

V7B: Ogib i interferencija

Josip Gregorić^a

^aFizički odsjek, Prirodoslovno–matematički fakultet, Sveučilište u Zagrebu

24. ožujka 2023.

Sažetak

U sedmoj praktikumskoj vježbi razmatra se fenomen ogiba laserske svjetlosti na uskoj pukotini i fenomen interferencije. Mjerenjem napona fotočelije na različitim područjima ogibnog uzorka utvrđena je ovisnost omjera intenziteta svjetlosti o prostornoj koordinati. Dobiveni podaci nametnuti su nelinearnom regresijom na teorijski model i, osim relevantnog parametra, utvrđena je širina pukotine $b = (160 \pm 20) \mu\text{m}$. Potom je pomoću Fresnelovih zrcala postignut interferencijski uzorak na bijelom papiru. Mjerenjem broja tamnih linija po jedinici duljine određena je udaljenost dvije susjedne tamne (i svjetle) pruge, pomoću čega je izračunata valna duljina svjetlosti lasera $\lambda = (550 \pm 40) \text{nm}$.

1. Teorijski uvod

1.1. Ogib na pukotini

Prolaskom svjetlosti kroz ogibnu pukotinu na zastoru nastaje difrakcijski uzorak svjetlih i tamnih pruga čiji intenzitet prati zakon:

$$I(x) = I_0 \left(\frac{\sin(\delta)}{\delta} \right)^2, \quad (1)$$

pri čemu je $\delta = \alpha \sin(\theta)$. Pritom je $\alpha = \frac{\pi b}{\lambda}$. Varijable b označava širinu pukotine, a λ je valna duljina upadne svjetlosti. Kut upada svjetlosti je

$$\sin(\theta) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}, \quad (2)$$

gdje je a udaljenost pukotine od zastora.

Postavljanjem uvjeta da je razlika optičkih putova dvije zrake jednaka cjelobrojnomo višekratniku valne duljine, odnosno višekratniku njezine polovice (uz pretpostavku da je duljina a u konkretnom postavu mnogo veća od očekivanih položaja) dobivamo uvjete za položaje maksimuma, odnosno minimuma. Daljnjom manipulacijom dobivenih izraza moguće je širinu pukotine izraziti preko koordinata minimuma ili maksimuma:

$$b = \frac{a\lambda}{x_{n+1}^{min} - x_n^{min}} = \frac{(2n+1)\lambda}{2\sin(\theta_n^{max})}. \quad (3)$$

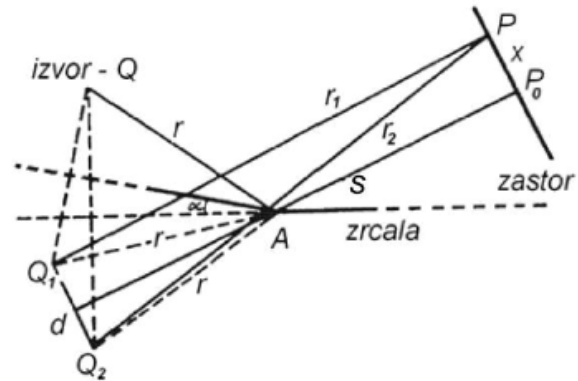
Međutim, metoda korištena za određivanje veličine b u konkretnom postavu temelji se na mjerenju intenziteta u ovisnosti o koordinati. Potom se nelinearnom regresijom određuje vrijednost parametra α iz kojeg izravno slijedi:

$$b = \alpha \frac{\lambda}{\pi}, \quad (4)$$

pri čemu je veličina b konačni cilj ovog dijela vježbe.

1.2. Interferencija pomoću Fresnelovih zrcala

Drugi dio vježbe obuhvaća promatranje fenomena interferencije na zastoru. Kako je izvor koji koristimo laser, potrebno je jedan izvor pretvoriti u dva koja će međusobno interferirati. To se ostvaruje korištenjem Fresnelovih zrcala. Ti su "izvori" (označeni s Q_1 i Q_2 na Slici 1.) doduše, virtualni.



