ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Prolog – Unification, SLD

Federico Chesani

DISI

Department of Informatics – Science and Engineering

Disclaimer & Further Reading

- These slides are largely based on previous work by Prof. Paola Mello

- Russell Norvig, AIMA, vol. 1 ed. italiana: Cap. 9
- Robert Kowalski, "Predicate Logic as a Programming Language", Memo 70, Dept. of Artificial Intelligence, Edinburgh University, 1973. Also in Proceedings IFIP Congress, Stockholm, North Holland Publishing Co., 1974, pp. 569–574.
- Lloyd, J. W. (1987). Foundations of Logic Programming. (2nd edition). Springer-Verlag.
- Ivan Bratko: Prolog Programming for Artificial Intelligence, 4th Edition. Addison-Wesley 2012, ISBN 978-0-3214-1746-6, pp. I-XXI, 1-673
- L. Console, E. Lamma, P. Mello, M. Milano: "Programmazione Logica e Prolog", Seconda Edizione UTET, 1997.
- The Power of Prolog. Introduction to modern Prolog https://www.metalevel.at/prolog

LINGUAGGIO PROLOG

PROLOG: PROgramming in LOGic, nato nel 1972.

- E' il più noto linguaggio di Programmazione Logica

ALGORITMO = LOGICA + CONTROLLO

- Si fonda sulle idee di Programmazione Logica avanzate da R. Kowalski
- Basato sulla logica dei Predicati del Primo Ordine (prova automatica di teoremi - risoluzione)
- Manipolatore di SIMBOLI e non di NUMERI
- Linguaggio ad ALTISSIMO LIVELLO: utilizzabile anche da non programmatori
- APPLICAZIONI DI AI

LINGUAGGIO PROLOG

- Lavora su strutture ad ALBERO
  - anche i programmi sono strutture dati manipolabili
  - utilizzo della **ricorsione** e non assegnamento

- Metodologia di programmazione:
  - **concentrarsi sulla specifica del problema rispetto alla strategia di soluzione**

- Svantaggi:
  - efficienza paragonabile a quella del LISP
  - non adatto ad applicazioni numeriche o in tempo reale
  - mancanza di ambienti di programmazione evoluti

ALGORITMO = LOGICA + CONTROLLO

- Conoscenza sul problema indipendente dal suo utilizzo
  - Esprimo COSA e non COME
  - Alta modularità e flessibilità
  - Schema progettuale alla base di gran parte dei SISTEMI BASATI SULLA CONOSCENZA (Sistemi Esperti)
- LOGICA: conoscenza sul problema
  - correttezza ed efficienza
- CONTROLLO: strategia risolutiva
  - efficienza
- Algoritmi equivalenti:
  - A1 = L + C1
  - A2 = L + C2

PROGRAMMA PROLOG

- Un PROGRAMMA PROLOG (puro) è un insieme di clausole di Horn che rappresentano:
  - FATTI riguardanti gli oggetti in esame e le relazioni che intercorrono
  - REGOLE sugli oggetti e sulle relazioni (SE…..ALLORA)
  - GOAL (clausole senza testa), sulla base della conoscenza definita

ESEMPIO: due individui sono colleghi se lavorano per la stessa ditta

Testa **Body**

```
collega(X,Y)  :-  lavora(X,Z), lavora(Y,Z), diverso(X,Y).
```

→ **REGOLA**

```
lavora(emp1,ibm).
lavora(emp2,ibm).
lavora(emp3,txt).
lavora(emp4,olivetti).
lavora(emp5,txt).
```

FATTI

```
:- collega(X,Y).
```

→ **GOAL**

PROLOG: ELABORATORE DI SIMBOLI

- ESEMPIO: somma di due numeri interi

```
sum(0,X,X).
```
→ FATTO

```
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).
```
→ REGOLA

- Simbolo **sum** non interpretato.
- Numeri interi interpretati dalla struttura "successore" **s(X)**
- Si utilizza la ricorsione
- Esistono molte possibili interrogazioni:

```
:- sum(s(0),s(s(0)),Y).
:- sum(s(0),Y,s(s(s(0)))).
:- sum(X,Y,s(s(s(0)))).
:- sum(X,Y,Z).
:- sum(X,Y,s(s(s(0)))), sum(X,s(0),Y).
```

PROVA DI UN GOAL

- Un goal viene provato provando i singoli letterali da sinistra a destra

```
:- collega(X,Y), persona(X), persona(Y).
```

- Un goal atomico (ossia formato da un singolo letterale) viene provato confrontandolo e unificandolo con le teste delle clausole contenute nel programma

- **Se esiste** una sostituzione per cui il confronto ha successo
  - se la clausola con cui unifica è un fatto, la prova termina;
  - se la clausola con cui unifica è una regola, ne viene provato il Body
- **Se non esiste** una sostituzione il goal fallisce

PIU' FORMALMENTE

- Linguaggio Prolog: caso particolare del paradigma di Programmazione Logica

- SINTASSI: un programma Prolog è costituito da un insieme di clausole definite della forma

```
(cl1) A.
(cl2) A :- B1, B2,…, Bn.
(cl3) :- B1, B2,…, Bn.
```

→ **FATTO o ASSERZIONE**

→ **REGOLA**

→ **GOAL**

  - In cui `A` e `Bi` sono formule atomiche
  - `A` : **testa** della clausola
  - `B1,B2,…,Bn` : **body** della clausola
  - Il simbolo " , " indica la congiunzione; il simbolo " `:-` " l'implicazione logica in cui `A` è il conseguente e `B1,B2,…,Bn` l'antecedente

PIU' FORMALMENTE

- Una **formula atomica** è una formula del tipo

  `p(t1,t2,…,tn)`

  in cui **`p`** è un simbolo predicativo e **`t1,t2,…,tn`** sono termini

- Un **termine** è definito ricorsivamente come segue:
  - le costanti (numeri interi/floating point, stringhe alfanumeriche aventi come primo carattere una lettera minuscola) sono termini
  - le variabili (stringhe alfanumeriche aventi come primo carattere una lettera maiuscola oppure il carattere "_") sono termini.
  - **`f(t1,t2,…,tk)`** **è** un termine se "**`f`**" è un simbolo di funzione (operatore) a k argomenti e **`t1,t2,…,tk`** sono termini. **`f(t1,t2,…,tk)`** viene detta struttura

    NOTA: le costanti possono essere viste come simboli funzionali a zero argomenti.

ESEMPI

- COSTANTI: **`a, pippo, aB, 9,135,a92`**
- VARIABILI: **`X, X1, Pippo, _pippo, _x, _`**
  - la variabile _ prende il nome di variabile anonima
- TERMINI COMPOSTI: **`f(a), f(g(1)), f(g(1),b(a),27)`**

- FORMULE ATOMICHE: **`p, p(a,f(X)), p(Y), q(1)`**
- CLAUSOLE DEFINITE:

```
q.
p :- q,r.
r(Z).
p(X) :- q(X,g(a)).
```

- GOAL:

```
:- q,r.
```

Non c'è distinzione (sintattica) tra costanti, simboli funzionali e predicativi.

INTERPRETAZIONE DICHIARATIVA

Le variabili all'interno di una clausola sono quantificate universalmente. In particolare:

- per ogni asserzione (fatto)

  `p(t1,t2,…,tm).`

  se `X1,X2,…,Xn` sono le variabili che compaiono in `t1,t2,…,tm` il significato è: $\forall$`X1`, $\forall$`X2`, …, $\forall$`Xn (p(t1,t2,…,tm))`

- per ogni regola del tipo

  `A:- B1,B2,…,Bk.`

  se `Y1,Y2,…,Yn` sono le variabili che compaiono solo nel body della regola e `X1,X2,…,Xn` sono le variabili che compaiono nella testa e nel corpo, il significato e' :

  $\forall$`X1`, $\forall$`X2`, …, $\forall$`Xn`, $\forall$`Y1`, $\forall$`Y2`, …, $\forall$`Yn ((B1,B2,…,Bk)` $\rightarrow$ `A)`

  $\forall$`X1`, $\forall$`X2`, …, $\forall$`Xn ( (`$\exists$`Y1`, $\exists$`Y2`, …, $\exists$`Yn(B1,B2,…,Bk))` $\rightarrow$ `A)`

INTERPRETAZIONE DICHIARATIVA – Esempi

`padre(X,Y).` "**X** è il padre di **Y**"

`madre(X,Y).` "**X** è la madre di **Y**"

```
nonno(X,Y):- padre(X,Z), padre(Z,Y).
```

"per ogni **X** e **Y**, **X** è il nonno di **Y** se esiste **Z** tale che **X** è padre di **Z** e **Z** è il padre di **Y**"

```
nonno(X,Y):- padre(X,Z), madre(Z,Y).
```

"per ogni **X** e **Y**, **X** è il nonno di **Y** se esiste **Z** tale che **X** è padre di **Z** e **Z** è la madre di **Y**"

ESECUZIONE DI UN PROGRAMMA

Una computazione corrisponde:

- al tentativo di **dimostrare**, tramite la risoluzione, che una formula segue logicamente da un programma (è un teorema);
- inoltre si deve determinare una **sostituzione** per le variabili del goal (detto anche "query") per cui la query segue logicamente dal programma.

