

СПРАВОЧНИК ПО ОСНОВАМ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

*Под редакцией Ю. А. Бычкова,
В. М. Золотницкого, Е. Б. Соловьевой,
Э. П. Чернышева*



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ · МОСКВА · КРАСНОДАР
2012

ББК 32.2я73

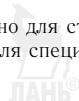
С 74

С 74 Справочник по основам теоретической электротехники: Учебное пособие / Под ред. Ю. А. Бычкова, В. М. Золотницкого, Е. Б. Соловьевой, Э. П. Чернышева. — СПб.: Издательство «Лань», 2012. — 368 с. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-1227-3

Содержание справочника соответствует программе курсов «Теоретические основы электротехники» и «Теория электрических цепей». Пособие содержит тематический указатель, алфавитный каталог-словарь основных понятий, законов и терминов теоретической электротехники, а также каталог типовых расчетов и ответов на основные контрольные вопросы при изучении теории электрических цепей.

Учебное пособие предназначено для студентов всех форм обучения по техническим направлениям, а также для специалистов различных областей науки и техники.



ББК 32.2я73

Коллектив авторов:

Александр Николаевич Белянин, Юрий Александрович Бычков, Андрей Евгеньевич Завьялов, Владимир Михайлович Золотницкий, Юрий Михайлович Иншаков, Людмила Валентиновна Куткова, Дмитрий Александрович Морозов, Елена Вадимовна Нечкина, Валерий Васильевич Панкин, Марк Саулович Портной, Марина Вячеславовна Соклакова, Валентин Николаевич Соколов, Елена Борисовна Соловьева, Эдуард Павлович Чернышев

Рецензенты:

зав. кафедрой ЦОС СПбГУТ, доктор технических наук, профессор *A. A. ЛАННЭ*;
зав. кафедрой ТОЭ СПбГПУ, доктор технических наук, профессор *B. Н. БОРОНИН*



Обложка
H. A. ГОНЧАРОВА

*Охраняется законом РФ об авторском праве.
Воспроизведение всей книги или любой ее части
запрещается без письменного разрешения издателя.
Любые попытки нарушения закона
будут преследоваться в судебном порядке.*

© Издательство «Лань», 2012

© Коллектив авторов, 2012

© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2012

Содержание



Предисловие	12
Список используемых сокращений	14
1. Тематический каталог основных понятий, определений, законов, свойств, ключевых слов и терминов теоретической электротехники	20
Введение	20
Основы теории электрических цепей	20
1.1. Основные понятия и законы теории цепей	20
1.1.1. Ток, напряжение, энергия и мощность в цепи	20
1.1.2. Резистивный элемент и его характеристики	20
1.1.3. Идеализированные источники электрической энергии	20
1.1.4. Индуктивный элемент цепи и его характеристики	21
1.1.5. Емкостный элемент цепи и его характеристики	21
1.1.6. Геометрия цепей	21
1.1.7. Законы Кирхгофа	21
1.1.8. Дуальность элементов и цепей	22
1.2. Анализ резистивных цепей	22
1.2.1. Эквивалентные преобразования структуры цепи	22
1.2.2. Анализ резистивных цепей сложной структуры	22
1.2.3. Теоремы об эквивалентных источниках	22
1.2.4. Теорема взаимности	22
1.3. Анализ переходных процессов в линейных цепях во временной области при постоянных воздействиях	23
1.3.1. Дифференциальные уравнения и свойства линейности динамических цепей	23
1.3.2. Общая характеристика классического метода анализа переходных процессов во временной области	23
1.3.3. Анализ переходных процессов в разветвленных цепях 1-го порядка	23
1.3.4. Анализ переходных процессов в цепях высокого порядка по уравнениям состояния	23
1.3.5. Численный расчет переходных процессов	24
1.3.6. Переходные процессы в последовательной RLC -цепи	24

1.4. Применение обобщенных функций для анализа переходных процессов при воздействии сигналов произвольной формы	24
1.4.1. Единичная ступенчатая функция	24
1.4.2. Единичная импульсная функция (дельта-функция)	25
1.4.3. Переходная и импульсная характеристики цепи	25
1.4.4. Определение реакции при воздействии произвольной формы	25
1.5. Анализ линейных цепей при синусоидальных и экспоненциальных воздействиях	25
1.5.1. Основные понятия синусоидальных напряжений и токов	25
1.5.2. Метод комплексных амплитуд	26
1.5.3. Анализ простых цепей в установившемся синусоидальном режиме	26
1.5.4. Мощность в установившемся синусоидальном режиме	26
1.5.5. Резонансные явления в электрических цепях. Частотные характеристики	27
1.6. Применение преобразования Лапласа для анализа переходных процессов в цепях	27
1.6.1. Связь формы сигналов с полюсами их изображений по Лапласу	27
1.6.2. Операторный метод расчета переходных процессов	27
1.6.3. Использование теоремы запаздывания для описания изображений импульсных сигналов	28
1.6.4. Передаточная функция цепи и ее связь с дифференциальным уравнением, импульсной, переходной и частотными характеристиками цепи	28
1.7. Анализ установившихся периодических режимов в цепи	28
1.7.1. Периодические сигналы и их спектры	28
1.7.2. Мощность и действующие значения переменных в установившемся периодическом режиме	28
1.7.3. Анализ установившихся периодических режимов в цепи	29
1.8. Спектральный метод анализа цепей	29
1.8.1. Апериодические сигналы и их спектры	29
1.8.2. Спектры некоторых абсолютно интегрируемых сигналов	29
1.8.3. Ширина спектра и ее связь с длительностью и крутизной сигнала	30
1.8.4. Приближенные методы отыскания сигнала по спектру	30
1.8.5. Спектральный метод анализа переходных процессов в цепях	30
1.8.6. Спектры единичной ступенчатой функции и амплитудно-модулированных сигналов	30
1.9. Цепи с взаимной индукцией	31
1.9.1. Основные понятия и определения индуктивно связанных цепей	31
1.9.2. Расчет цепей с взаимной индукцией	31
1.9.3. Трансформатор в линейном режиме	31
1.10. Трехфазные цепи	31
1.10.1. Основные понятия трехфазных цепей	31
1.10.2. Расчет трехфазных цепей	32
1.11. Четырехполюсники и активные цепи	32
1.11.1. Основные уравнения четырехполюсников	32
1.11.2. Входные и передаточные функции нагруженного четырехполюсника	32

1.11.3. Соединения четырехполюсников	32
1.11.4. Цепи с зависимыми источниками	
и не обратимыми четырехполюсниками	32
1.11.5. Цепи с операционными усилителями	33
1.12. Основы теории фильтров	33
1.12.1. Частотные характеристики реактивных двухполюсников	33
1.12.2. Симметричный четырехполюсник в согласованном режиме	33
1.12.3. Расчет классических симметричных реактивных фильтров по характеристическим параметрам	33
1.12.4. Расчет фильтров методом преобразования частоты	34
1.12.5. Фильтры Баттервортса	34
1.12.6. Фильтры Чебышева	34
1.13. Начала синтеза цепей	34
1.13.1. Синтез реактивных двухполюсников	34
1.13.2. Синтез RC -двуихполюсников	35
1.13.3. Использование цепей с операционными усилителями для реализации передаточных функций	35
1.14. Цепи с распределенными параметрами	35
1.14.1. Дифференциальные уравнения однородной линии	35
1.14.2. Решение уравнений линии и ее характеристические параметры	35
1.14.3. Линия как симметричный четырехполюсник	36
1.14.4. Линия без потерь	36
1.14.5. Линия в установившемся синусоидальном режиме	36
1.15. Основы теории дискретных сигналов и цепей	36
1.15.1. Дискретные сигналы и теорема дискретизации	36
1.15.2. Основные понятия дискретных линейных цепей	37
1.15.3. Анализ дискретных цепей во временной области	37
1.15.4. Применение z -преобразования для анализа процессов в дискретных цепях	37
1.15.5. Определение параметров дискретной цепи по прототипу-аналогу	37
1.16. Нелинейные цепи	38
1.16.1. Общая характеристика нелинейных элементов и цепей	38
1.16.2. Анализ нелинейных резистивных цепей	38
1.16.3. Нелинейные резистивные цепи с диодами	38
1.16.4. Анализ динамических нелинейных цепей	39
1.17. Начала синтеза пассивных четырехполюсников	39
1.17.1. Нормирование передаточных функций четырехполюсников	39
1.17.2. Основные свойства реактивных четырехполюсников лестничной структуры	39
1.17.3. Условия реализуемости и определение параметров реактивного четырехполюсника по передаточной функции	39
1.17.4. Реализация реактивных четырехполюсников лестничной структуры	40
1.17.5. Синтез резистивно-емкостных четырехполюсников	40
1.18. Связанные контуры с большой добротностью	40
1.18.1. Общая характеристика связанных контуров	40
1.18.2. Резонанс в связанных контурах	40

1.18.3. Частотные характеристики связанных контуров	40
1.18.4. Проектирование связанных контуров	41
1.19. Основы машинно-ориентированных методов расчета цепей	41
1.19.1. Структурная матрица	41
1.19.2. Упорядоченные матричные уравнения цепи	41
1.19.3. Алгоритмы решения машинных уравнений цепей	41
1.20. Основы теории чувствительности цепей к изменению параметров	42
1.20.1. Теорема компенсации	42
1.20.2. Расчет функций абсолютной чувствительности на основе теоремы компенсации	42
1.20.3. Вычисление функций абсолютной чувствительности на основании теоремы Теледжана	42
1.21. Релейные автоколебательные цепи	42
1.21.1. Общая характеристика автоколебательных релейных цепей	42
1.21.2. Анализ процессов в простых автоколебательных релейных цепях	43
1.22. Магнитные цепи при постоянных магнитных потоках	43
1.22.1. Магнитные цепи и ферромагнитные материалы	43
1.22.2. Основные принципы расчета магнитных цепей	43
1.22.3. Расчет простых магнитных цепей	43
1.22.4. Расчет простой магнитной цепи с постоянным магнитом	44
Основы теории электромагнитного поля	44
1.23. Основные законы и уравнения макроскопической теории электромагнитного поля	44
1.23.1. Функции, используемые при записи уравнений поля	44
1.23.2. Первое уравнение Максвелла. Закон полного тока	44
1.23.3. Второе уравнение Максвелла. Закон электромагнитной индукции	45
1.23.4. Третье и четвертое уравнения Максвелла	45
1.23.5. Полная система уравнений Максвелла	45
1.23.6. Поле на границе раздела сред. Границные условия	45
1.23.7. Закон сохранения энергии в электродинамике	46
1.24. Электростатическое поле в идеальных диэлектриках	46
1.24.1. Основные уравнения электростатического поля. Границные условия	46
1.24.2. Потенциал электростатического поля	46
1.24.3. Поля стандартных систем зарядов	46
1.24.4. Метод эквивалентных зарядов	47
1.24.5. Плоскопараллельное электростатическое поле	47
1.24.6. Импульсная функция в электростатике	47
1.24.7. Шар в однородном электростатическом поле	47
1.24.8. Электрическая емкость	47
1.24.9. Расчет погонной емкости полосковой линии методом средних потенциалов	47
1.25. Поле постоянного тока в проводящих средах	47
1.25.1. Уравнения поля постоянного тока. Границные условия	47
1.25.2. Сопротивление проводящих тел	48
1.25.3. Математическая аналогия поля постоянного тока и электростатического поля	48

1.26. Магнитное поле, постоянное во времени	48
1.26.1. Векторный потенциал магнитного поля	48
1.26.2. Векторный потенциал круглого контура (витка). Магнитный диполь	48
1.26.3. Скалярный потенциал магнитного поля	48
1.26.4. Индуктивность	49
2. Алфавитный каталог-словарь важнейших понятий, определений, законов, свойств, ключевых слов и терминов основ теоретической электротехники	51
Введение	52
Основы теории электрических цепей	52
Основы теории электромагнитного поля	171
3. Каталог типовых расчетов, используемых в теории электрических цепей	181
Введение	182
3.1. Расчет резистивных цепей и характеристик накопительных элементов	182
3.1.1. Расчет простых цепей (по входному сопротивлению и формулам делителей)	182
3.1.2. Метод наложения	183
3.1.3. Метод уравнений Кирхгофа	184
3.1.4. Метод пропорциональных величин и расчет коэффициентов передачи резистивных цепей	186
3.1.5. Метод определяющих величин	187
3.1.6. Использование эквивалентного преобразования соединений «треугольником» и «звездой» при расчете цепей	188
3.1.7. Метод контурных токов	189
3.1.8. Метод узловых напряжений (метод узловых потенциалов)	191
3.1.9. Метод эквивалентных источников	192
3.1.10. Использование эквивалентных преобразований структуры цепи при расчете входного сопротивления пассивного двухполюсника сложной структуры	193
3.1.11. Использование теоремы замещения при расчете R-цепей	193
3.1.12. Расчет цепей с накопителями одного вида	194
3.1.13. Построение дуальных цепей	196
3.1.14. Определение проводимостей и сопротивлений передачи на основании МКТ и МУН	196
3.1.15. Использование теоремы компенсации для расчета изменения реакций при вариации параметров цепи	198
3.1.16. Применение теоремы компенсации для расчета функций абсолютной чувствительности цепи к изменению параметров	199
3.1.17. Применение теоремы Теледжена для расчета функций абсолютной чувствительности цепи к изменению параметров	199
3.1.18. Составление матрицы соединений цепи и узловой матрицы при записи ЗТК и ЗНК	200
3.1.19. Составление упорядоченных матричных уравнений цепи	202
3.1.20. Применение структурной матрицы при расчете цепей методом узловых напряжений	203

3.1.21. Эквивалентные преобразования элементарно непреобразуемых источников	205
3.1.22. Метод сигнальных графов при расчете цепей	206
3.2. Анализ переходных процессов в электрических цепях во временной области	207
3.2.1. Расчет переходных процессов в цепях 1-го порядка при постоянных воздействиях	207
3.2.2. Расчет переходных процессов в цепях 1-го порядка при нулевых начальных условиях и постоянных воздействиях	209
3.2.3. Классический расчет переходных процессов в цепях 2-го порядка при постоянных воздействиях	211
3.2.4. Современный расчет переходных процессов в цепях высокого порядка по уравнениям состояния	213
3.2.5. Численный расчет переходных процессов по уравнениям состояния	215
3.2.6. Численный расчет переходных процессов по дискретным резистивным схемам замещения	216
3.2.7. Расчет семейства временных характеристик цепи. Переходная и импульсная характеристики	217
3.2.8. Использование интегралов наложения при расчете реакции цепи на входной сигнал произвольной формы	218
3.2.9. Расчет реакции цепи на входной сигнал кусочно-линейной формы	219
3.3. Анализ цепей при синусоидальных воздействиях	220
3.3.1. Расчет установившегося синусоидального режима методом комплексных амплитуд	220
3.3.2. Качественное построение векторных диаграмм	222
3.3.3. Расчет мощностей в установившемся синусоидальном режиме	223
3.3.4. Резонанс в электрических цепях	224
3.3.5. Особенности простейших резонансов в электрических цепях	225
3.3.6. Нестандартные решения задач установившегося синусоидального режима	226
3.3.7. Расчет переходных процессов во временной области при синусоидальных воздействиях	227
3.3.8. Применение метода комплексных амплитуд для расчета цепей при обобщенных воздействиях. Построение графика экспоненциальных колебаний	229
3.3.9. Расчет трехфазной цепи при соединении нагрузки «звездой»	230
3.3.10. Расчет трехфазной цепи при соединении нагрузки «треугольником»	232
3.4. Операторный и спектральный методы анализа цепей	233
3.4.1. Операторный метод расчета переходных процессов	233
3.4.2. Особенности операторного метода при отыскании оригиналов	235
3.4.3. Определение по передаточной функции дифференциального уравнения, импульсной и переходной характеристик цепи	236
3.4.4. Расчет частотных характеристик по передаточной функции цепи и оценка частотных интервалов	238
3.4.5. Применение теоремы запаздывания для расчета изображений сигналов	240

3.4.6. Использование передаточной функции для расчета реакции	242
3.4.7. Расчет особых случаев коммутации операторным методом	243
3.4.8. Использование преобразования Лапласа для расчета коэффициентов ряда Фурье и спектра периодического сигнала	244
3.4.9. Расчет установившегося периодического режима с использованием рядов Фурье	246
3.4.10. Точный расчет установившегося периодического режима (ряд Фурье в «замкнутой» форме)	248
3.4.11. Точный расчет переходных процессов при периодических несинусоидальных воздействиях	250
3.4.12. Основы спектрального метода анализа цепей	251
3.4.13. Расчет спектра апериодического сигнала	252
3.4.14. Оценка реакции методом сравнения спектра воздействия с частотными характеристиками цепи	253
3.4.15. Расчет реакции по ее спектру	254
3.5. Расчет цепей с многополюсными элементами и зависимыми источниками	256
3.5.1. Метод уравнений Кирхгофа при расчете индуктивно связанных цепей	256
3.5.2. Метод эквивалентного исключения индуктивной связи при расчете индуктивно связанных цепей	257
3.5.3. Расчет цепи с трансформатором	257
3.5.4. Расчет переходных процессов в индуктивно связанных цепях	258
3.5.5. Расчет параметров четырехполюсников	260
3.5.6. Пересчет параметров четырехполюсников	261
3.5.7. Расчет передаточных функций нагруженного четырехполюсника	262
3.5.8. Расчет каскадного соединения четырехполюсников	263
3.5.9. Расчет цепей с зависимыми (управляемыми) источниками	264
3.5.10. Расчет цепей с обратимыми и необратимыми четырехполюсниками, замещенными схемами с ЗИ	264
3.5.11. Расчет цепей с операционными усилителями	265
3.5.12. Использование схем замещения с зависимыми источниками для расчета индуктивно связанных цепей	267
3.5.13. Расчет параметров Т- и П-образных эквивалентных схем замещения пассивных ЧП	268
3.5.14. Расчет симметричного ЧП в согласованном режиме	269
3.5.15. Определение параметров однородной длинной линии	270
3.5.16. Расчет установившегося синусоидального режима в цепях с распределенными параметрами	272
3.5.17. Расчет переходных процессов в линии без потерь	273
3.6. Расчет фильтров и синтез цепей	274
3.6.1. Расчет полосы пропускания классического реактивного симметричного фильтра	274
3.6.2. Расчет фильтров типа k	275
3.6.3. Расчет фильтров Баттерворта	277
3.6.4. Расчет фильтров Чебышева	278

3.6.5. Метод преобразования частоты при проектировании ФВЧ, ППФ, ПЗФ по ФНЧ-прототипу	279
3.6.6. Синтез реактивных двухполюсников	280
3.6.7. Синтез резистивно-емкостных двухполюсников	282
3.6.8. Использование схем с операционными усилителями для реализации передаточных функций с отрицательными нулями и полюсами	283
3.6.9. Использование уравнений состояния для реализации на операционных усилителях передаточных функций с произвольными нулями и полюсами	285
3.6.10. Составление уравнений состояния цепи по заданной передаточной функции	286
3.6.11. Определение параметров синтезируемого реактивного четырехполюсника по заданной передаточной функции в режимах ХХ или КЗ нагрузки	287
3.6.12. Определение параметров синтезируемого реактивного четырехполюсника по передаточной функции при наличии нагрузки	288
3.6.13. Определение параметров синтезируемого резистивно-емкостного четырехполюсника по заданной передаточной функции в режимах ХХ или КЗ нагрузки	289
3.6.14. Определение параметров синтезируемого резистивно-емкостного четырехполюсника по заданной передаточной функции при наличии нагрузки	289
3.6.15. Синтез реактивных четырехполюсников лестничной структуры (основная процедура)	290
3.6.16. Синтез реактивных четырехполюсников лестничной структуры (процедура синтеза с выделением частных полюсов)	291
3.6.17. Синтез реактивных четырехполюсников лестничной структуры (процедура реализации нуля III категории)	292
3.6.18. Реализация резистивно-емкостных четырехполюсников	293
3.7. Расчет дискретных и нелинейных цепей	294
3.7.1. Определение передаточной функции дискретной цепи по аналоговому прототипу	294
3.7.2. Определение разностного уравнения и схемы дискретной цепи по известной ее передаточной функции	296
3.7.3. Расчет импульсной и переходной характеристик дискретной цепи по ее передаточной функции	297
3.7.4. Аналитический расчет реакции дискретной цепи	298
3.7.5. Численный расчет реакции дискретной цепи	299
3.7.6. Использование метода эквивалентных источников при расчете нелинейных цепей с одним нелинейным элементом	300
3.7.7. Графический расчет резистивной нелинейной цепи с одним нелинейным элементом	301
3.7.8. Расчет резистивной нелинейной цепи методом кусочно-линейной аппроксимации (кусочно-линейных схем)	302

3.7.9. Полиномиальная аппроксимация вольт-амперных характеристик нелинейных резистивных элементов	303
3.7.10. Расчет нелинейных резистивных цепей методом полиномиальной аппроксимации. Решение нелинейных функциональных уравнений	304
3.7.11. Особенности расчета нелинейных резистивных цепей с несколькими нелинейными элементами	305
3.7.12. Реализация нарастающих вольт-амперных характеристик кусочно-линейными диодными моделями	306
3.7.13. Составление уравнений состояния в динамических нелинейных цепях	307
3.7.14. Расчет переходных процессов в нелинейных цепях методом кусочно-линейной аппроксимации	308
3.7.15. Метод гармонического баланса	309
3.7.16. Расчет автоколебаний в релейной цепи	310
4. Каталог ответов на основные контрольные вопросы по теории электрических цепей	313
Введение	314
4.1. Основные понятия и законы теории цепей	314
4.2. Анализ резистивных цепей	316
4.3. Анализ переходных процессов в линейных цепях во временной области при постоянных воздействиях	318
4.4. Применение обобщенных функций для анализа переходных процессов при воздействиях произвольной формы	321
4.5. Анализ линейных цепей при синусоидальных и экспоненциальных воздействиях	324
4.6. Применение преобразования Лапласа для анализа переходных процессов в цепях	330
4.7. Анализ установившихся периодических режимов в цепи	332
4.8. Спектральный метод анализа цепей	334
4.9. Цепи с взаимной индукцией	337
4.10. Трехфазные цепи	339
4.11. Четырехполюсники и активные цепи	340
4.12. Основы теории фильтров	342
4.13. Начала синтеза цепей	345
4.14. Цепи с распределенными параметрами	346
4.15. Дискретные цепи и сигналы	348
4.16. Нелинейные цепи	352
4.17. Начала синтеза пассивных четырехполюсников	354
4.18. Связанные контуры с большой добротностью	357
4.19. Основы машинно-ориентированных методов расчета цепей	359
4.20. Основы теории чувствительности цепей к изменению параметров	361
4.21. Релейные автоколебательные цепи	363
4.22. Магнитные цепи при постоянных магнитных потоках	365
Список литературы	368

В родстве со всем, что есть, уверясь
И знаясь с будущим в быту,
Нельзя не впасть к концу, как в ересь,
В неслыханную простоту.

Б. Пастернак

Предисловие



Справочник по основам теоретической электротехники обобщает опыт работы кафедры теоретических основ электротехники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» (СПбГЭТУ «ЛЭТИ») за последние десятилетия. Он должен помочь студентам освоить важнейшие положения терминологии, теории и расчета электрических цепей и электромагнитного поля. Справочник рассчитан также на широкий круг инженеров и специалистов различных областей производства и может использоваться ими для ознакомления с современной научно-технической терминологией, современными базовыми расчетами, прогнозами и оценками.

Настоящий справочник подкрепляет и полностью соответствует вышедшей в издательстве «Лань» в 2007 и 2009 гг. книге авторов «Основы теоретической электротехники» [1]. Он также соответствует работе авторов [4], дополненной базовыми сведениями теории электромагнитного поля.

Курс теории цепей, изложенный в справочнике и читаемый в СПбГЭТУ (методически перестроенный проф. П. Н. Матхановым), существенно отличается от изучавшегося ранее в виде важных, примерно «равноправных и равнозначных» тем. В настоящее время реализуется иной принцип: вначале излагаются процессы в физически понятной временной, а затем — в спектрально-частотной области, причем последующая тема базируется на всех предыдущих, и только во второй половине курса, после получения студентами устойчивых базисных знаний, изучаются многочисленные классические и современные приложения: от трехфазных и индуктивно связанных цепей до синтеза цепей и фильтров, основ теории чувствительности, активных и дискретных цепей.

Курс теории электромагнитного поля, отраженный в справочнике, читается в СПбГЭТУ в классической постановке.

Справочник по основам теоретической электротехники состоит из взаимосвязанных разделов, при подготовке которых авторы стремились излагать материал «строго, коротко, ясно и только основы», поскольку современный курс теоретической электротехники настолько многогранен, что детальное изложение каждой темы может стать предметом отдельной монографии.

Раздел 1 справочника (свыше 100 параграфов) содержит тематический каталог-указатель терминов, понятий и ключевых слов по основным темам (главам) как теории электрических цепей, так и теории электромагнитного поля.

В разделе 2 дана краткая расшифровка важнейших (свыше 500) терминов, понятий и ключевых слов (расположенных в алфавитном порядке), выделенных курсивом в разделе 1. Попутно даются определения и других понятий теории электрических цепей и отдельно — основ теории электромагнитного поля.

Раздел 3 (свыше 100 параграфов) посвящен информации о важнейших практических расчетах, используемых в теории цепей, снабжен многочисленными примерами и методическими указаниями.

В разделе 4 кратко излагаются ответы (свыше 500) на важнейшие вопросы, возникающие при ознакомлении с основами и терминологией теории цепей.

Авторы глубоко признательны доценту кафедры ТОЭ Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» М. С. Портному, подготовившему материалы справочника по основам теории электромагнитного поля.

Замечания и предложения просим присылать в издательство.



Список используемых сокращений

АС — амплитудный спектр;

АФХ — амплитудно-фазовая характеристика;

АЦ — аналоговая цепь;

АЧХ — амплитудно-частотная характеристика;

ВАХ — вольт-амперная характеристика;

ВД — векторная диаграмма;

ВС — вещественный спектр;

ВТ — вычислительная техника;

ВЧ — высокие частоты (высокочастотный);

ВЧХ — вещественная частотная характеристика;

ГК — главный контур;

ГС — главное сечение;

ДЛ — длинная линия;

ДП — двухполюсник;

ДС — дискретный спектр;

ДЦ — дискретная цепь;

ДУ — дифференциальное уравнение;

ЕИФ — единичная импульсная функция;

ЕСФ — единичная ступенчатая функция;

ЗИ — зависимый источник;

ЗНК — закон напряжений Кирхгофа;

ЗНУ — зависимое начальное условие;

ЗТК — закон токов Кирхгофа;

ИН — источник напряжения;

ИНУН — источник напряжения, управляемый напряжением;

ИНУТ — источник напряжения, управляемый током;

ИПН — источник постоянного напряжения;

ИС — индуктивно связанные;

ИСЦ — индуктивно связанные цепь;

ИСЭ — индуктивно связанный элемент;

ИТ — источник тока;

ИТУН — источник тока, управляемый напряжением;
ИТУТ — источник тока, управляемый током;
ИХ — импульсная характеристика;
К — ключ;
КЗ — короткозамкнутый элемент (короткое замыкание);
КТ — контурный ток;
ЛБИ — линия без искажения;
ЛБП — линия без потерь;
МДД — метод двойного дифференцирования;
МДС — магнитодвижущая сила;
МКА — метод комплексных амплитуд;
МКТ — метод контурных токов;
МН — метод наложения;
МНК — метод неопределенных коэффициентов;
МОВ — метод определяющих величин;
МП — магнитный поток;
МПВ — метод пропорциональных величин;
МПЧ — метод преобразования частоты;
МС — мнимый спектр;
МУН — метод узловых напряжений;
МЦ — магнитная цепь;
МЭИ — метод эквивалентных источников;
МЭИН — метод эквивалентного источника напряжения;
МЭИТ — метод эквивалентного источника тока;
НДУ — неоднородное дифференциальное уравнение;
ННУ — независимое начальное условие;
НУ — начальные условия;
НФУ — нелинейное функциональное уравнение;
НЦ — нелинейная цепь;
НЧ — низкие частоты (низкочастотный);
НЭ — нелинейный элемент;
ОСЗ — операторная схема замещения;
ОСК — особый случай коммутации;
ОУ — операционный усилитель;
ПД — полоса дифференцирования;
ПИ — полоса интегрирования;



- ПНУ — предначальные условия;
- ПП — полоса пропускания;
- ПЗФ — полосовой заграждающий фильтр;
- ППФ — полосовой пропускающий фильтр;
- ПРН — простейший резонанс напряжений;
- ПРТ — простейший резонанс токов;
- ПФ — передаточная функция;
- ПХ — переходная характеристика;
- ПЦ — присоединенная цепь;
- РТ — рабочая точка;
- РУ — разностное уравнение;
- РФ — ряд Фурье;
- РЭ — релейный элемент;
- СГ — сигнальный граф;
- СК — связанные контуры;
- СЧ — средние частоты (среднечастотный);
- ТК — теорема компенсации;
- ТП — трехполюсник;
- ТТ — теорема Теледжена;
- ТОЭ — теоретические основы электротехники;
- ТФ — трехфазный;
- ТФЦ — трехфазная цепь;
- ТЦ — теория цепей (теория электрических цепей);
- ТЭ — теоретическая электротехника;
- ТЭМП — теория электромагнитного поля
- УН — узловое напряжение;
- УПР — установившийся периодический режим;
- УС — уравнение состояния;
- УСР — установившийся синусоидальный режим;
- ФАЧ — функция абсолютной чувствительности;
- ФБ — фильтр Баттервортса;
- ФВЧ — фильтр верхних частот;
- ФДН — формула делителя напряжений;
- ФЕН — функция единичного наклона;
- ФДТ — формула делителя токов;
- ФМ — ферромагнитный;

ФЧ — фильтр Чебышева;
ФЧХ — фазочастотная характеристика;
ХП — характеристический полином;
ХХ — холостой ход (оборванный элемент, разрыв в цепи);
ЦВМ — цифровая вычислительная машина;
ЧИ — частотный интервал;
ЧП — четырехполюсник;
ЧХ — частотная характеристика;
ЭДС — электродвижущая сила;
ЭМП — электромагнитное поле;
ЭЦ — электрическая цепь.





1

ТЕМАТИЧЕСКИЙ КАТАЛОГ

ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ,
определений, законов,
свойств, ключевых слов
и терминов
теоретической
электротехники



Введение

В тематическом каталоге приведены без расшифровки наборы терминов, ключевых слов и определений, которыми необходимо владеть при изучении рассматриваемых тем, выделены курсивом основные понятия, которые будут расшифрованы в алфавитном каталоге и при описании которых попутно будут рассмотрены второстепенные понятия.

Тематический каталог, охватывающий как вопросы теории электрических цепей (ТЦ), так и вопросы теории электромагнитного поля (ТЭМП), в первую очередь ориентирован на использование учебного пособия для вузов [1]. Первая часть этого учебника охватывает важнейшие базовые и фундаментальные разделы ТЦ по изучению процессов в электрических цепях (вначале в физически понятной временной, а затем — в частноспектральной области); во второй части учебника рассматриваются многочисленные классические и современные приложения ТЦ — от трехфазных и индуктивно связанных цепей до дискретных, нелинейных, активных цепей, фильтров, синтеза цепей и т. д. Третья часть учебника содержит базовые разделы теории электромагнитного поля.

Основы теории электрических цепей

1.1. Основные понятия и законы теории цепей

1.1.1. Ток, напряжение, энергия и мощность в цепи

Ток; заряд; мгновенное значение; время; направление тока; ампер; кулон; напряжение; потенциал; падение напряжения; рост потенциала; разность потенциалов; базисный узел; цепь; проводник; двухполюсник; ветвь; полярность напряжения; согласованная полярность; мощность; энергия; вольт; ватт; джоуль; пассивный элемент; активный элемент; баланс мощностей; закон сохранения энергии; несогласованная полярность; сила тока; узел; электродвижущая сила.