Slika 1: Shema postava s Fresnelovim zrcalima.

Kao i u prethodnom dijelu vježbe, i pod dodatnom pretpostavkom uniformnosti razmaka susjednih tamnih i svjetlih pruga, postavljanjem uvjeta za konstruktivnu, odnosno destruktivnu interferenciju moguće je dobiti izraz za položaje n -tog minimuma ili maksimuma, u odnosu na proizvoljno odabrano ishodište:

$$x_n^{min} = (n + 1/2) \frac{\lambda s}{d}$$
$$x_n^{max} = (n) \frac{\lambda s}{d},$$

pri čemu je uzeto u obzir da je s , udaljenost od virtualnih izvora do zastora puno manja od x i da je d razmak između istih virtualnih izvora. Samo određivanje duljine d biti će objašnjeno u sljedećem poglavlju. Dakle, mjerenjem broja tamnih ili svijetlih pruga u jedinici duljine, te poznavanjem duljina s i d u stanju smo odrediti valjnu duljine laserske svjetlosti:

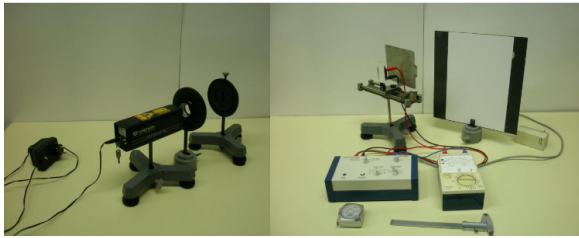
$$\lambda = \frac{d}{ns} x_n^{max}, \quad (5)$$

što je i naš zadatak.

2. Mjerni postav

2.1. Ogib na pukotini

Postav za prvi dio vježbe čini divergentna leća žarišne duljine $f = -5$ cm postavljena oko 7.5 cm ispred lasera poznate valne duljine svjetlosti $\lambda = 632.8$ nm, pukotina podesive širine, fotonaponska ćelija s pripadnim voltmetrom za mjerenje napona, te rastezljivi metar, složen slično kao na Slici 2.



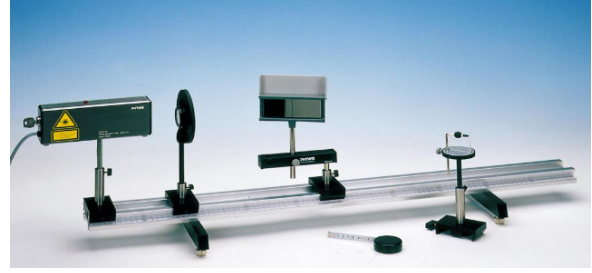
Slika 2: Mjerni postav za ogib.

Uperivanjem laserske svjetlosti kroz pukotinu na zaslon fotoćelije, te translacijom fotoćelije ulijevo ili udesno pomoću milimetarske skale s ugrađenom navojnom šipkom mjeri se ovisnost napona očitano na voltmetru o udaljenosti lijevo desno od centralnog maksimuma. Pritom se odbija "nulta" vrijednost napona, odnosno napon koji pokazuje voltmetar bez uključenog lasera.

2.2. Interferencija pomoću Fresnelovih zrcala

Postav drugog dijela vježbe čini konvergentna leća žarišne duljine $f = +2$ cm postavljena ispred lasera nepoznate valne duljine svjetlosti, Fresnelova zrcala, te prazan papir koji služi kao zastor. Sve je složeno na optičku klupu, kako pokazuje Slika 3. Namještanjem podesivog kuta otklona na jednom zrcalu, za njegov određen iznos na zaslonu (papiru) ostvaruje se interferencijski uzorak s prugama.