Dato un programma P e la query:

`:- p(t1,t2,…,tm).`

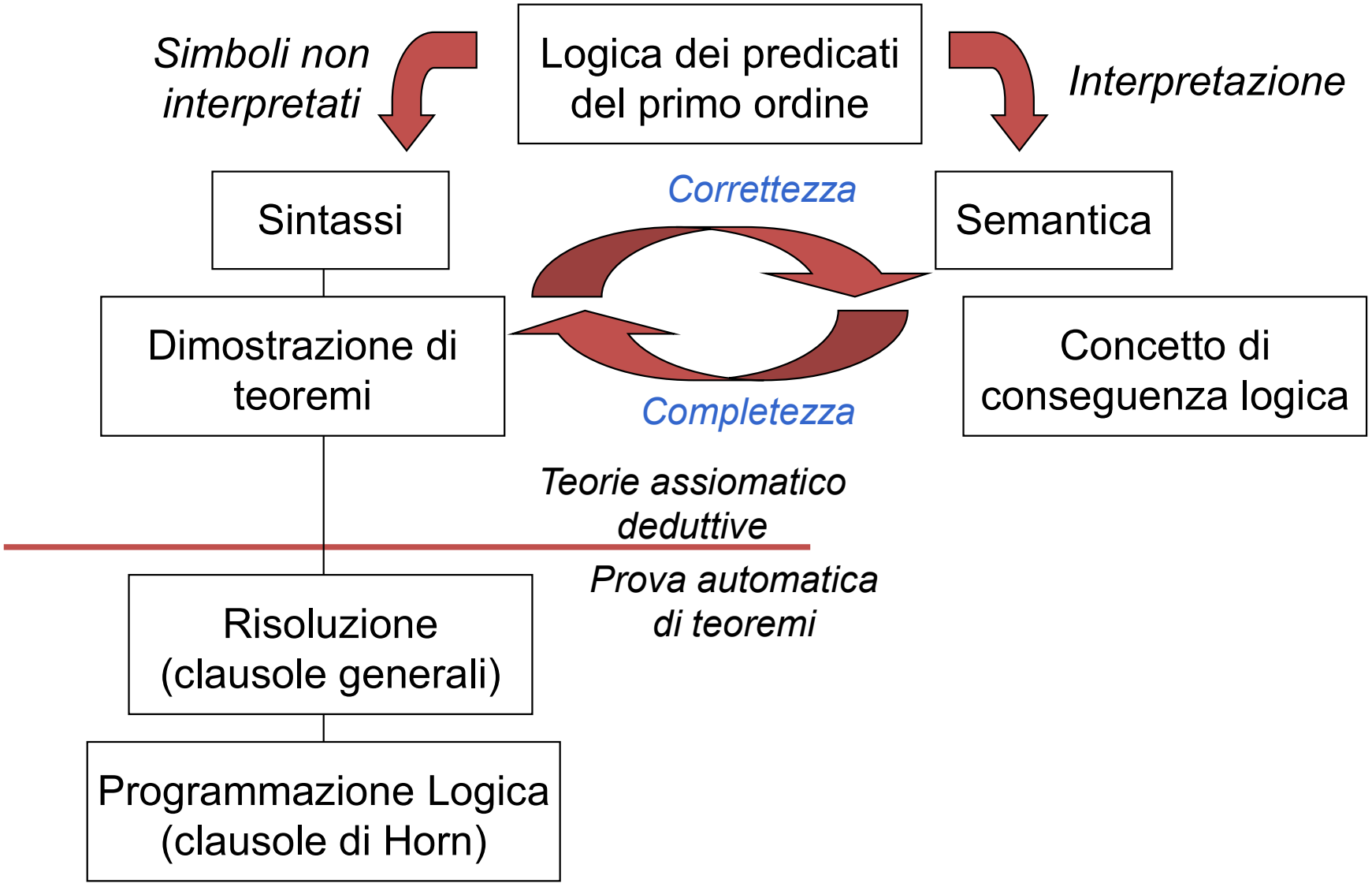
se `X1,X2,…,Xn` sono le variabili che compaiono in `t1,t2,…,tm` il significato della query è: $\exists$`X1, `$\exists$`X2,…, `$\exists$`Xn p(t1,t2,…,tm)`
e l'obiettivo è quello di trovare una sostituzione

σ = {X1/s1,X2/s2,…,Xn/sn}

dove `si` sono termini tale per cui `P |= [p(t1,t2,…,tm)]`σ

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCHEMA RIASSUNTIVO



PROGRAMMAZIONE LOGICA

Dalla Logica dei predicati del primo ordine verso un linguaggio di programmazione; requisito: efficienza

- Si considerano solo clausole di Horn (al più un letterale positivo)
  - il letterale positivo corrisponde alla testa della clausola

- Si adotta una strategia risolutiva particolarmente efficiente
  - **RISOLUZIONE SLD** (vedremo che corrisponde al Backward chaining per clausole di Horn).
  - Non completa per la logica a clausole, ma completa per il sottoinsieme delle clausole di Horn.

Risoluzione per clausole di Horn, con strategia linear input (SLD)

- KB di clausole definite (esattamente un letterale positivo)

$$\beta \leftarrow a_1 \wedge \ldots \wedge a_n$$

- … e di Horn (goal, nessun letterale positivo)

$$\leftarrow \beta_1 \wedge \ldots \wedge \beta' \wedge \ldots \wedge \beta_m$$

Tutte le variabili sono quantificate universalmente:

$$\frac{\sim \beta_1 \vee \ldots \vee \sim \boldsymbol{\beta'} \vee \ldots \vee \sim \beta_m \quad \sim(a_1 \wedge \ldots \wedge a_n) \vee \boldsymbol{\beta} \quad \text{dove } \boldsymbol{\beta'\theta = \beta\theta}}{[\sim \beta_1 \vee \ldots \vee \sim a_1 \vee \ldots \vee \sim a_n \vee \ldots \vee \sim \beta_m]\,\theta}$$

Linear Resolution with **S**election Function for **D**efinite Clauses - Programmazione Logica e Prolog

- β' letterale selezionato nel goal (in Prolog quello più a sinistra)

Strategia Linear-input (recap)

- Strategia **linear-input** (non completa) sceglie sempre una clausola "parent" nell'insieme base C_0 (il programma) mentre la seconda clausola "parent" è il risolvente derivato al passo precedente (il goal).

- Caso particolare della risoluzione lineare:
  - vantaggio: memorizzare solo l'ultimo risolvente
  - svantaggio: non completa nel caso di clausole generali, ma **completa per clausole di Horn**

RISOLUZIONE SLD

- Dato un programma logico **P** (insieme di clausole definite) e una clausola goal $\mathbf{G_0}$ (clausola Horn), ad ogni passo di risoluzione si ricava, se esiste, un nuovo risolvente $\mathbf{G_{i+1}}$ **ottenuto** dalla clausola goal del passo precedente $\mathbf{G_i}$ e da una variante di una clausola appartenente al programma **P**

- Una variante per una clausola C è la clausola C' ottenuta da C rinominando le sue variabili (renaming)

Esempio:

```
p(X) :- q(X,g(Z)).
p(X1):- q(X1,g(Z1)).
```

RISOLUZIONE SLD – backward chaining (continua)

- La Risoluzione SLD seleziona un atomo **Am** dal goal **Gi** secondo un determinato criterio (**funzione di selezione** o regola di calcolo), e lo unifica se possibile con la testa della clausola **Ci** attraverso la sostituzione più generale (**MOST GENERAL UNIFIER, MGU**) θ_i

- Il nuovo risolvente è ottenuto da Gi riscrivendo l'atomo selezionato con la parte destra della clausola Ci ed applicando la sostituzione θ_i.

- Più in dettaglio, alla Prolog:

  :- $A_1, \ldots, A_{m-1}, A_m, A_{m+1}, \ldots, A_k$. Risolvente

  A:- $B_1, \ldots, B_q$. Clausola del programma P

  se $[A_m]\theta_i = [A]\,\theta_i$ allora la risoluzione SLD deriva il nuovo risolvente

  :- $[A_1, \ldots, A_{m-1}, B_1, \ldots, B_q, A_{m+1}, \ldots, A_k]\theta_i$.

RISOLUZIONE SLD –backward chaining (continua)

- La Risoluzione SLD seleziona un atomo **Am** dal goal **Gi** secondo un determinato criterio (**funzione di selezione** o regola di calcolo), e lo unifica se possibile con la testa della clausola **Ci** attraverso la sostituzione più generale (**MOST GENERAL UNIFIER, MGU**) θ_i

- Il nuovo risolvente è ottenuto da **Gi** riscrivendo l'atomo selezionato con la parte destra della clausola Ci ed applicando la sostituzione θ_i.

- Prolog:

  $:- A_1, \ldots, A_{m-1}, A_m, A_{m+1}, \ldots, A_k.$ Risolvente

  $A :- B_1, \ldots, B_q.$ Clausola del programma P

  e $[A_1]\theta_i = [A]\,\theta_i$ allora la risoluzione SLD deriva il nuovo risolvente

  $:- [B_1, \ldots, B_q, A_2, \ldots, A_k]\theta_i.$

UNIFICAZIONE

- L'unificazione è un meccanismo che permette di calcolare una sostituzione al fine di rendere uguali due espressioni. Per espressione intendiamo un termine, un letterale o una congiunzione o disgiunzione di letterali.

- SOSTITUZIONE: $\theta = [X_1/T_1, X_2/T_2, \ldots, X_n/T_n]$ insieme di legami di termini T_i a variabili X_i che rendono uguali due espressioni. L'applicazione di una sostituzione a un'espressione E, $[E]\theta$ produce una nuova espressione in cui vengono sostituite tutte le variabili di E con i corrispondenti termini.

- Esempio: Espressione 1: `c(X,Y)` Espressione 2: `c(a,K)` sostituzione unificatrice: $\theta = [X/a, Y/K]$

UNIFICAZIONE

- **Composizione di Sostituzioni: $\theta_1\theta_2$**

  $\theta_1 = [X_1/T_1, X_2/T_2, \ldots, X_n/T_n]$ $\theta_2 = [Y_1/Q_1, Y_2/Q_2, \ldots, Y_n/Q_n]$

  $\theta_1\theta_2 = [X_1/[T_1]\theta_2, \ldots, X_n/[T_n]\theta_2, Y_1/Q_1, Y_2/Q_2, \ldots, Y_n/Q_n]$

  equivale quindi ad applicare prima θ_1 e poi θ_2.