1.1.2. Резистивный элемент и его характеристики

Резистивный элемент; резистор; схема замещения резистора; закон Ома; сопротивление; проводимость; ом; сименс; вольт-амперная характеристика R-элемента; линейный элемент; нелинейный R-элемент; диод; энергетические характеристики R-элемента; мощность; энергия; необратимое потребление энергии; пассивный элемент; согласованная полярность; низкие частоты; средние частоты.

1.1.3. Идеализированные источники электрической энергии

Источник напряжения (ИН); генерирование электромагнитной энергии; направление тока ИН; согласованная, несогласованная и логичная полярность ИН; ВАХ источника напряжения и его дифференциальное сопротивление; короткозамкнутый

тый элемент (КЗ) и его свойства; ИН как элемент бесконечной мощности; нарушение ЗНК при КЗ источника напряжения; *источник тока (ИТ)*; полярность напряжения ИТ; логичная (физичная) полярность ИТ; ВАХ ИТ; *холостой ход (ХХ)* – разорванный участок цепи и его свойства; ИТ как элемент бесконечной мощности; нарушение ЗТК при ХХ ИТ.

1.1.4. Индуктивный элемент цепи и его характеристики

Индуктивный элемент; двухполюсник; пассивный элемент; запасание энергии магнитного поля; *согласованная полярность L-элемента*; *потокосцепление катушки индуктивности*; ферромагнитный сердечник; магнитный поток (МП); вебер; генри; вебер-амперная характеристика; линейный L-элемент; закон электромагнитной индукции; *вольт-амперная характеристика L-элемента*; *энергетические характеристики L-элемента*; *принцип непрерывности тока L-элемента*; непрерывность потокосцепления; скачок потокосцепления (разрыв первого рода); непрерывная функция.

1.1.5. Емкостный элемент цепи и его характеристики

Емкостный элемент; пассивный ДП; *согласованная полярность C-элемента*; заряд C-элемента; электрическое поле; кулон-вольтная характеристика; фарада; *вольт-амперная характеристика C-элемента*; ток емкостного элемента; C-элемент в цепи постоянного тока; *энергетические характеристики C-элемента*; запасание энергии электрического поля конденсатора; непрерывность заряда и энергии C-элемента; *принцип непрерывности напряжения C-элемента*.

1.1.6. Геометрия цепей

Электрическая цепь; *схема цепи*; ветвь; двухполюсник; устранимый узел; узел; контур; ячейка; *последовательное соединение* и его основные свойства; параллельное соединение и его основные свойства; смешанное соединение; лестничное (цепное) соединение; соединение треугольником и звездой; мостовое соединение; путь; сечение; граф схемы; дерево и хорды графа (ветви связи); плоская (планарная) цепь; пространственная (непланарная) цепь; полный граф; ориентированный граф; число ветвей дерева (число хорд) и его связь с уравнениями ЗТК (ЗНК).

1.1.7. Законы Кирхгофа

Закон токов Кирхгофа (ЗТК) для узлов и сечений цепи; закон сохранения зарядов в цепи; главное следствие ЗТК; ЗТК в последовательном соединении; *число независимых уравнений ЗТК*; составление независимых уравнений ЗТК; дерево графа цепи; *закон напряжений Кирхгофа (ЗНК)*; закон сохранения энергии в цепи; главное следствие ЗНК; ЗНК в параллельном соединении; определение напряжения между узлами цепи; *число независимых уравнений ЗНК*; составление независимых уравнений ЗНК; хорды графа цепи; уравнения соединений в цепи.

1.1.8. Дуальность элементов и цепей

Дуальность; дуальность элементов; дуальность соединений; дуальность цепей; дуальность плоских (планарных) цепей; дуальность энергетических характеристик элементов; правила построения планарных дуальных цепей; разветвленные дуальные цепи; правило знаков при построении дуальной цепи; дуальность контура и узловой пары.

1.2. Анализ резистивных цепей

1.2.1. Эквивалентные преобразования структуры цепи

Эквивалентное преобразование; непреобразованная часть цепи; эквивалентная схема; простейшие эквивалентные преобразования; эквивалентное преобразование источников; элементарно непреобразуемый источник; эквивалентное преобразование соединений «треугольником» и «звездой»; теорема замещения; КЗ; ХХ.

1.2.2. Анализ резистивных цепей сложной структуры

Метод уравнений Кирхгофа (МУК); число независимых уравнений; неизвестные МУК; метод пропорциональных величин (МПВ); метод определяющих величин (МОВ); метод наложения (МН); метод узловых напряжений (МУН); метод узловых потенциалов; базисный узел; определение токов при использовании МУН; собственная и взаимная проводимости; узловой ток; вырожденные уравнения МУН; метод контурных токов (МКТ); контурные токи; определение токов ветвей в МКТ; собственное и взаимное сопротивления; контурное напряжение; вырожденные уравнения МКТ; преобразование элементарно непреобразуемых источников.

1.2.3. Теоремы об эквивалентных источниках

Метод эквивалентных источников (МЭИ); теорема Тевенена об эквивалентном источнике напряжения; эквивалентное (внутреннее) сопротивление источника; выходное сопротивление цепи; сопротивление нагрузки; метод эквивалентного источника напряжения (МЭИН); теорема Нортонна об эквивалентном источнике тока; метод эквивалентного источника тока (МЭИТ); связь между напряжением холостого хода нагрузки и током ее короткого замыкания; связь между напряжением и током эквивалентных источников.

1.2.4. Теорема взаимности

Проводимость передачи; сопротивление передачи; определение проводимости передачи на основании метода контурных токов; главный определитель; алгебраическое дополнение; минор; определение сопротивления передачи на основании метода узловых напряжений; принцип взаимности (обратимости, пассивности); теорема взаимности.



1.3. Анализ переходных процессов в линейных цепях во временной области при постоянных воздействиях

1.3.1. Дифференциальные уравнения и свойства линейности динамических цепей

Накопитель; *динамическая цепь*; дифференциальные, интегральные, интегрально-дифференциальные и алгебраические уравнения цепей; *воздействие*, входной сигнал; *реакция*, выходной сигнал; искомая переменная; начальные условия (НУ); три свойства линейности цепей; *принцип пропорциональности* (однородности); *принцип дифференцируемости* (стационарности), *принцип наложения* (суперпозиции, аддитивности); МН; МПВ; элементарные реакции.

1.3.2. Общая характеристика классического метода анализа переходных процессов во временной области

Коммутация; переключение в цепи; *идеальный ключ*; КЗ, ХХ, момент коммутации; *переходный процесс*; скачок; *дифференциальное уравнение* (ДУ) цепи; *воздействие*, *реакция*; *свободная составляющая* ДУ цепи; *вынужденная составляющая* ДУ цепи; однородное ДУ; неоднородное ДУ; *свободный процесс*; *свободный режим*; постоянные интегрирования; корни характеристического полинома (ХП), собственные частоты цепи; *устойчивость*; кратный корень ХП; затухание свободного процесса; математическая форма воздействия; вынужденный режим; *установившийся режим*; *законы коммутации*; принципы непрерывности; *независимые начальные условия*; зависимые НУ; *порядок цепи*; понижение порядка цепи.

1.3.3. Анализ переходных процессов в разветвленных цепях 1-го порядка

Свободная составляющая в цепи 1-го порядка; постоянная времени; *свободный режим*; эквивалентное сопротивление цепи в свободном режиме; накопитель; *расчет вынужденной составляющей при постоянных воздействиях*; КЗ; ХХ; теорема замещения; математическая форма воздействия; эквивалентная схема; *расчет независимых начальных условий*; *расчет зависимых начальных условий*; расчет зависимых НУ при нулевых независимых НУ; определение постоянных интегрирования в цепях 1-го порядка; характерные значения экспоненты и ее график; подкасательная к экспоненте; *график переходного процесса в цепях 1-го порядка при постоянных воздействиях*; практическое время затухания экспоненты.

1.3.4. Анализ переходных процессов в цепях высокого порядка по уравнениям состояния

Уравнения состояния (УС); уравнения в нормальной форме Коши; *переменные состояния* (ПС); матрицы реакций, переменных состояния, воздействий, коэффициентов; уравнения связи для расчета реакций при известных ПС; непрерывные переменные цепи; ВАХ накопителей; *составление уравнений состояния*

методом вспомогательных источников, *аналитическое решение уравнений состояния*; определение ХП по УС; запись свободной составляющей при различных видах корней ХП; единичная матрица; определение вынужденной (установившейся) составляющей по УС при постоянных воздействиях; расчет начальных значений производных по УС; расчет постоянных интегрирования в цепях высокого порядка; варианты записи свободной составляющей в случае комплексных корней ХП цепи.

1.3.5. Численный расчет переходных процессов

Численное решение уравнений состояния; шаг численного расчета; уравнения численного решения УС; явная, неявная и смешанная формы алгоритма Эйлера; билинейное преобразование при численном решении УС; формулы численного расчета по ВАХ накопителей; *дискретные резистивные схемы замещения накопителей при численном расчете переходных процессов*; достоинства численного расчета процессов по дискретным резистивным схемам замещения; методы расчета R-цепей.

1.3.6. Переходные процессы в последовательной RLC-цепи

Уравнения состояния последовательной RLC-цепи; ДУ последовательной RLC-цепи; корни ХП последовательной RLC-цепи; коэффициент затухания; резонансная частота; *незатухающий колебательный режим в LC-цепи*; потери в цепи; частота незатухающих колебаний; затухающий колебательный режим в последовательной RLC-цепи; апериодический режим в последовательной RLC-цепи; критический режим в последовательной RLC-цепи; собственные частоты цепи; критический случай апериодического режима; расчет вынужденной составляющей и НУ; переходные процессы в LC-цепи и их графики; схема удвоения напряжения; диод, КЗ, ХХ; *свободный режим в LC-контуре*; физическая трактовка процессов в LC-контуре; декремент затухания; логарифмический декремент затухания; постоянная времени; график затухающего колебательного процесса в последовательной RLC-цепи; график апериодического процесса в последовательной RLC-цепи; *график критического процесса в последовательной RLC-цепи*.

1.4. Применение обобщенных функций для анализа переходных процессов при воздействии сигналов произвольной формы

1.4.1. Единичная ступенчатая функция

Единичная ступенчатая функция (ЕСФ); смещенная ЕСФ; *применение ЕСФ*; разрыв 1-го рода, скачок функции; использование ЕСФ для описания коммутации и для записи односторонних и разрывных функций; фильтрующее свойство ЕСФ; предельный переход к ЕСФ; варианты последовательностей, формирующих ЕСФ.

1.4.2. Единичная импульсная функция (дельта-функция)

Единичная импульсная функция (ЕИФ), дельта-функция; площадь ЕИФ; смещенная ЕИФ; обобщенные функции; свойства ЕИФ; интеграл от ЕИФ; свойство выборки; последовательность, формирующая дельта-функцию; четность дельта-функции; применение ЕИФ; производная от разрывной функции; производная от скачка; особые случаи коммутации (ОСК); пример ОСК с C-элементом (L -элементом); нарушение закона коммутации (принципа непрерывности); сверхточки (сверхнапряжения) в идеализированных цепях; производная от непрерывной функции.

1.4.3. Переходная и импульсная характеристики цепи

Переходная характеристика (ПХ) цепи; размерность ПХ, ЕСФ, ЕИФ; расчет переходной характеристики во временной области; переходный процесс; условие физической осуществимости (реализуемости); фильтрующее свойство ЕСФ; основное свойство непрерывной функции; импульсная характеристика (ИХ) цепи; принципы пропорциональности и дифференцируемости; расчет импульсной характеристики цепи; размерность ИХ; связь ИХ и ПХ; причина появления дельта-функции в ИХ; свойство выборки дельта-функции.

1.4.4. Определение реакции при воздействии произвольной формы

Интеграл свертки; интеграл наложения, выраженный через ИХ цепи; трудности взятия интеграла свертки; расчетная формула интеграла свертки; интеграл Дюамеля; интеграл наложения, выраженный через ПХ цепи; трудности взятия интеграла Дюамеля; семейство стандартных действий в теории цепей (ТЦ); семейство стандартных реакций в ТЦ; функция единичного наклона и соответствующая ей характеристика цепи; производные от ЕИФ, дуплет, триплет; входные сигналы кусочно-линейной формы; расчет реакции на воздействие кусочно-линейной формы; метод двойного (двукратного) дифференцирования при описании сигналов кусочно-линейной формы; расчет реакции при разрывном воздействии.

1.5. Анализ линейных цепей при синусоидальных и экспоненциальных воздействиях

1.5.1. Основные понятия синусоидальных напряжений и токов

Периодические сигналы; гармонические сигналы; сигналы синусоидальной формы; синусная и косинусная формы записи; параметры сигналов: амплитуда, мгновенная фаза, начальная фаза, угловая частота, циклическая частота, период; параметры напряжения промышленной сети; разность фаз (фазный сдвиг) напряжения и тока пассивного ДП; характерные значения разности фаз; характерные точки графика синусоидального сигнала; разметка оси времени (оси фаз); действующее значение синусоидального сигнала; среднее значение; среднеквадратичное значение; энергетическая трактовка действующего значения; среднее

выпрямленное значение; эффективное значение; линейные операции с синусоидальными функциями; переходный процесс, свободная составляющая; вынужденный режим, *установившийся синусоидальный режим (УСР)*; искомые параметры сигналов в УСР.

1.5.2. Метод комплексных амплитуд

Установившийся синусоидальный режим; комплексная плоскость; параметры вектора в комплексной плоскости; мнимая единица; комплексное число; сопряженное комплексное число; оператор вращения; представление гармонических (синусоидальных) сигналов с помощью вращающихся векторов; *комплексные амплитуды*; комплексное (комплексное действующее) значение; знак соответствия (синусоиды и комплексной амплитуды); комплексная форма записи ЗТК, ЗНК и закона Ома; *комплексные сопротивления пассивных элементов в УСР*; амплитудные и фазовые соотношения между напряжением и током R --, L - и C -элементов в УСР, мнемоническое правило *ULICU* («улицу»); сопротивление накопителей на нулевой и бесконечной частотах (ХХ и КЗ); *комплексное сопротивление пассивного ДП в УСР*; закон Ома в «модулях»; модуль и фаза комплексного сопротивления и их трактовка (физический смысл); активная и реактивная составляющие, реактивный элемент, активное сопротивление; комплексная проводимость пассивного ДП; *метод комплексных амплитуд (МКА)*; основные достоинства МКА.

1.5.3. Анализ простых цепей в установившемся синусоидальном режиме

Основное достоинство МКА; аналогия с расчетом резистивных цепей; *комплексная схема замещения*; *векторная диаграмма* (ВД); расчет последовательной RLC -цепи в УСР; *векторная диаграмма последовательной RLC-цепи*; индуктивный (емкостный) характер цепи; простейший резонанс напряжений (ПРН); расчет параллельной RLC -цепи в УСР; *векторная диаграмма параллельной RLC-цепи*; простейший резонанс токов (ПРТ); расчет цепей сложной структуры в установившемся синусоидальном режиме; количественные и качественные ВД.

1.5.4. Мощность в установившемся синусоидальном режиме

Виды мощностей пассивного ДП в УСР; мощность (активная, средняя); полная (кажущаяся, располагаемая) мощность; реактивная мощность в УСР; размерность мощностей; мгновенная мощность; *мощность пассивных элементов в УСР*; *комплексная мощность пассивного ДП*; *баланс мощностей в цепи в УСР*; *баланс мощностей в пассивном ДП в УСР*; *коэффициент мощности*; ограничение угла фазного сдвига между током и напряжением пассивного ДП; ограничение активной составляющей комплексного сопротивления; технико-экономическое значение коэффициента мощности; *условие передачи максимума активной мощности нагрузке*; МЭИ; внутреннее (эквивалентное, выходное) сопротивление источника; КПД при передаче максимума мощности; согласование нагрузки по мощности.



1.5.5. Резонансные явления в электрических цепях.

Частотные характеристики

Резонанс в пассивном ДП (общая характеристика); многообразие признаков резонанса в пассивном ДП; *простейший резонанс напряжений* (ПРН); условия ПРН; *LC-участок* при ПРН; КЗ; *характеристики ПРН в последовательной RLC-цепи*; резонансная частота; характеристическое сопротивление; добротность; полоса пропускания; *простейший резонанс токов* (ПРТ); дуальность; условия ПРТ; *LC-участок* при ПРТ; ХХ; противофаза (компенсация) токов при ПРТ; *характеристики ПРТ в параллельной RLC-цепи*; *частотная характеристика* (обобщенная частотная характеристика) цепи; комплексная функция цепи; виды частотных характеристик (ЧХ); амплитудно-частотная характеристика (АЧХ); фазочастотная характеристика (ФЧХ); вещественная ЧХ; мнимая ЧХ; амплитудно-фазовая характеристика (АФХ); трактовка АЧХ и ФЧХ цепи; контроль ЧХ; частотные характеристики последовательной RLC-цепи; связь полосы пропускания с добротностью RLC-цепи; цели нормировки; масштабирование; *нормирование электрических цепей*; нормирование параметров и переменных цепи; связь нормировки по времени и частоте; *обобщенная (комплексная) частота*; частные случаи обобщенной частоты; обобщенное воздействие; применение МКА при расчете вынужденной составляющей при обобщенных воздействиях; граница применимости МКА.

1.6. Применение преобразования Лапласа для анализа переходных процессов в цепях

1.6.1. Связь формы сигналов с полюсами их изображений по Лапласу

Сигналы, «преобразуемые» по Лапласу; несобственный интеграл; регулярная функция; абсцисса абсолютной сходимости; знак соответствия; *преобразование Лапласа* (прямое и обратное); *теорема разложения*; расчет коэффициентов разложения дробно-рациональной функции на простейшие дроби; метод неопределенных коэффициентов; вычет, особые точки в теореме разложения; полюса функций; *свойства и теоремы преобразования Лапласа*; свойство линейности, теоремы интегрирования и дифференцирования, о начальном значении, подобия, сдвига и свертки преобразования Лапласа; изображение ЕИФ (дельта-функции); расширенное преобразование Лапласа; *таблица преобразования Лапласа*; связь полюсов изображения с формой оригинала; связь корней ХП с формой свободной составляющей решения; корректная форма записи оригинала.

1.6.2. Операторный метод расчета переходных процессов

Операторный метод (ОМ), расчет переходных процессов с использованием преобразования Лапласа; операторные уравнения и операторные схемы замещения (ОСЗ) элементов; *аналогия операторного метода и метода комплексных амплитуд* (МКА); расчет переходных процессов по ОСЗ, расчет по операторным

уравнениям; расчет особых случаев коммутации операторным методом; расширенное преобразование Лапласа; изображение дельта-функции.

1.6.3. Использование теоремы запаздывания для описания изображений импульсных сигналов

Теорема запаздывания преобразования Лапласа; периодические сигналы, изображение периодического сигнала; убывающая геометрическая прогрессия; изображение прямоугольного импульса; ЕСФ и ее изображение; изображение синусоидального импульса; сигналы кусочно-линейной формы, двукратное дифференцирование кусочно-линейной функции; изображение дельта-функции; теорема интегрирования оригинала; изображение сигнала кусочно-линейной формы.

1.6.4. Передаточная функция цепи и ее связь с дифференциальным уравнением, импульсной, переходной и частотными характеристиками цепи

Теорема свертки; воздействие, реакция, импульсная характеристика, нулевые начальные условия; передаточная функция ($\Pi\Phi$); свойства передаточной функции; связь $\Pi\Phi$ с ИХ и ПХ; связь $\Pi\Phi$ с ЧХ; связь $\Pi\Phi$ с ДУ; связь $\Pi\Phi$ с собственными частотами цепи (корнями ХП); функции цепи (входные и передаточные); расчет $\Pi\Phi$; независимость $\Pi\Phi$ от вида воздействия и реакции; МПВ; связь собственных частот цепи с ее входным сопротивлением; уравнения состояния; матричная передаточная функция; матрица ИХ; системная функция.

1.7. Анализ установившихся периодических режимов в цепи

1.7.1. Периодические сигналы и их спектры

Периодический сигнал; период; установившийся периодический режим (УПР); условия Дирихле; реальный периодический сигнал; ряд Фурье (РФ), гармоники РФ; основная (первая) гармоника РФ; сходимость РФ, синусно-косинусная форма РФ; нулевая гармоника РФ; постоянная составляющая, среднее значение РФ; косинусная форма РФ; свойства рядов Фурье симметричных сигналов; РФ четных и нечетных сигналов; РФ сигналов, симметричных при сдвиге на половину периода; РФ в комплексной форме; спектр периодического сигнала; дискретный спектр; линейчатый спектр; комплексная амплитуда; дискретный амплитудный и фазовый спектры; частоты гармоник РФ; спектр синусоидального сигнала; спектр постоянного сигнала; «первый импульс» периодического сигнала; расчет коэффициентов РФ с использованием преобразования Лапласа; отрицательные частоты гармоник РФ.

1.7.2. Мощность и действующие значения переменных в установившемся периодическом режиме

Пассивный двухполюсник в установившемся периодическом режиме; периодическое воздействие, свободная составляющая, переходный процесс; ряд Фурье;

мгновенная мощность; активная мощность в УПР; мощность, средняя мощность в УПР; отсутствие комбинационной мощности в УПР; мощность от отдельных гармоник в УПР; формула мощности в УПР; *действующее значение* периодического сигнала; среднеквадратичное значение; энергетическая трактовка действующего значения; действующее значение отдельной гармоники периодического сигнала, амплитудное значение.

1.7.3. Анализ установившихся периодических режимов в цепи

Расчет установившегося периодического режима с использованием рядов Фурье; МН; МКА; сходимость РФ; «отрезок» РФ; достоинства и недостатки расчета УПР с использованием РФ; ЧХ цепи; спектральный состав реакции в УПР; форма выходного сигнала в УПР; свойства входного и выходного сигналов в УПР; ЧХ дифференцирующих цепей; точный расчет установившегося периодического режима; РФ в «замкнутой форме»; особенности РФ реакции в дифференцирующих цепях; ХП, собственные частоты цепи; изображение периодического воздействия; ПФ цепи и ее полюса; свободная составляющая реакции при периодическом воздействии; математическая форма вынужденной составляющей реакции при периодическом воздействии; квазипериодический сигнал; расчет переходных процессов при периодическом воздействии; условный «первый импульс» переходного сигнала.

1.8. Спектральный метод анализа цепей

1.8.1. Апериодические сигналы и их спектры

Апериодический (непериодический) сигнал; РФ в комплексной форме; переход от периодического сигнала к апериодическому, от дискретного спектра к сплошному и от РФ к интегралу Фурье; спектр сигнала (изображение по Фурье) и его свойства; абсолютно интегрируемая функция; спектр дельта-функции; одностороннее преобразование Фурье как частный случай преобразования Лапласа; виды спектральных характеристик; четность спектральных характеристик; физическая трактовка спектров; спектральная плотность; начальное значение спектра; частотная характеристика как спектр ИХ; связь спектра одиночного импульса с дискретным спектром периодического сигнала аналогичной формы; достоинства спектрального метода анализа цепей; приближенный расчет переходных процессов спектральным методом; приближенная оценка выходного сигнала цепи спектральным методом.

1.8.2. Спектры некоторых абсолютно интегрируемых сигналов

Спектр прямоугольного импульса; амплитудный и фазовый спектры (АС и ФС); причины скачков фазового спектра на 180° ; огибающая амплитудного спектра; лепестки (нули) спектра; ширина спектра по различным критериям; спектр треугольного импульса; особенности амплитудного и фазового спектров; связь ширины



спектра с длительностью сигнала; *спектр экспоненциального импульса; спектр «меандра»; контроль спектра по его начальному значению.*

1.8.3. Ширина спектра и ее связь с длительностью и крутизной сигнала

Энергия сигнала; формула Рэлея; энергетический критерий ширины спектра; амплитудный критерий ширины спектра; критерий ширины спектра по значению его первого «лепестка»; сравнение критериев ширины спектра; спектр дельта-функции; ширина спектра и энергия ЕИФ; невозможность реализации ЕИФ; связь длительности сигнала с шириной его спектра; связь крутизны сигнала с шириной его спектра; связь полосы пропускания с длительностью переходных процессов в цепи; сходимость спектров апериодических и периодических сигналов.

1.8.4. Приближенные методы отыскания сигнала по спектру

Метод приближенного расчета сигнала по его амплитудному и фазовому спектрам, достоинства метода; связь одиночного импульса с дискретным спектром периодического сигнала аналогичной формы; гармоники РФ; формулы связи сигнала с его вещественным и мнимым спектрами; жесткая связь спектральных характеристик сигнала (и частотных характеристик цепи); свойства спектра сигнала, начинающегося при $t = 0$; тригонометрические формы обратного преобразования Фурье; формулы практического расчета сигнала по его вещественному (мнимому) спектру; кусочно-линейная аппроксимация спектральных характеристик; ошибки расчета при отбрасывании ВЧ-части спектра; невозможность реализации идеального ФНЧ; ЧХ как спектр ИХ цепи; обратное преобразование Фурье; условие физической осуществимости (реализуемости).

1.8.5. Спектральный метод анализа переходных процессов в цепях

Спектральный метод расчета переходных процессов в цепи; спектральный метод расчета ИХ цепи по ее ЧХ; приближенные методы расчета сигнала по спектру; расчет спектра реакции по спектру воздействия и ЧХ цепи; оценка реакции по значению АЧХ при $\omega = 0$; оценка реакции по значению АЧХ при $\omega \rightarrow \infty$; оценка формы реакции при сравнении спектра воздействия с ЧХ цепи; характеристики идеальных неискажающих, дифференцирующих и интегрирующих цепей; условие пропускания сигнала без искажения; оценка времени запаздывания по наклону ФЧХ; дифференцирующая RC-цепь и ее характеристики; понятие о частотных интервалах (ЧИ); интегрирующая RC-цепь и ее характеристики.

1.8.6. Спектры единичной ступенчатой функции и амплитудно-модулированных сигналов

Абсолютно интегрируемый сигнал; сигналы, не имеющие спектра; сигналы с особым спектром; спектр единичной ступенчатой функции; радиоимпульс; амплитудно-модулированный (АМ) сигнал; видеоимпульс;гибающая радиоимпульса;



несущая; изображение по Лапласу АМ-сигнала; теорема сдвига преобразования Лапласа; формула Эйлера; спектр амплитудно-модулированных сигналов; связь спектра видеоимпульса со спектром радиоимпульса; эффект переноса спектра.

1.9. Цепи с взаимной индукцией

1.9.1. Основные понятия и определения индуктивно связанных цепей

Магнитный поток (МП); *цепь с взаимной индукцией, индуктивно связанная цепь* (ИСЦ); электромагнитная индукция; потокосцепление; напряжение самоиндукции; потокосцепление взаимной индукции; *напряжение взаимной индукции; взаимная индуктивность; поток рассеяния; индуктивность рассеяния; комплексное сопротивление взаимной индуктивности; коэффициент связи индуктивно связанных (ИС) катушек; совершенная магнитная связь; согласное включение ИС-катушек; встречное включение; однополярные зажимы (выводы, узлы) ИС-катушек; напряжение на ИС-катушке; связь между индуктивностью, взаимной индуктивностью и индуктивностью рассеяния; индуктивно связанный элемент (ИСЭ); М-элемент.*

1.9.2. Расчет цепей с взаимной индукцией

Последовательное соединение ИС-катушек в установившемся синусоидальном режиме (УСР): ток при согласном и встречном включениях; эквивалентная индуктивность; параллельное соединение ИС-катушек в УСР; эквивалентное исключение индуктивной связи («развязка»); независимость «развязки» от вида включения ИС-катушек; эквивалентное исключение индуктивной связи; общий узел ИС-катушек при их «развязке»; особенности расчета разветвленных ИСЦ.

1.9.3. Трансформатор в линейном режиме

Назначение трансформатора; схема замещения трансформатора на НЧ; нагрузка трансформатора; первичная и вторичная обмотки трансформатора; уравнения трансформатора в УСР; входное сопротивление трансформатора; функции передачи трансформатора; вносимое сопротивление; идеальный трансформатор и его свойства; коэффициент трансформации; повышающий (понижающий) трансформатор; мощность идеального трансформатора; приближение реального трансформатора к идеальному в УСР; совершенный (силовой) трансформатор; ферромагнитный сердечник; сравнение ЧХ идеального и реального трансформаторов.

1.10. Трехфазные цепи

1.10.1. Основные понятия трехфазных цепей

Трехфазная цепь (ТФЦ); симметричный трехфазный (ТФ) источник; прямой порядок следования фаз; обратный порядок следования фаз; фазные и линейные напряжения в ТФЦ; связь между ними у симметричного ТФ-источника;

ТФЦ при соединении «звездой» (основные понятия); линейные и фазные токи, их направления, ток нулевого провода; нулевой (узловой) провод ТФЦ и его назначение; *ТФЦ при соединении нагрузки «треугольником»* (основные понятия); правила построения ВД ТФЦ.

1.10.2. Расчет трехфазных цепей

УСР; симметричный ТФ-источник; расчет ТФЦ при соединении «звездой»; МУН, базисный узел при расчете ТФЦ; нулевой провод в ТФЦ; несимметричная нагрузка в ТФЦ; независимый режим работы фаз нагрузки; трехпроводная схема ТФЦ; расчет ТФЦ при соединении нагрузки «треугольником» по заданным линейным напряжениям.

1.11. Четырехполюсники и активные цепи

1.11.1. Основные уравнения четырехполюсников

Четырехполюсник (ЧП) и его уравнения; выводы, полюса, вход и выход ЧП; направления токов ЧП; матричная форма записи уравнений ЧП; определение параметров ЧП; условия обратимости (пассивности) ЧП; условия симметрии ЧП; пересчет параметров ЧП; эквивалентные Т- и П-образные схемы замещения пассивных ЧП; трехполюсник (ТП).

1.11.2. Входные и передаточные функции нагруженного четырехполюсника

Уравнение нагрузки ЧП; уравнения ЧП; принципы расчета входных и передаточных функций нагруженного ЧП; входное сопротивление нагруженного ЧП; передаточные функции нагруженного ЧП; ПФ ЧП в режиме КЗ нагрузки (в режиме ХХ нагрузки).

1.11.3. Соединения четырехполюсников

Виды соединений ЧП; регулярность соединения ЧП; последовательное соединение ЧП; параллельное соединение ЧП; каскадное соединение ЧП; матрицы простейших каскадов в соединениях ЧП; изменение параметров ЧП при смене мест каскадов; последовательно-параллельное соединение ЧП; параллельно-последовательное соединение ЧП.

1.11.4. Цепи с зависимыми источниками и необратимыми четырехполюсниками

Принцип взаимности (обратимости); необратимый ЧП; признаки необратимости ЧП; зависимый источник (ЗИ); типы ЗИ; свойства ЗИ; активный элемент; активная цепь; расчет цепей с ЗИ; схемы замещения необратимых ЧП; схемы замещения обратимых ЧП и ИСЭ; расчет цепей с необратимыми и обратимыми ЧП, замещенными схемами с ЗИ; матрица индуктивностей; матрица обратных индуктивностей; совершенная магнитная связь.



1.11.5. Цепи с операционными усилителями

Операционный усилитель (ОУ); зависимый источник; ИНУН; основное уравнение ОУ; свойства ОУ; коэффициент усиления ОУ; идеальный ОУ; эквивалентность входов идеального ОУ; расчет цепей с ОУ; решающая схема на ОУ; формула решающей схемы; инверсия знака; реализация линейных математических операций; проводимость обратной связи; задачи преобразования сопротивлений; преобразование сопротивлений схемой на ОУ; реализация отрицательного сопротивления и характеристик идеального L -элемента без использования катушки индуктивности.