Za određivanje udaljenosti virtualnih izvora d , dodatno koristimo leću žarišne duljine $f = +30$ cm postavljenu oko 20, cm iza zrcala. Na zaslonu se



Slika 3: Mjerni postav za interferenciju.

ostvaruje virtualna slika koja predstavlja udaljenost virtualnih izvora. Jednostavnim relacijama geometrijske optike,

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\ \frac{a}{b} &= \frac{x}{y}, \end{aligned} \quad (6)$$

te mjerenjem udaljenosti slike od leće b , veličine virtualne slike y i prepoznavanjem identita $x = d$ lako se izračuna jedini nepoznati parametar

$$d = \frac{yf}{b-f}. \quad (7)$$

3. Rezultati i analiza

3.1. Ogib na pukotin

U svrhu provedbe metode opisane u uvodu, izmjerena je udaljenost zastora od lasera:

$$a = (215 \pm 1) \text{ cm}.$$

Izmjerena vrijednost statičkog (nultog) napona iznosi $V_{null} = 0.1$ mV. Potom je učinjen niz mjerenja za napon fotoćelije u milimetarskim pomacima do trećeg minimuma sa svake strane. Razvidno je kako je centralni maksimum na koordinati $x = 62$ mm. Ista mjerenja prikazana su grafički na Slici 4. Napomenimo da su pritom vrijednosti na x-osi umanjene za iznos centralnog maksimuma, a vrijednosti napona za iznos V_{null} . Uzimanjem u obzir da je intenzitet razmjern kvadratu napona, nametanjem eksperimentalnih rezultata na model (1) posredstvom programskog distribucije *Python* s dodatkom *SciPy* paketa, nelinearnom regresijom određen je koeficijent

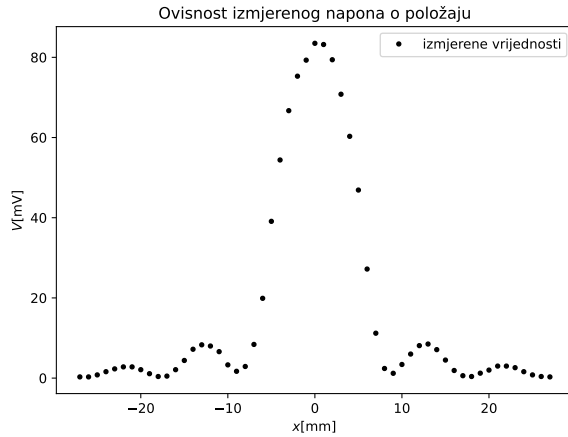
$$\alpha = (800 \pm 90), \quad (8)$$

s relativnom nepouzdanošću $R_\alpha = 11.25$ %. Konačno, posredstvom izraza (4) izračunata je širina pukotine i njezina pripadna nepouzdanost (trivijalno dobivena parcijalnim deriviranjem po varijabli α i množenjem s M_α), a koje zajedno iznose:

$$b = (160 \pm 20) \mu\text{m}, \quad (9)$$

x/mm	V/mV	x/mm	V/mV	x/mm	V/mV
35	0.4	54	2.5	73	6.7
36	0.5	55	11.3	74	8.1
37	0.9	56	27.3	75	8.4
38	1.7	57	47.0	76	7.3
39	2.7	58	60.4	77	4.5
40	3.1	59	70.9	78	2.2
41	3.1	60	79.5	79	0.6
42	2.1	61	83.3	80	0.5
43	1.3	62	83.6	81	1.2
44	0.5	63	79.4	82	2.2
45	0.7	64	75.4	83	2.9
46	2.0	65	66.8	84	2.9
47	4.6	66	54.5	85	2.4
48	7.2	67	39.2	86	1.7
49	8.6	68	20.0	87	0.9
50	8.2	69	8.5	88	0.4
51	6.1	70	3.0	89	0.4
52	3.5	71	1.8		
53	1.3	72	3.4		

Tablica 1: Mjerenja za $I(x)$.



Slika 4: Grafički prikaz rezultata mjerenja.

s relativnom nepouzdanošću u iznosu od $R_b = 12.5\%$. O kvaliteti prilagodbe biti će nešto više govora u *Raspravi*.