- Esempio: $\theta_1 = [X/f(Z), W/R, S/c]$ $\theta_2 = [Y/X, R/W, Z/b]$

  $\theta_1\theta_2 = [X/f(b), S/c, Y/X, R/W, Z/b]$

- Due atomi A_1 e A_2 sono **unificabili** se esiste una sostituzione θ tale che $[A_1]\theta = [A_2]\theta$

UNIFICAZIONE

- Una sostituzione θ_1 è più **generale** di un'altra θ_2 se esiste una terza sostituzione θ_3 tale che $\theta_2 = \theta_1\theta_3$

- Esistono in generale più sostituzioni unificatrici. Noi siamo interessati all'unificazione più generale: **MOST GENERAL UNIFIER**

- Esiste un algoritmo che calcola l'unificazione più generale se due atomi sono unificabili, altrimenti termina in tempo finito nel caso in cui i due atomi non sono unificabili.

UNIFICAZIONE

T1 \ T2	costante c2	variabile X2	termine composto S2
costante c1	unificano se c1=c2	unificano X2=c1	non unificano
variabile X1	unificano X1=c2	unificano X1=X2	unificano X1=S2
termine composto S1	non unificano	unificano X2=S1	Unificano se uguale funtore e parametri unificabili

OCCUR CHECK

- L'unificazione tra una variabile **`X`** e un termine composto **`S`** è molto delicata: infatti è importante controllare che il termine composto **`S`** non contenga la variabile da unificare **`X`**.

- Questo inficerebbe sia la terminazione, sia la correttezza dell'algoritmo di unificazione.

- Esempio: si consideri l'unificazione tra **`p(X,X)`** e **`p(Y,f(Y))`.**

  La sostituzione è **`[X/Y,X/f(X)]`**

  Chiaramente, due termini unificati con lo stesso termine, sono uguali tra loro. Quindi, **`Y/f(Y)`** ma questo implica **`Y=f(f(f(f(...))))`** e il procedimento non termina

RISOLUZIONE SLD: ESEMPIO

```
sum(0,X,X).                          (C1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).       (C2)
```

Goal: `sum(s(0),0,W).`

- Al primo passo genero una variante della clausola (C2)

  `sum(s(X1),Y1,s(Z1)):- sum(X1,Y1,Z1).`

  Unificando la testa con il goal ottengo la sostituzione MGU

  θ_1 = [`X1/0,Y1/0,W/s(Z1)`]

  Ottengo il nuovo risolvente G1: `:- [sum(X1,Y1,Z1)]` θ_1

  ossia

  `:- sum(0,0,Z1).`

DERIVAZIONE SLD (backward chaining)

- Una derivazione SLD per un goal G_0 dall'insieme di clausole definite P è una sequenza di clausole goal $G_0,\ldots G_n$, una sequenza di varianti di clausole del programma $C_1, \ldots C_n$, e una sequenza di sostituzioni MGU $\theta_1 ,\ldots, \theta_n$ tali che G_{i+1} è derivato da G_i e da C_{i+1} attraverso la sostituzione θ_n. La sequenza può essere anche infinita.

Esistono tre tipi di derivazioni:

1. **successo**, se per n finito Gn è uguale alla clausola vuota Gn = :-
2. **fallimento finito**: se per n finito non è più possibile derivare un nuovo risolvente da Gn e Gn non è uguale a :-
3. **fallimento infinito**: se è sempre possibile derivare nuovi risolventi tutti diversi dalla clausola vuota.

DERIVAZIONE DI SUCCESSO – esempio

```
sum(0,X,X).                          (CL1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).       (CL2)
```

Goal G_0 `:-sum(s(0),0,W)`
ha una derivazione di successo

C1: variante di CL2 `sum(s(X1),Y1,s(Z1)):- sum(X1,Y1,Z1).`

θ_1 = [`X1/0,Y1/0,W/s(Z1)`]

G_1: `:-sum(0,0,Z1).`

C2: variante di CL1 `sum(0,X2,X2).`

θ_2 = [`Z1/0,X2/0`]

G_2: `:-`

DERIVAZIONE DI FALLIMENTO FINITA – esempio

```
sum(0,X,X).                          (CL1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).       (CL2)
```

Goal G_0 `:-sum(s(0),0,0)`

ha una derivazione di fallimento finito perché l'unico atomo del goal non è unificabile con alcuna clausola del programma

DERIVAZIONE DI FALLIMENTO INFINITA – esempio

```
sum(0,X,X).                          (CL1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).       (CL2)
```

Goal G_0 `:-sum(A,B,C)`

ha una derivazione SLD infinita, ottenuta applicando ripetutamente varianti della seconda clausola di P

C1: variante di CL2 `sum(s(X1),Y1,s(Z1)):- sum(X1,Y1,Z1).`

θ_1 = [`A/s(X1),B/Y1,C/s(Z1)]`

G_1: `:-sum(X1,Y1,Z1).`

C2: variante di CL2 `sum(s(X2),Y2,s(Z2)):- sum(X2,Y2,Z2).`

θ_2 = [`X1/s(X2),Y1/Y2,Z1/s(Z2)]`

G_2: `:-sum(X2,Y2,Z2).`

...

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

LEGAMI PER LE VARIABILI IN USCITA

Risultato della computazione:

- eventuale successo
- legami per le variabili del goal G_0, ottenuti componendo le sostituzioni MGU applicate

Se il goal G_0 è del tipo:

$$\neg\ A_1(t_1,\ldots,t_k),\ \neg\ A_2(t_{k+1},\ldots,t_h),\ \ldots,\ \neg\ A_n(t_{j+1},\ldots,t_m)$$

i termini t_i "ground" rappresentano i valori di ingresso al programma, mentre i termini variabili sono i destinatari dei valori di uscita del programma.

Dato un programma logico P e un goal G_0, una risposta per $P \cup \{G_0\}$ è una sostituzione per le variabili di G_0.

LEGAMI PER LE VARIABILI IN USCITA

- Si consideri una refutazione SLD per $P \cup \{G_0\}$. Una risposta calcolata q per $P \cup \{G_0\}$ è la sostituzione ottenuta restringendo la composizione delle sostituzioni mgu $q_1,...,q_n$ utilizzate nella refutazione SLD di $P \cup \{G_0\}$ alle variabili di G_0.

- La risposta calcolata o sostituzione di risposta calcolata è il "testimone" del fatto che esiste una dimostrazione costruttiva di una formula quantificata esistenzialmente (la formula goal iniziale).

```
sum(0,X,X).                          (CL1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).       (CL2)
```

G= `:-sum(s(0),0,W)` la sostituzione θ `={W/s(0)}` è la risposta calcolata, ottenuta componendo θ_1 con θ_2 e considerando solo la sostituzione per la variabile `W` di G.

NON DETERMINISMO

Nella risoluzione SLD così come è stata enunciata si hanno due forme di non determinismo

1. La prima forma di non determinismo è legata alla selezione di un atomo A_m del goal da unificare con la testa di una clausola, e viene risolta definendo una particolare **regola di calcolo**.

2. La seconda forma di non determinismo è legata alla scelta di quale clausola del programma P utilizzare in un passo di risoluzione, e viene risolta definendo una **strategia di ricerca**.

1 – REGOLA DI CALCOLO

Una regola di calcolo è una funzione che ha come dominio l'insieme dei goal e che seleziona un suo atomo $\mathbf{A_m}$ dal goal

$:- \mathbf{A_1, \ldots, A_{m-1}, A_m, A_{m+1}, \ldots, A_k}$ ($\mathbf{A_m}$:atomo selezionato).

```
sum(0,X,X).                                   (CL1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).                (CL2)
```

G0 = `:-sum(0,s(0),s(0)),sum(s(0),0,s(0)).`

- Se si seleziona l'atomo più a sinistra al primo passo, unificando l'atomo `sum(0,s(0),s(0))` con la testa di CL1, si otterrà:

  G1 = `:- sum(s(0),0,s(0)).`

- Se si seleziona l'atomo più a destra al primo passo, unificando l'atomo `sum(s(0),0,s(0))` con la testa di CL2, si avrà:

  G1 = `:- sum(0,s(0),s(0)),sum(0,0,0).`

INDIPENDENZA DALLA REGOLA DI CALCOLO

- La regola di calcolo influenza solo l'efficienza
- Non influenza né la correttezza né la completezza del dimostratore.

Proprietà (**Indipendenza dalla regola di calcolo**)

Dato un programma logico P, l'insieme di successo di P non dipende dalla regola di calcolo utilizzata dalla risoluzione SLD.

2 – STRATEGIA DI RICERCA

Definita una regola di calcolo, nella risoluzione SLD resta un ulteriore grado di non determinismo poiché possono esistere più teste di clausole unificabili con l'atomo selezionato.

```
sum(0,X,X).                          (CL1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).       (CL2)
```

G0 = `:- sum(W,0,K).`

- Se si sceglie la clausola CL1 si ottiene il risolvente
  G1 = `:-`
- Se si sceglie la clausola CL2 si ottiene il risolvente
  G1 = `:- sum(X1,0,Z1)`

2 – STRATEGIA DI RICERCA

- Questa forma di non determinismo implica che possano esistere più soluzioni alternative per uno stesso goal.

- La risoluzione SLD (completezza), deve essere in grado di generare tutte le possibili soluzioni e quindi deve considerare ad ogni passo di risoluzione tutte le possibili alternative.

- La strategia di ricerca deve garantire questa completezza

- Una forma grafica utile per rappresentare la risoluzione SLD e questa forma di non determinismo sono gli alberi SLD.