1.12. Основы теории фильтров

1.12.1. Частотные характеристики реактивных двухполюсников

ЧХ; реактивный ДП (LC -ДП); УСР; резонансы напряжений и токов в LC -ДП; расчет резонансных частот LC -ДП; нули и полюса дробно-рациональной функции; собственные частоты; свойства ЧХ LC -ДП; ДП лестничной структуры; МЧХ; нарастающие функции и их свойства; чередование резонансных частот; ФЧХ LC -ДП; «поведение» LC -ДП на нулевой и бесконечной частотах.

1.12.2. Симметричный четырехполюсник в согласованном режиме

Характеристическое сопротивление симметричного ЧП; режим согласованной нагрузки; уравнения ЧП; расчет характеристического сопротивления по a -параметрам; передаточные функции симметричного ЧП в согласованном режиме; расчет ПФ по a -параметрам; первичные и вторичные (характеристические) параметры ЧП; коэффициенты затухания и фазы; характеристическая мера передачи; частотные характеристики симметричного ЧП в согласованном режиме; неперы и децибелы; УСР; АЧХ и ФЧХ симметричного ЧП; невозможность реализации согласованного режима на любой частоте; гиперболическая форма уравнений симметричного ЧП; гиперболические функции; использование сопротивлений ХХ и КЗ симметричного ЧП для расчета его характеристического сопротивления и ПФ в режиме согласованной нагрузки.

1.12.3. Расчет классических симметричных реактивных фильтров по характеристическим параметрам

Фильтр; ЧП; полоса пропускания (ПП) – неискажения, прозрачности; полоса задерживания (ПЗ); частота среза; идеальный фильтр; коэффициент затухания; дробно-рациональная функция; невозможность реализации идеального фильтра; классический фильтр; симметричный LC -ДП; АЧХ; классификация фильтров; ФНЧ, ФВЧ, ППФ, ПЗФ; продольное и поперечное плечи симметричных фильтров Т- и П-структур; ПРН, ПРТ; трактовка работы фильтра на характеристиках частотах; достаточные условия работы классических фильтров в ПП; согласованная

нагрузка; «разнореактивность» сопротивлений ХХ и КЗ фильтра в ПП; *фильтр типа k*; ФНЧ типа k ; невозможность согласования фильтра типа k на любой частоте; достоинства и недостатки фильтров типа k ; проектирование ФНЧ типа k .

1.12.4. Расчет фильтров методом преобразования частоты

ФНЧ-прототип; метод преобразования частоты (МПЧ); сравнение характеристик проектируемого фильтра и ФНЧ; частота среза; *проектирование ФВЧ по ФНЧ-прототипу*; *проектирование ППФ по ФНЧ-прототипу*; *проектирование ПЗФ по ФНЧ-прототипу*; продольное и поперечное плечи фильтра; классификация фильтров; учет различия сопротивлений нагрузки при проектировании фильтров МПЧ.

1.12.5. Фильтры Баттервортса

Недостатки *классических фильтров*, невозможность согласования на любой частоте; современная теория фильтров; реализация заданной ПФ при постоянной нагрузке; *идеальный фильтр* и задача аппроксимации его АЧХ; *полиномиальные фильтры*, их ПФ и АЧХ, простота реализации; монотонная (максимально плоская, баттервортовская) и равномерная (колебательная, чебышевская) аппроксимации АЧХ; полоса пропускания, частота среза, неравномерность и критерий 0,707 от максимума АЧХ; *фильтры Баттервортса*; АЧХ и нормирование фильтров Баттервортса; полиномы Баттервортса; множество решений задачи реализации фильтров; проектирование фильтров Баттервортса; затухание АЧХ в полосе задерживания; трехкратный нуль ПФ на бесконечной частоте; денормировка; МПЧ при расчете фильтров.



1.12.6. Фильтры Чебышева

Полиномиальные фильтры; равномерная (колебательная, чебышевская) аппроксимация АЧХ *идеальных фильтров* в полосе пропускания; *фильтры Чебышева*; АЧХ фильтров Чебышева; полиномы Чебышева; гиперболические функции; особенности описания АЧХ в ПП; неравномерность АЧХ в ПП; ряд Тейлора, приближенные операции с малыми; полиномы Чебышева на границе ПП; затухание фильтров Чебышева в полосе задерживания; достоинства фильтров Чебышева и их сравнение с *фильтрами Баттервортса*; проектирование фильтров Чебышева, денормировка параметров; использование *метода преобразования частоты*.

1.13. Начала синтеза цепей

1.13.1. Синтез реактивных двухполюсников

Входное сопротивление реактивных ДП; *основное свойство LC-ДП*; нули и полюса дробно-рациональной функции, кратные и простые корни; чередование резонансных частот; *условие реализуемости входного сопротивления реактивным двухполюсником*; теорема разложения изображения по Лапласу на простые дроби; положительность коэффициентов разложения $Z_{LC}(s)$ на простые дроби; *реа-*

лизация LC -ДП по Фостеру (разложением на простые дроби); множество вариантов реализации LC -ДП; реализация лестничных LC -ДП по Кауэру («непрерывное» выделение полюсов Z_{LC} и Y_{LC} в «0» или в « ∞ »); расположение нулей и полюсов Z_{LC} на мнимой оси; частичное (неполное) выделение полюсов при реализации Z_{LC} ; обращение остатка при реализации Z_{LC} .

1.13.2. Синтез RC -двуухполюсников

Соответствие сопротивлений RC - и LC -двуухполюсников; ДП одинаковой структуры; операторные сопротивления; основное свойство $Z_{RC}(s)$; дробно-рациональная функция, ее нули и полюса; обобщенная частота; отрицательные значения и чередование нулей и полюсов $Z_{RC}(s)$, их расположение на комплексной плоскости; условие реализуемости RC -ДП; реализация RC -двуухполюсников.

1.13.3. Использование цепей с операционными усилителями для реализации передаточных функций

Формула «решающей схемы» на ОУ с одним входом; ПФ каскада решающих схем на ОУ; реализация на ОУ ПФ с отрицательными нулями и полюсами; формула «решающей схемы» на ОУ с несколькими входами; изображение по Лапласу уравнений состояния; эквивалентные формы записи связи реакции с воздействием; переход от уравнений состояния к ПФ; переход от ПФ к уравнениям состояния; реализация на ОУ произвольных ПФ.

1.14. Цепи с распределенными параметрами

1.14.1. Дифференциальные уравнения однородной линии

Цепь с сосредоточенными параметрами; цепь с распределенными параметрами; длинная линия (ДЛ); схема замещения электротехнического устройства цепью с сосредоточенными параметрами; схема замещения бесконечно малого элемента ДЛ; Т- и П-образные симметричные схемы замещения элемента ДЛ; пренебрежение малыми высших порядков; вход и выход, длина и нагрузка ДЛ; первичные параметры ДЛ (их размерность); однородная ДЛ; примеры ДЛ; приращение переменных в элементе ДЛ; телеграфные уравнения однородной ДЛ; симметрия и дуальность уравнений ДЛ в частных производных, зависимость от времени и координаты.

1.14.2. Решение уравнений линии и ее характеристические параметры

Преобразование Лапласа; операторные уравнения ДЛ; коэффициент распространения; волновое сопротивление; телеграфные уравнения однородной линии; вторичные параметры ДЛ; решение уравнений ДЛ; однородное дифференциальное уравнение; свободная и вынужденная составляющие решения; отсчет координат в ДЛ; падающая и отраженная волны в ДЛ; отношение волн напряжения и тока в ДЛ; коэффициент отражения; ХХ и КЗ нагрузки в ДЛ.



1.14.3. Линия как симметричный четырехполюсник

Формулы Эйлера для гиперболических функций; *гиперболическая форма уравнений ДЛ*; ДЛ как симметричный ЧП; характеристическое сопротивление как волновое сопротивление ДЛ; коэффициент распространения как погонная мера передачи ДЛ; *согласованная нагрузка ДЛ*; *определение вторичных параметров ДЛ по сопротивлениям ее ХХ и КЗ*; линия без отражения (ЛБО); условия согласования ЛБО; дробно-рациональная функция; частотные характеристики ЛБО;искажение сигналов в ЛБО; погонный коэффициент затухания ДЛ; погонный коэффициент фазы; линия без искажения (ЛБИ); частотные характеристики и передаточные функции ЛБИ; время запаздывания сигналов, проходящих по ЛБИ; скорость волны в ЛБИ; соотношение между первичными параметрами в реальной ДЛ.

1.14.4. Линия без потерь

Линия без потерь (ЛБП); волновое сопротивление; коэффициент распространения; ПФ и ЧХ в согласованном режиме; скорость прохождения сигналов к ЛБП; приближение реальной линии к ЛБП; *трактовка падающей и отраженной волн в ЛБП*; коэффициент отражения от источника; запаздывание проходящих сигналов в ЛБП; *переходные процессы в ЛБП*; выходное (эквивалентное, внутреннее) сопротивление источника; подключение ЛБП к ИПН при несогласованной нагрузке; трактовка переходных процессов в ЛБП.

1.14.5. Линия в установленвшемся синусоидальном режиме

Уравнения процессов в ДЛ в УСР; коэффициент распространения; погонные коэффициенты затухания и фазы; описание процессов во временной области; длина волны как период по координате; *фазовая скорость волны*; погонный коэффициент фазы как нелинейная функция частоты; искажающее действие ДЛ в согласованном режиме; условие неискаженного прохождения сигналов в ДЛ; время запаздывания проходящих по ДЛ сигналов; *длина волны в ДЛ*; связь между длиной волны и фазовой скоростью; *стоячие волны в ЛБП*; отсутствие затухания волн в ЛБП; условие полной компенсации волн в ЛБП; расстояние между узлами и пучностями стоячих волн; коэффициент отражения в режиме стоячих волн; четвертьволновой отрезок ЛБП при КЗ нагрузки.

1.15. Основы теории дискретных сигналов и цепей

1.15.1. Дискретные сигналы и теорема дискретизации

Аналоговый сигнал; *дискретный сигнал*; период дискретизации; свойство выборки дельта-функции; *идеализация дискретных сигналов*; периодическая последовательность дельта-функций; *теорема Котельникова* (Найквиста, Шеннона) – теорема дискретизации; *спектр дискретного сигнала* (периодический спектр); *фильтр Котельникова*; ФНЧ; восстановление непрерывного сигнала на выходе фильтра Котельникова; *некорректные моменты теоремы Котельникова*; особенности

спектра реальных аналоговых сигналов; критерии ширины спектра; частота дискретизации; неустранимые ошибки дискретной техники.

1.15.2. Основные понятия дискретных линейных цепей

Дискретная последовательность (решетчатая функция); дискретный сигнал; цифровая последовательность; квантование по времени и по уровню; *дискретная цепь* (ДЦ); дискретный фильтр; *линейная дискретная цепь*; элементы суммирования, масштабирования, сдвига (задержки); *предначальные условия* (ПНУ); *разностное уравнение* (РУ); порядок ДЦ; численное решение дифференциальных уравнений; численное решение уравнений состояния; шаг численного расчета; период дискретизации; приведенная форма РУ; *схема дискретной цепи*.

1.15.3. Анализ дискретных цепей во временной области

Численное решение разностных уравнений (РУ); предначальные условия; дискретные последовательности (решетчатые функции); решение уравнений ДЦ «в замкнутой форме»; *аналитическое решение разностных уравнений* ДЦ; *свободная составляющая решения РУ* ДЦ; условие устойчивости ДЦ; *вынужденная составляющая решения РУ* ДЦ; неоднородные РУ; математическая форма воздействия; *переходная характеристика* ДЦ; единичная ступенчатая последовательность; *импульсная характеристика* ДЦ; дискретная дельта-функция; связь ИХ ДЦ с ПХ; принципы наложения и пропорциональности в теории ДЦ; *дискретная свертка* ИХ с дискретным воздействием; аналогия анализа аналоговых и дискретных цепей в t -области.

1.15.4. Применение z -преобразования для анализа процессов в дискретных цепях

Представление дискретного сигнала суммой дельта-функций; преобразование Лапласа; изображение дельта-функции; дискретное преобразование Лапласа; *формула прямого z -преобразования*; свойства z -преобразования; *теоремы z -преобразования*; теоремы дифференцирования, запаздывания, свертки, о начальном значении; *таблица z -преобразования*; z -преобразование дискретной дельта-функции, единичной ступенчатой последовательности (дискретной ЕСФ), линейно-нарастающей последовательности, степенной последовательности; *численный расчет дискретной последовательности* по ее z -преобразованию и по схеме ДЦ; *теорема разложения при обратном z -преобразовании*; запись теоремы разложения в случае кратных и комплексных полюсов z -преобразования; *передаточная функция дискретной цепи*; импульсная и переходная характеристики ДЦ; свойства ПФ ДЦ; связь ПФ с разностным уравнением ДЦ.

1.15.5. Определение параметров дискретной цепи по прототипу-аналогу

Аналоговые и дискретные сигналы и цепи; *алгоритмы численного решения уравнений состояния*; явная, неявная и смешанная формы алгоритма Эйлера; билинейное преобразование; *шаг численного интегрирования*; интервал (период)

дискретизации; теорема Котельникова; *формулы перехода к дискретной цепи от аналоговой* на базе уравнений состояния; определение ПФ ДЦ по аналоговому прототипу; *метод инвариантности (полного соответствия) переходных характеристик* при переходе от аналоговой цепи к дискретной.

1.16. Нелинейные цепи

1.16.1. Общая характеристика нелинейных элементов и цепей

Линейная цепь; зависимость параметров от интенсивности электромагнитных процессов; *нелинейный элемент* (НЭ); *нелинейная цепь* (НЦ); *статические параметры* НЭ; *дифференциальные параметры* НЭ; ВАХ элемента; *рабочая точка*; *классификация нелинейных элементов и цепей*; резистивные и динамические НЦ; применение МЭИ при анализе нелинейных цепей; пассивные и активные НЭ; НЭ с неуправляемой и управляемой ВАХ; НЭ с положительными дифференциальными параметрами и НЭ с падающими участками характеристик; однозначная и неоднозначная характеристики НЭ; гистерезис; нелинейные ДП и ЧП; НЭ с симметричными и несимметричными характеристиками; *общие свойства нелинейных цепей*; уравнения соединений (ЗТК и ЗНК) НЦ; справедливость принципов непрерывности в НЦ; несправедливость принципов линейности (пропорциональности, дифференцируемости, наложения); возможность преобразования спектра периодических сигналов в НЦ; общая характеристика НЦ.

1.16.2. Анализ нелинейных резистивных цепей

Графический расчет R-НЦ; достоинства и недостатки; результирующая ВАХ R-НЦ; последовательное и параллельное соединения R-НЦ; определение РТ R-НЦ; *использование МЭИ при расчете НЦ*; аппроксимация ВАХ R-НЭ полиномом (степенным многочленом); метод трех точек при аппроксимации ВАХ НЭ полиномом; *формула Лагранжа* при полиномиальной аппроксимации; *аналитический расчет R-НЦ при полиномиальной аппроксимации ВАХ R-НЭ*; нелинейное функциональное уравнение (НФУ); итерационное решение НФУ; *метод Ньютона – Рафсона при итерационном решении НФУ*; метод последовательных приближений; нулевое приближение; графическое решение НФУ; *аналитический расчет R-НЦ методом кусочно-линейных схем*; эквивалентная схема НЭ при кусочно-линейной аппроксимации его ВАХ.

1.16.3. Нелинейные резистивные цепи с диодами

Вентильный эффект; характеристики открытого и закрытого (запертого) диода; идеализация диодных характеристик; *идеальный диод* (К3, ХХ); прямое и обратное включения идеального диода (ИД); ВАХ идеального диода; нарастающая кусочно-линейная ВАХ; *типы кусочно-линейных диодных моделей*; результирующая ВАХ; ВАХ ИН, ИТ, линейного R-элемента и ИД; представление нарастающих ВАХ кусочно-линейными диодными моделями.

1.16.4. Анализ динамических нелинейных цепей

Особенности расчета переходных процессов в НЦ; динамическая НЦ; *уравнения состояния НЦ* и их решение; численное решение уравнений состояния НЦ; аналогия численного решения уравнений состояния нелинейных и линейных цепей; *расчет переходных процессов в НЦ методом кусочно-линейной аппроксимации*; метод припасовывания; эквивалентная кусочно-линейная схема замещения динамической НЦ; начальные и граничные условия при расчете переходных процессов в НЦ методом припасовывания; использование линейных методов расчета при анализе динамических НЦ; особенности УПР в динамических НЦ; *метод гармонического баланса* (МГБ) при расчете УПР в НЦ; аппроксимация характеристик НЭ нечетным полиномом; гармонический баланс; баланс на основной гармонике УПР; тригонометрические уравнения; МКА; решение НФУ.

1.17. Начала синтеза пассивных четырехполюсников

1.17.1. Нормирование передаточных функций четырехполюсников

Передаточная функция ЧП; *лестничная структура ЧП*; продольное сопротивление; поперечная проводимость; уравнения ЧП; уравнение нагрузки; равенство нормированных ПФ по току и сопротивлению передачи, ПФ по напряжению и проводимости передачи; *нормированная нагрузка ЧП*; *нормированные передаточные функции ЧП*; *передаточные функции ЧП в режимах его КЗ или ХХ; реализуемые параметры ЧП*.

1.17.2. Основные свойства реактивных четырехполюсников лестничной структуры

Свойство 1 LC-ЧП о нулях и полюсах Z_{22} и Y_{22} ; *свойство 2 LC-ЧП* о полюсах Z_{22} и Z_{12} (Y_{22} и Y_{12}); *общая процедура синтеза ЧП лестничной структуры*; *частные полюса* Z_{22} и Y_{22} ; *свойство 3 LC-ЧП* о частных полюсах Z_{22} и Y_{22} ; *свойство 4 ЧП* о нулях ПФ ЧП; *свойство 5 LC-ЧП* о формировании нулей ПФ *LC-ЧП*; *свойство 6 ЧП* лестничной структуры об отсутствии нуля ПФ при частичном выделении полюса; *условие Фиалкова* (*свойство 7 ЧП*) об ограничении коэффициентов ПФ ЧП; *свидетельство правильного окончания синтеза ЧП* (*свойство 8 ЧП*); реализация нулей I, II и III категорий (в ПФ ЧП).

1.17.3. Условия реализуемости и определение параметров реактивного четырехполюсника по передаточной функции

Передаточная функция ЧП в режимах его КЗ или ХХ; *общая проверка на реализуемость ПФ LC-ЧП* в режимах его КЗ или ХХ; *условие Фиалкова*; мнимость нулей и полюсов ПФ; *определение параметров синтезируемого ЧП по ПФ LC-ЧП* в режимах его КЗ или ХХ; проверка на основное свойство $Z_{LC}(s)$; нормированные ПФ ЧП; общая проверка на реализуемость ПФ *LC-ЧП* при нормированной

нагрузке; определение параметров синтезируемого ЧП по ПФ *LC*-ЧП при нормированной нагрузке.

1.17.4. Реализация реактивных четырехполюсников лестничной структуры

*Задачи расчета цепей; реализуемые параметры ЧП; реализация нулей ПФ как полюсов обращенных остатков; нули ПФ как полюса продольных сопротивлений и поперечных проводимостей ЧП лестничной структуры; возможность получения требуемого нуля остатка при частичном выделении полюса; метод «проб и ошибок» при реализации нуля 3-й категории; последовательность действий при реализации нуля 3-й категории в ПФ ЧП; общая последовательность синтеза *LC*-ЧП лестничной структуры.*

1.17.5. Синтез резистивно-емкостных четырехполюсников

*Свойства резистивно-емкостных ЧП; аналогия свойств *LC*- и *RC*-ЧП; свойство 9 *RC*-ЧП о полюсах ПФ; условия реализуемости ПФ *RC*-ЧП; определение параметров *RC*-ЧП по его ПФ в режимах К3 или ХХ; определение параметров *RC*-ЧП по его ПФ, заданной при нормированной нагрузке; «правый и левый» полиномы знаменателя ПФ *RC*-ЧП; последовательность реализации *RC*-ЧП.*

1.18. Связанные контуры с большой добротностью

1.18.1. Общая характеристика связанных контуров

Связанные контуры (СК); элемент связи; трансформаторная, индуктивная и емкостная связь в СК; коэффициент связи в СК; дуальные цепи; достоинства СК; частотно-избирательные устройства (ППФ, ПЗФ); первичные параметры СК; входное сопротивление связанных контуров; вносимое сопротивление; передаточные функции связанных контуров; аналогия формул СК и трансформатора.

1.18.2. Резонанс в связанных контурах

Условия резонанса в УСР; настройка связанных контуров в резонансе; частный резонанс в СК; первый и второй частотные резонансы; индивидуальный резонанс в СК; сложный резонанс в СК; итерационная настройка сложного резонанса в СК; оптимум сопротивления связи при сложном резонансе в СК; максимум максимума токов при резонансе в СК; полный резонанс в СК; оптимальное сопротивление связи при полном резонансе в СК; коэффициент связи при настройке полного резонанса в СК; простота реализации полного резонанса; условие передачи максимума мощности в нагрузку в СК.

1.18.3. Частотные характеристики связанных контуров

СК как цепь 4-го порядка; допущения анализа связанных контуров (одинаковые контуры, малые абсолютные расстройки в окрестности резонансной частоты); относительная расстройка в СК; обобщенная расстройка в СК; фактор связи

в СК; расчет резонансных частот в СК; *степень связи в СК*; слабая связь в СК (индивидуальный резонанс); сильная связь в СК (сложный резонанс); критическая связь в СК (полный резонанс); *амплитудно-частотная характеристика СК* при слабой, критической и сильной степени связи; экстремальные точки АЧХ; сравнение АЧХ связанных контуров и одиночного контура; идеальный фильтр; избирательность; двугорбая и одногорбая АЧХ в СК.

1.18.4. Проектирование связанных контуров

Полоса пропускания связанных контуров; определение ПП СК при критической и сильной связи; *пределенный фактор связи*; семейство нормированных АЧХ СК; *коэффициент прямоугольности*; избирательность СК; идеальный фильтр; проектирование связанных контуров по заданному *коэффициенту прямоугольности*; каскадное соединение СК.

1.19. Основы машинно-ориентированных методов расчета цепей

1.19.1. Структурная матрица

Полная информация о структуре цепи; *ориентированный граф*; устранимый узел; согласованная полярность; полная *структурная матрица* (матрица соединений, инциденций); ЗТК в матричной форме; свойства структурной матрицы; независимая структурная матрица; базисный узел; дуальность; *узловая матрица*; транспонированная матрица; *связь узловой и структурной матриц*.

1.19.2. Упорядоченные матричные уравнения цепи

Особенности ввода информации о структуре цепи в ЦВМ; ориентированный граф R -цепей; дерево графа с ИН; хорды с ИТ; *жесткая нумерация упорядоченного графа*; сечение; *главное сечение (ГС)*; нумерация ГС; направление выхода из ГС; *матричная форма уравнений ГС*; подматрицы уравнений ГС; единичная матрица; фундаментальная матрица; матрица токов ветвей дерева; матрица токов хорд; *главный контур (ГК)*; нумерация ГК; направление ГК; *матричная форма уравнений ГК*; подматрицы уравнений ГК; *связь фундаментальных матриц уравнений ГС и ГК*; *матричная форма уравнений закона Ома*; диагональная матрица; минимальная информация, вводимая в ЦВМ; *независимость упорядоченных матричных уравнений цепи*; *неизвестные в упорядоченных матричных уравнениях цепи*.

1.19.3. Алгоритмы решения машинных уравнений цепей

Ориентированный граф; обобщенный элемент ветви дерева; узловая матрица; структурная матрица; МУН; уравнения токов обобщенных элементов; уравнения напряжений ветвей с использованием структурной матрицы; расчет узловых напряжений с использованием структурной матрицы.

1.20. Основы теории чувствительности цепей к изменению параметров

1.20.1. Теорема компенсации

Чувствительность цепи к изменению параметров; причины отклонения параметров цепи от номинальных; *теорема компенсации (ТК)*; *присоединенная цепь (модель чувствительности)*; *компенсационный источник*; *дуальная теорема компенсации*; эквивалентность расчета чувствительности по дуальным ПЦ; динамические цепи; *ПЦ (в ТК) при изменении индуктивности (емкости)*; «паразитный» элемент; порядок цепи.

1.20.2. Расчет функций абсолютной чувствительности на основе теоремы компенсации



Абсолютное и относительное изменение реакций; *функция абсолютной чувствительности (ФАЧ)*; приближенная оценка изменения реакции по ФАЧ; ряд Тейлора; *ограничение теории чувствительности, базирующейся на ФАЧ*; принцип пропорциональности; *ПЦ для расчета ФАЧ по ТК*; *функция относительной чувствительности*; получение ПЦ для расчета ФАЧ дифференцированием законов Кирхгофа и Ома; дуальная ПЦ для расчета ФАЧ по ТК; *связь между ФАЧ к изменению сопротивления и проводимости*; динамическая цепь; *ПЦ для расчета ФАЧ к изменению индуктивности (емкости)*.

1.20.3. Вычисление функций абсолютной чувствительности на основании теоремы Теледжена

Баланс мощностей в цепи; *теорема Теледжена (ТТ)*; *присоединенная цепь (модель чувствительности)*; ФАЧ; ФАЧ единственной реакции к изменению всех параметров цепи; ориентированный граф; *уравнение чувствительности*; теорема компенсации; *ПЦ для расчета ФАЧ выходного напряжения по ТТ*; *формула для расчета ФАЧ выходного тока по ТТ*; использование формулы связи между ФАЧ к изменениям сопротивления и проводимости.

1.21. Релейные автоколебательные цепи

1.21.1. Общая характеристика автоколебательных релейных цепей



Нелинейная цепь; *релейный элемент (РЭ)*; управляемый (зависимый) источник; виды характеристик РЭ; гистерезис; зона нечувствительности; *порог срабатывания РЭ*; симметричные и несимметричные характеристики РЭ; *релейная цепь (РЦ)*; *автоколебания (АК)*; *особенности автоколебаний в релейных цепях*; простейшие симметричные АК; АК сложной формы; *общая характеристика расчета АК в цепи с РЭ*; структурная схема автоколебательной РЦ; линейная часть (ЛЧ); ПФ с инверсией знака и непрерывной переходной характеристикой ЛЧ.

1.21.2. Анализ процессов в простых автоколебательных релейных цепях

Задачи расчета АК; особенности АК в РЦ; линейная часть (ЛЧ) в РЦ; общая характеристика расчета АК; допущения расчета АК в простых РЦ; начало отсчета времени; симметрическая форма АК; РЭ с гистерезисом; отсутствие переключений внутри полупериода АК; методика расчета в замкнутой форме; точный расчет простейших симметрических АК в РЦ; определение свободной составляющей по полюсам ПФ; математическая форма вынужденной составляющей; нелинейное функциональное уравнение для расчета полупериода АК; порог срабатывания РЭ с гистерезисной и идеальной характеристиками.

1.22. Магнитные цепи при постоянных магнитных потоках

1.22.1. Магнитные цепи и ферромагнитные материалы

Магнитная цепь (МЦ); магнитный поток (МП); ферромагнитные материалы; магнитная проницаемость; постоянный магнит; воздушный зазор; однородная МЦ; классификация МЦ; неразветвленная МЦ; основные законы МЦ; МП и вектор магнитной индукции; циркуляция вектора напряженности магнитного поля; магнитодвижущая сила (МДС); вебер; тесла; правило правого винта; характеристики намагничивания ферромагнитных материалов; петля гистерезиса; коэрцитивная сила; остаточная индукция; магнитотвердые и магнитомягкие материалы; основная кривая намагничивания (ОКН); физическая трактовка характеристики намагничивания; домены и самопроизвольное намагничивание; «насыщение» характеристики намагничивания.

1.22.2. Основные принципы расчета магнитных цепей

Основные допущения расчета магнитных цепей; скалярное произведение векторов; расчет магнитного потока через поперечное сечение магнитной цепи; замена циркуляции вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру суммой магнитных напряжений; МДС; использование основной кривой намагничивания; пренебрежение МП вне МЦ; допущения расчета МЦ в воздушных зазорах; особенности расчета МЦ с магнитотвердыми материалами (магнитами); аналоги законов Кирхгофа и Ома при расчете МЦ; аналог ЗТК при расчете МП в разветвлении МЦ; аналог ЗНК для магнитных напряжений и МДС контура МЦ; нелинейность характеристик МЦ и линейность магнитного сопротивления воздушного зазора.

1.22.3. Расчет простых магнитных цепей

Прямая задача расчета неразветвленной МЦ; расчет МДС по заданному магнитному потоку и параметрам магнитной цепи; аналогия прямой задачи расчета МЦ обратной задаче расчета ЭЦ и МПВ; обратная задача расчета неразветвленной МЦ; воздушный зазор; магнитное напряжение и сопротивление; аналогия обратной задачи расчета МЦ прямой задаче расчета ЭЦ; расчет МП по заданной МДС

и параметрам МЦ; графический метод решения задачи; основная кривая намагничивания и ее пересчет; определение зависимости магнитного напряжения от МП для участка МЦ и построение результирующей характеристики; рабочая точка; подобие расчета МЦ расчету R -НЦ; аналоги законов Кирхгофа при расчете МЦ.

1.22.4. Расчет простой магнитной цепи с постоянным магнитом

Постоянный магнит; магнитный поток; магнитотвердые материалы с широкой петлей гистерезиса; кривая размагничивания; пересчет характеристик намагничивания ферромагнитных материалов; воздушный зазор; основные законы МЦ; непрерывность и замкнутость линий вектора магнитной индукции; совпадение направлений векторов магнитной индукции и напряженности магнитного поля в воздушном зазоре; линейность магнитного сопротивления воздушного зазора; магнитное напряжение; определение рабочей точки МЦ с постоянным магнитом.

Основы теории электромагнитного поля



1.23. Основные законы и уравнения макроскопической теории электромагнитного поля

1.23.1. Функции, используемые при записи уравнений поля

Понятие о макроскопической теории поля: *электромагнитное поле; макроскопическая теория электромагнитного поля; векторные функции поля*: вектор напряженности электрического поля; вектор магнитной индукции; вектор электрического смещения; вектор напряженности магнитного поля; вектор плотности тока; вектор плотности поверхностного тока; уравнения связи векторов поля; электрическая постоянная; магнитная постоянная; электрофизические свойства среды; среда с самопроизвольной поляризацией; *анизотропная среда; изотропная среда*; линейная среда; *абсолютная диэлектрическая проницаемость; абсолютная магнитная проницаемость*; удельная проводимость; безразмерные относительные проницаемости; *относительная магнитная проницаемость*; уравнения связи; тензор диэлектрической проницаемости; нелинейность среды; векторы поляризации и намагниченности; электрическая восприимчивость; магнитная восприимчивость; парамагнетики; диамагнетики; ферромагнетики; *скалярные функции поля*: напряжение, ток, *магнитный поток*, объемная плотность заряда, поверхностная плотность заряда; электромагнитное поле — векторное поле; *векторная линия; потенциальное поле; вихревое (соленоидальное) поле; лапласово поле*.

1.23.2. Первое уравнение Максвелла. Закон полного тока

Дифференциальная форма первого уравнения; ток смещения; *закон полного тока* в дифференциальной форме; ток проводимости; закон Ома в дифференциальной форме; физическое содержание *первого уравнения Максвелла*; длина волны; скорость

распространения электромагнитной волны; физическая сущность тока смещения; интегральная форма первого уравнения; закон полного тока в интегральной форме; теорема Стокса; вектор поляризации; циркуляция вектора напряженности магнитного поля; электромагнитное поле в конденсаторе при разряде через резистор; однородное электрическое поле; неоднородное магнитное поле в конденсаторе.

