1 Naloga 2

1.1 a

1. Naj bo $F = x^3 - 2yz^2$. Potem je polara na C glede na $[1,0,1]$ enaka $\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} = 3x^2 - 4yz$ kot v navodilu. Dokažimo še da se F ne da faktorizirati. Vemo da se homogen polinom razstavi na homogene faktorje zato postavimo $F = (ax^2 + bxy + cy^2 + dxz + eyz + fz^2) * (gx + hy + iz)$. Torej mora veljati

$$0 = (ax^2 + bxy + cy^2 + dxz + eyz + fz^2) * (gx + hy + iz) - F$$

oziroma

$$0 = (ax^2 + bxy + cy^2 + dxz + eyz + fz^2) * (gx + hy + iz) - x^3 + 2yz^2$$

kjer po razstavljanju dobimo $agx^3 + ahx^2y + aix^2z + bgx^2y + bhxy^2 + bixyz + cgxy^2 + chy^3 + ciy^2z + dgx^2z + dhxyz + dixz^2 + egxyz + ehy^2z + eiyz^2 + fgxz^2 + fhyz^2 + fiz^3 - x^3 + 2yz^2$

Z združevanjem enakih členov dobimo sistem

$$\begin{bmatrix} ag - 1 \\ ah + bg \\ bh + cg \\ ch \\ ai + dg \\ bi + dh + eg \\ ci + eh \\ di + fg \\ ei + fh + 2 \\ fi \end{bmatrix} = 0$$

Iz 4. enacbe dobimo $ch = 0$ torej je $c = 0$ ali pa $c \neq 0$. Obravnavamo oba primera.

1.) $c = 0$. Dobimo sistem

$$\begin{bmatrix} ag-1 \\ ah+bg \\ bh \\ 0 \\ ai+dg \\ bi+dh+eg \\ eh \\ di+fg \\ ei+fh+2 \\ fi \end{bmatrix} = 0$$

Delimo na primere glede na to ali je $h \neq 0$ ali pa $h = 0$.

1.1)$h \neq 0$. Če $h \neq 0$ potem je iz enacbe 3 $b = 0$ in iz enacbe 7 $e = 0$. Dobimo sistem

$$\begin{bmatrix} ag-1 \\ ah \\ 0 \\ 0 \\ ai+dg \\ dh \\ 0 \\ di+fg \\ fh+2 \\ fi \end{bmatrix} = 0$$

ki pa nima rešitve saj iz 2. enačbe sledi $a = 0$ in potem v prvi enacbi dobimo protislovje.

1.2)$h = 0$. Dobimo sistem

$$\begin{bmatrix} ag-1 \\ bg \\ 0 \\ 0 \\ ai+dg \\ bi+eg \\ 0 \\ di+fg \\ ei+2 \\ fi \end{bmatrix} = 0$$

Iz predzadnje enacbe vidimo da $i \neq 0$ zato iz zadnje enacbe sledi $f = 0$ in nato iz 8. enacbe sledi $d = 0$, nato pa iz 5. enacbe sledi $a = 0$ kar je v protislovju s prvo enacbo.

2.) Vemo da $c \neq 0$. Potem iz 4. enacbe dobimo $h = 0$. Dobimo sistem

$$\begin{bmatrix} ag-1 \\ bg \\ cg \\ 0 \\ ai+dg \\ bi+eg \\ ci \\ di+fg \\ ei+2 \\ fi \end{bmatrix} = 0$$

Iz predzadnje enacbe dobimo $i \neq 0$ zato iz zadnje enacbe sledi $f = 0$ in nato iz 8. enacbe sledi $d = 0$, nato pa iz 5. enacbe sledi $a = 0$ Dobimo enako protislovje kot prej, torej v prvi enačbi.

Ker se sistema enačb ne da rešiti, vemo da je polinom nerazcepen.

1.2 b

2. Naj bo $F = x^3/2 - yz^2$ Po podobnem računu dobimo polaro $3x^2 - 2yz$ kar je spet ravno to kar hočemo. Da je polinom nerazcepen preverimo podobno kot pri prejšnji nalogi ampak se mi res ne da spet vsega prepisovat v latex.

1.3 c

3. Vzemimo krivuljo $x^2 + y^2 + z^2$.