ALBERI SLD

Dato un programma logico P, un goal G_0 e una regola di calcolo R, un albero SLD per $P \cup \{G_0\}$ via R è definito come segue:

- ciascun nodo dell'albero è un goal (eventualmente vuoto);
- la radice dell'albero è il goal G_0;
- dato il nodo $\texttt{:-}\mathbf{A_1},\ldots,\mathbf{A_{m-1}},\mathbf{A_m},\mathbf{A_{m+1}},\ldots,\mathbf{A_k}$ se $\mathbf{A_m}$ è l'atomo selezionato dalla regola di calcolo R, allora questo nodo (genitore) ha un nodo figlio per ciascuna clausola $C_i = \mathbf{A}\texttt{:-}\mathbf{B_1},\ldots,\mathbf{B_q}$ di P tale che $\mathbf{A}$ e $\mathbf{A_m}$ sono unificabili attraverso una sostituzione unificatrice più generale θ. Il nodo figlio è etichettato con la clausola goal:

  $\texttt{:-}[\mathbf{A_1},\ldots,\mathbf{A_{m-1}},\mathbf{B_1},\ldots,\mathbf{B_q},\mathbf{A_{m+1}},\ldots,\mathbf{A_k}]\theta$ e il ramo dal nodo padre al figlio è etichettato dalla sostituzione θ e dalla clausola selezionata C_i;
- il nodo vuoto (indicato con ":-") non ha figli.

ALBERI SLD

- A ciascun nodo dell'albero può essere associata una profondità.
  - La radice dell'albero ha profondità 0, mentre la profondità di ogni altro nodo è quella del suo genitore più 1.

- Ad ogni ramo di un albero SLD corrisponde una derivazione SLD.
  - Ogni ramo che termina con il nodo vuoto (“:-”) rappresenta una derivazione SLD di successo.

- La regola di calcolo influisce sulla struttura dell'albero per quanto riguarda sia l'ampiezza sia la profondità. Tuttavia non influisce su correttezza e completezza. Quindi, qualunque sia R, il numero di cammini di successo (se in numero finito) è lo stesso in tutti gli alberi SLD costruibili per $P \cup \{G0\}$.
- **R influenza solo il numero di cammini di fallimento (finiti ed infiniti).**

ALBERI SLD: ESEMPIO

```
sum(0,X,X).                                  (CL1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).               (CL2)
G0= :- sum(W,0,0),sum(W,0,K).
```

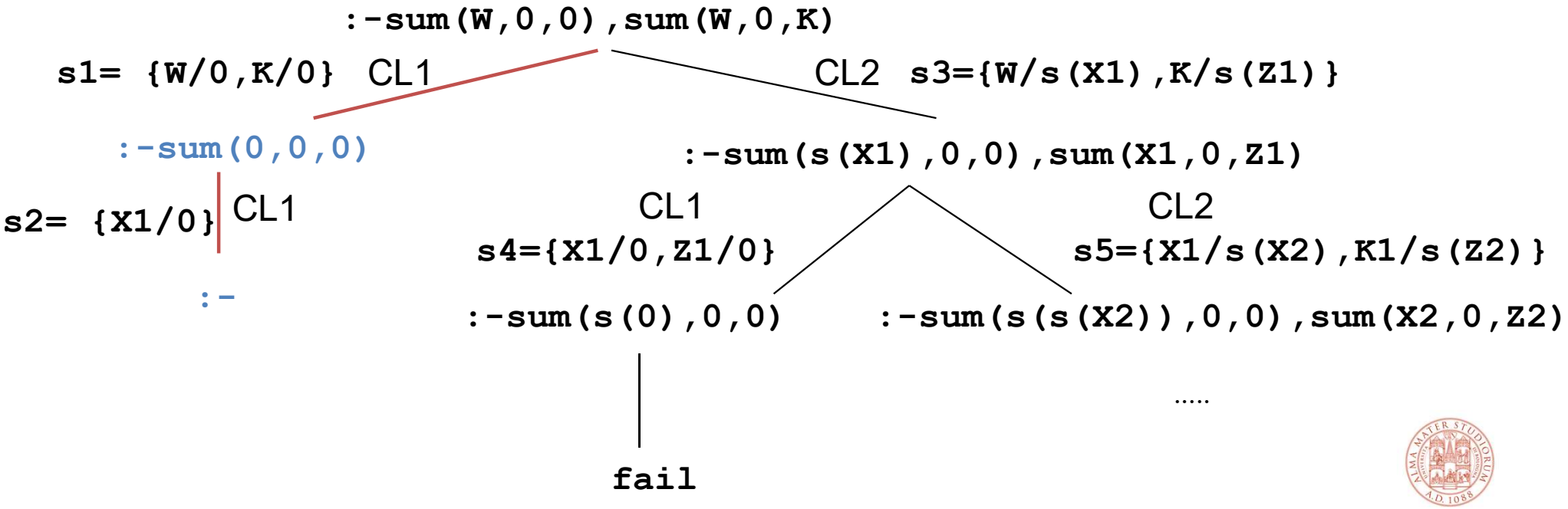
– Albero SLD con regola di calcolo "left-most"

```
:-sum(W,0,0),sum(W,0,K)
        |  CL1   s1= {W/0}
:-sum(0,0,K)
        |  CL1   s1= {K/0}
        :-
```

ALBERI SLD: ESEMPIO

```
sum(0,X,X).                                  (CL1)
sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).               (CL2)
G0= :- sum(W,0,0),sum(W,0,K).
```

– Albero SLD con regola di calcolo "right- most"



ALBERI SLD: ESEMPIO

Confronto albero SLD con regola di calcolo left most e right most:

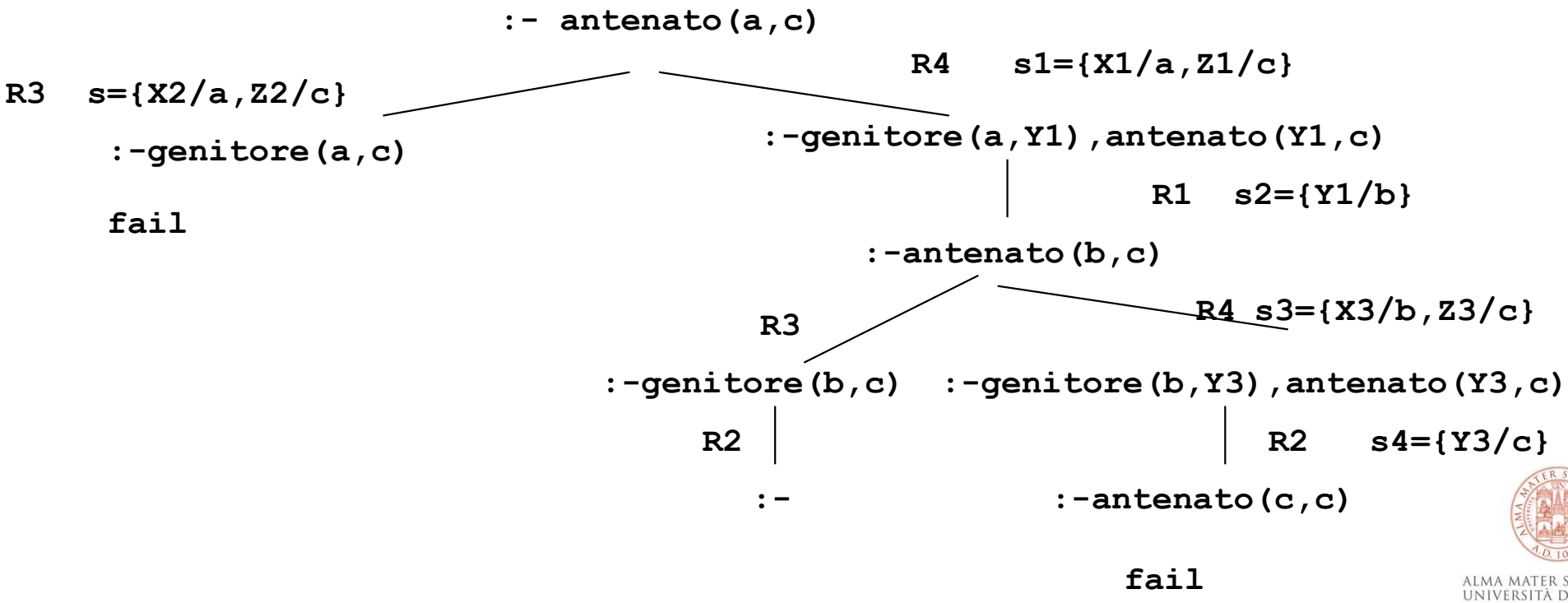
In entrambi gli alberi esiste una refutazione SLD, cioè un cammino (ramo) di successo il cui nodo finale è etichettato con ”`:-`".

- La composizione delle sostituzioni applicate lungo tale cammino genera la sostituzione di risposta calcolata **`{W/0,K/0}`**.

- SI noti la differenza di struttura dei due alberi. In particolare cambiano i rami di fallimento (finito e infinito).