1.23.3. Второе уравнение Максвелла. Закон электромагнитной индукции

Дифференциальная форма второго уравнения Максвелла; закон электромагнитной индукции; физическое содержание закона; интегральная форма второго уравнения; обобщенный закон электромагнитной индукции в интегральной форме; закон Фарадея; электродвижущая сила (ЭДС).

1.23.4. Третье и четвертое уравнения Максвелла

Дифференциальная форма третьего уравнения; обобщенная теорема Гаусса — постулат Максвелла; физическое содержание третьего уравнения Максвелла; свободный заряд; объемная плотность заряда; интегральная форма третьего уравнения; равенство потока вектора смещения через произвольную замкнутую поверхность находящемуся внутри нее свободному заряду (теорема Остроградского—Гаусса); четвертое уравнение; принцип непрерывности магнитного потока; линии вектора магнитной индукции; физическое содержание четвертого уравнения Максвелла.

1.23.5. Полная система уравнений Максвелла

Дифференциальные уравнения поля; система четырех уравнений поля в неподвижных средах; сторонние электродвижущие силы; плотность стороннего тока; обобщенный закона Ома; сторонняя напряженность поля; линейность системы уравнений поля; полная система уравнений Максвелла — уравнений макроскопической теории поля; частные виды электромагнитных явлений; постоянное во времени поле при отсутствии токов проводимости; полная система уравнений электростатики; полная система уравнений магнитостатики; постоянное во времени поле в присутствии токов проводимости; квазистационарное электромагнитное поле; переменное во времени поле при отсутствии токов проводимости; энергетические соотношения; объемные плотности энергии электрического и магнитного полей; объемная плотность энергии электромагнитного поля; энергия поля в объеме; объемная плотность мощности тепловых потерь; взаимная энергия полей; вихревая поправка к напряженности квазистационарного электромагнитного поля; критерий квазистационарности электрического поля конденсатора.

1.23.6. Поле на границе раздела сред. Границные условия

Постановка задачи; единичная нормаль; единичный касательный вектор; граничные условия; поверхностная форма дифференциальных уравнений поля; поведение нормальных составляющих векторов поля; нормальная составляющая вектора электрического смещения; поверхностная плотность свободного заряда; нормальная

составляющая вектора напряженности электрического поля; нормальная составляющая вектора магнитной индукции; нормальная составляющая вектора поляризации; нормальная составляющая вектора напряженности магнитного поля; поведение касательных составляющих векторов поля; *касательная составляющая вектора напряженности магнитного поля*.

1.23.7. Закон сохранения энергии в электродинамике

Уравнение энергетического баланса; работа источников; энергия тепловых потерь; изменение энергии поля в объеме; перенос энергии через поверхность в окружающую среду; мощность источников; мощность тепловых потерь; мощность, переносимая через поверхность; скорость изменения энергии поля во времени. Теорема Пойнтинга. Качественные представления: вектор плотности стороннего тока; *вектор Пойнтинга*; поток электромагнитной энергии; плотность потока.

1.24. Электростатическое поле в идеальных диэлектриках

1.24.1. Основные уравнения электростатического поля. Границные условия

Допущения электростатики; *электростатическое поле*; потенциал; диполь; поляризация; основные уравнения электростатики; граничные условия; касательная составляющая вектора напряженности электрического поля; нормальная составляющая вектора смещения электрического поля; закон преломления; линии поля.

1.24.2. Потенциал электростатического поля

Скалярный потенциал. Скалярный потенциал электростатического поля; *градиент потенциала*; *линии равного потенциала*; разность потенциалов. Уравнения Пуассона и Лапласа — уравнения для потенциала. Две типичные задачи электростатики. *Прямая (краевая) задача электростатики*; *теорема единственности*; *обратная задача электростатики*.

1.24.3. Поля стандартных систем зарядов

Заряженный шар; «точечный» заряд; поле *заряженного проводящего шара*. Бесконечная прямая нить. Заряженный цилиндр, *линейная плотность заряда*; напряженность поля нити; напряженность поля *точечного заряда*; кулоновский потенциал; логарифмический потенциал; поле бесконечной прямой нити. Электрический диполь; нейтральная система точечных зарядов; электрический (дипольный) момент нейтральной системы зарядов; *диполь*; квадруполь; октуполь; две противоположно заряженные нити (*линейные провода*); двухпроводная линия; уравнение эквипотенциальных поверхностей; *электрическая ось*; бесконечная плоскость; *двойной электрический слой*. Объемный, поверхностный и линейный заряды.

1.24.4. Метод эквивалентных зарядов

Граница диэлектрика и проводника; *метод эквивалентных зарядов*, т. е. *метод зеркальных изображений*; работа выхода; граница двух диэлектриков; непрерывность потенциала; непрерывность нормальной составляющей смещения; расчетная модель при двух проводящих границах; изображение в проводящей среде; поверхность нулевого потенциала.



ЛАНС®

1.24.5. Плоскопараллельное электростатическое поле

Общее решение уравнения Лапласа в декартовых координатах; *плоская волна*; *плоскопараллельное поле*; метод разделения переменных; поле внутри полубесконечной полосы. *Метод графического построения картины плоскопараллельного поля*.

1.24.6. Импульсная функция в электростатике

Дельта-функция в трехмерной области; одномерная импульсная функция. Заряженная нить между проводящими плоскостями; *метод эквивалентных зарядов*; краевые условия; полубесконечная полоса; условие на бесконечности.

1.24.7. Шар в однородном электростатическом поле

Решение краевой задачи в кусочно-однородном диэлектрике. Потенциал. *Плоскомеридианное поле*; условие на бесконечности для потенциала вне шара; эквипотенциальные плоскости. Электрический (дипольный) момент шара. Эквивалентный дипольный момент шара. Напряженность поля. Проводящий (металлический) шар. *Поле деполяризации*; *коэффициент деполяризации*.



1.24.8. Электрическая емкость

Конденсатор; *емкость конденсатора*; *емкость единственного тела*. Частичные емкости — собственная и взаимная; передающие полосковые линии; «погонные» частичные емкости; емкостной делитель напряжения. Емкостные коэффициенты: собственные и взаимные *емкостные коэффициенты*; *потенциальные коэффициенты*.

1.24.9. Расчет погонной емкости полосковой линии методом средних потенциалов

Полосковая линия; *метод средних потенциалов*; решение уравнения Лапласа спектральным методом; спектральная функция потенциала; спектральная функция поверхностной плотности заряда; определение емкости; расчет погонной емкости линии.

1.25. Поле постоянного тока в проводящих средах

1.25.1. Уравнения поля постоянного тока. Границные условия

Постоянный ток; условие замкнутости линии полного тока; эквипотенциальные

поверхности; линии тока. Дифференциальные уравнения поля; потенциал поля постоянного тока. Интегральные уравнения поля. *Законы Кирхгофа*. Интегральная форма закона напряжения Кирхгофа; интегральная форма закона токов Кирхгофа. Граничные условия; закон преломления векторных линий напряженности электрического поля и плотности тока проводимости.

1.25.2. Сопротивление проводящих тел

Понятия о сопротивлении и проводимости. Удельная проводимость электродов; полусферический заземлитель; *сопротивление заземления*; *сопротивление утечки*. Проводник с однородным внутренним полем. *Метод расчета сопротивления проводящего тела с неоднородным полем*.

1.25.3. Математическая аналогия поля постоянного тока и электростатического поля

Основные уравнения двух полей; *метод электростатической аналогии*; математическая аналогия; *электромоделирование*; *аналогия проводимости и емкости*. Частичные проводимости; схема замещения распределенного резистора. Шар в поле тока; проводящий шар; непроводящий шар. Метод эквивалентных токов-изображений.

1.26. Магнитное поле, постоянное во времени

1.26.1. Векторный потенциал магнитного поля

Основные уравнения. Граничные условия. *Вихревое магнитное поле*; магнитное поле постоянных токов; *вихревые токи*; *векторные линии магнитной индукции магнитного поля, постоянного во времени*; поверхностная форма дифференциальных уравнений; закон преломления. Векторный потенциал. Уравнения для потенциала: *векторный потенциал магнитного поля*; векторные уравнения *Пуассона* и Лапласа. Векторный потенциал объемных и линейных токов. *Векторный потенциал магнитного поля элементарного объема*; векторный потенциал объемного тока; векторный потенциал линейного тока; *магнитное поле двухпроводной линии*; векторный потенциал поля линии; уравнение векторных линий индукции; *поверхность равного магнитного потенциала*.

1.26.2. Векторный потенциал круглого контура (витка). Магнитный диполь

Преобразование линейного интеграла. Поле линейного кругового контура с током. Приближение «больших расстояний». *Диполь*. *Магнитный момент плоского контура*; *магнитный диполь*.

1.26.3. Скалярный потенциал магнитного поля

«Безвихревое» магнитное поле. Потенциал. Принцип соответствия. *Скалярный потенциал магнитного поля*; магнитное напряжение участка цепи; *принцип*

соответствия полей. Математическая аналогия магнитного и электростатического полей. Магнитостатика. Решение задачи о шаре в однородном магнитном поле; уравнения магнитостатики; *электромагнитные экраны; экранирование магнитное; коэффициент экранирования.* Моделирование магнитного поля; прямое и обратное *магнитное моделирование.*

1.26.4. Индуктивность

Однородный магнетик; *индуктивность взаимная* замкнутых контуров; согласное и встречное включение контуров; среда неоднородная; среда нелинейная (ферромагнетик). *Индуктивность контура собственная; индуктивность; индуктивность контура полная; внешняя индуктивность; внутренняя индуктивность; торoidalная катушка; коэффициент размагничивания; намагченность сердечника; поле размагничивания.* Индуктивность и энергия магнитного поля: два индуктивно связанных контура; полная энергия, запасенная в магнитном поле; индуктивность — «мера энергии магнитного поля»; *поверхностный эффект; соленоид.* «Наведенное» потокосцепление; прирост потокосцепления.





2

**АЛФАВИТНЫЙ
КАТАЛОГ-СЛОВАРЬ**



важнейших понятий,
определений, законов,
свойств, ключевых слов
и терминов
основ теоретической
электротехники



Введение

Цель данного раздела справочника — подробно рассмотреть важнейшие понятия, термины и ключевые слова, выделенные в тематическом каталоге справочника (в разделе 1), причем так, чтобы попутно рассмотреть и второстепенные термины.

При описании каждого термина в алфавитном каталоге-словаре курсивом выделены и другие термины, близкие к рассматриваемому и также описанные в алфавитном каталоге. В конце описания каждого термина указано, к какому параграфу тематического каталога относится термин. Если рассматриваемый термин при расшифровке упоминается неоднократно, он записывается сокращенно (первыми буквами составляющих его слов).

Основы теории электрических цепей

- 1. Автоколебания** (АК) — периодические колебания, устанавливающиеся в *нелинейных цепях* при отсутствии воздействий (то есть в *свободном режиме*). См. 1.21.1.
- 2. Активная цепь** содержит хотя бы один *активный элемент* (под которым обычно подразумевают *зависимый источник*). См. 1.11.4.
- 3. Активный элемент.** 1. А.э. — элемент, *энергия* которого в некоторые моменты времени может быть отрицательной; с этих позиций ИН и ИТ можно считать А.э., однако когда говорят об *активных цепях* (и элементах), в первую очередь имеют в виду цепи с ЗИ (то есть с необратимыми *четырехполюсниками*). 2. А.э. — это элемент, схема замещения которого обязательно содержит *зависимый источник*. Цепь, содержащая хотя бы один активный элемент с ЗИ, называется активной. Расчет цепей с ЗИ описан в 3.5.9. См. 1.11.4.
- 4. Алгоритмы численного решения уравнений состояния** $[f'_2(t)] = [A][f_2(t)] + [B][f_1(t)]$, где $[f_1(t)]$, $[f_2(t)]$ — матрицы воздействий и реакций; $[A]$, $[B]$ — матрицы коэффициентов.

1. Явная форма алгоритма Эйлера реализует на n -м шаге численного решения уравнение $([f_{2n}] - [f_{2(n-1)}]) / T = [A][f_{2(n-1)}] + [B][f_{1(n-1)}]$, которое, фактически, является *разностным уравнением для дискретной цепи*, поскольку $f_n \equiv f(nT)$ — *дискретная последовательность*, а T — шаг численного интегрирования,



то есть период (интервал) дискретизации; в уравнении «явной формы» справа записывают данные предыдущего шага $f_{(n-1)} \equiv f(nT - T)$.

2. Неявная форма алгоритма Эйлера $([f_{2n}] - [f_{2(n-1)}])/T = [A][f_{2n}] + [B][f_{1n}]$, то есть справа записывают данные рассматриваемого шага.

3. Смешанная форма алгоритма Эйлера

$$([f_{2n}] - [f_{2(n-1)}])/T = [A][f_{2(n-1)}] + [B][f_{1n}],$$

то есть справа «берут» воздействие на рассматриваемом шаге, а реакцию — на предыдущем.

4. Билинейное преобразование

$$\frac{[f_{2n}] - [f_{2(n-1)}]}{T} = [A] \frac{[f_{2n}] + [f_{2(n-1)}]}{2} + [B] \frac{[f_{1n}] - [f_{1(n-1)}]}{2},$$

то есть справа записывают «средние», а слева — приращение реакции на рассматриваемом шаге численного интегрирования уравнений состояния. См. 1.15.5.

5. Амплитудно-модулированный (АМ) сигнал описывается выражением $f_{\text{AM}}(t) = f(t) \cos(\omega_0 t + \alpha)$, где $f_{\text{AM}}(t)$ — АМ-сигнал, или радиоимпульс; $f(t)$ — видеоимпульс, то есть огибающая радиоимпульса или модулирующая функция; ω_0 — несущая (частота заполнения видеоимпульса). См. 1.8.6.

6. Амплитудно-частотная характеристика связанных контуров при слабой, критической и сильной степени связи. АЧХ функции передачи по напряжению с учетом допущений анализа СК имеет вид

$$A(\omega) = |H_U(j\omega)| = \frac{Qa}{\sqrt{(1+a^2-\varepsilon^2)^2 + (2\varepsilon)^2}},$$

где a — фактор связи; ε — обобщенная расстройка; Q — добротность RLC -контуров. При слабой связи ($a < 1$) кривая АЧХ «одногорбая» с максимумом $A_{\max} = Qa/(1+a^2)$ при $\varepsilon = 0$ — это случай индивидуального резонанса. При критической связи ($a = 1$) имеем предельно плоскую «одногорбую» кривую АЧХ с одним максимумом максиморумо: $A_{\max \max} = Q/2$, что соответствует полному резонансу. При сильной связи ($a > 1$) кривая АЧХ «двугорбая», причем при $\varepsilon = 0$ она имеет минимум $A(\omega_0) = Qa/(1+a^2) < Q/2$, а два максимума располагаются симметрично относительно частоты $\omega = \omega_0$ на частотах $\omega_{2,3} = \omega_0 \left(1 \pm \frac{1}{2Q} \sqrt{a^2 - 1} \right)$ — это случай

сложного резонанса. АЧХ связанных контуров на границах полосы пропускания (на уровне $0,707A_{\max}$) имеет крутизну спада выше, чем АЧХ одиночного RLC -контура. При сильной связи ($1 < a < 2,41$) — предельного (фактора связи) АЧХ по форме ближе, чем АЧХ одиночного контура, к характеристике идеального фильтра; поэтому связанные контуры обладают значительно лучшей избирательностью по сравнению с одиночным контуром. См. 1.18.3.

7. Амплитудный критерий ширины спектра. Шириной спектра $\Delta\omega$ называют диапазон частот в районе максимума АС $A(\omega)$, причем вне этого диапазона

$A(\omega) < 0,01nA_{\max}$ (обычно, $n = 10$ или 5 %). На практике амплитудный критерий значительно проще строгого *энергетического критерия ширины спектра*. См. 1.8.3.

8. Аналитический расчет *R*-НЦ методом кусочно-линейных схем. 1. ВАХ НЭ $u(i)$ аппроксимируется набором линейных уравнений $u = R_k i + u_{0k}$, причем коэффициент R_k трактуется как сопротивление схемы замещения НЭ на k -м участке аппроксимации, u_{0k} — как напряжение ИН, то есть в схеме замещения цепи НЭ представлен последовательным соединением линейного сопротивления R_k и источника постоянного напряжения u_{0k} . 2. Любым методом расчета линейных *R*-цепей выводят формулу для определения реакции. 3. Перебором R_k и u_{0k} для всех участков аппроксимации всех НЭ находят реакцию. См. 1.16.2.

9. Аналитический расчет *R*-НЦ при полиномиальной аппроксимации. 1. Выполняют аппроксимацию полиномами ВАХ НЭ с использованием *формулы Лагранжа* или иногда при параболической аппроксимации методом трех точек, когда полином $u(i) = a_0 + a_1 i + a_2 i^2$ должен проходить через заданные три точки $\{(u_0, i_0), (u_1, i_1), (u_2, i_2)\}$. Коэффициенты a_k находят из системы уравнений

$$a_2 i_0^2 + a_1 i_0 + a_0 = u_0; \quad a_2 i_1^2 + a_1 i_1 + a_0 = u_1; \quad a_2 i_2^2 + a_1 i_2 + a_0 = u_2,$$

которая является линейной. 2. Полученные зависимости подставляют в систему независимых уравнений Кирхгофа. 3. Путем исключения переменных переходят к нелинейному функциональному уравнению (НФУ) для нахождения искомой реакции. Очевидны недостатки метода, связанные с исключением переменных в нелинейной системе и с необходимостью решения НФУ, например, итерационным методом *Ньютона–Рафсона*. См. 1.16.2.

10. Аналитическое решение разностных уравнений ДЦ «в замкнутой форме» для любого шага дискретизации подобно решению дифференциальных уравнений непрерывных цепей. Оно выполняется с помощью z -преобразования (аналога преобразования Лапласа для непрерывных цепей) или в t -области в виде суммы свободной и вынужденной составляющих решения РУ ДЦ $f_2(nT) = f_{2_{\text{св}}}(nT) + f_{2_{\text{вын}}}(nT)$. См. 1.15.3.

11. Аналитическое решение уравнений состояния в t -области при постоянных воздействиях является довольно формальной процедурой, если составлены *уравнения состояния* $[f'_{\text{ПС}}(t)] = [A][f_{\text{ПС}}(t)] + [B][f_1(t)]$ и рассчитаны независимые НУ, которые по законам коммутации и $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ определяют начальные значения ПС $[f_{\text{ПС}}(0^+)]$. 1. Характеристический полином (ХП) находят по формуле $\det([A] - p[E]) = 0$, где $[E]$ — единичная матрица; корни ХП p_k определяют вид *свободной составляющей и свободного процесса*. 2. Находят *вынужденную (установившуюся) составляющую ПС*, решая упрощенные матричные УС $[0] = [A][f_{\text{ПС,вын}}] + [B][f_1]$, поскольку при постоянных воздействиях $[f_1(t)] = [\text{const}]$ имеем $[f_{\text{ПС,вын}}(t)] = [\text{const}]$. 3. Начальные значения производных ПС находят по УС, записанным для момента $t = 0^+$, то есть $[f'_{\text{ПС}}(0^+)] = [A][f_{\text{ПС}}(0^+)] + [B][f_1(0^+)]$. При необходимости аналогично определяют начальные значения второй производной ПС $[f''_{\text{ПС}}(0^+)] = [A][f'_{\text{ПС}}(0^+)] + [B][f'_1(0^+)]$, третьей производной и т. д. 4. Постоянные интегрирования A_k в решении для ПС $f_{\text{ПС}}(t) = f_{\text{ПС,вын}} + \sum A_k e^{p_k t}$ определяют по НУ; например, в цепи 2-го порядка для $u_C(t) = u_{C_{\text{вын}}} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$

$+ A_2 e^{p_2 t}$ при определении A_1 и A_2 решают систему $u_C(0^+) = u_{C\text{ вын}}(0^+) + A_1 + A_2$, $u'_C(0^+) = u'_{C\text{ вын}}(0^+) + p_1 A_1 + p_2 A_2$.

ПРИМЕЧАНИЕ

При кратных корнях ХП и особенно при $f_1(t) \neq \text{const}$ аналитическое решение УС в t -области усложняется (для поиска решения УС всегда может быть использован *операторный метод* анализа цепей). См. также п. 76 «Запись свободной составляющей при различных видах корней ХП». См. 1.3.4.

12. Аналоги законов Кирхгофа и Ома при расчете МЦ используют, если *основные допущения расчета МЦ* приемлемы. 1. Аналог ЗТК для разветвления *магнитной цепи* имеет вид $\Sigma \Phi_{k\text{вых}} = \Sigma \Phi_{k\text{вых}}$, где $\Phi_k = B_k S_k$ — поток вектора \vec{B}_k , проходящего через поперечное сечение S_k и входящего в разветвление участка МЦ (или выходящего из него). 2. Аналог ЗНК для любого контура МЦ $\Sigma V_k = \Sigma F_k$, где $V_k = H_k l_k$ — магнитное напряжение участка МЦ длиной l_k при напряженности вектора магнитного поля H_k ; $F_k = N_k i_k$ — МДС обмотки из N_k витков с током i_k k -го участка МЦ. Правило знаков: V_k учитывают со знаком «+», если обход контура соответствует направлению вектора \vec{H}_k ; МДС F_k учитывают со знаком «+», если обход контура соответствует правилу правого винта относительно направления тока i_k намотанной катушки (или, что то же самое, направление i_k соответствует правилу правого винта относительно обхода контура). Рекомендуется направление \vec{H} согласовывать с током одной из катушек, а условно положительные направления V, Φ, B, H считать согласованными (за исключением магнитотвердых материалов и магнитов, где нельзя пользоваться *основной кривой намагничивания*). 3. Аналог закона Ома для участка МЦ имеет вид $V_k = R_{mk} \Phi_k$, причем магнитное сопротивление $R_{mk} = l_k / (S_k \mu_{ak})$, где μ_{ak} — абсолютная магнитная проницаемость, которая учитывается для магнитомягких материалов по ОКН и является нелинейной. 4. Магнитное сопротивление *воздушного зазора* (минимальных размеров) $R_{mb/3} = l_{b/3} / (S_{b/3} \mu_{ab/3})$ практически является линейным, так как $\mu_{ab/3} \approx \mu_{avak} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м = const, то есть соответствует магнитной проницаемости вакуума. См. 1.22.2.

13. Аналогия операторного метода и метода комплексных амплитуд. Уравнения ОМ и ОСЗ переходят в уравнения и расчетную схему МКА для анализа УСР при исключении дополнительных источников, учитывающих ННУ, и формальной замене $U(s)$ на \dot{U} , $I(s)$ на \dot{I} , $Z(s)$ на $Z(j\omega)$, s на $j\omega$. См. 1.6.2.

14. Апериодический режим в последовательной RLC-цепи наблюдается, когда «активные потери R » относительно велики и корни ХП последовательной RLC-цепи являются отрицательными и различными:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2},$$

причем $p_1 = -\alpha_1 > p_2 = -\alpha_2$, то есть постоянные времени $\tau_1 = 1/\alpha_1 > \tau_2 = 1/\alpha_2$. При этом (согласно УС последовательной RLC-цепи, подключенной к ИН $u_0 = \text{const}$) $i(t) = i_{cb}(t) = A_1 e^{-t/\tau_1} + A_2 e^{-t/\tau_2}$, то есть процесс в цепи действитель-

но апериодический (поскольку периодические – колебательные составляющие отсутствуют). При НУ $i(0^+) = 0$, $i'(0^+) = (u_0 - u_{c0})/L$ получим $A_1 = -A_2 = (u_0 - u_{c0})/[L(\alpha_2 - \alpha_1)]$. График процесса приведен на рис. 2.1 для случая $\tau_1 = 2\tau_2$. См. 1.3.6.

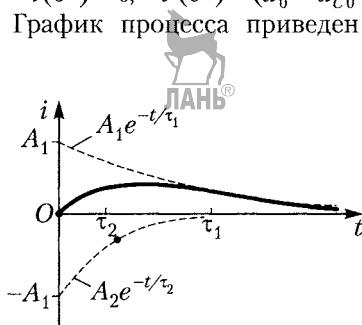


Рис. 2.1

15. Апериодический сигнал (то есть непериодический), часто называемый одиночным импульсом, может также рассматриваться как периодический сигнал с периодом $T \rightarrow \infty$, причем периодический сигнал $f(t)$, описываемый РФ в комплексной форме $f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{A}_k e^{jk\omega_1 t}$, где целые числа k – номера гармоник РФ, частоты которых $\omega_k = k\omega_1 = k2\pi/T$, при $T \rightarrow \infty$ превращается в апериодический, описываемый интегралом Фурье:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

где $F(j\omega)$ – спектр сигнала. При $T \rightarrow \infty$ дискретный спектр $\{\dot{A}_k\}$ периодического сигнала превращается в сплошной спектр $F(j\omega)$ одиночного импульса (здесь ω – частота, t – время). См. 1.8.1.

16. Базисный узел. 1. Произвольно выбранный узел, напряжение которого условно принято нулевым ($u_0 = 0$) и относительно которого отсчитывают напряжения остальных узлов. 2. Напряжение узла 1 $u_1 = u_1 - u_0$, причем базисному узлу всегда условно присваивают «минус», а узлу 1 – «плюс», то есть при $u_1 = -1,5$ В энергетический уровень базисного узла выше, чем у узла 1. См. 1.1.1.

17. Баланс мощностей в пассивном ДП в УСР: мгновенная, активная, реактивная и комплексная мощности на входе пассивного ДП равны сумме соответствующих мощностей всех k элементов ДП:

$$p_{\text{ДП}} = u_{\text{ДП}} i_{\text{ДП}} = \sum p_k(t); P_{\text{ДП}} = U_{\text{ДП}} I_{\text{ДП}} \cos \varphi_{\text{ДП}} = \sum P_k = \sum P_{R_k} \geq 0$$

(то есть активная мощность ДП, равная сумме активных мощностей его R -элементов, неотрицательна); $P_{Q\text{ДП}} = \sum P_{Q_{L_k}} + \sum P_{Q_{C_k}}$ (то есть реактивная мощность ДП равна сумме реактивных мощностей его L - и C -элементов); $\tilde{P}_{S\text{ДП}} = \sum P_{S_k}$. Следствия: 1) $\cos \varphi_{\text{ДП}} = \cos(\alpha_{u\text{ДП}} - \alpha_{i\text{ДП}}) \geq 0$, $|\varphi_{\text{ДП}}| \leq 90^\circ$ (то есть угол сдвига между напряжением и током ДП не превышает 90°); 2) $r_{\text{ДП}} = \operatorname{Re} Z_{\text{ДП}} = |Z_{\text{ДП}}| \cos \varphi_{\text{ДП}} \geq 0$, $g_{\text{ДП}} = \operatorname{Re} Y_{\text{ДП}} \geq 0$ (см. также п. 25 «Виды мощностей пассивного ДП в УСР» и п. 156 «Мощность пассивных элементов в УСР»). См. 1.5.4.

18. Баланс мощностей в цепи в УСР. По закону сохранения энергии сумма мгновенной, активной, реактивной и комплексной мощностей всех k элементов цепи равна нулю (см. также п. 25 «*Виды мощностей пассивного ДП в УСР*» и п. 156 «*Мощность пассивных элементов в УСР*»): $\sum p_k(t) = 0$; $\sum P_k = 0$; $\sum P_{Qk} = 0$; $\sum \tilde{P}_{S_k} = 0$, то есть суммы отдаваемой и потребляемой энергии в цепи равны. При этом, если у источника несогласованная полярность, формулы его мощностей записывают со знаком «минус»:

$$p(t) = -u(t)i(t); \quad P_S = -\dot{U}\dot{I}; \quad P = -UI \cos(\alpha_u - \alpha_i); \quad P_Q = -UI \sin(\alpha_u - \alpha_i).$$

См. 1.5.4.

19. Векторная диаграмма (ВД) цепи в УСР представляет собой построенную на комплексной плоскости совокупность векторов, отражающих напряжения и токи **комплексной схемы замещения** (то есть комплексные амплитуды или комплексные действующие значения). Количественные ВД строят в масштабе, они, как правило, отражают результаты расчета (см., например, ВД ТФЦ). Качественная ВД, как правило, предваряющая расчет простых цепей с единственным источником, строится обычно по следующим правилам: 1) оси комплексной плоскости не показывают; 2) вектор, отражающий «ток или напряжение» обычно «наиболее удаленного» от источника элемента, считают исходным и направляют на ВД, например, направо; 3) используя аналогию с МПВ, строят векторы, соответствующие остальным токам и напряжениям цепи; 4) длины векторов обычно выбирают любыми, а фазные соотношения в пассивных элементах ($\phi_R = \alpha_{uR} - \alpha_{iR} = 0^\circ$, $\phi_L = 90^\circ$, $\phi_C = -90^\circ$, соответствующие мнемоническому правилу *ULICU*¹) соблюдают «жестко» (см. п. 21 «*Векторная диаграмма последовательной RLC-цепи*»).

См. 1.5.3.

20. Векторная диаграмма параллельной RLC-цепи (рис. 2.2) соответствует **комплексной схеме замещения** и правилам качественного построения **векторных диаграмм**. Изображены два варианта ВД: в центре рисунка ВД построена с исполь-

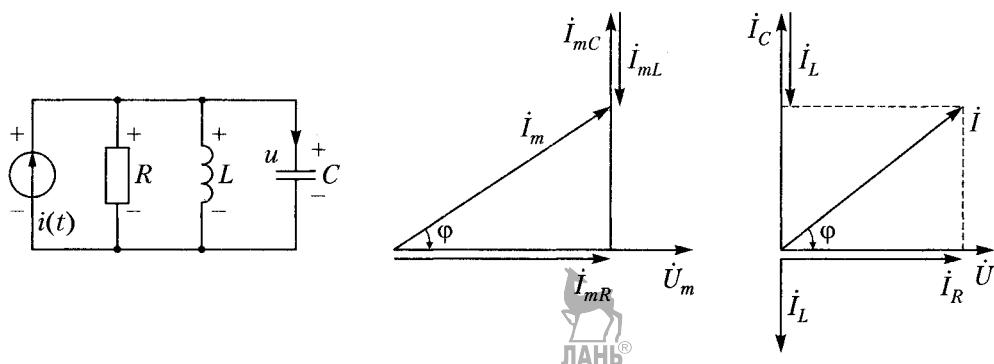


Рис. 2.2

¹ U – вектор напряжения; I – вектор тока; L – индуктивность; C – емкость. Первые три буквы (*ULI*) означают, что вектор напряжения на индуктивности опережает вектор тока. Последние три буквы (*ICU*) означают, что вектор тока на емкости опережает вектор напряжения.

зованием суммирования векторов по правилу треугольника (на ВД указаны комплексные амплитуды), а справа — по правилу параллелограмма (на ВД указаны комплексные действующие значения). ВД позволяет рассчитать УСР в цепи на основании очевидных из геометрии ВД формул: $I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$, $\phi = \alpha_u - \alpha_i = -\arctg(I_C - I_L)/I_R$. Очевидно, при $|Z_L| = |Z_C|$ имеем $I_L = I_C$, то есть $I_L + I_C = 0$, участок $LC \equiv XX$, в цепи ПРТ, когда $i_R = i$, а синусоиды токов $i_L(t)$, $i_C(t)$, имея одинаковые амплитуды, находятся в противофазе и поэтому полностью компенсируются. Если $|Z_L| > |Z_C|$, имеем $I_L = U/|Z_L| < I_C = U/|Z_C|$, $\phi < 0$, $\alpha_i > \alpha_u$, и цепь имеет емкостный характер. Если $|Z_L| < |Z_C|$, имеем $I_L > I_C$, $\phi > 0$, $\alpha_i < \alpha_u$, то есть напряжение опережает ток и цепь имеет индуктивный характер. См. 1.5.3.

