

1 Naloga 4

Imamo krivuljo podano z $F = x^4 - x^2y - y^3$. Izračunamo $F_y = -x^2 - 3y^2$. Takoj vidimo da če $(x, y) \neq (0, 0)$ je $F_y < 0$, torej (x, y) ni singularna. Precej očitno je tudi da je $(0, 0)$ singularna točka in to reda 3.

Tangente torej dobimo iz $0 = x^2y + y^3 = y(x^2 + y^2)$ kar pa je očitno 0 le za $y = 0$. Vstavimo v F in dobimo x^4 , torej ima tangenta presečno večkratnost 4.

Lotimo se parametrizacije. Lahko jo bomo našli ker je red singularne točke za 1 manjši od reda krivulje ($4 - 3 = 1$). Vstavimo $y = tx$ v F da dobimo $F = -t^3x^3 - tx^3 + x^4 = x^3(-t^3 - t + x)$. Dobimo $x = t^3 + t$ in $y = t^4 + t^2$. Za parametrizacijo projektivne krivulje samo homogeniziramo vse koordinate na enako stopnjo $[t, s] \rightarrow (t^3s + ts^3, t^4 + t^2s^2, s^4)$.

Če gledamo risbo vidimo da je v $(0, 0)$ res edina negladka točka kot smo izračunali, tangenta pa se tudi ujema.