ALBERI SLD LEFT MOST: ESEMPIO

```
genitore(a,b).                                  (R1)
genitore(b,c).                                  (R2)
antenato(X,Z):-genitore(X,Z)                    (R3)
antenato(X,Z):-genitore(X,Y),antenato(Y,Z)      (R4)
G0   :- antenato(a,c)
```



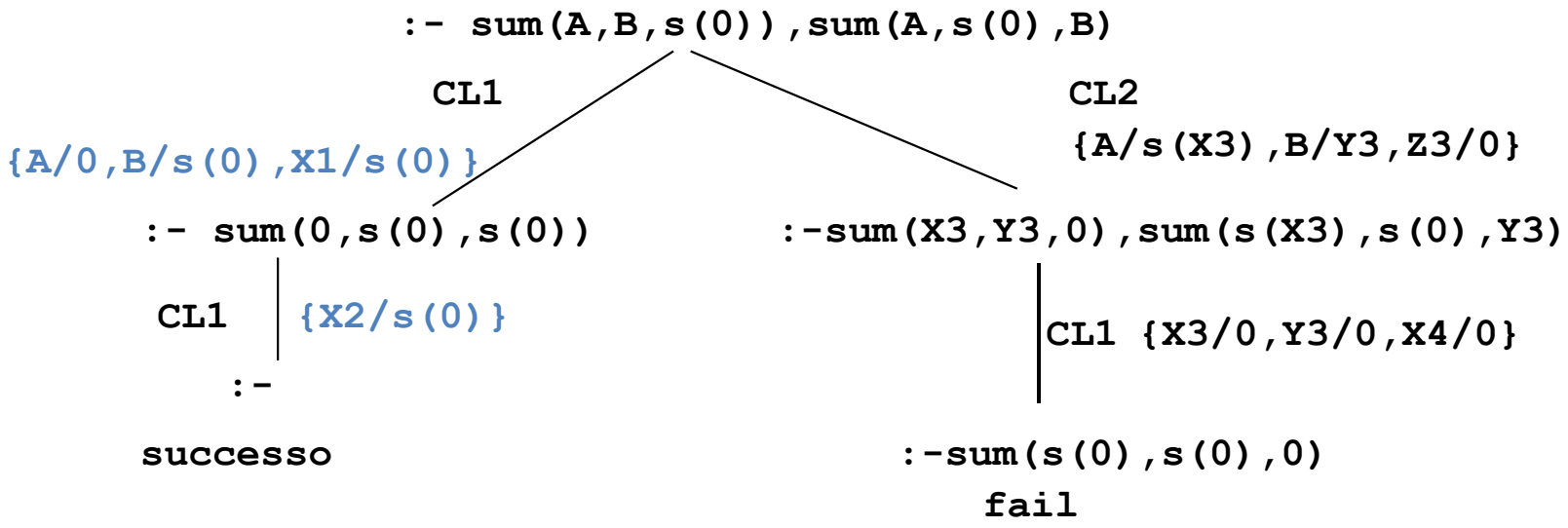
ALBERI SLD LEFT MOST: ESEMPIO 2

```
sum(0,X,X).                                   (CL1)

sum(s(X),Y,s(Z)):- sum(X,Y,Z).                (CL2)

G0= :- sum(A,B,s(0)),sum(A,s(0),B).
```

- La query rappresenta il sistema di equazioni: $\begin{cases} A+B=1 \\ B-A=1 \end{cases}$



- Per l'unica derivazione di successo, la composizione delle sostituzioni applicate (cioè **{A/0,B/s(0),X1/s(0)}{X2/s(0)}**), ristretta alle variabili del goal G0, produce la risposta calcolata: **{A/0,B/s(0)}**

STRATEGIA DI RICERCA

- La realizzazione effettiva di un dimostratore basato sulla risoluzione SLD richiede la definizione non solo di una regola di calcolo, ma anche di una strategia di ricerca che stabilisce una particolare modalità di esplorazione dell'albero SLD alla ricerca dei rami di successo.

- Le modalità di esplorazione dell'albero più comuni sono:
  - depth first
  - breadth first

- Entrambe le modalità implicano l'esistenza di un meccanismo di backtracking per esplorare tutte le strade alternative che corrispondono ai diversi nodi dell'albero.

STRATEGIE DI RICERCA E ALBERI SLD

- Nel caso degli alberi SLD, lo spazio di ricerca non è esplicito, ma resta definito implicitamente dal programma P e dal goal G_0.
  - I nodi corrispondono ai risolventi generati durante i passi di risoluzione.
  - I figli di un risolvente G_i sono tutti i possibili risolventi ottenuti unificando un atomo A di G_i, selezionato secondo una opportuna regola di calcolo, con le clausole del programma P.
  - Il numero di figli generati corrisponde al numero di clausole alternative del programma P che possono unificare con A.

- Agli alberi SLD possono essere applicate entrambe le strategie discusse in precedenza.
  - Nel caso di alberi SLD, attivare il "backtracking" implica che tutti i legami per le variabili determinati dal punto di "backtracking" in poi non devono essere più considerati.

PROLOG E STRATEGIE DI RICERCA

- Il linguaggio Prolog, adotta la **strategia in profondità con "backtracking"** perché può essere realizzata in modo **efficiente** attraverso un unico stack di goal.
  - tale stack rappresenta il ramo che si sta esplorando e contiene opportuni riferimenti a rami alternativi da esplorare in caso di fallimento.

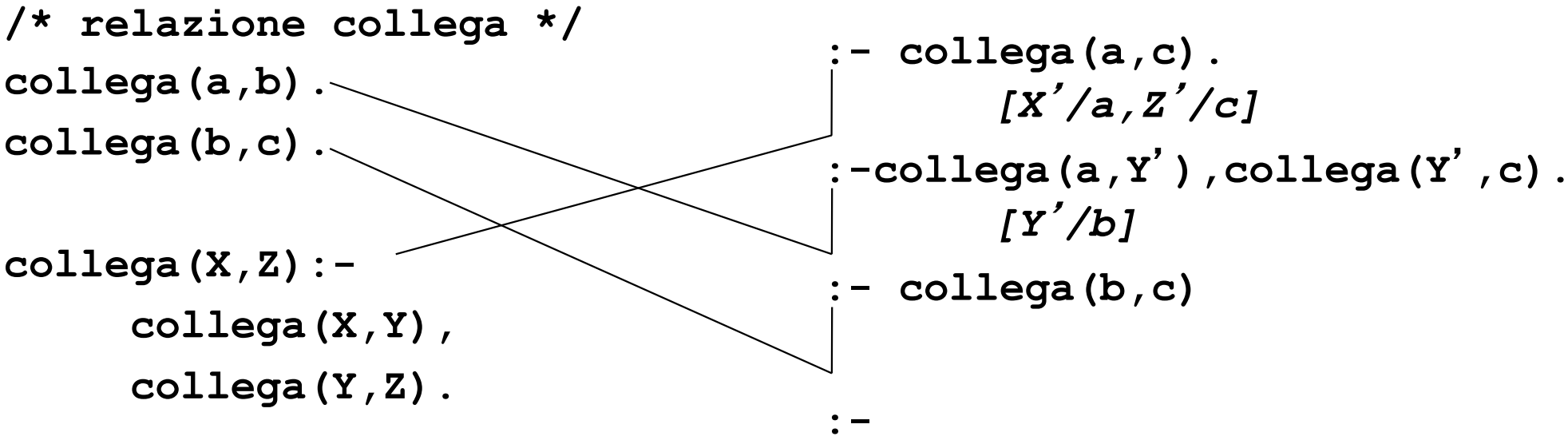
- Per quello che riguarda la scelta fra nodi fratelli, la strategia Prolog li ordina seguendo **l'ordine testuale delle clausole** che li hanno generati.

- **La strategia di ricerca adottata in Prolog è dunque non completa**.

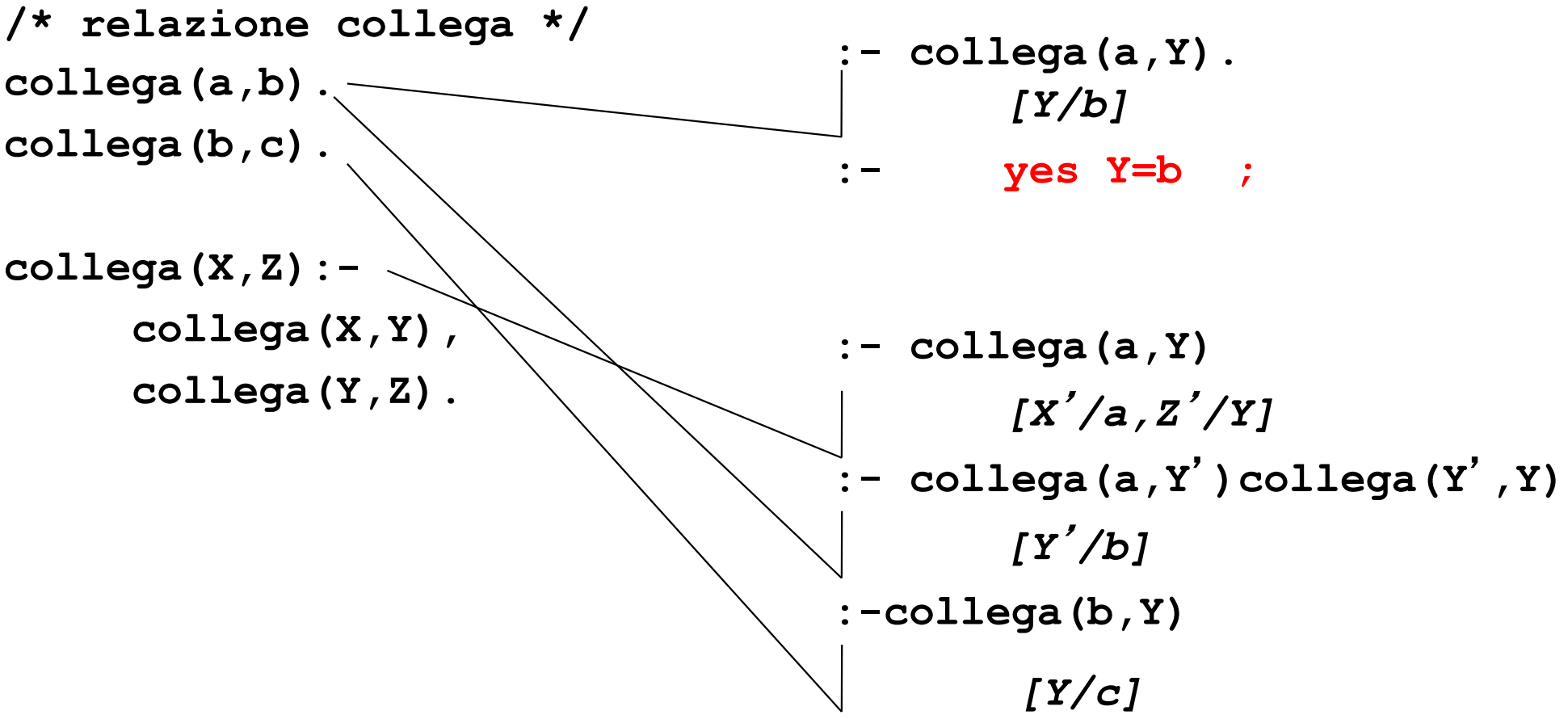
Prolog e Strategie di Ricerca – Esempio

```
collega(a,b).                                   (R1)
collega(b,c).                                   (R2)
collega(X,Z):-collega(X,Y),collega(Y,Z).        (R3)
Goal: :- collega(a,c)                           (G1)
Goal: :- collega(a,Y)                           (G2)
```