21. Векторная диаграмма последовательной RLC-цепи (рис. 2.3) соответствует комплексной схеме замещения цепи и правилам качественного построения *векторных диаграмм*. Изображены два варианта ВД: в центре рисунка ВД построена с использованием суммирования векторов по правилу треугольника (на ВД указаны комплексные амплитуды), а справа — по правилу параллелограмма (на ВД указаны комплексные действующие значения). ВД позволяет рассчитать УСР в цепи на основании очевидных из геометрии ВД формул: $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$, $\phi = \alpha_u - \alpha_i = \arctg(U_L - U_C)/U_R$. Очевидно, при $|Z_L| = |Z_C|$ имеем $U_L = U_C$, то есть $\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0$, участок $LC \equiv КЗ$ и в цепи ПРН, когда $u_R = u$, а синусоиды $u_L(t)$, $u_C(t)$, имея равные амплитуды, находятся в противофазе и поэтому полностью компенсируются. Если $|Z_L| > |Z_C|$, имеем $U_L > U_C$, $\phi > 0$, то есть напряжение опережает ток и цепь имеет индуктивный характер. Если $|Z_L| < |Z_C|$, имеем $U_L = |Z_L| I < U_C = |Z_C| I$, $\phi < 0$, то есть напряжение отстает от тока и цепь имеет емкостный характер. См. 1.5.3.

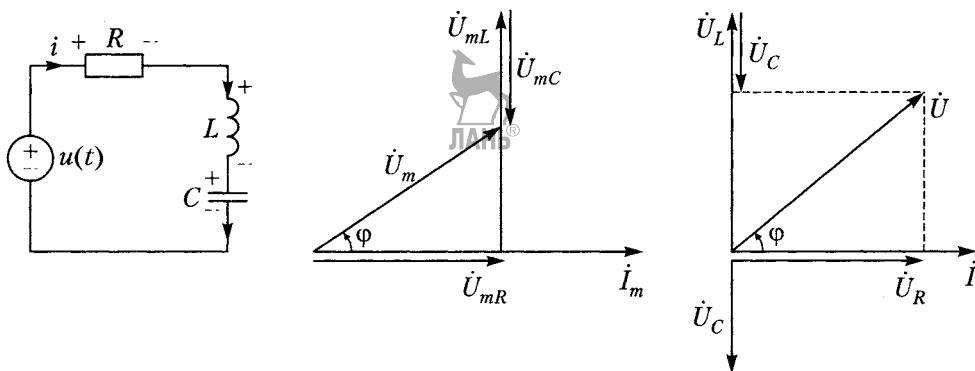


Рис. 2.3

22. Вентильный эффект. Явление односторонней проводимости в НЭ, в первую очередь в диоде, который при положительном напряжении близок к КЗ, хорошо проводит ток (то есть диод открыт), а при отрицательном напряжении — близок к ХХ, ток через него практически не проходит (то есть диод заперт — закрыт). См. 1.16.3.

23. Ветвь. 1. Идеализированный элемент цепи. 2. Любой двухполюсник иногда рассматривают как ветвь. См. 1.1.1.

24. Взаимная индуктивность $|M|$ в индуктивно связанных цепях — коэффициент пропорциональности, измеряемый в генри (Гн), между потокосцеплением взаимной индукции Ψ и создавшим его током i : $|M| = \Psi_{12}/i_2 = \Psi_{21}/i_1$, где i_1 , i_2 — токи 1-й и 2-й ИС-катушек; $\Psi_{12} = N_1 \Phi_{12}$, $\Psi_{21} = N_2 \Phi_{21}$; N_1 , N_2 — числа витков катушек; Φ_{12} , Φ_{21} — усредненные МП взаимной индукции. См. 1.9.1.

25. Виды мощностей пассивного ДП в УСР. При напряжении ДП $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha_u)$ и токе $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha_i)$ мгновенная мощность при согласованной полярности представляет собой периодическую функцию времени удвоенной частоты

$$\begin{aligned} p(t) &= ui = UI \cos(\alpha_u - \alpha_i) + UI \cos(2\omega t + \alpha_u + \alpha_i) = \\ &= P + P_S \cos(2\omega t + \alpha_u + \alpha_i), \end{aligned}$$

где $P = P_a = P_{cp} = UI \cos(\alpha_u - \alpha_i) = P_S \cos \varphi = \operatorname{Re} \tilde{P}_S$ — средняя мощность за период (называемая также активной мощностью или просто мощностью), Вт; $P_S = UI = |Z|I^2 = |\tilde{P}_S|$ — полная мощность ДП (называемая также кажущейся или располагаемой), В·А. Кроме того, в УСР рассматривается также реактивная мощность ДП $P_Q = UI \sin \varphi = |Z|I^2 \sin \varphi$, измеряемая в вольт-амперах реактивных (вар); здесь \tilde{P}_S — комплексная мощность пассивного ДП; Z — комплексное сопротивление ДП. См. 1.5.4.

26. Виды соединений четырехполюсников: 1) последовательное соединение ЧП — входы ЧП соединены последовательно (выходы — тоже последовательно), при этом суммируются матрицы $[z]$ ЧП; 2) параллельное соединение ЧП — входы ЧП соединены параллельно (выходы — тоже параллельно), при этом суммируются матрицы $[y]$ ЧП; 3) каскадное соединение ЧП — выход одного ЧП соединен со входом другого, при этом перемножаются матрицы $[a]$ ЧП; 4) последовательно-параллельное соединение ЧП — входы ЧП соединены последовательно, выходы — параллельно, при этом суммируются матрицы $[h]$ ЧП; 5) параллельно-последовательное соединение ЧП — входы ЧП соединены параллельно, а выходы — последовательно, при этом суммируются матрицы $[g]$ ЧП. При анализе необходимо проверить регулярность соединения ЧП (это не нужно делать для каскадного соединения, которое является регулярным). См. 1.11.3.

27. Виды спектральных характеристик. Поскольку спектр сигнала — это комплексная функция частоты, его можно представить в показательной или алгебраической форме: $F(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)} = B(\omega) + jM(\omega)$. При этом вещественный спектр $B(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(\omega t) dt$ — четная функция частоты ω ; мнимый спектр

$M(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(\omega t) dt$ — нечетная функция частоты ω ; амплитудный спектр

$A(\omega) = |F(j\omega)|$ является четной, а фазовый спектр $\Phi(\omega) = \arg F(j\omega)$ — нечетной функцией частоты ω . Формула обратного преобразования Фурье $f(t) =$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cos(\omega t + \Phi(\omega)) d\omega$$

позволяет сделать вывод: $F(j\omega)$ —

это представление *aperiodического сигнала* $f(t)$ совокупностью элементарных гармоник (то есть синусоид), причем АС определяет амплитуды, а ФС — фазы этих гармоник. Из формулы также следует, что правильнее $F(j\omega)$ и $A(\omega)$ называть спектральными плотностями, а не спектрами, так как $A(\omega)$ характеризует *относительное распределение амплитуд по частоте*; об этом же говорит и размерность спектра $[F(j\omega)] = [f(t)][t] = [S_f]$, которая равна размерности площади сигнала. См. 1.8.1.

28. Воздействие — обычно это входной сигнал, то есть ток ИТ или напряжение ИН. Цепь может содержать несколько источников входных сигналов. Обычно воздействие обозначается $f_i(t)$ или $f_{\text{вх}}(t)$. См. 1.3.1.

29. Воздушный зазор — это часть МЦ, обычно имеющая довольно малую протяженность $I_{\text{в.з.}}$, так что площадь поперечного сечения В.з. $S_{\text{в.з.}} \cong S_{\text{ф.м.}}$ можно приближенно считать равной площади «подходящего» к В.з. ферромагнитного материала. Поскольку относительная магнитная проницаемость В.з. $\mu_{\text{в.з.}} \cong \mu_{\text{вак.}} = 1 \ll \mu_{\text{ф.м.}}$, а следовательно, и абсолютная магнитная проницаемость $\mu_{\text{а.в.з.}} = \mu_{\text{в.з.}} \mu_0 \cong \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м очень мала (соответствует магнитной проницаемости вакуума), то используемое в приближенном расчете магнитных цепей магнитное сопротивление В.з. $R_{\text{м.в.з.}} = I_{\text{в.з.}} / (S_{\text{в.з.}} \mu_0) > R_{\text{м.ф.м.}}$, то есть значительно превышает магнитное сопротивление ферромагнитных участков МЦ. В.з. является линейным элементом в сугубо нелинейной МЦ. См. 1.22.1.

30. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) элемента ЭЦ — зависимость напряжения элемента от тока, то есть $u = u(i)$. 1. У линейного *резистивного элемента*, для которого справедлив закон Ома $u_R = Ri_R$, график ВАХ — прямая линия, проходящая через начало координат с угловым коэффициентом R . Характеристики большинства реальных резистивных элементов нелинейны. Например, ВАХ реального диода, пропускающего ток преимущественно в одном направлении, является существенно нелинейной ($u_R = u_R(i)$) и не имеет аналитического описания. 2. ВАХ линейного R -элемента описывается линейным алгебраическим уравнением, в то время как ВАХ линейных индуктивного и емкостного элементов описываются простыми дифференциальными уравнениями $u_L(t) = L i'_L(t)$ и $i_C(t) = C u'_C(t)$ соответственно. См. 1.1.2.

31. Вольт-амперная характеристика емкостного элемента описывается простейшим дифференциальным уравнением. Действительно, изменение напряжения u_C *емкостного элемента* приводит к изменению заряда q_C , что свидетельствует о протекании тока $i_C(t) = q'_C = Cu'_C(t)$ через емкостный элемент, то есть $u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(t) dt = u_C(t_{0-}) + \frac{1}{C} \int_{t_{0-}}^t i_C(t) dt$. Ток в емкостном элементе пропорционален скорости изменения напряжения; в случае постоянного напряжения ток равен нулю и C -элемент эквивалентен разрыву в цепи — *холостому ходу* (ХХ). См. 1.1.5.

32. Вольт-амперная характеристика индуктивного элемента определяется по закону электромагнитной индукции выражением $u_L(t) = \psi'(t) = L di'_L(t)$, следова-

тельно, $i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L(t) dt = i_L(t_{0^-}) + \frac{1}{L} \int_{t_{0^-}}^t u_L(t) dt$. Поскольку напряжение на индуктивном элементе пропорционально скорости изменения протекающего через него тока, то при постоянном токе i_L напряжение $u_L = 0$ и свойства линейного L -элемента эквивалентны короткозамкнутому элементу (КЗ) цепи. См. 1.1.4.

33. Вторичные параметры ДЛ — это характеристические параметры однородной ДЛ как симметричного ЧП. При этом $\gamma_0 = \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{(R_0 + sL_0) / (G_0 + sC_0)}$ — коэффициент распространения (то есть характеристическая мера передачи ДЛ), $Z_b = \sqrt{Z_0 / Y_0}$ — волновое сопротивление (то есть характеристическое сопротивление однородной ДЛ), причем погонные параметры ДЛ на единицу длины R_0 (Ом/м), L_0 (Гн/м), G_0 (См/м), C_0 (Ф/м) — это *первичные параметры* ДЛ. См. 1.14.2.

34. Входное сопротивление нагруженного четырехполюсника. Выражение

$$Z_{bx}(s) = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} = \frac{a_{11}Z_h + a_{12}}{a_{21}Z_h + a_{22}} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + Z_h}$$

определенено аналогично расчету *ПФ нагруженного ЧП*: к двум уравнениям *четырехполюсника* (например, $U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}(-I_2)$ и $I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}(-I_2)$) добавляют уравнение для нагрузки ЧП $U_2 = Z_h(-I_2)$ или $I_2 = -Y_h U_2$. Исключая из системы лишние переменные (в данном случае U_2 и I_2), находят Z_{bx} . Аналогично рассчитывают входную проводимость ЧП $Y_{bx} = 1/Z_{bx} = y_{11} - y_{12}y_{21}/(y_{22} + Y_h)$. См. 1.11.2.

35. Входное сопротивление связанных контуров $Z_{bx}(s) = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} = Z_1 + Z_{b21}$ равно сумме операторных сопротивлений первичного контура Z_1 и вносимого сопротивления $Z_{b21} = -Z_{cb}^2/Z_2$, учитывающего влияние вторичного контура на первичный. У *связанных контуров* $Z_{cb}(s)$ — сопротивление связи, $Z_2(s)$ — полное сопротивление вторичного контура. См. 1.18.1.

36. Вынужденная составляющая $f_{2\text{вын}}(t)$ математического описания *переходного процесса* в цепи (то есть частное решение неоднородного *дифференциального уравнения* цепи), обусловленная наличием воздействия $f_1(t)$, обычно имеет его математическую форму: если, например, $f_1 = bt^2$, то $f_{2\text{вын}} = B_0 + B_1t + B_2t^2$ — тоже полином 2-го порядка; если $f_1 = B \cos \omega t$, то $f_{2\text{вын}} = B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t$ — тоже синусоидальный сигнал частоты ω и т. п. См. 1.3.2.

37. Вынужденная составляющая решения разностных уравнений ДЦ $f_{2\text{вын}}(nT)$ — это частное решение неоднородного РУ

$$f_2(nT) + a_1 f_2(nT - T) + \dots + a_N f_2(nT - NT) = b_0 f_1(nT) + \dots + b_M f_1(nT - MT).$$

Обычно дискретная последовательность (то есть решетчатая функция) $f_{2\text{вын}}(nT)$ отыскивается в математической форме воздействия: если воздействие в ДЦ $f_1(nT) = an^2$, то $f_{2\text{вын}}(nT) = An^2 + Bn + D$, если $f_1 = ap_1^n$, то $f_{2\text{вын}} = Ap_1^n$. При этом $f_{2\text{вын}}(nT)$ с неизвестными коэффициентами A, B, D подставляют в неоднородное РУ и, приравнивая левую и правую части, находят A, B, D . См. 1.15.3.

38. Гиперболическая форма уравнений ДЛ имеет следующий вид (после применения формул Эйлера для решения уравнений ДЛ с использованием *падающей и отраженной волн*):

$$U_x = U_2 \operatorname{ch} \gamma_o x + I_2 Z_b \operatorname{sh} \gamma_o x; \quad I_x = U_2 \operatorname{sh} \gamma_o x / Z_b + I_2 \operatorname{ch} \gamma_o x,$$

что соответствует гиперболической форме уравнений симметричного ЧП:

$$U_1 = U_2 \operatorname{ch} \gamma + I'_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma; \quad I_1 = U_2 \operatorname{sh} \gamma / Z_c + I'_2 \operatorname{ch} \gamma.$$

Поскольку I'_2 соответствует току I_2 ДЛ, волновое сопротивление $Z_b = Z_c$ соответствует характеристическому сопротивлению ЧП, а характеристическая мера передачи ЧП $\gamma = \gamma_o l$, то есть коэффициент распространения $\gamma_o = \gamma / l$ является погонной мерой передачи ДЛ. Здесь l — длина ДЛ; x — координата ДЛ, отсчитанная от ее конца (нагрузки); U_1 , I_1 и U_2 , I_2 — переменные входа и выхода ДЛ. Таким образом, ДЛ — симметричный ЧП. См. 1.14.3.

39. Гиперболическая форма уравнений симметричного ЧП имеет вид

$$\begin{cases} U_1(s) = U_2(s) \operatorname{ch} \gamma(s) - I_2(s) Z_c \operatorname{sh} \gamma(s) = U_2 a_{11} + (-I_2) a_{12}; \\ I_1(s) = U_2(s) \operatorname{sh} \gamma(s) / Z_c - I_2(s) \operatorname{ch} \gamma(s) = U_2 a_{21} + (-I_2) a_{22}, \end{cases}$$

то есть первичные a -параметры симметричного ЧП (у которого $a_{11} = a_{22}$, $\Delta_a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1$) выражены через вторичные параметры — *характеристическое сопротивление симметричного ЧП* Z_c и характеристическую меру передачи γ , которая определяет *ПФ симметричного ЧП в согласованном режиме*; при этом гиперболические функции (гиперболические косинус и синус) $\operatorname{ch} \gamma = 0,5(e^\gamma + e^{-\gamma})$, $\operatorname{sh} \gamma = 0,5(e^\gamma - e^{-\gamma})$, s — аргумент преобразования Лапласа. См. 1.12.2.

40. Главное сечение (ГС) — это сечение, которое содержит одну ветвь дерева и несколько хорд. В дерево графа входят ветви, соединяющие все узлы графа без образования замкнутого контура, содержащие источники напряжения и не содержащие источники тока. Хорды — ветви графа, не вошедшие в дерево. Номер ГС и направление выхода из ГС соответствуют номеру и направлению его ветви дерева. См. 1.19.2.

41. Главный контур (ГК) — это контур, который содержит одну хорду и нескольких ветвей дерева. Номер и направление ГК соответствуют номеру и направлению его хорды. См. 1.19.2.

42. Граф схемы — это геометрический образ цепи. Узлы (вершины) графа соответствуют узлам схемы. Ветви (ребра) графа, изображаемые линиями произвольной кривизны, соединяют узлы и соответствуют ветвям схемы. Пример электрической цепи и соответствующий ей граф представлены на рис. 2.4. Граф, каждая ветвь которого соответствует отдельному элементу цепи, называют полным графиком. Если при этом каждая ветвь имеет обозначенное стрелкой направление, соответствующее направлениям токов элементов цепи при *согласованной полярности*, то график называется ориентированным. Такой график используют обычно в машинных методах расчета цепей. См. 1.1.6.

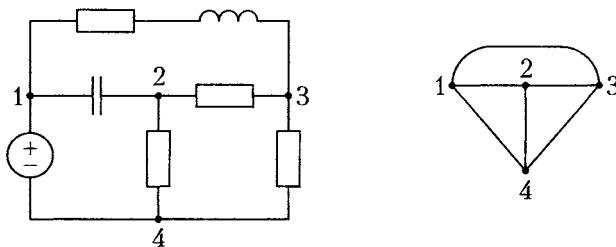


Рис. 2.4

43. График переходного процесса в цепях 1-го порядка при постоянных воздействиях строится в соответствии с найденным решением для реакции $f_2(t) = f_{2\text{вын}} + f_{2\text{св}}$, причем вынужденная составляющая $f_{2\text{вын}} = \text{const}$, а свободная составляющая в цепи 1-го порядка $f_{2\text{св}} = Ae^{-t/\tau}$. Постоянная интегрирования A определяется на основании данных расчета зависимых НУ при $t = 0^+$, то есть $A = f_2(0^+) - f_{2\text{вын}}$. На графике (то есть на временной диаграмме переходного процесса) экспонентой соединяют (рис. 2.5) начальное значение функции $f_2(0^+)$ с конечным значением $f_{2\text{вын}} = \text{const} = f_2(\infty)$, сблюдая характерные значения экспонент и учитывая, что любая подкасательная к экспоненте равна постоянной времени τ . Практическая длительность переходного процесса $t_{\text{п.п.}} \geq 3\tau$. На оси времени t отмечают значения $0, \tau, 2\tau, 3\tau$, в которых значения экспоненты $e^{-t/\tau}$ равны $1; 0,37; 0,14; 0,05$ соответственно (перепад между начальным и конечным значениями экспоненты при этом условно принимают за 100% , тогда при $t = \tau$ от него «останется» 37%). См. 1.3.3.

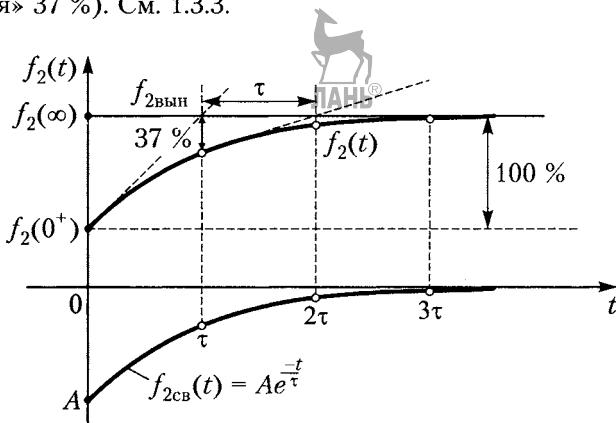


Рис. 2.5

44. Графический расчет **R-НЦ** эффективен при анализе НЦ лестничной структуры. Последовательность графических построений аналогична последовательности расчетов в МПВ или МОВ. Для построения результирующей ВАХ последовательного соединения элементов (линейных и нелинейных), например ВАХ $u_{12}(i) = u_1(i) + u_2(i)$, суммируют напряжения ВАХ элементов $u_1(i)$ и $u_2(i)$ при фиксированных значениях тока. Результирующая ВАХ параллельно соединен-

ных участков НЦ строится суммированием токов ВАХ этих участков при фиксированных значениях напряжения. В итоге получают результирующую ВАХ цепи относительного воздействия, зная которое, определяются *рабочие точки* (РТ) на всех ВАХ. В случае *использования МЭИ при расчете НЦ* графический анализ упрощается: РТ находят как точку пересечения ВАХ НЭ $u_{\text{НЭ}}(i)$ и прямой $(u_s - R_s i) = u_{\text{НЭ}}$. Достоинство Г.р. R -НЦ — простота, недостаток — невысокая точность. См. 1.16.2.

45. Двухполюсник (ДП) — любая часть цепи, имеющая два внешних *узла* (полюса, вывода, зажима). См. 1.1.1.

46. Действующее (или эффективное) значение периодического сигнала — это среднеквадратичное значение, например, для тока $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$. Д.з. имеет энергетическую трактовку, поскольку $w_T = RI^2 T = \int_0^T Ri^2(t) dt$, то есть оно численно равно такому постоянному току I , который за время T на сопротивлении R выделят такую же энергию w_T . Д.з. синусоидального сигнала $U = U_m / \sqrt{2}$; $I = I_m / \sqrt{2} = 0,707 I_m = I_m / 1,41$. Например, в промышленной сети $U = 311 / \sqrt{2} = 220$ В. Действующее значение периодического (но несинусоидального) сигнала, разложенного в ряд Фурье (РФ), например: $U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} (U_{mk} / \sqrt{2})^2}$, где U_0 , U_1 , $U_2 \dots$ — д.з. отдельных гармоник РФ. См. 1.5.1.

47. Дельта-функция — см. п. 66 «*Единичная импульсная функция*». См. 1.4.2.

48. Дерево графа получают, соединяя узлы графа ветвями без образования замкнутых контуров. Ветви, вошедшие в дерево, называют ветвями дерева. Ветви, не вошедшие в дерево, называют хордами (или ветвями связи). Присоединение какой-либо хорды к дереву приведет к образованию контура. У графа может быть несколько деревьев. См. 1.1.6.

49. Динамическая цепь содержит хотя бы один накопитель (то есть индуктивный или емкостный элемент). Динамические цепи описываются в общем случае, дифференциальными, или интегральными, или интегрально-дифференциальными и алгебраическими уравнениями. См. 1.3.1.

50. Дискретная последовательность, то есть решетчатая функция $f(nT)$ — это множество дискретных значений $\{f(nT)\}_{n=0}^{\infty}$ непрерывного сигнала $f(t)$ в дискретные моменты $t = nT$, причем здесь $f(t) \equiv 0$ при $t < 0$, T — период дискретизации. При наличии также дискретизации (квантования) по уровню получаем цифровую последовательность и от *дискретного сигнала* переходим к цифровому. См. 1.15.2.

51. Дискретная свертка ИХ ДЦ $h(nT)$ с дискретным воздействием $f_1(nT)$ имеет вид $f_2(nT) = \sum_{k=0}^n f_1(kT)h(nT - kT)$, где $f_2(nT)$ — *дискретная последовательность* (решетчатая функция) значений реакции. Дискретная свертка полностью соглашается с записью интеграла свертки для аналоговых цепей. См. 1.15.3.

52. Дискретная цепь (ДЦ), то есть дискретный фильтр — цепь, преобразующая входную *дискретную последовательность* $f_1(nT)$ в некоторую выходную последовательность $f_2(nT)$. См. 1.15.2.

53. Дискретные резистивные схемы замещения накопителей при численном расчете переходных процессов успешно конкурируют с *численным решением уравнений состояния*. От ВАХ накопителей $u_L = L i'_L$, $i_C = C u'_C$ переходят к уравнениям численного расчета

$$u_{L,n} = L(i_{L,n} - i_{L(n-1)})/\Delta t, \quad i_{C,n} = C(u_{C,n} - u_{C(n-1)})/\Delta t,$$

где Δt — шаг численного расчета; n — номер шага расчета. Записанные уравнения преобразуются к уравнениям последовательного соединения:

$$u_{L,n} = \frac{L}{\Delta t} i_{L,n} - \frac{L}{\Delta t} i_{L(n-1)}; \quad u_{C,n} = \frac{\Delta t}{C} i_{C,n} + u_{C(n-1)},$$

то есть L -элемент заменяется в дискретной резистивной схеме замещения резистивным сопротивлением $R_{dL} = L / \Delta t$, соединенным последовательно с ИН $-Li_{L(n-1)} / \Delta t$, а C -элемент — схемой из резистивного сопротивления $R_{dC} = \Delta t / C$ и ИН $u_{C(n-1)}$. Для выполнения численного расчета *переходного процесса* в такой цепи не требуется составлять и решать ДУ — достаточно использовать методы анализа R -цепей и для расчета процесса на шаге n знать непрерывные переменные $u_{C(n-1)}$ и $i_{L(n-1)}$ на предыдущем шаге. См. 1.3.5.

54. Дискретный сигнал — последовательность коротких импульсов с длительностью Δt и амплитудой $f(nT)$, определяемой значениями соответствующего аналогового (непрерывного) сигнала $f(t)$ в определенные моменты времени $t = nT$, где n — целое число, T — период дискретизации. См. 1.15.1.

55. Дифференциальное уравнение цепи, связывающее *реакцию* $f_2(t)$ с *воздействием*, получают преобразованием системы уравнений *динамической цепи*. В общем виде неоднородное ДУ, описывающее *переходный процесс* в цепи при единственном воздействии, имеет вид

$$a_n f_2^{(n)}(t) + \dots + a_1 f_2'(t) + a_0 f_2(t) = b_m f_1^{(m)}(t) + \dots + b_1 f_1'(t) + b_0 f_1(t),$$

где $n \geq m$ — порядок цепи; a_k , b_k — постоянные коэффициенты; при $f_1 = 0$ ДУ называют однородным. См. 1.3.2.

56. Дифференциальные параметры НЭ (динамические параметры), например

$$R_{\text{диф}} = \frac{du_R(i_R)}{di_R}, \quad L_{\text{диф}} = \frac{d\psi_L(i_L)}{di_L}, \quad C_{\text{диф}} = \frac{dq_C(u_C)}{du_C},$$

характеризуют *нелинейный элемент* в окрестности *рабочей точки*, определяемой *статическим параметром* НЭ. Д.п. могут принимать отрицательные значения, если РТ находится на «падающем» участке характеристики НЭ. См. 1.16.1.

57. Дифференцирующая RC-цепь и ее характеристики. Цепь, схема которой приведена на рис. 2.6, а, приближенно (при $u_{\text{вых}} \ll u_{\text{вх}}$) реализует операцию дифференцирования, то есть $u_{\text{вых}} \approx RCu'_{\text{вх}}(t) = \tau u'_{\text{вх}}(t)$, причем чем меньше постоянная времени цепи τ , тем ярче эффект дифференцирования. ПФ цепи $H(s) = s/(s + 1/\tau)$,



ЧХ $H(j\omega) = j\omega/(j\omega + 1/\tau)$, АЧХ $A(\omega) = \sqrt{\omega^2 + (1/\tau)^2}$ (при $\omega > 0$), ФЧХ $\Phi(\omega) = -90^\circ - \arctg \tau \omega$. АЧХ приближенно разбивают на частотные интервалы (ЧИ). Низкочастотная зона ($\omega < 1/\tau$) — полоса дифференцирования (ПД) с $A(\omega) \approx \tau \omega$, высокочастотная зона ($\omega > 1/\tau$) — полоса пропускания (ПП) с $A(\omega) \approx \text{const} = 1$. На рис. 2.6, б АЧХ, построенная приближенно по ЧИ, показана тонкой линией, а уточненная — жирной, причем частота среза $\omega_{\text{ср}} = 1/\tau$ соответствует частоте стыка ЧИ. Сравнивая ЧХ цепи со спектром сигнала на входе, можно сделать следующие выводы: 1) $A(0) = 0$, следовательно, суммарная площадь реакции будет равна нулю; 2) $A(\infty) = 1$, поэтому скачки воздействия без искажения пройдут на выход; 3) если спектр воздействия в основном располагается в ПД, то $u_{\text{вых}} \approx \tau u'_{\text{вх}}$, то есть на выходе будет ярко выражен эффект дифференцирования; если же он располагается в ПП, то изменения формы реакции будут невелики. См. 1.8.5.

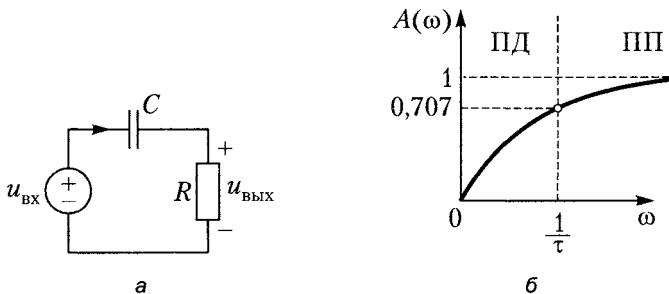


Рис. 2.6

58. Длина волны в ДЛ в УСР — это минимальное расстояние между точками волны, суммарная фаза колебаний в которых различается на 2π радиан, то есть это период волны по координате $\lambda = 2\pi / \beta_0 = v_\phi T$, где v_ϕ — фазовая скорость волны в УСР; T — период волны по времени, угловая частота волны по координате, то есть погонный коэффициент фазы $\beta_0 = \beta_0(\omega) = \text{Im} \gamma_0(j\omega)$ — мнимая часть коэффициента распространения, являющегося вторичным параметром ДЛ. Таким образом, длина волны λ — это расстояние, которое волна проходит за время, равное периоду. См. 1.14.5.

59. Допущения анализа связанных контуров. СК — это цепь четвертого порядка, поэтому на практике при исследовании ЧХ используют ряд допущений, которые не изменяют существа явлений. Первое допущение: СК считают одинаковыми. Второе допущение: исследуют частотный диапазон вблизи резонансной частоты $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ при малых абсолютных расстройках $\delta\omega = \omega - \omega_0$ по сравнению с $\omega \approx \omega_0$.

Используют также относительную расстройку $\delta\omega_* = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\omega}{\omega_0} - 1 = \omega_* - 1$, где

$\omega_* = \omega/\omega_0$ — нормированная частота. Эти допущения позволяют приближенно анализировать АЧХ связанных контуров с применением обобщенных параметров: обобщенной расстройки и фактора связи. См. 1.18.3.

60. Достоинства спектрального метода анализа цепей. 1. По спектру $F(j\omega)$ всегда хотя бы приблизительно можно найти оригинал, то есть *aperiodический сигнал*.

нал $f(t)$. 2. Так как $h(t) \div H(j\omega)$ (здесь и в дальнейшем \div — знак соответствия), то по ЧХ как спектру ИХ цепи всегда можно оценить переходный процесс. 3. Наиболее простой в использовании и достаточно точный метод приближенного вычисления реакции по ее амплитудному и фазовому спектрам эффективен при расчете переходных процессов в цепях высокого порядка. 4. Путем сравнения спектра сигнала на входе цепи с ее ЧХ можно прогнозировать вид сигнала на выходе (см. также 1.8.3–1.8.5). См. 1.8.1.

61. Дуальная теорема компенсации — теорема, на основе которой составляется ПЦ, дуальная ПЦ, полученной по теореме компенсации. Расчет чувствительности по дуальным ПЦ эквивалентен.

