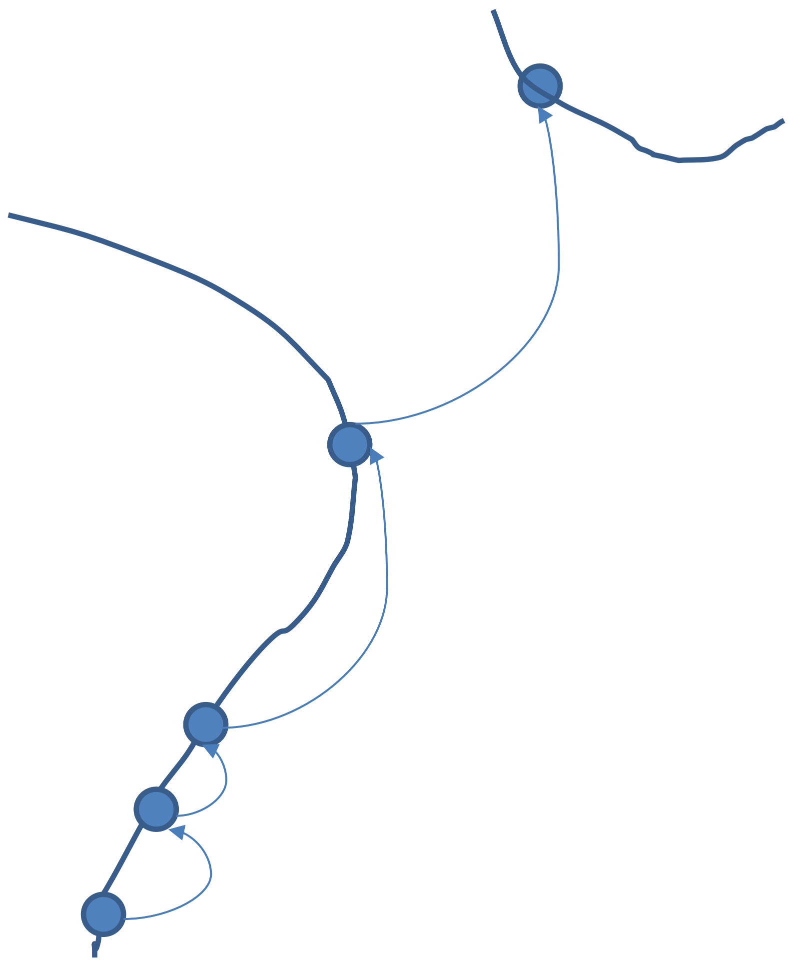
PNV 3321 – MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS A SISTEMAS DE ENGENHARIA

PROBLEMAS DE MODELAGEM - 2024

Questão 4 – Problema de carregamento de navios porta-contêineres

Uma empresa de navegação quer programar o carregamento de um navio porta-contêineres em uma viagem na rota costa leste da América do Sul-Europa. O navio tem capacidade para **N** contêineres dos quais $\mathbf{N_r}$ são refrigerados. Admitindo-se ordenados os portos da rota, de 1 a n, são conhecidas as demandas de transporte de contêineres “dry”, $\mathbf{d_{ij}}$, e refrigerados, $\mathbf{r_{ij}}$, entre 2 portos **i** e **j**, **i<j**; as taxas de frete para esses transportes são $\mathbf{fd_{ij}}$ e $\mathbf{fr_{ij}}$, respectivamente. A empresa tem ainda que utilizar o navio para realocar seus contêineres vazios. A oferta ou demanda de contêineres vazios no porto i da rota é representada por $\mathbf{v_i}$. Se $\mathbf{v_i>0}$, $\mathbf{v_i}$ representa a oferta de contêineres vazios; em caso contrário, $\mathbf{v_i}$ representa a demanda de contêineres vazios. É óbvio que em cada porto, há demanda ou oferta de contêineres vazios do tipo “dry” e do tipo refrigerado. Propor um modelo matemático para fazer a programação do carregamento do navio.