Dimostrazione – Esempio: Goal 1



Dimostrazione – Esempio: Goal 2



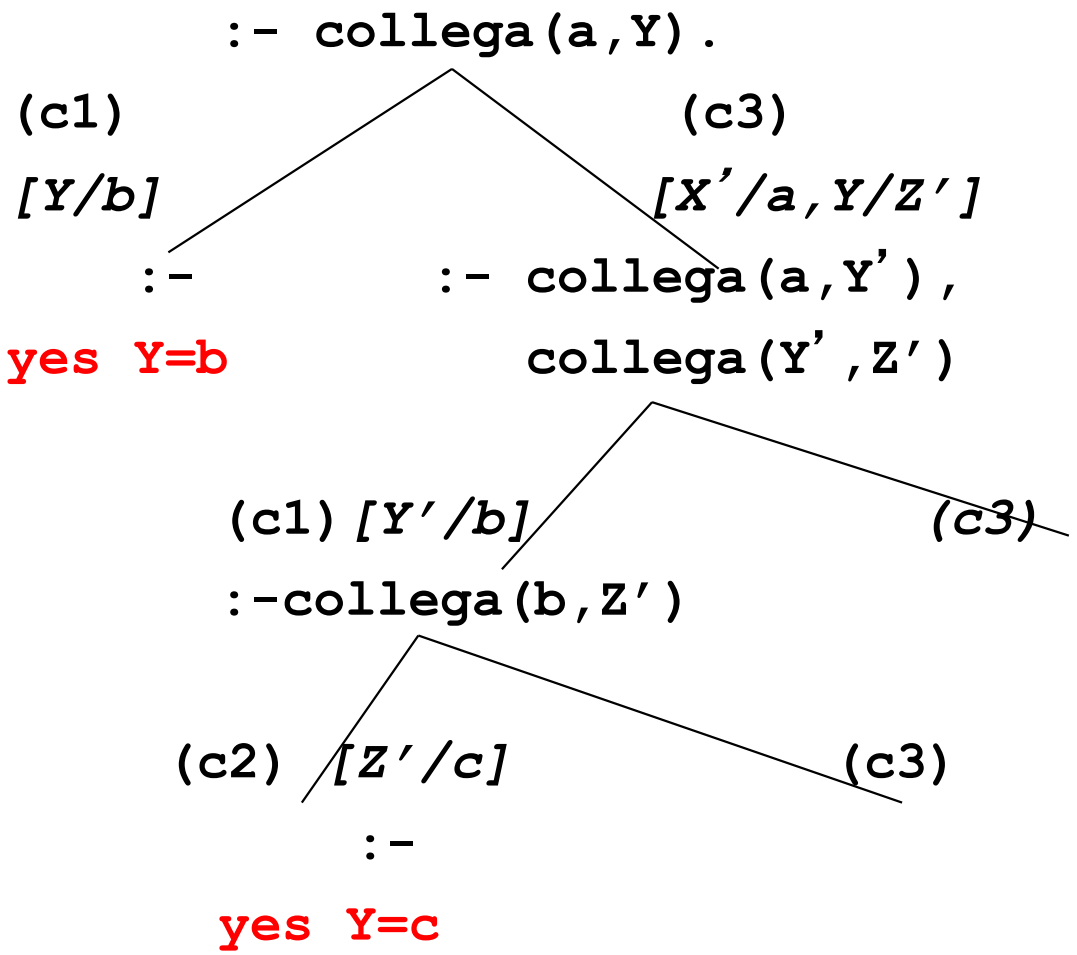
Risposte calcolate

Non determinismo (punti di scelta)

Dimostrazione – Esempio: Goal 2 (continua)

```
/* relazione collega */
collega(a,b).
collega(b,c).

collega(X,Z):-
      collega(X,Y),
      collega(Y,Z).
```



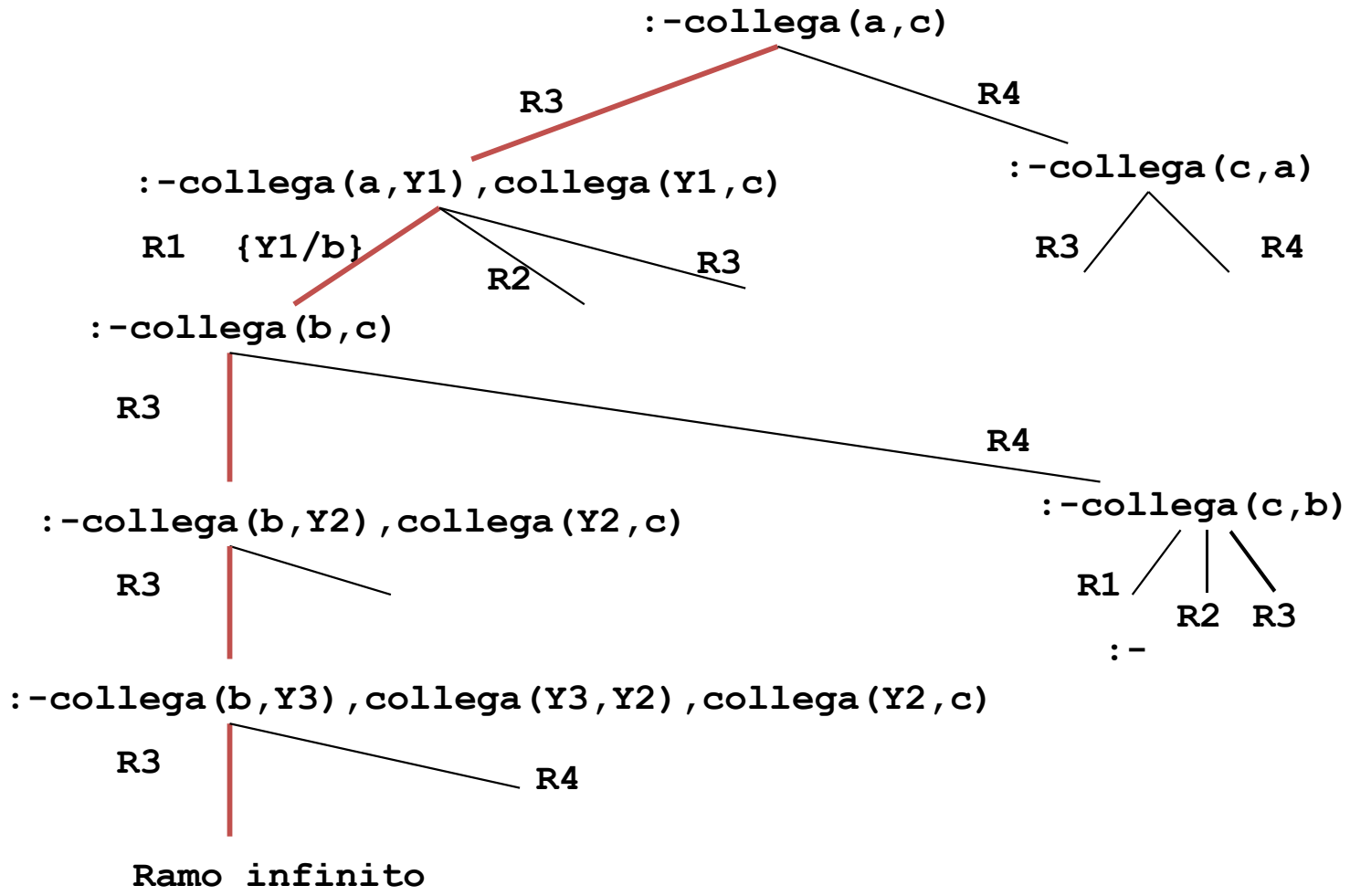
Prolog e Strategie di Ricerca – altro esempio

```
collega(a,b).                                   (R1)
collega(c,b).                                   (R2)
collega(X,Z):-collega(X,Y),collega(Y,Z).        (R3)
collega(X,Y):-collega(Y,X).                     (R4)
Goal: :-collega(a,c)                            (G0)
```

- La formula **collega(a,c)** segue logicamente dagli assiomi, ma la procedura di dimostrazione di Prolog non è in grado di dimostrarlo.

- Verificarlo, facendo eseguire il programma per dimostrare il goal!