Формулировка дуальной теоремы компенсации: приращения реакций Δu_n и Δi_n при изменении некоторой проводимости G_k на ΔG_k можно найти по ПЦ, полученной из исходной цепи исключением всех источников и присоединением параллельно ветви $G_k + \Delta G_k$ дополнительного, компенсационного ИТ $i_a = \Delta G_k u_k$. См. 1.20.1.

62. Дуальность (или двойственность) — это математическая аналогия уравнений, описывающих, например, электромагнитные процессы электрических цепей. См. 1.1.8.

63. Дуальность соединений проявляется в математической аналогии уравнений ЗТК и ЗНК для таких соединений. Например, уравнения ЗТК и ЗНК контура, то есть простого последовательного соединения R --, C -элементов с источником напряжения u_0 : $i = i_R = i_C$, $-u_0 + u_R + u_C = 0$, — дуальны уравнениям ЗНК и ЗТК узловой пары, то есть простого параллельного соединения R --, L -элементов с источником тока i_0 : $u = u_G = u_L$, $-i_0 + i_G + i_L = 0$. См. 1.1.8.

64. Дуальность цепей сложной структуры основывается на математической аналогии уравнений ЗТК одной цепи уравнениям ЗНК другой цепи. У разветвленных дуальных цепей дуальны не только уравнения, но также элементы и их соединения; последовательное соединение дуально параллельному, независимые узлы одной цепи дуальны независимым контурам другой цепи. См. 1.1.8.

65. Дуальность элементов — это математическая аналогия вольт-амперной характеристики одного элемента ампер-вольтной характеристике другого элемента. Так, элементы R и G , L и C , ИН и ИТ, КЗ и ХХ дуальны. Действительно, уравнения $u_R = Ri_R$ и $i_R = Gu_R$, $u_L = Li'_L$ и $i_C = Cu'_C$, $u_{ИН} \neq f(i_{ИН})$ и $i_{ИТ} \neq f(u_{ИТ})$, $u_{КЗ} = 0$ и $i_{ХХ} = 0$ имеют одинаковую форму математического описания. У дуальных элементов дуальны и энергетические характеристики, то есть $p_R = R i_R^2$ и $p_G = Gu_G^2$, $w_L = Li_L^2/2$ и $w_C = Cu_C^2/2$. См. 1.1.8.

66. Единичная импульсная функция (ЕИФ), или дельта-функция $\delta(t)$ — это обобщенная функция единичной площади, равная ∞ при $t = 0$ и равная 0 при $t \neq 0$. Вводится ЕИФ (рис. 2.7) как предел последовательности производных $\phi'(t)$ от последовательности функций $\phi(t)$, при помощи которой была введена единичная ступенчатая функция $\delta_1(t)$, то есть ЕИФ является производной от ЕСФ: $\delta(t) = \frac{d\delta_1(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & t \neq 0; \\ \infty, & t = 0. \end{cases}$ Смещенная ЕИФ $\delta(t - t_0) = \frac{d\delta_1(t - t_0)}{dt} = \begin{cases} 0, & t \neq t_0; \\ \infty, & t = t_0. \end{cases}$ ЕИФ

имеет размерность [с^{-1}]. Применение ЕИФ, опирающееся на свойства ЕИФ, чрезвычайно многообразно, в частности, в теории дискретных цепей и дискретных сигналов (то есть в ВТ), а также в импульсной технике и теории управления. См. 1.4.2.

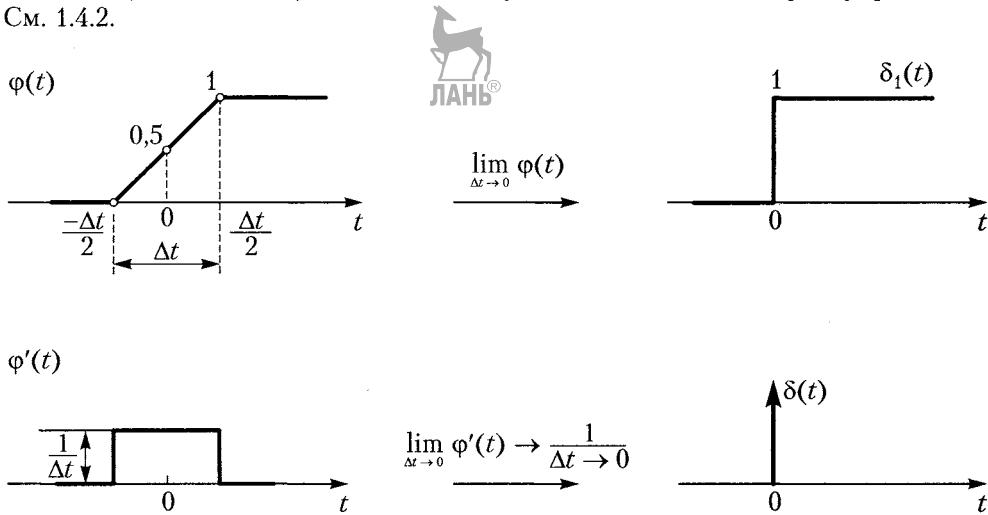


Рис. 2.7

67. Единичная ступенчатая функция (ЕСФ) $\delta_1(t)$ часто обозначаемая как $1(t)$, – это обобщенная функция вида

$$\delta_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 0.5, & t = 0; \\ 1, & t > 0, \end{cases}$$

которая вводится как предел последовательности, например, кусочно-линейных функций $\phi(t)$, изменяющихся от 0 до 1 в окрестности Δt момента времени $t = 0$ (рис. 2.8), когда эта окрестность «сжимается» до нуля, то есть $\delta_1(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \phi(t)$. При этом

$$\delta_1(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0; \\ 0.5, & t = t_0; \\ 1, & t > t_0 \end{cases}$$

– смещенная ЕСФ, изменяющаяся скачком от 0 до 1 при $t = t_0$. ЕСФ – функция безразмерная. Важнейшим является фильтрующее свойство ЕСФ

$$f(t)\delta_1(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0; \\ f(t), & t > t_0, \end{cases}$$

то есть умножение на $\delta_1(t - t_0)$ «обнуляет» результирующий сигнал при $t < t_0$ и как бы «включает» его при $t = t_0$, поэтому применение ЕСФ разнообразно (в частности, для компактного, обобщенного описания разрывных и односторонних

сигналов). Для формирования ЕСФ можно использовать также иные, абсолютно гладкие последовательности, например, $\phi(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg}(t/\varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, что позволяет расширить семейство стандартных воздействий путем многократного дифференцирования $\phi(t)$. См. 1.4.1.

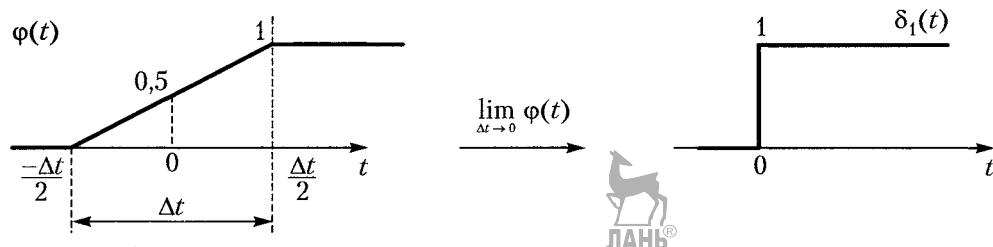


Рис. 2.8

68. Емкостный элемент, или *C*-элемент ЭЦ — идеализированный двухполюсный пассивный элемент, который отражает только запасание энергии электрического поля. Условное обозначение *C*-элемента приведено на рис. 2.9, *a*, причем принято использовать согласованную полярность напряжения u_C с направлением тока i_C . В этом случае *вольт-амперная характеристика* *C*-элемента $i_C(t) = Cu'_C(t)$.

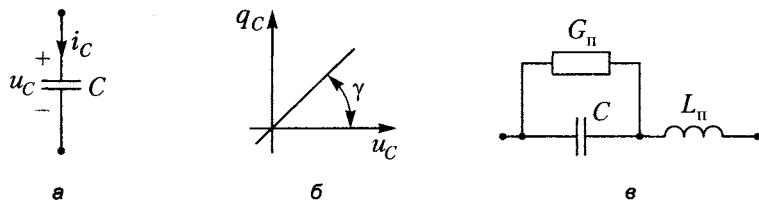


Рис. 2.9

Величина C , называемая емкостью, является коэффициентом пропорциональности между зарядом q_C и напряжением u_C элемента: $C = q_C/u_C$, причем емкость C измеряется в фарадах [Φ]. Если величина C постоянна, то кулон-вольтная характеристика линейна (рис. 2.9, *б*), причем $\operatorname{tg} \gamma \approx C$, что соответствует линейному *C*-элементу. Емкостный элемент служит простейшей моделью электрических конденсаторов с высокими диэлектрическими свойствами в области НЧ, СЧ и ВЧ. В области сверхвысоких частот (СВЧ) модель конденсатора кроме идеального емкостного элемента C может содержать «паразитные элементы»: проводимость G_n , учитывающую потери энергии в диэлектрике, и индуктивность L_n , учитывающую эффект запасания энергии магнитного поля при протекании тока в конструктивных элементах конденсатора (рис. 2.9, *в*). См. 1.1.5.

69. Жесткая нумерация упорядоченного графа необходима для ввода информации о структуре цепи в ЦВМ и включает в *R*-цепях следующую последовательность нумерации ветвей *ориентированного графа* (в нем все ИН относят к ветвям дерева графа, а все ИТ — к хордам): первые номера присваиваются

источникам напряжения, вторые номера — резистивным ветвям дерева, третья номера — резисторным хордам, последние номера — источникам тока. См. 1.19.2.

70. Зависимый источник (ЗИ), или управляемый источник — это четырехполюсный элемент, состоящий из пары ветвей, одна из которых — входная (или ветвь управления) — представляет собой КЗ или ХХ, а другая — выходная — ИН или ИТ, причем напряжение ИН (ток ИТ) пропорционально зависит от напряжения (или тока) ветви управления. Возможны четыре типа ЗИ (рис. 2.10, а–г): ИН, управляемый током (ИНУТ); ИН, управляемый напряжением (ИНУН); ИТ, управляемый напряжением (ИТУН); ИТ, управляемый током (ИТУТ). При этом на рисунке обозначены $U \equiv U(s)$, $I \equiv I(s)$ — операторные напряжения и токи. Свойства ЗИ: 1) необратимость; 2) нулевая входная мощность $p_1(t) = u_1(t)i_1(t) = 0$; 3) способность генерировать энергию. См. 1.11.4.

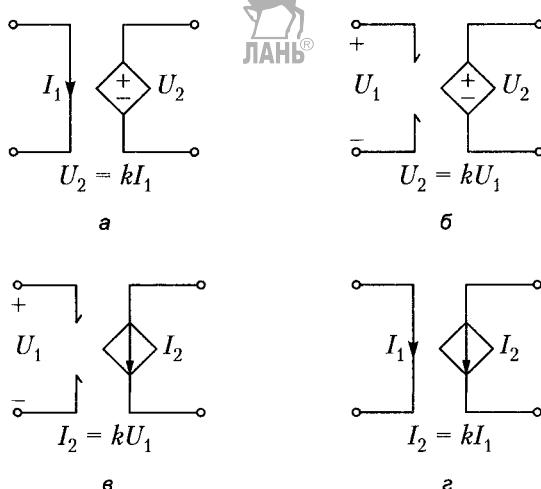


Рис. 2.10

71. Задачи расчета цепей в курсе основ ТЦ обычно подразделяют на задачи анализа и задачи синтеза. Особняком стоят задачи идентификации и диагностики параметров и структуры цепи. В задаче анализа, как правило, даны воздействие и схема цепи, требуется определить реакцию. В большинстве случаев задачи анализа имеют единственное решение. В задачах синтеза, имеющих, как правило, множество решений, дана связь воздействия и реакции, например, в виде ПФ или ЧХ, необходимо определить структуру и параметры цепи. Задачу синтеза делят на две: 1) решаемую обычно в спецкурсах задачу аппроксимации заданной связи воздействия и реакции такой ПФ, которую можно реализовать; 2) собственно задачу реализации цепи по аппроксимированной ПФ. Именно по указанной причине задачу реализации в практике ТЦ часто отождествляют с задачей синтеза. См. 1.17.4.

72. Закон напряжений Кирхгофа (ЗНК), или второй закон Кирхгофа, отражает закон сохранения энергии в замкнутом контуре: алгебраическая сумма напряже-

ний в любом контуре равна нулю в любой момент времени, то есть $\sum_{(k)} u_k(t) = 0$,

где k — номера элементов схемы цепи, вошедших в контур. Обход контура совершается в произвольно выбранном направлении, например, по часовой стрелке. Правило знаков: если обход контура согласован с полярностью напряжения элемента, то это напряжение берут со знаком «плюс», если не согласован — со знаком «минус». Правило знаков одинаково и для напряжений источников, и для напряжений пассивных элементов. Главное следствие ЗНК: напряжение u_{AB} между любыми узлами A, B цепи равно алгебраической сумме напряжений по любому пути из узла A в узел B . Таким образом, у параллельно соединенных элементов (или ДП) напряжение одинаково, если полярность напряжений всех элементов выбрана одинаковой (то есть у одного из узлов соединения везде выбран «плюс»). См. 1.1.7.

73. Закон Ома. 1. З.О. определяет связь между током и напряжением идеального линейного R -элемента и имеет вид $u_R(t) = Ri_R(t)$. Величина R называется сопротивлением резистивного элемента и является коэффициентом пропорциональности между его напряжением u_R и током i_R . Обратная величина $G = 1/R$ называется проводимостью R -элемента. Сопротивление R измеряют в омах (Ом), а проводимость G — в сименсах (См). 2. З.О. широко используют в методе комплексных амплитуд (МКА) при расчете УСР, а также в операторном методе (ОМ) при расчете переходных процессов в ЭЦ с применением преобразования Лапласа. См. 1.1.2.

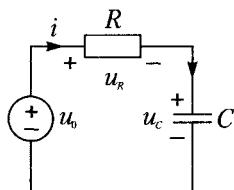


Рис. 2.11

74. Закон токов Кирхгофа (ЗТК), называемый первым законом Кирхгофа, отражает закон сохранения зарядов в цепи: алгебраическая сумма токов в любом узле или сечении ЭЦ в любой момент времени равна нулю, то есть $\sum_{(k)} i_k(t) = 0$, где k — номера ветвей, присоединенных к узлу.

Токи, вытекающие из узла (сечения), берут со знаком «плюс», а втекающие — со знаком «минус». Главное следствие ЗТК: сумма втекающих в узел токов равна сумме токов, вытекающих из узла. Таким образом, в последовательно соединенных элементах цепи ток одинаков, если одинаково выбрано его направление во всех элементах (рис. 2.11). См. 1.1.7.

75. Законы коммутации $u_C(0^-) = u_C(0^+)$ и $i_L(0^-) = i_L(0^+)$, используемые при расчете *переходных процессов* в цепи, следуют из принципов непрерывности заряда и напряжения емкости, а также потокосцепления и тока индуктивности, записанных для момента *коммутации* при $t = 0$. См. 1.3.2.

76. Запись свободной составляющей при различных видах корней ХП очевидна, например, из рассмотрения гипотетической цепи 6-го порядка, имеющей корни ХП $p_{1,2} = -3$, $p_3 = -2$, $p_4 = -5$, $p_{5,6} = -1 \pm j4$. *Свободная составляющая* решения и *свободный процесс* в такой цепи

$$f_{\text{cb}}(t) = A_1 e^{-3t} + A_2 t e^{-3t} + \sum_{n=3}^6 A_n e^{p_n t} = A_1 e^{-3t} + A_2 t e^{-3t} + A_3 e^{-2t} + A_4 e^{-5t} + \\ + B_5 e^{-t} \cos 4t + B_6 e^{-t} \sin 4t = A_1 e^{-3t} + A_2 t e^{-3t} + A_3 e^{-2t} + A_4 e^{-5t} + D_5 e^{-t} \cos(4t + D_6),$$

где A_k , B_k , D_k — искомые параметры. Таким образом, при расчете $f_{cb}(t)$ в случае комплексных корней ХП $p_{5,6}$ могут быть использованы эквивалентные варианты ее описания. См. 1.3.4.

77. Заряд q (измеряется в кулонах [Кл]): 1. Мера измерения количества электричества. 2. Интеграл от тока $q(t) = \int_{-\infty}^t i(t) dt$. См. 1.1.1.

78. Затухающий колебательный режим в последовательной RLC-цепи наблюдается, если «активные потери R » относительно невелики и корни ХП последовательной RLC-цепи являются комплексными:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha \pm j\omega,$$

где $\omega = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$ — частота затухающих колебаний в цепи, поскольку при этом (согласно УС последовательной RLC-цепи, подключенной к ИН $u_0 = \text{const}$) $i(t) = i_{cb}(t) = A_1 e^{-\alpha t} \cos \omega t + A_2 e^{-\alpha t} \sin \omega t$, то есть колебания действительно затухают. При НУ $i(0^+) = 0$, $i'(0^+) = (u_0 - u_{C0})/L$ получим $A_1 = 0$ и решение

$i(t) = \frac{u_0 - u_{C0}}{\omega L} e^{-\alpha t} \sin \omega t$. Для характеристики затухания колебательных процессов в цепи кроме коэффициента затухания α и постоянной времени $\tau = 1/\alpha$ также используют декремент затухания (то есть отношение значений функции через период $T = 2\pi/\omega$) $\theta = i(t)/i(t+T) = e^{\alpha T}$ и логарифмический декремент затухания $\ln \theta = \alpha T$.

График процесса (в предположении $T = \tau/2$) приведен на рис. 2.12. См. 1.3.6.

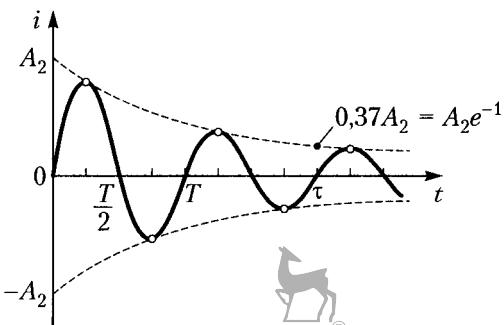


Рис. 2.12

79. Идеализация дискретных сигналов. Короткие прямоугольные импульсы *дискретного сигнала* $f_d(t)$ с длительностью Δt и амплитудой $f(nT)$, описывают дельта-функциями с коэффициентами, равными площадям импульсов: $f_d(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} f(nT) \Delta t \delta(t - nT)$. Используя свойство «выборки», получают также $f_d(t) = f(t) \Delta t \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = f(t) \Delta t f_{\delta}(t)$, где $f_{\delta}(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ — периодическая последовательность ЕИФ. См. 1.15.1.

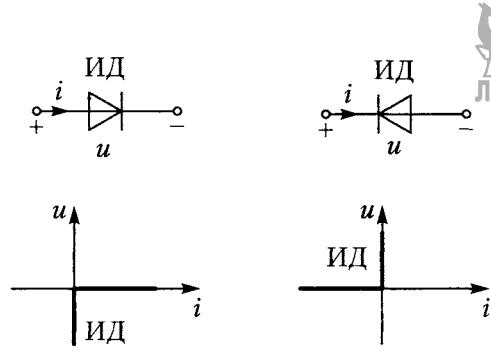


Рис. 2.13



80. Идеальный диод (ИД) — элемент в ТЭЦ, который обладает идеализированными характеристиками диода с идеальным вентильным эффектом. ИД в прямом включении (обозначение и ВАХ приведены на рис. 2.13, а) при $i > 0$ эквивалентен КЗ, а при $i < 0$ эквивалентен ХХ. ИД в обратном включении (обозначение и ВАХ изображены на рис. 2.13, б) при $u > 0$ эквивалентен ХХ, а при $u < 0$ эквивалентен КЗ. См. 1.16.3.

81. Идеальный ключ, прообразом которого является реальный выключатель, — элемент, эквивалентный КЗ в замкнутом состоянии и ХХ — в разомкнутом; при этом *коммутация*, то есть переключение в цепи с помощью И.к., осуществляется мгновенно (обычно в момент $t = 0$ при решении задач). См. 1.3.2.

82. Идеальный ОУ — это *операционный усилитель*, у которого коэффициент усиления $k_{OY} \rightarrow \infty$. Входы идеального ОУ эквивалентны: $U_{OY_{bx+}}(s) = U_{OY_{bx-}}(s)$. При расчете цепей с ОУ (см. также 3.5.11) часто применяют МУН, особенность которого состоит в том, что уравнение МУН для выходного узла ОУ не используют (так как в нем необходимо учитывать выходной ток ОУ $I_{OY_{bx}}$ (s), который неизвестен). В качестве дополнительного (недостающего) уравнения МУН используют либо свойство эквивалентности входов идеального ОУ, либо (если $k_{OY} \neq \infty$) основное уравнение *операционного усилителя* $U_{OY_{bx}}(s) = k_{OY}U_{OY_{bx}}(s)$. См. 1.11.5.

83. Идеальный трансформатор (в отличие от формул для *функций передачи трансформатора*) обладает свойством $u_2(t)/u_1(t) = i_1/i_2 = N_2/N_1$ на любой частоте ω и при любой нагрузке Z_n (здесь N_1 и N_2 — числа витков ИС-обмоток в *схеме замещения трансформатора*; отношение чисел витков называют коэффициентом трансформации). Следствия из формул И.т. для УСР: 1) $\dot{U}_2/\dot{U}_1 = \dot{I}_1/\dot{I}_2 = N_2/N_1 = \text{const}$; 2) $\tilde{P}_{S_{bx}} = \dot{U}_1 \dot{I}_1 = \dot{U}_2 \dot{I}_2 = \tilde{P}_{S_n}$, то есть комплексная мощность полностью передается с входа к нагрузке; 3) $Z_{bx} = \dot{U}_1/\dot{I}_1 = Z_n N_1^2/N_2^2$. При проектировании силовых трансформаторов обычно обеспечивают *приближение реального трансформатора к идеальному* в окрестности рабочей частоты. Однако если у И.т. $H_U(j\omega) = N_2/N_1 = \text{const}$ на любой частоте, то у реального трансформатора $H_U(j0) \rightarrow 0$ (поскольку *напряжение взаимной индукции* не наводится постоянным МП) и $H_U(j\infty) \rightarrow 0$, что следует, например, из рассмотрения *схемы замещения трансформатора* при *эквивалентном исключении индуктивной связи* (при формальном «создании» общего узла между ИС-обмотками). См. 1.9.3.

84. Идеальный фильтр — это *фильтр*, у которого в ПП АЧХ $A(\omega) = 1$ (или $A(\omega) = \text{const}$), в ПЗ $A(\omega) = 0$. И.ф. реализовать невозможно, в частности потому, что его ЧХ $H(j\omega)$ не является дробно-рациональной функцией частоты $j\omega$, как это должно быть у *RLC*-цепей. См. 1.12.3.

85. Изображение периодического сигнала

$$f_{\text{п}}(t) = f_{\text{п}}^*(t)\delta_1(t) = f_1(t) + f_1(t-T) + f_1(t-2T) + \dots,$$

где T — период, а $f_1(t)$ — описание условного 1-го импульса сигнала (в интервале $0 < t < T$), согласно *теореме запаздывания* имеет вид

$$F_{\text{п}}(s) = F_1(s)[1 + e^{-sT} + e^{-s2T} + \dots] = F_1(s)/(1 - e^{-sT})$$

как сумма убывающей геометрической прогрессии с множителем e^{-sT} (со строгих позиций $f_{\text{п}}(t) \equiv 0$ при $t < 0$ — это квазипериодический сигнал, а периодическим является $f_{\text{п}}^*(t) = f_1^*(t \pm T)$, существующий при $-\infty < t < \infty$). См. 1.6.3.

86. Изображение прямоугольного импульса с амплитудой A и длительностью t_u , действующего в интервале $0 < t < t_u$, может быть найдено с использованием теоремы запаздывания как сумма изображений двух смещенных на t_u ЕСФ:

$$f(t) = A\delta_1(t) - A\delta_1(t-t_u) \div F(s) = A\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-st_u}\right) = \frac{A}{s}(1 - e^{-st_u}).$$



См. 1.6.3.

87. Изображение сигнала кусочно-линейной формы. При использовании метода двойного дифференцирования вторая производная сигнала $f(t)$ описывается суммой смещенных дельта-функций $f''(t) = \sum A_k \delta(t-t_k)$, обозначаемых $\sum A_k e^{-st_k}$. В преобразовании Лапласа интегрированию оригинала соответствует деление изображения на s (см. *свойства и теоремы преобразования Лапласа*). Поэтому изображение исходного сигнала, который является двукратным интегралом от $f''(t)$, будет $F(s) = \frac{1}{s^2} \sum A_k e^{-st_k}$. См. 1.6.3.



88. Изображение синусоидального импульса $f(t)$ с амплитудой A и длительностью t_u , имеющего форму полуволны (полупериода) синусоиды в интервале $0 < t < t_u$. С использованием *теоремы запаздывания* изображение может быть получено как сумма изображений двух смещенных на t_u односторонних синусоидальных функций:

$$\begin{aligned} f(t) &= A \sin \omega_0 t \delta_1(t) + A \sin \omega_0 (t-t_u) \delta_1(t-t_u) \div \\ &\div F(s) = A \left(\frac{\omega_0}{s^2 + \omega^2} + \frac{\omega_0}{s^2 + \omega^2} e^{-st_u} \right), \end{aligned}$$

причем период синусоид $T = 2t_u$, то есть частота $\omega_0 = 2\pi/T = \pi/t_u$. См. 1.6.3.

89. Импульсная характеристика (ИХ) $h(t)$ коротко — это реакция на воздействие вида ЕИФ, то есть *дельта-функции* $\delta(t)$; строго — ИХ $h(t)$ численно равна *реакции* $f_2(t)$ при нулевых *независимых НУ* на единственное в цепи *воздействие* $f_1(t) = F_{10} \delta(t)$, где $F_{10} = 1$ Вс (или 1 Ас) — коэффициент, используемый для выравнивания размерности. Так как по принципу (свойству) пропорциональности $f_2(t) = F_{10} h(t)$, то размерность ИХ $[h] = \frac{[f_2]}{[F_{10}]} = \frac{[f_2]}{[f_1][t]}$. Поскольку ЕИФ является производной от ЕСФ ($\delta = \delta'_1$), то по принципу дифференцируемости ИХ является

ся производной от ПХ цепи: $h(t) = h'_1(t)$, причем по условию физической осуществимости

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ \neq 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

С учетом корректной записи ПХ $h_1(t) = h_1^*(t)\delta_1(t)$ для любых значений времени ($-\infty < t < \infty$), развернутая запись ИХ при ее расчете усложняется: $h(t) = h'_1(t) = \frac{dh_1(t)}{dt}\delta_1(t) + h_1^*(t)\delta(t)$, откуда окончательно с учетом свойства выборки ЕИФ $h(t) = \frac{dh_1^*(t)}{dt}\delta_1(t) + h_1(0^+)\delta(t)$, поскольку на основании свойств непрерывной функции $h_1^*(0) = h_1^*(0^-) = h_1^*(0^+) = h_1(0^+)$. Второе слагаемое в записи ИХ трактуется следующим образом: если ПХ при $t = 0$ изменяется скачком от значения $h_1(0^-) \equiv 0$ до $h_1(0^+) \neq 0$, то при дифференцировании ПХ появится составляющая ИХ $h_1(0^+)\delta(t)$ (см. п. 249 «Применение ЕИФ»). Следует отметить, что на практике ИХ проще находить операторным методом как оригинал от передаточной функции $H(s) \div h(t)$. См. 1.4.3.

90. Импульсная характеристика дискретной цепи $h(nT)$ — это реакция на единственное в ДЦ воздействие вида дискретной дельта-функции $\delta_0(nT)$ в виде единственного импульса единичной высоты при $t = 0$ (то есть при $n = 0$). Поскольку $\delta_0(nT) = \delta_1(nT) - \delta_1(nT - T)$, то на основании принципа наложения $h(nT) = h_1(nT) - h_1(nT - T)$, то есть ИХ ДЦ равна разности переходных характеристик ДЦ, смещенных на один шаг. Кроме принципа наложения, для линейных ДЦ справедлив и принцип пропорциональности. См. 1.15.3.

91. Индивидуальный резонанс в связанных контурах. Настройку на резонанс выполняют, обеспечивая поочередно резонанс в каждом из связанных контуров при отключенном другом контуре; изменяют параметры реактивных элементов обоих контуров (без регулировки $Z_{\text{св}}$) так, чтобы $\text{Im}Z_1 = \text{Im}Z_2 = 0$, где Z_1, Z_2 — полные сопротивления первичного и вторичного контуров. При индивидуальном резонансе одновременно реализуются первый и второй частные резонансы в СК. См. 1.18.2.

92. Индуктивно связанная цепь (ИСЦ) — см. п. 435 «Цепь с взаимной индукцией». См. 1.9.1.

93. Индуктивность рассеяния, например, 1-й ИС-катушки $L_{s1} = \psi_{s1}/i_1 = N_1\Phi_{s1}/i_1$ — это коэффициент пропорциональности между потокосцеплением рассеяния ψ_{s1} и создавшим его током; здесь Φ_{s1} — усредненный поток рассеяния 1-й катушки, а N_1 — число ее витков. См. 1.9.1.

94. Индуктивный элемент, или L -элемент ЭЦ — это идеализированный двухполюсный пассивный элемент, который отражает только запасание энергии магнитного поля, связанное с протеканием тока. Условное обозначение L -элемента приведено на рис. 2.14, *a*, причем принято использовать согласованную полярность напряжения u_L с направлением тока i_L . Индуктивный элемент может служить простейшей моделью высококачественных катушек индуктивности

с малыми потерями в области НЧ и СЧ. В области высоких частот должны учитываться потери энергии в проводе и энергия электрического поля путем дополнительного включения в модель сопротивления потерь R_n и «паразитной» емкости C_n (рис. 2.14, б). См. 1.1.4.

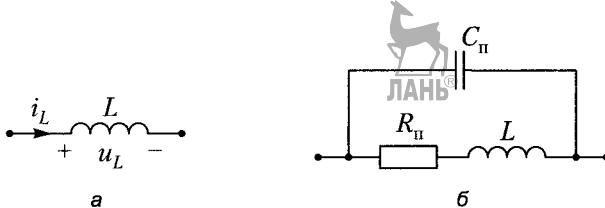


Рис. 2.14

95. Интеграл Дюамеля $f_2(t) = f_1(0^+)h_1(t) + \int_0^t f_1'(\tau)h_1(t-\tau)d\tau$ позволяет при $t > 0$

найти *реакцию* $f_2(t)$ при произвольном *воздействии* $f_1(t)$ (причем $f_1 = 0$ при $t < 0$), если известна *переходная характеристика* цепи $h_1(t) = h_1^*(t)\delta_1(t)$, где $h_1^*(t)$ — описание ПХ при $t > 0$; $\delta_1(t)$ — ЕСФ; τ — переменная интегрирования; t — текущее время (момент наблюдения). Поскольку $t > 0$, то все ЕСФ под интегралом можно опустить. Трудности взятия интеграла Дюамеля появляются, если при $t = t_0$ воздействие изменяется скачком на $\Delta f_1(t_0)$. В этом случае в формуле интеграла Дюамеля появляется дополнительное слагаемое, аналогичное первому:

$$f_2(t) = f_1(0^+)h_1(t) + \int_0^t f_1'(\tau)h_1(t-\tau)d\tau + \Delta f_1(t_0)h_1(t-t_0),$$

а под интегралом следует учитывать только непрерывную часть $f_1(t)$. Интеграл Дюамеля часто называют интегралом наложения, выраженным через ПХ цепи. См. 1.4.4.