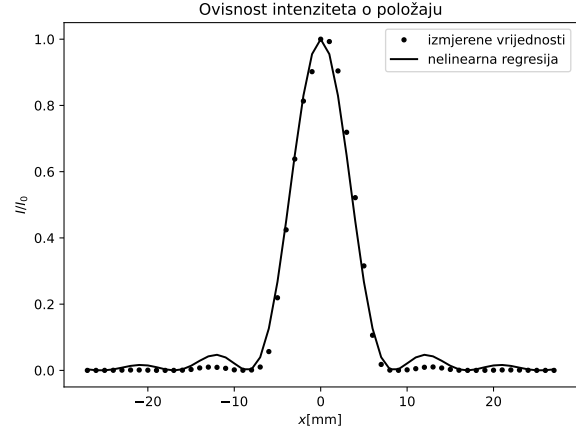
3.2. Interferencija pomoću Fresnelovih zrcala

Prva izmjerena veličina bila je udaljenost zrcala od zastora (papira):

$$s = (241 \pm 0.5) \text{ cm.} \quad (10)$$

Također, izmjeren je broj tamnih pruga po jedinici duljine (na rubu te duljine je tamna pruga!)

$$\rho = (17 \pm 1) \text{ cm}^{-1}. \quad (11)$$



Slika 5: Ovisnost omjera intenziteta o koordinati x.

Centriranjem, pak, u maksimumu¹, dobivamo iznos za udaljenost prvog sljedećeg maksimuma:

$$x_1^{max} = (0.63 \pm 0.04) \text{ mm.} \quad (12)$$

Potom su, po slaganju postava za određivanje veličine d , izmjerene veličine:

$$\begin{aligned} s &= (241 \pm 0.5) \text{ cm} \\ b &= (227.5 \pm 0.5) \text{ cm.} \end{aligned} \quad (13)$$

S tim podacima, relacija (7) i (5) izravno slijedi:

$$\lambda = (550 \pm 40) \text{ nm,} \quad (14)$$

s relativnom nepouzdanošću od 7.3%, a pritom je relevantna nepouzdanost izračunata formulom za nepouzdanost ovisnih veličina, te u sređenom obliku izgleda kao:

$$\begin{aligned} M_\lambda^2 = & \left(\frac{fx}{s(b-f)} \right)^2 [M_y^2 + M_s^2 \left(\frac{y}{s} \right)^2 + M_b^2 \left(\frac{y}{b-f} \right)^2 + \\ & + M_x^2 \left(\frac{y}{x} \right)^2]. \end{aligned} \quad (15)$$

4. Rasprava i zaključak

Naposljetku, istaknimo nekoliko bitnijih napomena. Iako možemo biti zadovoljni s grafičkim prikazom ovisnosti napona o koordinati, pri usporedbi s teorijskim modelom na grafu čija ordinata nosi omjer intenziteta primjećuje se sitno odstupanje. Smatram da je razlog takvom odstupanju pri, npr. prvom sporednom maksimumu, kvadratna

¹Jednostavnom skicom problema biti će jasno da je, nakon imaginarnog centriranja koordinatnog sustava u nekom maksimumu, udaljenost prvog maksimuma tada jednaka $10/(16 \pm 1)$ milimetra, a ne $10/(17 \pm 1)$ milimetra, za cjelobrojne n ; dakako, sve pod pretpostavkom uniformnosti razmaka tih svijetlih pruga.

ovisnost omjera napona o omjeru intenziteta. Kvadriranje omjera već malog iznosa još ga je smanjila, a ograničena preciznost voltmetra na desetinu milivolta učinila je razlučivost mjerenja (dakle, do na desetinu milivolta) nedostojnom preciznosti grafa regresije. Dakle, rješenje bi bilo izvršiti mjerenja s osjetljivijim voltmetrom.

Glede interferencije, dovoljno je primjetiti da je dobivena vrijednost valne duljine svjetlosti u području od 13 % pogreške prave vrijednosti valne duljine. S tim možemo biti zadovoljni.