ALBERO SLD CON RAMO INFINITO




```
collega(a,b).                    (R1)
collega(c,b).                    (R2)
collega(X,Z):-
collega(X,Y),collega(Y,Z).       (R3)
collega(X,Y):-collega(Y,X).      (R4)
Goal: :-collega(a,c)             (G0)
```

RIASSUMENDO…

- La forma di risoluzione utilizzata dai linguaggi di programmazione logica è la risoluzione SLD, che in generale, presenta due forme di non determinismo:
  - la regola di computazione
  - la strategia di ricerca

- Il linguaggio Prolog utilizza la risoluzione SLD con le seguenti scelte:
  - **Regola di computazione**
    Regola "**left-most**"; data una "query":

    ?- $G_1, G_2, ..., G_n$.

    viene sempre selezionato il letterale più a sinistra G_1.
  - **Strategia di ricerca**:
    In profondità (depth-first) con backtracking cronologico.

Risoluzione in Prolog

- Dato un letterale G_1 da risolvere, viene selezionata la prima clausola (secondo l'ordine delle clausole nel programma P) la cui testa è unificabile con G_1.

- Nel caso vi siano più clausole la cui testa è unificabile con G_1, la risoluzione di G_1 viene considerata come un punto di scelta (choice point) nella dimostrazione.

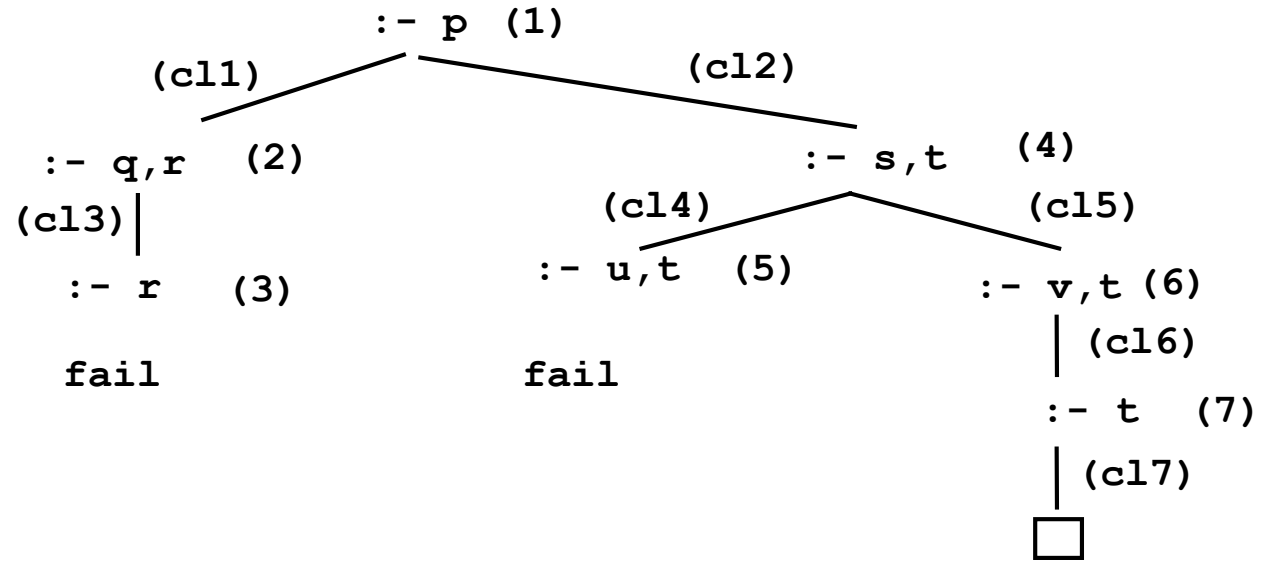
- In caso di fallimento in un passo di dimostrazione, Prolog ritorna in backtracking all'ultimo punto di scelta in senso cronologico (il più recente), e seleziona la clausola successiva utilizzabile in quel punto per la dimostrazione.

Ricerca in profondità con backtracking cronologico dell'albero di dimostrazione SLD.

Risoluzione in Prolog: Esempio

```
P1          (cl1)  p  :-  q,r.
            (cl2)  p  :-  s,t
            (cl3)  q.
            (cl4)  s  :-  u.
            (cl5)  s  :-  v.
            (cl6)  t.
            (cl7)  v.

  :- p.
```

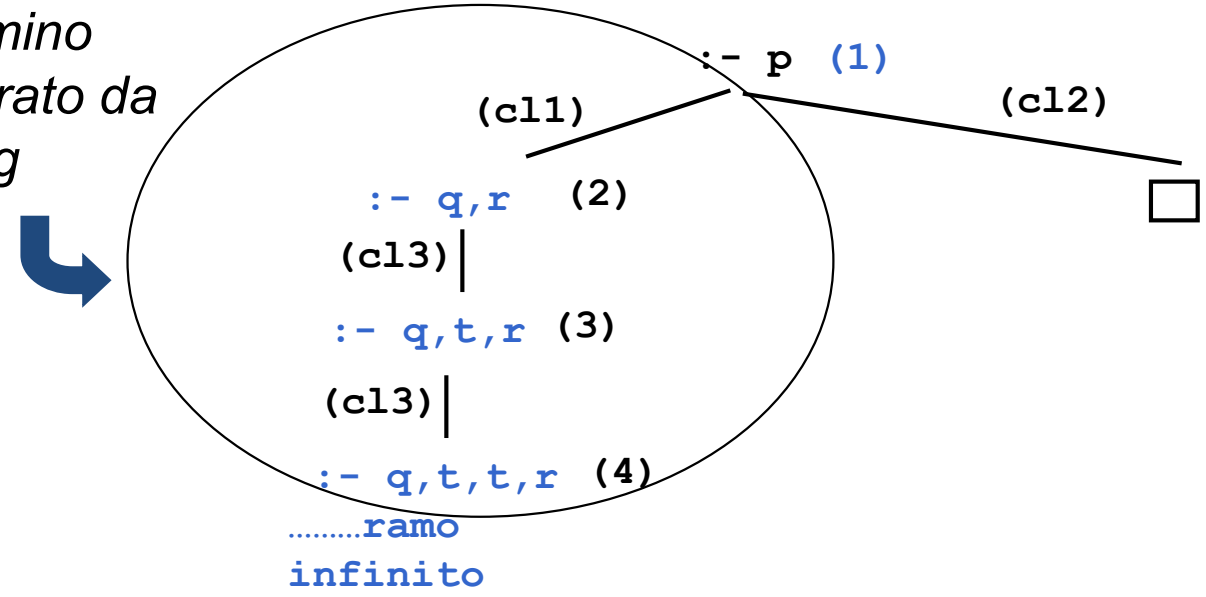


Risoluzione in Prolog: INCOMPLETEZZA

– Un problema della strategia in profondità utilizzata da Prolog è la sua incompletezza.

```
P2          (cl1)  p  :-  q,r.
            (cl2)  p.
            (cl3)  q :-   q,t.
            :- p.
```

Cammino esplorato da Prolog

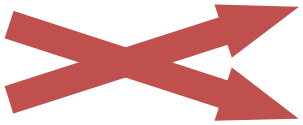


Ordine delle Clausole

– **L'ordine delle clausole in un programma Prolog è rilevante**.

P_2

```
(cl1)  p  :-  q,r.
(cl2)  p.
(cl3)  q :-   q,t.
```



P_3

```
(cl1') p.
(cl2') p :-  q,r.
(cl3') q :-   q,t.
```

– I due programmi P_2 e P_3 non sono due programmi Prolog equivalenti. Infatti, data la "query": `:-p.`; si ha che
  - la dimostrazione con il programma P_2 non termina
  - la dimostrazione con il programma P_3 ha immediatamente successo.

– Una strategia di ricerca in profondità può essere realizzata in modo efficiente utilizzando tecniche non troppo differenti da quelle utilizzate nella realizzazione dei linguaggi imperativi tradizionali.