96. Интеграл свертки $f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)h(t-\tau)d\tau$ позволяет при $t > 0$ найти *реакцию* $f_2(t)$ при произвольном *воздействии* $f_1(t)$ (причем $f_1 = 0$ при $t < 0$), если известна *импульсная характеристика* цепи

$$h(t) = h_1'(t) = \frac{dh_1^*(t)}{dt}\delta_1(t) + h_1(0^+)\delta(t) = h_0(t) + h_1(0^+)\delta(t),$$

где $h_1(t) = h_1^*(t)\delta_1(t)$ — *переходная характеристика*; $\delta_1(t)$ — ЕСФ; $\delta(t)$ — ЕИФ; τ — переменная интегрирования; t — текущее время (момент наблюдения). Поскольку $t > 0$, то все ЕСФ под интегралом можно опустить. Трудности взятия интеграла свертки возникают, если ИХ содержит дельта-функцию $\delta(t)$. Расчетная формула в этом случае

$$f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)h_0(t-\tau)d\tau + h_1(0^+)f_1(t),$$

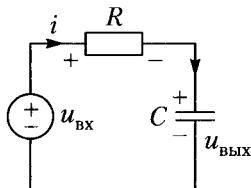
где $h_0(t)$ — часть ИХ, не содержащая ЕИФ. При использовании *операторного метода* проще находить реакцию по ее изображению: $f_2(t) \div F_2(s) = H(s)F_1(s)$, где $H(s)$ — *передаточная функция* цепи. Интеграл свертки также называют интегралом наложения, выраженным через ИХ цепи. См. 1.4.4.

97. Интегрирующая RC-цепь и ее характеристики. Схема интегрирующей *RC*-цепи приведена на рис. 2.15, а, выходной сигнал $u_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^t u_{\text{вх}}(t) dt$, если

$u_{\text{вых}} \ll u_{\text{вх}}$. Чем больше постоянная времени $\tau = RC$, тем ярче эффект интегрирования. ПФ цепи $H(s) = \frac{1/\tau}{s + 1/\tau}$, ЧХ $H(j\omega) = \frac{1/\tau}{(j\omega + 1/\tau)}$, АЧХ $A(\omega) = \frac{(1/\tau)}{\sqrt{\omega^2 + (1/\tau)^2}}$,

ФЧХ $\Phi(\omega) = -\arctg \omega \tau$. АЧХ разбивают на два ЧИ: при $\omega < 1/\tau$ — полоса пропускания, так как $A(\omega) \approx 1$; при $\omega > 1/\tau$ — полоса интегрирования (ПИ), так как $A(\omega) \approx 1/(\tau \omega)$. На рис. 2.15, б АЧХ, построенная по ЧИ, показана тонкой линией, а уточненная — жирной. Сравнивая АЧХ цепи с амплитудным спектром воздействия, можно сделать следующие выводы: 1) реакция будет непрерывной, так как $A(\infty) = 0$; 2) $A(0) = 1$, следовательно, площадь реакции $S_{\text{вых}} = S_{\text{вх}}$; 3) если АС воздействия в основном располагается в ПП, то $u_{\text{вых}}(t) \approx u_{\text{вх}}(t - t_3)$, причем время запаздывания $t_3 = |\Phi'(0)| = \tau$ определяется наклоном ФЧХ на НЧ. Если АС воздействия располагается в ПИ, то $u_{\text{вых}}(t) \approx \frac{1}{\tau} \int_0^t u_{\text{вх}}(t) dt$. См. также п. 26 «Оценка формы реакции при сравнении спектра воздействия с ЧХ цепи». См. 1.8.5.

ДАНЫЙ РИСУНОК ПРЕДСТАВЛЯЕТ СХЕМУ ИНТЕГРИРУЮЩЕЙ RC-ЦЕПИ И ЕЕ АЧХ.



а

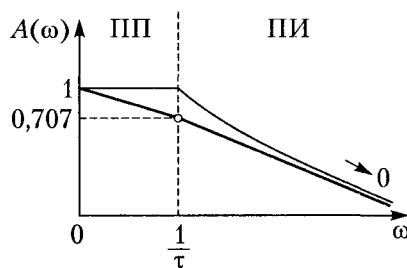


Рис. 2.15

98. Использование МЭИ при расчете НЦ позволяет в случае единственного НЭ в цепи резко упростить анализ НЦ. Переходят к эквивалентной схеме МЭИН, состоящей из последовательно соединенных эквивалентного ИН u_s , эквивалентного линейного сопротивления R_s и НЭ (где $u_s = u_{XX}$ — напряжение ХХ НЭ, R_s — сопротивление линейной части цепи без источников относительно НЭ). См. 1.16.2.

99. Источник напряжения (ИН) — это идеализированный двухполюсный элемент, напряжение которого $u_0(t)$ является заданной функцией времени и не зависит от протекающего через ИН тока. Условное обозначение ИН приведено на рис. 2.16, а. Направление тока ИН может быть как согласованным, так и не со-

гласованным с полярностью напряжения. Для цепей с единственным ИН характеристика (логична, физична) несогласованная полярность (рис. 2.16, б). Независимость напряжения ИН от тока отражается на ВАХ источника (рис. 2.16, в) для момента времени $t = t_1$, следовательно, дифференциальное сопротивление ИН $R_{\text{диф}} = du/di = 0$. ИН в состоянии отдавать неограниченную мощность, как это следует из рис. 2.16, г, где $i = u_0/R_{\text{КЗ}} \rightarrow \infty$ (однако этот предельный случай, в котором нарушаются ЗНК и определения ИН и КЗ, в курсе ТЦ не рассматривается). Частный случай ИН с напряжением $u_0 = 0$ эквивалентен *короткозамкнутому* участку (КЗ) цепи. ИН отражает генерирование в цепь электромагнитной энергии (за счет преобразования ее из других видов энергии — механической, химической и т. д.). См. 1.1.3.

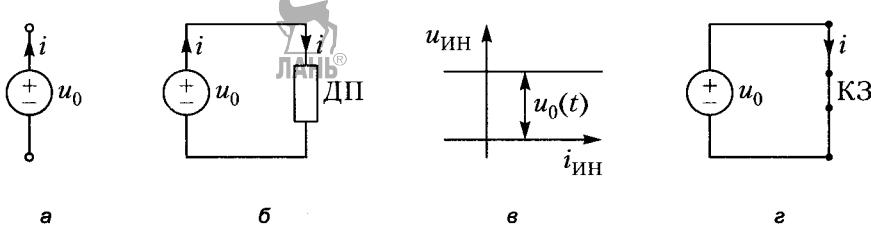


Рис. 2.16

100. Источник тока (ИТ) — это идеализированный двухполюсный элемент, ток которого $i_0(t)$ является заданной функцией времени и не зависит от напряжения ИТ. Условное обозначение источника тока i_0 приведено на рис. 2.17, а. Полярность напряжения ИТ может быть выбрана произвольно как согласованной (рис. 2.17, а), так и несогласованной (рис. 2.17, б) с током ИТ. Для цепей с единственным ИТ логична (характерна, физична) несогласованная полярность, как показано на рис. 2.17, б. Независимость тока ИТ от напряжения отражается на ВАХ источника (рис. 2.17, в) для момента $t = t_1$. Дифференциальное сопротивление ИТ $R_{\text{диф}} = du/di \rightarrow \infty$. ИТ в состоянии отдавать неограниченную мощность, как это следует из рис. 2.17, г, где $u = i_0 R_{\text{XX}} \rightarrow \infty$ (однако этот предельный случай, в котором нарушаются ЗТК и определения ИТ и ХХ, в курсе ТЦ не рассматривается). Частный случай ИТ с током $i_0 = 0$ эквивалентен *холостому ходу* (ХХ) в цепи. См. 1.1.3.

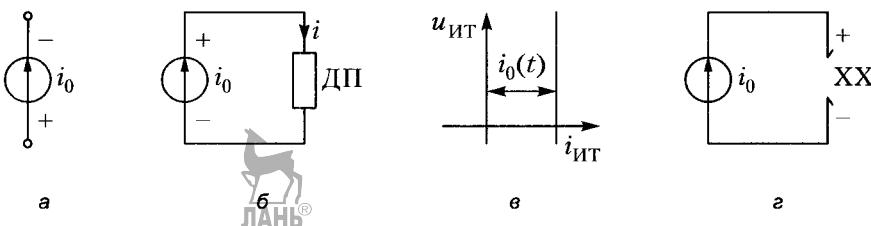


Рис. 2.17

101. Каскадное соединение четырехполюсников ЧП 1 и ЧП 2 (с матрицами параметров $[a]_1$ и $[a]_2$) изображено на рис. 2.18, а. Это каскадное соединение всегда

регулярно. При каскадном соединении выход ЧП 1 является входом ЧП 2 (у ДП нет аналогичного соединения). Результирующая матрица a -параметров соединения $[a] = [a]_1[a]_2$. При изменении последовательности каскадов будет иная результирующая матрица $[a]_2[a]_1$ соединения (произведение матриц не является переместительным). Любой ЧП лестничной структуры, например, изображенный на рис. 2.18, б, можно представить каскадным соединением простейших (См. п. 191 «Определение параметров ЧП», пример), тогда

$$[a] = [a]_Z [a]_Y = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix}.$$

См. 1.11.3.

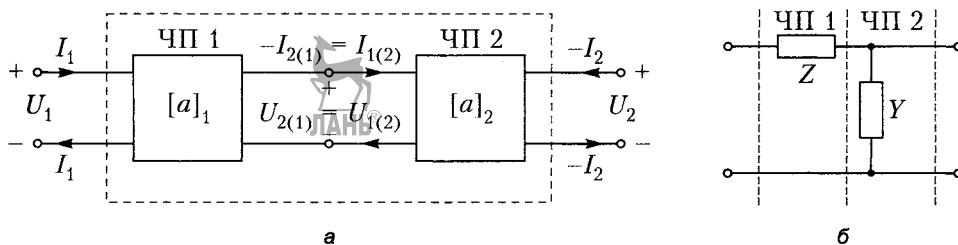


Рис. 2.18

102. Классификация нелинейных цепей (НЦ): 1) резистивные НЦ и динамические НЦ; первые описываются нелинейными алгебраическими уравнениями, вторые — нелинейными дифференциальными; 2) НЦ с несколькими НЭ и НЦ с одним НЭ, когда для расчета НЦ можно использовать МЭИ; 3) см. также п. 103 «Классификация нелинейных элементов». См. 1.16.1.

103. Классификация нелинейных элементов: 1) *нелинейные элементы* с неуправляемой характеристикой (см., например, на рис. 2.19, а ВАХ полупроводникового диода), то есть нелинейные ДП, и НЭ с управляемой характеристикой (см. на рис. 2.19, б характеристики транзистора), то есть нелинейные ЧП или трехполюсники; 2) НЭ с положительными *дифференциальными параметрами* (рис. 2.19, а) и НЭ, имеющие «падающие» участки характеристики (см. рис. 2.19, в, где приведена ВАХ туннельного диода); 3) НЭ с однозначной характеристикой (рис. 2.19, а) и НЭ с неоднозначной характеристикой (см. рис. 2.19, г, где изображена гистерезисная характеристика катушки индуктивности с ферромагнитным сердечником); 4) пассивные НЭ и активные НЭ; 5) НЭ с симметричными характеристиками и НЭ с несимметричными характеристиками. Имеются и другие признаки классификации нелинейных цепей и элементов. См. 1.16.1.

104. Классификация фильтров: 1) ФНЧ — фильтр низких частот, у которого ПП находится на низких частотах; 2) ФВЧ — фильтр верхних частот, у которого ПП находится на высоких частотах; 3) ППФ — полосовой пропускающий фильтр, у которого пропускаются к нагрузке сигналы в полосе частот, а ПЗ находится на НЧ и ВЧ; 4) ПЗФ — полосовой заграждающий фильтр, у которого ПП находится на НЧ и ВЧ. Примеры простых симметричных фильтров Т- и П-структур

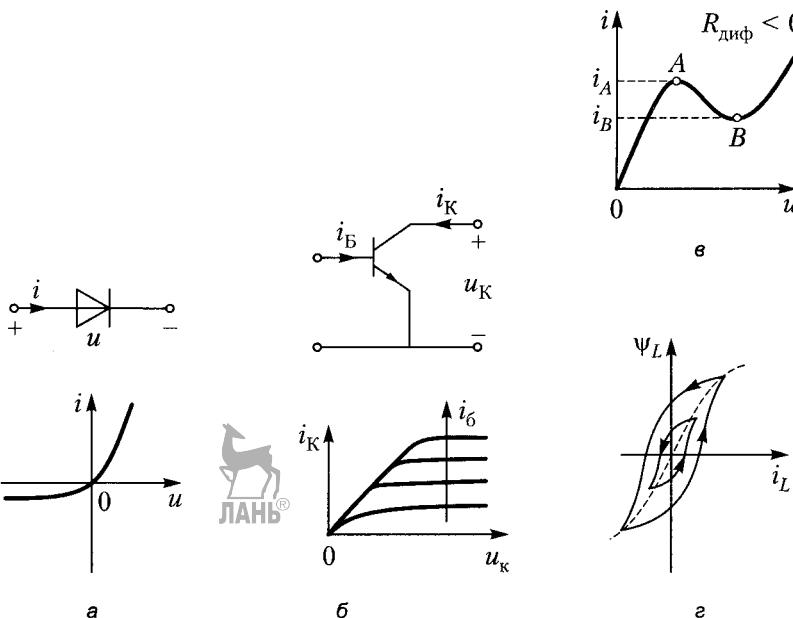


Рис. 2.19

приведены на рис. 2.20, а и б. 1. У ФНЧ Z_1 — это элемент L_1 , Z_2 — элемент C_2 ; на частоте $\omega \rightarrow 0$ продольное плечо (то есть Z_1) эквивалентно КЗ (так как $Z_L = j\omega L \rightarrow 0$), а поперечное плечо (то есть Z_2) эквивалентно ХХ (так как $Z_C = 1/(j\omega C) \rightarrow \infty$) и сигналы с входа U_1 полностью проходят к нагрузке Z_H . При $\omega \rightarrow \infty$ имеем $Z_1 \equiv \text{ХХ}$, $Z_2 \equiv \text{КЗ}$ и сигналы на выход U_2 не проходят. 2. У ФВЧ Z_1 — это элемент C_1 , Z_2 — элемент L_2 . 3. У ППФ продольное плечо — это последовательное соединение L_1 и C_1 , а поперечное плечо — параллельное соединение L_2 и C_2 ; частоты ПРН и ПРТ у плеч фильтра одинаковы ($1/\sqrt{L_1 C_1} = 1/\sqrt{L_2 C_2}$), поэтому на резонансной частоте $Z_1 \equiv \text{КЗ}$, $Z_2 \equiv \text{ХХ}$ и сигналы проходят к нагрузке. 4. У ПЗФ плечо Z_1 образовано параллельным соединением L_1 и C_1 , а поперечное плечо — последовательным соединением L_2 и C_2 , причем на частотах простейших резонансов $1/\sqrt{L_1 C_1} = 1/\sqrt{L_2 C_2}$ имеем $Z_1 \equiv \text{ХХ}$, $Z_2 \equiv \text{КЗ}$ и сигналы на выход не проходят. См. 1.12.3.

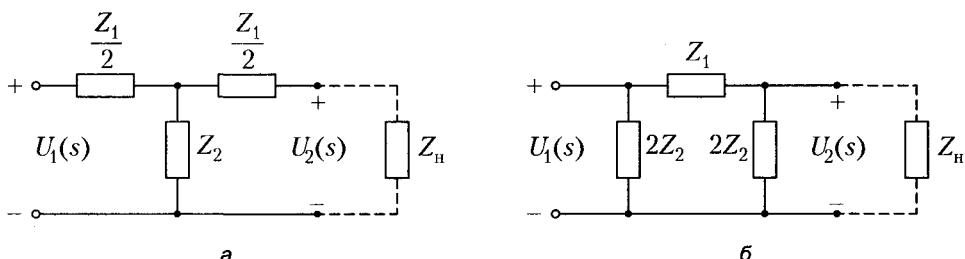


Рис. 2.20

105. Классический фильтр – это согласованно нагруженный на *характеристическое сопротивление* ($Z_n = Z_c$) фильтр в виде симметричного реактивного ЧП (то есть LC -ЧП), у которого в ПП АЧХ $A(\omega) = 1$ (или $A(\omega) = \text{const}$), то есть коэффициент затухания $\alpha = 0$, а в ПЗ $\alpha \neq 0$ (см. п. 442 «*Частотные характеристики симметричного ЧП в согласованном режиме*»). Достаточные условия работы классических фильтров в ПП: 1) если в режиме согласованной нагрузки характеристическое сопротивление симметричного фильтра положительно ($Z_c = Z_n = R_n > 0$), то классический фильтр работает в ПП; 2) классический симметричный фильтр работает в ПП, если его сопротивления Z_{xx} и Z_{k3} «разнореактивны» (см. п. 316 «*Свойства ЧХ LC-ДП*»), то есть если одно имеет чисто индуктивный характер, то другое – чисто емкостный (следовательно, классический фильтр нельзя составить из накопителей одного типа). Для определения ПП фильтра необходимо провести *расчет резонансных частот* LC -ДП по $Z_{xx}(s)$ и $Z_{k3}(s)$, разметить на каждом ЧИ (между этими частотами) характер реактивности каждого ДП, и ЧИ, где характер реактивности Z_{xx} и Z_{k3} различен и определяет ПП. См. 1.12.3.

106. Коммутация – это обычно какое-либо переключение, например, с помощью идеального ключа, приводящее к возникновению *переходного процесса*. О К. также говорят при скачкообразном изменении *воздействия* (или какой-либо его производной), а иногда при скачкообразном изменении параметра в цепи. См. 1.3.2.

107. Компенсационный источник – источник, формируемый на основе *теоремы компенсации* и по характеру влияния заменяющий действие остальных источников в цепи. Будучи подключенным с обратной полярностью последовательно с измененным сопротивлением $R_k + \Delta R_k$ в исходную цепь, он компенсирует все приращения и восстанавливает исходные реакции. См. 1.20.1.

108. Комплексная мощность пассивного ДП. При расчете МКА активная P , реактивная P_Q и полная P_S мощности находятся как составляющие комплексной мощности $\tilde{P}_S = \dot{U}\dot{I} = ZI^2 = YU^2 = P_S e^{j\phi} = P_S \cos \phi + jP_S \sin \phi = P + jP_Q$, где Z , Y , $\dot{U} = Ue^{j\alpha_u}$ – комплексные сопротивление, проводимость, комплексное действующее значение напряжения ДП, $\dot{I} = Ie^{-j\alpha_i}$ – сопряженное комплексное действующее значение тока ДП, при этом $P_S = |\tilde{P}_S| = \sqrt{P^2 + P_Q^2}$. См. 1.5.4.

109. Комплексная схема замещения, используемая в *методе комплексных амплитуд*, позволяет рассчитывать цепи сложной структуры в УСР аналогично анализу R -цепей: источники напряжения и тока $u(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_u)$ и $i(t) = I_m \cos(\omega t + \alpha_i)$ заменяют их комплексными амплитудами $\dot{U}_m = U_m e^{j\alpha_u}$ и $\dot{I}_m = I_m e^{j\alpha_i}$ или комплексами (комплексными действующими значениями) $\dot{U} = U_m / \sqrt{2} = U e^{j\alpha_u}$ и $\dot{I} = I_m / \sqrt{2} = I e^{j\alpha_i}$; R -, L - и C -элементам приписываются комплексные сопротивления $Z_R = R$, $Z_L = j\omega L = j|Z_L|$, $Z_C = -j/(\omega C) = -j|Z_C|$, причем здесь U_m и I_m , U и I , α_u и α_i , ω – параметры *сигналов синусоидальной формы*, то есть их амплитуды, действующие значения, начальные фазы и частота. См. 1.5.3.

110. Комплексная функция цепи – см. п. 440 «*Частотная характеристика*» цепи и п. 215 «*Передаточная функция*» цепи. См. 1.5.5.

111. Комплексное сопротивление взаимной индуктивности в индуктивно связанных цепях в УСР $Z_M = j\omega M = \pm jX_M = \pm j|Z_M| = \pm j\omega|M|$, где $|M|$ – взаимная

индуктивность ИС-катушек, причем знак «+» соответствует их *согласному включению*, а «-» — встречному. См. 1.9.1.

112. Комплексное сопротивление пассивного ДП в УСР при использовании *метода комплексных амплитуд*: $Z = \dot{U}_m / \dot{I}_m = \dot{U} / \dot{I} = |Z| e^{j\varphi} = r + jx$, где $\dot{U}_m = U_m e^{j\alpha_u} = \dot{U} \sqrt{2}$, $\dot{I}_m = I_m e^{j\alpha_i} = \dot{I} \sqrt{2}$ — комплексные амплитуды. Модуль комплексного сопротивления $|Z| = U_m / I_m = U / I$ описывает так называемый закон Ома в «модулях»; фаза комплексного сопротивления $\varphi = \alpha_u - \alpha_i$ полностью определяет сдвиг фаз между напряжением и током пассивного ДП (см. п. 338 «Сигналы синусоидальной формы»). Комплексная проводимость пассивного ДП: $Y = 1/Z = \dot{I}_m / \dot{U}_m = \dot{I} / \dot{U} = |Y| e^{j\psi} = g + jb$, причем $|Y| = 1/|Z|$, $\psi = -\varphi$. Кроме того, использованы следующие обозначения: r, g — активные составляющие Z и Y ; x, b — реактивные составляющие. (Поскольку $Z_R = R = r_R$, то есть $x_R = 0$, то R -элемент часто называют активным сопротивлением; так как $Z_L = j\omega L = jx_L$, $Z_C = 1/(j\omega C) = jx_C = j/(-1/\omega C)$, то есть $r_L = 0$, $r_C = 0$, то элементы L и C часто называют реактивными элементами. Кроме того, часто обозначают $|Z_L| = \omega L = X_L$, $|Z_C| = 1/(\omega C) = X_C$, $|Y_L| = 1/(\omega L) = B_L$, $|Y_C| = \omega C = B_C$.) У пассивного ДП из R -, L - и C -элементов всегда $|\varphi| \leq 90^\circ$, $|\psi| \leq 90^\circ$, $r \geq 0$, $g \geq 0$. См. 1.5.2.

113. Комплексные амплитуды напряжения $\dot{U}_m = U_m e^{j\alpha_u}$ и тока $\dot{I}_m = I_m e^{j\alpha_i}$ при анализе *установившегося синусоидального режима* соответствуют *сигналам синусоидальной формы* $u(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_u)$, $i(t) = I_m \cos(\omega t + \alpha_i)$, что записывают в виде $\dot{U}_m \div u(t)$, $\dot{I}_m \div i(t)$. К.а. \dot{U}_m , \dot{I}_m представляют векторами на комплексной плоскости, как комплексное число $\dot{A} = A e^{j\gamma} = a + jb$ (рис. 2.21), где модуль (длина) вектора $A = |\dot{A}| = \sqrt{a^2 + b^2}$, фаза $\gamma = \arctg(b/a)$, $a = \text{Re } \dot{A} = A \cos \gamma$, $b = \text{Im } \dot{A} = A \sin \gamma$, $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица, причем сопряженное комплексное число $\dot{A}^* = a - jb = A e^{-j\gamma}$ (положительный отсчет угла γ производят против часовой стрелки от «правого горизонта»). К.а. используют при обосновании *метода комплексных амплитуд* для расчета УСР: $u(t) = \text{Re } \dot{U}_m e^{j(\omega t + \alpha_u)} = \text{Re } \dot{U}_m e^{j\omega t}$, $i(t) = \text{Re } \dot{I}_m e^{j\omega t}$, где $e^{j\omega t}$ — оператор вращения, а $\dot{U}_m e^{j\omega t}$, $\dot{I}_m e^{j\omega t}$ — вращающиеся векторы, поскольку их суммарная фаза $\gamma = \omega t + \alpha$ равномерно увеличивается с увеличением времени t . Комплексные значения (или комплексы действующих значений) — это $\dot{U} = U e^{j\alpha_u} = \dot{U}_m / \sqrt{2}$, $\dot{I} = I e^{j\alpha_i} = \dot{I}_m / \sqrt{2}$. См. 1.5.2.

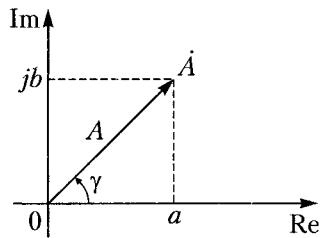


Рис. 2.21

114. Комплексные сопротивления пассивных элементов в УСР при использовании *метода комплексных амплитуд*:

$$Z_C = \dot{U}_m / \dot{I}_m = R; Z_L = \dot{U}_{mL} / \dot{I}_{mL} = j\omega L = \omega L e^{j90^\circ} = |Z_L| e^{j\varphi_L};$$

$$Z_C = \dot{U}_{mC} / \dot{I}_{mC} = 1/(j\omega C) = -j/(\omega C) = \frac{1}{\omega C} e^{-j90^\circ} = |z_C| e^{j\varphi_C},$$

где $\dot{U}_m = \dot{U} \sqrt{2}$, $\dot{I}_m = \dot{I} \sqrt{2}$ — комплексные амплитуды.

У R -элемента $\varphi_R = \alpha_{u_R} - \alpha_{i_R} = 0^\circ$, то есть синусоиды напряжения и тока в фазе;

у L -элемента $\phi_L = \alpha_{u_L} - \alpha_{i_L} = 90^\circ$, то есть напряжение «опережает» ток на 90° ; у C -элемента угол сдвига между синусоидами $\phi_C = \alpha_{u_C} - \alpha_{i_C} = -90^\circ$, то есть напряжение «отстает» от тока на 90° , что соответствует мнемоническому правилу *ULICU*. Комплексные проводимости элементов $Y_R = 1/z_R = G$, $Y_L = 1/z_L = 1/(j\omega L)$, $Y_C = 1/z_C = j\omega C$. При $\omega \rightarrow 0$ сопротивление $Z_L = j\omega L \rightarrow 0$, $Z_C = 1/(j\omega C) \rightarrow \infty$, то есть элементы $L \equiv \text{КЗ}$, $C \equiv \text{XX}$; на частоте $\omega \rightarrow \infty$ имеем $Z_L \rightarrow \infty$, $Z_C \rightarrow 0$, то есть $L \equiv \text{XX}$, $C \equiv \text{КЗ}$. См. 1.5.2.

115. Контур — это замкнутая последовательность ветвей схемы (которая может включать и разрыв цепи — XX), причем эти ветви не пересекаются. См. 1.1.6.

116. Корни характеристического полинома последовательной RLC-цепи могут быть найдены, например, на основании записи *УС последовательной RLC-цепи*, XII

которых $p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$, откуда $p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$,

где $\alpha = R/(2L)$ — коэффициент затухания цепи; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ — резонансная частота (частота незатухающих колебаний в *RLC*-цепи при $R = 0$). Корни ХП цепи часто называют собственными частотами цепи. См. 1.3.6.

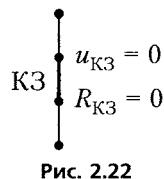


Рис. 2.22

117. Короткозамкнутый элемент (КЗ), то есть в практической электротехнике — короткое замыкание в цепи — идеализированный двухполюсный элемент (обозначение см. на рис. 2.22), обладающий следующими свойствами: сопротивление $R_{\text{КЗ}} = 0$, проводимость $G_{\text{КЗ}} \rightarrow \infty$, напряжение $u_{\text{КЗ}} = 0$, ток $i_{\text{КЗ}}$ зависит от остальной цепи. См. 1.1.3.

118. Коэффициент мощности пассивного ДП

$$\cos \varphi = P/P_S = P/\sqrt{P^2 + P_Q^2} = P/(UI)$$

показывает (см. также п. 25 «*Виды мощностей пассивного ДП в УСР*»), какая часть располагаемой мощности реализуется как активная. При заданных активной мощности P и напряжении U ток I в цепи обратно пропорционален $\cos \varphi$. Таким образом, повышение К.м. влечет за собой снижение потребляемого тока, что уменьшает потери энергии в проводах. Повышение К.м. происходит при сокращении реактивной составляющей P_Q (см. п. 17 «*Баланс мощностей в пассивном ДП в УСР*»). Так как $P_{QL} > 0$, а $P_{QC} < 0$, то для компенсации P_Q ДП, имеющей, как правило, индуктивный характер, параллельно ДП подключают компенсирующую емкость. См. 1.5.4.

119. Коэффициент отражения определяет отношение отраженной волны к падающей в конце ДЛ (то есть при $x = 0$)

$$n = U_{o2}/U_{n2} = I_{o2}/I_{n2} = (Z_n - Z_b)/(Z_n + Z_b),$$

где Z_n — сопротивление нагрузки ДЛ; Z_b — волновое сопротивление (*вторичный параметр ДЛ*). При XX нагрузки ($Z_n \rightarrow \infty$) коэффициент отражения $n = 1$, то есть $I_2 = I_{n2} - I_{o2} = 0$, $U_2 = U_{n2} + U_{o2} = 2U_{n2}$. При КЗ нагрузки $n = -1$, то есть $U_2 = U_{n2} + U_{o2} = 0$, $I_2 = I_{n2} - I_{o2} = 2I_{n2}$. См. 1.14.2.

120. Коэффициент прямоугольности, характеризующий АЧХ связанных контуров, — это коэффициент, определяющий избирательные свойства связанных контуров, $k_{\text{пр}} = \Delta\omega_n / \Delta\omega_m$, где $\Delta\omega_n$ определяется на уровне nA_{\max} (обычно $n = 0,707$), а значение $\Delta\omega_m$ — на уровне mA_{\max} (обычно $m = 0,2$). Чем больше коэффициент прямоугольности, тем ближе АЧХ СК к прямоугольной форме (то есть к АЧХ идеального фильтра) и лучше избирательность СК. См. 1.18.4.

121. Коэффициент связи — отношение взаимной индуктивности к ее максимально возможному значению (при отсутствии потоков рассеивания в ИС-катушках) $k_{\mu} = k_{\text{св}} = |M| / M_{\max} = |M| / \sqrt{L_1 L_2} \leq 1$, где L_1, L_2 — индуктивности самоиндукции ИС-катушек (например, $L_1 = N_1 \Phi_{11} / i_1$), при этом $k_{\text{св}} = 1$ соответствует так называемой совершенной магнитной связи, когда равны нулю индуктивности рассеяния. См. 1.9.1.

122. Кривая размагничивания — это находящаяся во втором квадранте часть характеристики намагничивания ферромагнитных материалов $B(H)$, обладающих широкой петлей гистерезиса, — так называемых магнитотвердых материалов, из которых изготавливаются постоянные магниты с большой коэрцитивной силой ($H_k > 4000$ А/м) и значительной остаточной индукцией B_0 . Кривая размагничивания используется при определении рабочей точки МЦ с постоянными магнитами. См. 1.22.4.

123. Критерий ширины спектра по значению его первого лепестка. Шириной спектра $\Delta\omega$ считается диапазон частот, ограниченный первым узлом (лепестком АС). Это — самый простой из критериев, но и самый грубый в сравнении со строгим энергетическим критерием ширины спектра. Спектры некоторых сигналов (например, спектр экспоненциального импульса) вообще не имеют узлов (нулей). См. 1.8.3.

124. Критический режим в последовательной RLC-цепи (критический случай апериодического режима наблюдается, когда корни ХП последовательной RLC-цепи являются кратными:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\frac{R}{2L} = -\alpha.$$

При этом (согласно УС последовательной RLC-цепи, подключенной к ИН $u_0 = \text{const}$) решение $i(t) = i_{\text{св}}(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 t e^{-\alpha t}$ действительно не содержит колебательной составляющей (как и при рассмотрении апериодического режима). При НУ $i(0^+) = 0$, $i'(0^+) = (u_0 - u_{C0}) / L$ получим $A_1 = 0$, следовательно, $i(t) = \frac{u_0 - u_{C0}}{L} t e^{-\alpha t}$. График процесса приведен на рис. 2.23

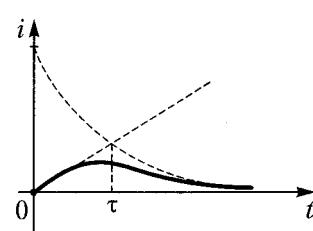


Рис. 2.23

(где линейная функция и экспонента намечены штриховыми линиями); периодическая составляющая в графике отсутствует, а максимум соответствует постоянной времени $\tau = 1/\alpha$). См. 1.3.6.