Variáveis de decisão

$x_{ij}^{d} \geq 0\ qtd\ de\ contêineres\ dry\ transportados\ entre\ os\ portos\ i\ e\ j\ (i < j)$
$x_{ij}^{r} \geq 0\ qtd\ de\ contêineres\ refrigerados\ transportados\ entre\ os\ portos\ i\ e\ j\ (i < j)$
$y_{ij}^{d} \geq 0\ qtd\ de\ contêineres\ dry\ vazios\ transportados\ entre\ os\ portos\ i\ e\ j\ (i < j)$
$y_{ij}^{d} \geq 0\ qtd\ de\ contêineres\ refrigerados\ vazios\ transportados\ entre\ os\ portos\ i\ e\ j\ (i < j)$

Restrições (capacidade total N, capacidade refrigerados Nr, satisfazer a demanda de vazios, demanda máxima)

(Supor 5 portos)

Capacidade total (na saída do porto) – Porto 1

$$x_{12}^d + x_{13}^d + x_{14}^d + x_{15}^d + x_{12}^r + x_{13}^r + x_{14}^r + x_{15}^r + y_{12}^d + y_{13}^d + y_{14}^d + y_{15}^d + y_{12}^r + y_{13}^r + y_{14}^r + y_{15}^r \le N$$

Capacidade de contêineres refrigerados – Porto 1

$$x_{12}^r + x_{13}^r + x_{14}^r + x_{15}^r \le N_r$$

Demanda máxima – Porto 1

$x_{12}^d \le d_{12}$
$x_{13}^d \le d_{13}$
...
$x_{1j}^d \le d_{1j}$

$x_{12}^r \le r_{12}$
$x_{13}^r \le r_{13}$
...
$x_{1j}^r \le r_{1j}$

Capacidade total (na saída do porto) – Porto 2

$$x_{13}^d + x_{14}^d + x_{15}^d + x_{13}^r + x_{14}^r + x_{15}^r + y_{13}^d + y_{14}^d + y_{15}^d + y_{13}^r + y_{14}^r + y_{15}^r +$$
$$x_{23}^d + x_{24}^d + x_{25}^d + x_{23}^r + x_{24}^r + x_{25}^r + y_{23}^d + y_{24}^d + y_{25}^d + y_{23}^r + y_{24}^r + y_{25}^r \le N$$

A restrição inclui todas as cargas com origem no porto 1 e destino posterior ao porto 2, somada às cargas que embarcam no porto 2 com destino 3, 4 e 5.

Restrição de capacidade total generalizada para os demais portos (reparar que a restrição não precisa ser escrita para o porto 5, pois é o último porto da rota). Vamos fazer uso do índice k (índice adicional para os portos).

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=k+1}^{n} x_{ij}^d + x_{ij}^r + y_{ij}^d + y_{ij}^r \le N \qquad \forall k: 2 \dots 4$$

Restrição de capacidade de refrigerados generalizada:

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=k+1}^{5} x_{ij}^r \le N_r \qquad \forall k: 2 \dots 4$$

Demanda máxima:

$$x_{ij}^d \le d_{ij} \quad \forall i < j$$

$$x_{ij}^r \le r_{ij} \quad \forall i < j$$

Vazios – Portos de oferta

$vd_i > 0 \;\; oferta\ de\ contêineres\ vazios\ tipo\ dry\ do\ porto\ i$
$vr_i > 0 \;\; oferta\ de\ contêineres\ vazios\ refrigerados\ do\ porto\ i$

Já se sabe, no momento da resolução do modelo, quais são os portos com oferta ou demanda de vazios. A restrição abaixo aplica-se aos portos com oferta de vazios.

$$\sum_{j=i+1}^{5} y_{ij}^{d} \leq vd_i \qquad \forall i: vd_i > 0$$

$$\sum_{j=i+1}^{5} y_{ij}^{r} \leq vr_i \qquad \forall i: vr_i > 0$$

Para os portos que ofertam contêineres vazios, a restrição é de desigualdade.

Vazios – Portos de demanda

$vd_i < 0 \;\; demanda\ de\ contêineres\ vazios\ tipo\ dry\ do\ porto\ i$
$vr_i < 0 \;\; demanda\ de\ contêineres\ vazios\ refrigerados\ do\ porto\ i$

$$\sum_{i=1}^{j-1} y_{ij}^{d} = -vd_j \qquad \forall j: vd_j < 0$$

$$\sum_{i=1}^{j-1} y_{ij}^{r} = -vr_j \qquad \forall j: vr_j < 0$$

Para os portos que demandam contêineres vazios, a restrição é de igualdade, forçando que o fluxo ocorra.

Função objetivo

$$\max R = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=i+1}^{5} fd_{ij}x_{ij}^{d} + fr_{ij}x_{ij}^{r}$$