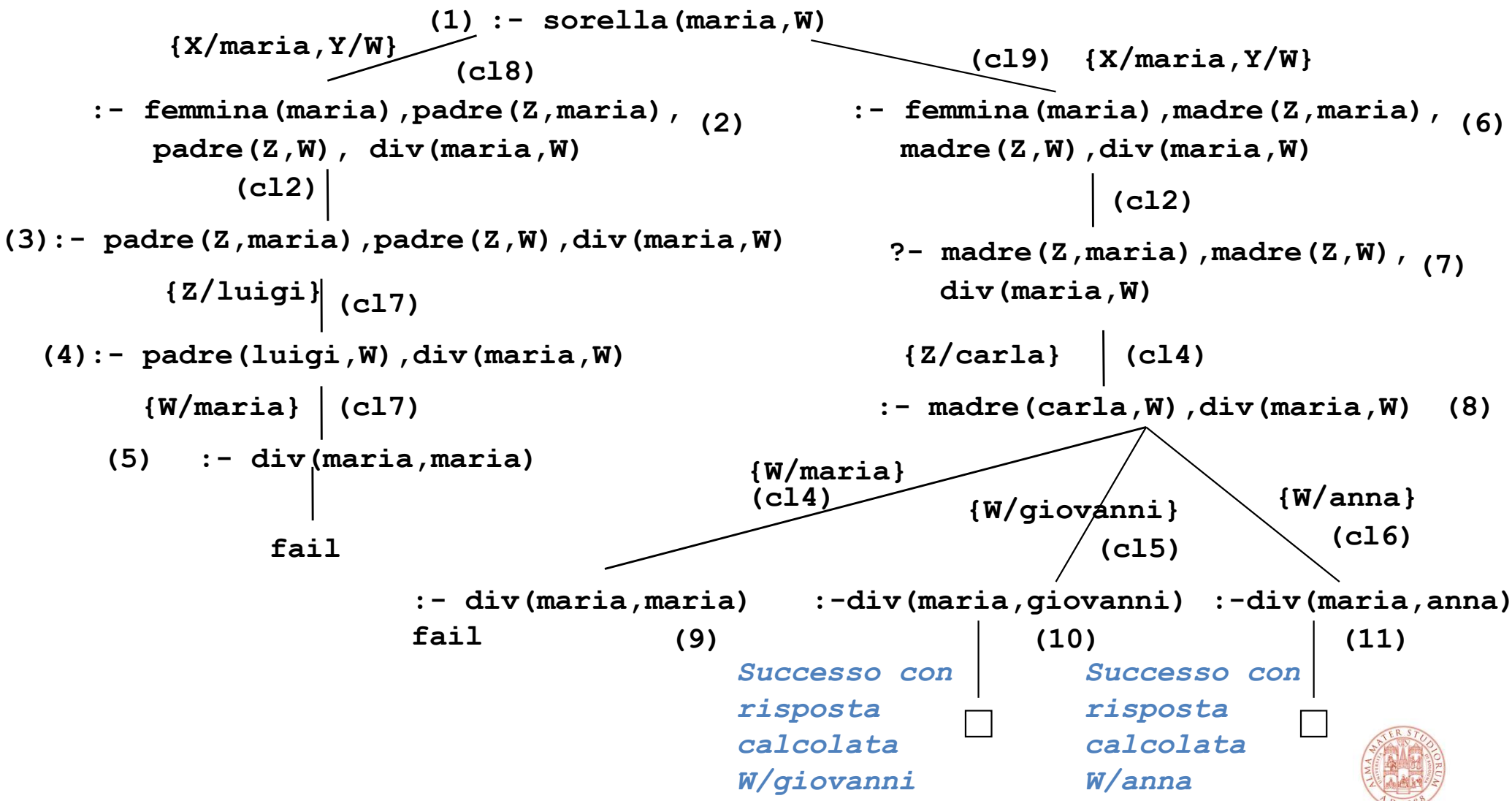
Ordine delle Clausole: Esempio

```
P4  (cl1) femmina(carla).
    (cl2) femmina(maria).
    (cl3) femmina(anna).
    (cl4) madre(carla,maria).
    (cl5) madre(carla,giovanni).
    (cl6) madre(carla,anna).
    (cl7) padre(luigi,maria).
    (cl8) sorella(X,Y):- femmina(X),
                         padre(Z,X),
                         padre(Z,Y),
                         div(X,Y).
    (cl9) sorella(X,Y):- femmina(X),
                         madre(Z,X),
                         madre(Z,Y),
                         div(X,Y).
   (cl10) div(carla,maria).
   (cl11) div(maria,carla).
```

..... `div(A,B).` per tutte le coppie `(A,B)` con `A≠B`

E la "query": `:- sorella(maria,W).`

Ordine delle Clausole: Esempio



Soluzioni Multiple e Disgiunzione

- Possono esistere più sostituzioni di risposta per una "query".
  - Per richiedere ulteriori soluzioni è sufficiente forzare un fallimento nel punto in cui si è determinata la soluzione che innesca il backtracking.
  - Tale meccanismo porta ad espandere ulteriormente l'albero di dimostrazione SLD alla ricerca del prossimo cammino di successo.

- In Prolog standard tali soluzioni possono essere richieste mediante l'operatore " ; ".

```
:-  sorella(maria,W).
yes   W=giovanni;
      W=anna;
no
```

- Il carattere ";" può essere interpretato come
  - un operatore di disgiunzione che separa soluzioni alternative.
  - all'interno di un programma Prolog per esprimere la disgiunzione.

Interpretazione Procedurale

- Prolog può avere **un'interpretazione procedurale**. Una procedura è un insieme di clausole di P le cui teste hanno lo stesso simbolo predicativo e lo stesso numero di argomenti (arità).
  - Gli argomenti che compaiono nella testa della procedura possono essere visti come i parametri formali.

    Una "query" del tipo: `:- p(t1,t2,...,tn).`

    è la chiamata della procedura `p`. Gli argomenti di `p` (ossia i termini $t_1, t_2, \ldots, t_n$) sono i parametri attuali.
  - L'unificazione è il meccanismo di **passaggio dei parametri**.

- Non vi è alcuna distinzione a priori tra i parametri di ingresso e i parametri di uscita (**reversibilità**).

Interpretazione Procedurale

- Il corpo di una clausola può a sua volta essere visto come una sequenza di chiamate di procedure.

- Due clausole con le stesse teste corrispondono a due definizioni alternative del corpo di una procedura.

- Tutte le variabili sono a **singolo assegnamento**. Il loro valore è unico durante tutta la computazione e slegato solo quando si cerca una soluzione alternativa ("backtracking").

Esempio

```
pratica_sport(mario,calcio).
pratica_sport(giovanni,calcio).
pratica_sport(alberto,calcio).
pratica_sport(marco,basket).
abita(mario,torino).
abita(giovanni,genova).
abita(alberto,genova).
abita(marco,torino).

:-  pratica_sport(X,calcio).
          "esiste X tale per cui X pratica il calcio?"
yes       X=mario;
          X=giovanni;
          X=alberto;
no
:-  pratica_sport(giovanni,Y).
          "esiste uno sport Y praticato da giovanni?"
yes       Y=calcio;
no
```

Esempio

```
:-  pratica_sport(X,Y).
 "esistono X e Y tali per cui X pratica lo sport Y"
yes      X=mario          Y=calcio;
         X=giovanni       Y=calcio;
         X=alberto        Y=calcio;
         X=marco          Y=basket;
no

:- pratica_sport(X,calcio), abita(X,genova).
 "esiste una persona X che pratica il calcio e abita a
Genova?"
yes      X=giovanni;
         X=alberto;
no
```

Esempio

- A partire da tali relazioni, si potrebbe definire una relazione **amico(X,Y)** "**X** è amico di **Y**" a partire dalla seguente specifica: "**X** è amico di **Y** se **X** e **Y** praticano lo stesso sport e abitano nella stessa città".

```
amico(X,Y):- abita(X,Z)
             abita(Y,Z),
             pratica_sport(X,S),
             pratica_sport(Y,S).
```

```
:- amico(giovanni,Y).
```

"esiste Y tale per cui Giovanni e amico di Y?"

```
yes          Y = giovanni;
    Y=alberto;
no
```

- Si noti che secondo tale relazione ogni persona è amica di se stessa.

Esempio

```
padre(X,Y)              "X è il padre di Y"
madre(X,Y)              "X è la madre di Y"
zia(X,Y)                "X è la zia di Y"
zia(X,Y)     :-sorella(X,Z),padre(Z,Y).
zia(X,Y)     :-sorella(X,Z),madre(Z,Y).
```

(la relazione `"sorella"` è stata definita in precedenza).

- Definizione della relazione `"antenato"` in modo ricorsivo:

  `"X è un antenato di Y se X è il padre (madre) di Y"`

  `"X è un antenato di Y se X è un antenato del padre (o della madre) di Y"`

```
antenato(X,Y)                "X è un antenato di Y"
antenato(X,Y)   :- padre(X,Y).
antenato(X,Y)   :- madre(X,Y).
antenato(X,Y)   :- padre(Z,Y),antenato(X,Z).
antenato(X,Y)   :- madre(Z,Y),antenato(X,Z).
```

Verso un vero Linguaggio di Programmazione

- Al Prolog puro devono, tuttavia, essere aggiunte alcune caratteristiche per poter ottenere un linguaggio di programmazione utilizzabile nella pratica.

- In particolare:
  - Strutture dati e operazioni per la loro manipolazione.
  - Meccanismi per la definizione e valutazione di espressioni e funzioni.
  - Meccanismi di input/output.
  - Meccanismi di controllo della ricorsione e del backtracking.
  - Negazione
- Tali caratteristiche sono state aggiunte al Prolog puro attraverso la definizione di alcuni predicati speciali (**predicati built-in**) predefiniti nel linguaggio e trattati in modo speciale dall'interprete.

Per utilizzare Prolog: software

SWI Prolog: un Prolog molto usato e particolarmente ben integrato per il Semantic Web

tuProlog: un Prolog basato su Java usato anche per applicazioni internet.

Liberamente scaricabili da:

http://www.swi-prolog.org

http://apice.unibo.it/xwiki/bin/view/Tuprolog/

SWI Prolog

SWI-Prolog's features

Overview

SWI-Prolog is a versatile implementation of the Prolog language. Although SWI-Prolog gained its popularity primarily in education, its development is mostly driven by the needs for **application development**. This is facilitated by a rich interface to other IT components by supporting many document types and (network) protocols as well as a comprehensive low-level interface to C that is the basis for high-level interfaces to C++, Java (bundled), C#, Python, etc (externally available). Data type extensions such as dicts and strings as well as full support for Unicode and unbounded integers simplify smooth exchange of data with other components.

SWI-Prolog aims at **scalability**. Its robust support for multi-threading exploits multi-core hardware efficiently and simplifies embedding in concurrent applications. Its *Just In Time Indexing* (JITI) provides transparent and efficient support for predicates with millions of clauses.

SWI-Prolog **unifies many extensions** of the core language that have been developed in the Prolog community such as *tabling*, *constraints*, *global variables*, *destructive assignment*, *delimited continuations* and *interactors*.

SWI-Prolog offers a variety of **development tools**, most of which may be combined at will. The native system provides an editor written in Prolog that is a close clone of Emacs. It provides *semantic* highlighting based on real time analysis of the code by the Prolog system itself. Complementary tools include a graphical debugger, profiler and cross-referencer. Alternatively, there is a mode for GNU-Emacs and, Eclipse plugin called PDT and a VSC plugin, each of which may be combined with the native graphical tools. Finally, a *computational notebook* and web based IDE is provided by SWISH. SWISH is a versatile tool that can be configured and extended to suit many different scenarios.

SWISH – SWI Prolog on the web