125. Лестничная структура ЧП соответствует в общем случае многократному последовательно-параллельному (цепному) соединению. Если первым элементом ЧП со стороны нагрузки является последовательное сопротивление, его обозначают $Z_1(s)$, если же параллельная проводимость — то $Y_0(s)$. Прочие продольные сопротивления ЧП обозначают $Z_{l_k}(s)$, а параллельные проводимости — $Y_{0k}(s)$, где k — обычно номер элемента, отсчитываемого от нагрузки. См. 1.17.1.

126. Линейная дискретная цепь описывается линейным разностным уравнением, а схему дискретной цепи можно составить только из трех простейших линейных элементов (суммирования, масштабирования, сдвига). См. 1.15.2.

127. Линия без искажения (ЛБИ) — это ДЛ с искусственным сочетанием параметров $L_0/R_0 = C_0/G_0$, поскольку у реальных ДЛ $L_0/R_0 < C_0/G_0$. ЛБИ не искажает при согласованной нагрузке

$$Z_b = Z_h = Z_{bx} = \sqrt{Z_0/Y_0} = \sqrt{(R_0 + sL_0)/(G_0 + sC_0)} = \sqrt{R_0/G_0} = \text{const},$$

поскольку при $Z_h = \text{const}$ согласование возможно на любой частоте ω . При этом коэффициент распространения $\gamma_0 = \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{R_0 G_0} + s\sqrt{L_0 C_0}$, то есть ПФ в согласованном режиме $H_U(s) = H_I(s) = e^{-\gamma_0 l} = ke^{-st_{3,1}}$ соответствует ПФ неискажающей цепи с АЧХ $A(\omega) = ke^{-l\sqrt{R_0 G_0}} = \text{const}$ и линейной ФЧХ $\Phi(\omega) = -\omega l \sqrt{L_0 C_0}$ при запаздывании сигналов в ДЛ $t_{3,1} = l\sqrt{L_0 C_0}$. Отраженных волн в ЛБИ нет, а скорость движения падающей волны по линии $v = l/t_{3,1} = 1/\sqrt{L_0 C_0}$. См. 1.14.3.

128. Линия без отражения (ЛБО) — это ДЛ при согласованной нагрузке $Z_h = Z_b$, когда коэффициент отражения и отраженные волны в ДЛ отсутствуют. Поскольку волновое сопротивление $Z_b = Z_h = Z_{bx} = \sqrt{Z_0/Y_0} = \sqrt{(R_0 + sL_0)/(G_0 + sC_0)}$ не описывается дробно-рациональной функцией обобщенной частоты, $s = j\omega$, согласованную нагрузку можно реализовать лишь на конкретной частоте ω . ЧХ при этом

$$H_U(j\omega) = H_I(j\omega) = e^{-\gamma_0(j\omega)l} = e^{-[|\alpha_0(\omega) + j\beta_0(\omega)|]l} = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)},$$

где $\alpha_0(\omega)$ — погонный коэффициент затухания ДЛ как симметричного ЧП; β_0 — погонный коэффициент фазы. Поскольку в УСР коэффициент распространения $\gamma_0(j\omega) = \sqrt{Z_0 Y_0} = \alpha_0(\omega) + j\beta_0(\omega)$ не является дробно-рациональной функцией, то $\alpha_0 \neq \text{const}$, β_0 — нелинейная функция частоты ω . Следовательно, ЛБО искажает проходящие сигналы. См. 1.14.3.

129. Линия без потерь (ЛБП) — это ДЛ, в которой активными потерями можно пренебречь, то есть $R_0 = 0, G_0 = 0$. Волновое сопротивление ЛБП

$$Z_b = \sqrt{Z_0/Y_0} = \sqrt{(R_0 + sL_0)/(G_0 + sC_0)} = \sqrt{L_0/C_0} = \text{const},$$

то есть согласование нагрузки $Z_h = Z_b$ возможно на любой частоте. Коэффициент распространения $\gamma_0 = \sqrt{Z_0 Y_0} = s\sqrt{L_0 C_0}$ описывается дробно-рациональной функцией. ПФ в согласованном режиме $H_U(s) = H_I(s) = e^{-\gamma_0 l} = e^{-st\sqrt{L_0 C_0}} = e^{-st_{3,1}}$, то есть $u_2(t) = u_1(t - t_{3,1})$; сигналы проходят по ЛБП длиной l с запаздыванием

$t_{3..l} = l\sqrt{L_0 C_0}$ со скоростью $v = l/t_{3..l} = 1/\sqrt{L_0 C_0}$. ЧХ $H_U(j\omega) = Ae^{j\Phi} = 1 \cdot e^{-j\omega t_{3..l}}$ также соответствуют характеристикам неискажающей цепи. Приближаются к ЛБП реальные ДЛ небольших размеров с малыми потерями, а также ДЛ в которых выполняется условие $\omega L_0 \gg R_0$, $\omega C_0 \gg G_0$ при передаче сигналов высоких частот. См. 1.14.4.

130. Магнитная цепь (МЦ) — это совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела (материалы), которые используются для сосредоточения в них магнитного потока (МП); магнитные цепи относятся к классу нелинейных цепей. Так как ферромагнитные материалы обладают очень большой относительной магнитной проницаемостью $\mu \gg 1$ (у воздуха и вакуума $\mu_{\text{возд}} \cong \mu_{\text{вак}} = 1$), МЦ широко используются в измерительных приборах, реле, трансформаторах и т. д. Классификация МП: однородные и неоднородные (в том числе с воздушными зазорами), разветвленные и неразветвленные, с постоянными магнитами и с обмотками, по которым протекает ток, и др. См. 1.22.1.

131. Магнитный поток (МП) Φ определяется как интеграл от вектора магнитной индукции \vec{B} по заданной площади: $\Phi = \int \vec{B} d\vec{S}$. В приближенном анализе МЦ скалярное произведение векторов $\vec{B} d\vec{S} = BdS \cos(\vec{B} \wedge d\vec{S})$ обычно заменяют произведением скаляров $\Phi_k = B_k S_k$ при определении МП Φ_k , проходящего через поперечное сечение S_k МЦ (предполагая вектор \vec{B} одинаковым по сечению МЦ и перпендикулярным ему). Направление вектора \vec{B} (и отождествляемое с ним направление МП, что нестрого) определяют по правилу правого винта относительно направления тока, протекающего, например, по «катушке», намотанной на сердечник МЦ. См. 1.22.1.

132. Матрица индуктивностей $[L]$ используется в расчете индуктивно связанных цепей при рассмотрении уравнений ИСЭ (то есть ИС-катушек) как уравнений ЧП, матрица z -параметров которого

$$[z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = s[L] = s \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix},$$

а матрица y -параметров

$$[y] = [z]^{-1} = \frac{1}{s}[L]^{-1} = \frac{1}{s}[\Gamma] = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix},$$

где $\Gamma_{11} = L_2/\Delta_L$; $\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = -M/\Delta_L$; $\Gamma_{22} = L_1/\Delta_L$; $\Delta_L = L_1 L_2 - M^2$. При этом матрицу $[\Gamma] = [L]^{-1}$ называют матрицей обратных индуктивностей. В случае совершенной магнитной связи, когда $L_1 L_2 = M^2$, y -параметры у ИСЭ не существуют. См. 1.11.4.

133. Матричная передаточная функция

$$[H(s)] = [F_2(s)][F_1(s)]^{-1} = (s[E] - [A])^{-1}[B] \div [h],$$

где $[F_i(s)]$ — матрица изображений по Лапласу воздействий $[f_i(t)]$; $[F_2(s)]$ — матрица изображений реакций $[f_2(t)]$, которыми считаем переменные состояния; $[E]$ — единичная матрица; s — аргумент преобразования Лапласа; $[A]$ и $[B]$ — матрицы коэффициентов уравнений состояния, операторная форма которых при

нулевых ННУ имеет вид $s[F_2(s)] = [A][F_2(s)] + [B][F_1(s)]; [h(t)]$ — матрица ИХ от каждого из воздействий к каждой реакции. М.п.ф. обобщает понятия ПФ и ИХ на цепи с несколькими воздействиями и реакциями. См. 1.6.4.

134. Матричная форма уравнений ГК — это система уравнений $[B][u] = [0]$, где элементы b_{mn} матрицы *главных контуров* $[B]$ равны +1, если напряжение u_n согласовано с обходом ГК m , -1, если напряжение u_n не согласовано с обходом ГК m , и 0, если ветвь n не входит в ГК m . Матрицы главных контуров $[B]$ и напряжений $[u]$ обычно разбиваются на две подматрицы, тогда приведенную систему уравнений ГК можно записать в виде

$$[(F_B); (E)] \begin{bmatrix} (u_x) \\ (u_z) \end{bmatrix} = [0],$$

где (E) — единичная матрица, обусловленная тем, что хорды имеют «последние» номера (при *жесткой нумерации упорядоченного графа*) и напряжение каждой хорды входит только в «свое» уравнение; (F_B) — фундаментальная подматрица матрицы $[B]$; (u_x) — матрица напряжений ветвей дерева; (u_z) — матрица напряжений хорд. См. 1.19.2.

135. Матричная форма уравнений ГС — это система уравнений $[Q][i] = [0]$, где элементы q_{mn} матрицы главных сечений $[Q]$ равны +1, если ток i_n выходит из ГС с номером m , -1, если ток i_n входит в ГС m , и 0, если ветвь n не относится к ГС m . Нумерация строк матрицы $[Q]$ соответствует номерам ГС, а нумерация столбцов — номерам элементов. Матрицы *главных сечений* $[Q]$ и токов $[i]$ обычно разбиваются на две подматрицы, тогда указанную систему уравнений ГС можно записать в виде

$$[(E); (F)] \begin{bmatrix} i_x \\ i_z \end{bmatrix} = [0],$$

где (E) — единичная матрица (точнее, подматрица), обусловленная тем, что каждая ветвь дерева входит только в «свое» уравнение один раз; (F) — фундаментальная матрица; (i_x) — матрица токов ветвей дерева; (i_z) — матрица токов хорд. См. также п. 69 «*Жесткая нумерация упорядоченного графа*». См. 1.19.2.

136. Матричная форма уравнений закона Ома — это уравнения в форме $[R][i_R] = [u_R]$, где $[R]$ — диагональная матрица сопротивлений резистивных ветвей цепи; $[i_R]$ и $[u_R]$ — матрицы токов и напряжений R -ветвей. Минимальная информация для расчета цепи, вводимая в ЦВМ, — это матрица $[R]$, фундаментальная матрица $[F]$, данные об источниках напряжения и тока. См. 1.19.2.

137. Мгновенное значение — это текущее значение переменной $f(t)$ как функции времени t , причем условно считают $f \equiv f(t)$. См. 1.1.1.

138. Метод гармонического баланса (МГБ) обычно применяется для расчета установившихся периодических режимов в НЦ с симметричными (нечетными) характеристиками НЭ при синусоидальном воздействии. 1. Характеристику НЭ аппроксимируют нечетным степенным многочленом, например, характеристику L -НЭ записывают как $\psi_L(i_L) \cong a_1 i_L - a_3 i_L^3$ (см. п. 9 «*Аналитический расчет R-НЦ*

при полиномиальной аппроксимации», метод трех точек). 2. В предположении, что периодические реакции в основном определяются первыми (основными) гармониками, подставляют их в уравнение аппроксимации, например,

$$\Psi_L = a_1 I_m \cos(\omega t + \alpha_i) - a_3 I_m^3 \cos^3(\omega t + \alpha_i) \cong (a_1 I_m - 0,75 I_m^3) \cos(\omega t + \alpha_i),$$

где $\cos^3 \gamma = 0,75 \cos \gamma - 0,25 \cos 3\gamma$; ω — частота воздействия. 3. Составляют систему независимых ДУ НЦ. 4. Подставляя в ДУ данные из п. 2, получают систему тригонометрических нелинейных уравнений, решая которую (с учетом баланса амплитуд и фаз первых гармоник), выводят НФУ для расчета параметров реакции. При исключении переменных в системе часто приходится использовать МКА, а при решении НФУ — метод Ньютона—Рафсона. Естественно, МГБ — приближенный метод расчета. См. 1.16.4.

139. Метод инвариантности (полного соответствия) переходных характеристик при переходе от аналоговой цепи (АЦ) к дискретной. Дискретные значения ПХ АЦ $h_{1\text{АЦ}}(t)$ при $t = nT$ считают значениями ПХ ДЦ: $h_{1\text{ДЦ}}(nT) = h_{1\text{АЦ}}(t)|_{t=nT}$. По известной дискретной последовательности $h_{1\text{ДЦ}}(nT)$ находят ее z -преобразование $H_1(z)$. Далее определяют *передаточную функцию дискретной цепи*: $H(z) = \frac{z-1}{z} H_1(z)$.

Например, при $h_1(t) = (1 - e^{-\beta t}) \delta_1(t)$ записывают $h_{1\text{ДЦ}}(t) = (1 - e^{-\beta nT}) \delta_1(nT) = (1 - a^n) \delta_1(nT)$, где $a = e^{-\beta T}$, тогда по таблице z -преобразования

$$H_1(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-a}. \quad \text{См. 1.15.5.}$$

140. Метод комплексных амплитуд, в котором анализ установившихся синусоидальных режимов выполняют аналогично расчету R -цепей, поскольку: 1) сигналы синусоидальной формы заменяют их комплексными амплитудами $\dot{U}_m = U_m e^{j\alpha_u}$, $\dot{I}_m = I_m e^{j\alpha_i}$; 2) используют комплексные сопротивления пассивных элементов $Z_R = R$, $Z_L = j\omega L$, $Z_C = -j/(C\omega)$ вместо ДУ элементов; 3) применяют ЗНК и ЗТК в комплексной форме $\sum \dot{U}_{mk} = 0$ (в любом контуре) и $\sum \dot{I}_{mk} = 0$ (в любом узле), а также закон Ома в комплексной форме $\dot{U}_m = Z \dot{I}_m$ для R -, L - и C -элементов. См. 1.5.2.

141. Метод контурных токов (МКТ). 1. Стандартная система уравнений МКТ:

$$R_{11} i_{k1} + R_{12} i_{k2} + R_{13} i_{k3} + \dots = u_{k1}; \quad R_{12} i_{k1} + R_{22} i_{k2} + R_{23} i_{k3} + \dots = u_{k2} \dots,$$

где i_{kn} — контурный ток (КТ), протекающий условно в независимом контуре n (число независимых уравнений МКТ, выбор контуров и направлений КТ соответствуют ЗНК, то есть $u_{\text{МКТ}} = n_{\text{ЗНК}} = n_v - n_y + 1$); R_{mn} — собственное (полное) сопротивление контура n , равное сумме сопротивлений всех R -ветвей контура; $R_{nm} = R_{mn}$ — взаимное сопротивление контуров m и n , равное сумме сопротивлений всех R -ветвей, по которым протекают КТ i_{kn} , i_{km} (если они протекают встречно, эту сумму берут со знаком « $-$ »); контурное напряжение u_{kn} равно взятое со знаком « $-$ » алгебраической сумме напряжений ИН контура n (то есть, фактически, используют «обратное» правило знаков ЗНК). 2. Ток R -ветви определяют по алгебраической сумме КТ, протекающих по этой ветви (аналогично МН). 3. В «стандартном» МКТ все ИТ преобразуют к эквивалентным ИН (при этом токи преобразованных R -ветвей определяют по уравнениям ЗТК исходной

цепи). 4. «Нестандарт» МКТ: если в цепи имеются элементарно непреобразуемые ИТ (например, i_{01} , $i_{02} \dots$), то независимые контуры МКТ выбирают так, чтобы токи этих ИТ были контурными (типа $i_{k_1} = i_{01}$, $i_{k_2} = i_{02} \dots$), — получают упрощенные (вырожденные) уравнения МКТ. При этом преобразовывать схему не нужно, и токи ветвей определяются легко. Аналогично можно поступать с любыми ИТ. 5. Преобразование элементарно непреобразуемых источников осуществляют с использованием *теоремы замещения*. См. 1.2.2.

142. Метод наложения (МН). Любую реакцию цепи определяют как алгебраическую сумму элементарных реакций от действия каждого источника в отдельности. При расчете элементарной реакции в схеме с очередным единственным источником остальные источники исключают (эквивалентно заменяют ИН на КЗ, а ИТ — на ХХ). См. 1.2.2.

143. Метод Ньютона—Рафсона эффективен при итерационном решении НФУ $f(x) = 0$, то есть при решении НФУ методом последовательных приближений по формуле $x_k = x_{k-1} - f(x_{k-1})/f'(x_{k-1})$, где x_k — приближение с номером k . Уточнения делаются до выполнения условия $|x_{k-1} - x_k| < \varepsilon$, где ε — заданная точность вычисления корня НФУ. В качестве нулевого приближения x_0 может быть использовано графическое решение НФУ. Как и другие итерационные расчеты, процедура М.Н.—Р. может быть неустойчивой, особенно при неудачном выборе x_0 . См. 1.16.2.

144. Метод определяющих величин (МОВ), частным случаем которого является МПВ, наиболее эффективен для анализа цепей лестничной структуры, в том числе с несколькими источниками. 1. Рекомендуется использовать однотипные направления токов (например, по часовой стрелке). Задаются какой-либо реакцией f_2 (током или напряжением), допустим, в крайней «правой» ветви схемы, например, в R -цепи $f_2 = x$. Аналогично МПВ последовательно переходят от элемента к элементу схемы («справа налево»), используя законы Кирхгофа и Ома и выражая через x остальные реакции. В итоге получают уравнение для определения неизвестной x . 2. В случае цепей сложной структуры используют несколько неизвестных ($x, y \dots$). 3. Фактически, МОВ формализует процедуру составления уравнений Кирхгофа и Ома с одновременным исключением переменных. См. 1.2.2.

145. Метод преобразования частоты (МПЧ) использует формальный подход и стандартные формулы, по которым определяются параметры и осуществляется *проектирование ФВЧ, ППФ, ПЗФ по ФНЧ-прототипу*. См. 1.12.4.

146. Метод приближенного расчета сигнала по его амплитудному и фазовому спектрам является наиболее простым и достаточно точным. Метод основан на том, что сплошной спектр $F_1(j\omega) = A_1(\omega) e^{j\Phi_1(\omega)}$ одиночного импульса $f_1(t)$ с точностью до коэффициента $2/T$, является огибающей дискретного спектра $A_k = A_k e^{j\Phi_k}$ периодического сигнала $f_n(t)$. Выбрав произвольно довольно большой период T , находят (при $\omega = k\omega_1 = k2\pi/T$) амплитуды $A_k = \frac{2}{T} A_1(\omega)$ и фазы

$\Phi_k = \Phi_1(\omega)$ гармоник (синусоид) РФ сигнала $f_n(t)$, составленного из периодически повторяющихся импульсов $f_1(t)$. Записывают РФ (ограничиваясь наиболь-

шими по амплитуде гармониками) и вычерчивают $f_n(t)$ в пределах $0 < t < T$ – это и будет искомый $f_1(t)$. Период T должен быть таким, чтобы на его границах построенный график $f_1(t)$ практически затухал. См. 1.8.4.

147. Метод проб и ошибок при реализации нуля III категории (имеющегося в ПФ ЧП) заключается в попытке частично выделить какой-либо полюс остатка от реализации Z_{22} (или Y_{22}) или какой-то полюс обращенного остатка так, чтобы в новом остатке был нуль, совпадающий с еще не реализованным нулем III категории. Если первая попытка неудачна, пытаются частично выделить другой полюс (обычно из ближайших полюсов к нулю III категории) и т. д. См. 1.17.4.

148. Метод пропорциональных величин (МПВ). Используется для анализа цепей лестничной структуры с единственным источником f_1 . 1. Рекомендуется использовать «логичные» направления токов. Задаются любым значением реакции $f_{(2)}$, то есть током или напряжением в ветви, наиболее «удаленной» от источника, например, в R -цепях $f_{(2)} = 1$. Последовательно переходя от элемента к элементу с использованием законов Кирхгофа и Ома, находят остальные реакции и в итоге – воздействие $f_{(1)}$. Определяют коэффициент пропорциональности $k = f_1/f_{(1)}$ и в k раз увеличивают полученные ранее значения реакций. МПВ базируется на принципе пропорциональности линейных цепей. 2. В *операторном методе* МПВ особенно удобен для определения *передаточных функций*. 3. МПВ является частным случаем МОВ. См. 1.2.2.

149. Метод узловых напряжений (МУН), или метод узловых потенциалов. 1. Стандартная система уравнений МУН

$$G_{11}u_{y1} + G_{12}u_{y2} + G_{13}u_{y3} + \dots = i_{y1}; \quad G_{21}u_{y1} + G_{22}u_{y2} + G_{23}u_{y3} + \dots = i_{y2} \dots,$$

где u_{yn} – напряжение узла n относительно базисного узла, который выбирают произвольно (и которому присваивается условная отрицательная полярность); G_{nn} – собственная (полная) проводимость узла n , равная сумме проводимостей R -ветвей узла n ; $G_{nm} = G_{mn}$ – взаимная проводимость узлов n и m , равная взятой со знаком «–» сумме проводимостей всех R -ветвей, которые непосредственно соединяют узлы n и m ; узловой ток i_{yn} равен взятой со знаком «–» алгебраической сумме токов ИТ узла n (то есть со знаком «+» учитывают входящие в узел токи ИТ). Число независимых уравнений МУН $n_{\text{МУН}} = n_{\text{ЗТК}} = n_y - 1$. 2. Токи R -ветвей определяют по формулам $i_{nm} = (u_{yn} - u_{ym})/R_{mn}$, где R_{mn} – сопротивление ветви между узлами m и n (то есть уравнения МУН – это, фактически, уравнения ЗТК). 3. В «стандартном» МУН все ИН цепи преобразуют к эквивалентным ИТ (при этом токи преобразованных R -ветвей определяют по ЗТК для исходной цепи). 4. «Нестандарт» МУН: если в цепи имеется один элементарно непреобразуемый ИН или несколько ИН (например, $u_{01}, u_{02} \dots$) имеют общий узел, то этот узел считают базисным, тогда напряжения (потенциалы) остальных узлов ИН известны и можно записать вырожденные (упрощенные) уравнения МУН (типа $u_{y1} = u_{01}, u_{y2} = u_{02}$), при этом преобразовывать схему цепи не нужно и токи R -ветвей определяются легко. См. 1.2.2.

150. Метод уравнений Кирхгофа (МУК). В МУК максимальное число независимых уравнений $n_{\text{МУК}} = n_{\text{ЗТК}} + n_{\text{ЗНК}} = (n_y - 1) + (n_b - n_y + 1) = n_b$ равно числу

ветвей. Если каждый элемент цепи считать ветвью и за неизвестные принять токи R -элементов и ИН, а также напряжения ИТ, то максимальное число неизвестных $n_R + n_{\text{ИН}} + n_{\text{ИТ}} = n_b$ и система уравнений совместна (при использовании закона Ома $u_R = R_i R$ для каждого R -элемента). На практике необходимое число уравнений часто удается уменьшить. Недостаток МУК — большое число уравнений. См. 1.2.2.



151. Метод эквивалентного источника напряжения (МЭИН) — метод анализа цепей, который основан на *теореме Тевенена* и позволяет рассчитать режим работы одной из ветвей цепи. См. 1.2.3.

152. Метод эквивалентного источника тока (МЭИТ) — метод анализа цепей, который основан на *теореме Нортонна* и позволяет рассчитать режим работы одной из ветвей цепи. См. 1.2.3.

153. Методика расчета в замкнутой форме простейших симметричных автоколебаний в релейных цепях. 1. Предполагается априори, что выходной сигнал *релейного элемента* с гистерезисом $y(t) = y_m$ при $0 < t < \tau$, $y(t) = -y_m$ при $\tau < t < T = 2\tau$. Условно считая сигнал $y(t) = 0$ при $t < 0$, находим его изображение $Y(s) = Y_1(s)/(1 + e^{-s\tau}) = y_m(1 - e^{-s\tau})/[s(1 + e^{-s\tau})]$, где $Y_1(s) \div y_1(t) = y(t)$ при $0 < t < \tau$. 2. С использованием ПФ ЛЧ $H(s)$ находится изображение полной реакции ЛЧ $X_u(s)$ и представляется в виде суммы свободной и вынужденной составляющих: $X_u(s) = H(s)Y(s) = X_{\text{св}}(s) + X_{\text{вын}}(s)$. Вынужденная составляющая записывается в математической форме воздействия $X_{\text{вын}} = X_1(s)/(1 + e^{-s\tau})$, где $X_1(s) \div x_1(t)$ — описание вынужденной составляющей на полупериоде $0 < t < \tau$, а вид свободной составляющей определяется полюсами s_1, \dots, s_n ПФ $H(s)$. В зависимости от вида полюсов свободная составляющая разбивается на простейшие дроби, для которых находятся вычеты (коэффициенты) A_1, \dots, A_n , причем в выражение для вычетов войдет неизвестный полупериод АК τ , то есть $A_k = A_k(\tau)$. 3. Выделяется вынужденная составляющая из полной реакции цепи

$$X_1(s) = [X_u(s) - X_{\text{св}}(s)](1 + e^{-s\tau}) = X_1(s, \tau) \div x_1(t, \tau) = x(t, \tau)$$

при $0 < t < \tau$. Таким образом определяется описание установившейся реакции ЛЧ на полупериоде. 4. Расчет неизвестного полупериода автоколебаний τ осуществляется путем решения НФУ $x(0, \tau) = d$, поскольку по условию при $t = 0$ сигнал на входе ЛЧ (см. допущение из п. 1) достигает порога срабатывания релейного элемента d — ширины полупетли гистерезиса характеристики РЭ (причем у идеальной характеристики $d = 0$). 5. С учетом симметрии АК $x(t) = -x(t + \tau)$ периодически продолжаем полученное решение для любых t . См. 1.21.2.

154. Множество вариантов реализации LC-ДП. 1. Можно использовать два варианта реализации *LC-ДП по Фостеру (разложением на простые дроби)*. 2. Широко используют варианты реализации по Кауэру, когда в виде Z_1 реализуют, например, только $A_\infty s$, то есть полюс $Z_{LC}(s)$ «в бесконечности» (или только A_0/s , то есть полюс «в нуле»); остаток $Z_{II} = Z_{LC} - Z_1$, естественно, имеет «в бесконечности» нуль, но после обращения остатка проводимость $Y_{II} = 1/Z_{II}$ будет иметь «в бесконечности» опять полюс, который выделяется (реализуется) как проводимость $Y_2 = A_\infty s$; остаток $Y_{II} - Y_2 = Y_{III}$ вновь обращается и т. д. Процедура по-

вторяется до полной реализации Z_{LC} , в результате формируется схема лестничной структуры. 3. Часть $Z_{LC}(s)$ реализуется схемой $Z_1(s)$ последовательного соединения простых ДП, остаток $Z_{II} = Z_{LC} - Z_1$ обращается и реализуется как параллельное соединение $Y_{II} = 1 / Z_{II}$, причем подобное разделение $Z_{LC}(s)$ на составляющие можно совершать по-разному и многократно на любой стадии реализации. 4. Можно реализовать как Z_1 отдельные составляющие в $Z_{LC}(s)$ частично (то есть не полностью), а остаток $Z_{II} = Z_{LC} - Z_1$ обращать, реализовать частично и далее повторять эту процедуру, например:

$$Z_{LC} = \left(\frac{1}{3} A_\infty s + \frac{0.5 A_0}{s} \right) + \left(\frac{2}{3} A_\infty s + \frac{0.5 A_0}{s} + \sum_{k=1}^n \frac{A_k s}{s^2 + \omega_k^2} \right) = Z_I + Z_{II}.$$

См. 1.13.1.

155. Мощность $p(t)$ измеряется в ваттах [Вт]. 1. Мгновенная М. ДП $p = \varphi' = ui$ – это скорость поступления энергии в ДП. 2. При несогласованной полярности $p = -ui$. 3. При $p(t) > 0$ энергия поступает в ДП, при $p(t) < 0$ ДП поставляет энергию в цепь. 4. В цепи всегда (в соответствии с законом сохранения энергии) соблюдается баланс мощностей, то есть $\sum p_k = 0$ по всем k элементам ДП. 5. Мощность P – см. 1.5.4. «Мощность в установившемся синусоидальном режиме» за период. См. 1.1.1.

156. Мощность пассивных элементов в УСР рассчитывают по формулам (см. п. 25 «Виды мощностей пассивного ДП в УСР»)

$$P_R = U_R I_R \cos 0 = RI^2 \geq 0; \quad P_{QR} = 0, \quad P_{SR} = P_R;$$

$$P_L = 0, \quad P_{QL} = U_L I_L \sin 90^\circ = |Z_L| I_L^2 \geq 0; \quad P_{SL} = P_{QL};$$

$$P_C = 0; \quad P_{QC} = U_C I_C \sin(-90^\circ) = -|Z_C| I_C^2 \leq 0; \quad P_{SC} = -P_{QC},$$

причем мгновенная мощность R -элемента $p_R(t) = P_R + P_R \cos(2\omega t + 2\alpha_i) \geq 0$. Активные мощности R -элементов P_R и реактивные мощности накопителей P_{QL} и P_{QC} используют также при анализе баланса мощностей в цепи в УСР. См. 1.5.4.

157. Назначение трансформатора: 1) для изменения уровней напряжения и тока в n раз на входе и выходе (при приближении к свойствам идеального трансформатора); 2) для согласования (в этом случае) нагрузки по мощности; 3) для гальванической «развязки» цепей источника и нагрузки согласно схеме замещения трансформатора. См. 1.9.3.

158. Направление тока. 1. Предполагаемое (условно выбранное) направление движения зарядов q_+ . 2. Если вычислено $i = -2$ А, то «угадано направление» q_- . 3. Н.т. указывается стрелкой, или двумя индексами: $i_{12} = -i_{21}$, то есть ток i_{12} направлен от узла 1 к узлу 2. См. 1.1.1.

159. Напряжение u измеряется в вольтах [В]. 1. Напряжение $u_{12} = u_1 - u_2 = -u_{21}$ между узлами 1 и 2 численно равно затраченной энергии (работе) по переносу заряда $q = +1$ Кл из узла 1 в узел 2. 2. Электродвижущая сила (ЭДС) – обычно так называют напряжение ИН, иногда – напряжение индукции. Падение напря-

жения, рост потенциала, разность потенциалов между узлами 1 и 2 — термины, эквивалентные напряжению u_{12} . См. 1.1.1.

160. Напряжение взаимной индукции — составляющая напряжения на ИС-катушке в ИСЦ, наведенная магнитным потоком, который создан током другой катушки. См. 1.9.1.

161. Напряжение на индуктивно связанных катушках (в ИСЦ) складывается из напряжения самоиндукции и взаимной индукции, например, на 1-й катушке $u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$, где i_1, i_2 — токи 1-й и 2-й ИС-катушек; L_1 — индуктивность 1-й катушки; $M = \pm |M|$ — взаимная индуктивность (коэффициент взаимной индукции), причем «+» соответствует согласному включению. В УСР при использовании МКА записывают $\dot{U}_1 = Z_{L_1} \dot{I}_1 + Z_M \dot{I}_2$, где Z_M — комплексное сопротивление взаимной индуктивности. См. 1.9.1.

162. Настройка связанных контуров в резонанс осуществляется (без изменения сопротивления связи связанных контуров) изменением реактивных параметров контура (L и C) с целью получения максимального значения тока во вторичном контуре. