

PROBLEMAS DE MODELAGEM - 2024**Questão 2 – Problema de produção (composição de liga)**

Duas ligas metálicas, A e B, são feitas de quatro metais distintos, I, II, III, IV, de acordo com a especificação apresentada na tabela a seguir:

Ligas	Especificações
A	no máximo 80% de I no máximo 30% de II no mínimo 50% de IV
B	entre 40% e 60% de II no mínimo 30% de III no máximo 70% de IV

Os quatro metais são extraídos de três minérios diferentes, cujas percentuais em peso destes metais, quantidades máximas dos minérios e custos por toneladas são tabeladas a seguir:

Minério	Quantidade máxima (t)	Componentes					Preço em R\$/t
		I	II	III	IV	Outros	
1	1000	20	10	30	30	10	75,00
2	2000	10	20	30	30	10	90,00
3	3000	5	5	70	20	0	120,00

Considerando que: os custos de processamento dos minérios 1, 2 e 3 sejam R\$120,00/t, R\$100,00/t e R\$110,00/t respectivamente; que os custos de fabricação das ligas A e B sejam R\$150,00/t e R\$135,00/t; os preços de venda das ligas A e B sejam R\$750,00 e R\$600,00 por tonelada, respectivamente, formular o problema como sendo um modelo de programação linear, escolhendo a função objetivo apropriada que fará o melhor uso das informações dadas.

Conjuntos e índices

Minério: $I = \{1,2,3\}$ – índice i

Metal: $J = \{1,2,3,4\}$ – índice j

Liga: $K = \{1,2\}$ – índice k

Variáveis de decisão

$x_i \geq 0$ quantidade de minério a ser adquirida

$w_k \geq 0$ quantidade a ser fabricada de cada liga

$y_{jk} \geq 0$ quantidade de metal a ser empregada em cada liga

Restrições

1) Limite máximo de minério a ser adquirido

$$x_1 \leq 1000$$

$$x_2 \leq 2000$$

$$x_3 \leq 3000$$

2) Composição da liga

$$w_1 = y_{11} + y_{21} + y_{31} + y_{41}$$

$$w_2 = y_{12} + y_{22} + y_{32} + y_{42}$$

3) Disponibilidade de metal em função da quantidade adquirida de minério

$$y_{11} + y_{12} \leq 0.2x_1 + 0.1x_2 + 0.05x_3$$

$$y_{21} + y_{22} \leq 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.05x_3$$

$$y_{31} + y_{32} \leq 0.3x_1 + 0.3x_2 + 0.70x_3$$

$$y_{41} + y_{42} \leq 0.3x_1 + 0.3x_2 + 0.20x_3$$

4) Proporção

$$y_{11} \leq 0.8w_1$$

$$y_{21} \leq 0.3w_1$$

$$y_{41} \geq 0.5w_1$$

$$y_{22} \leq 0.6w_2$$

$$y_{22} \geq 0.4w_2$$

$$y_{32} \geq 0.3w_2$$

$$y_{42} \leq 0.7w_2$$

5) Domínio das variáveis

$$x_i \geq 0, \forall i \in I$$

$$w_k \geq 0, \forall k \in K$$

$$y_{jk} \geq 0, \forall j \in J, \forall k \in K$$

Função Objetivo

$$\max L = (750 - 150)w_1 + (600 - 135)w_2 - (75 + 120)x_1 - (90 + 100)x_2 - (120 + 110)x_3$$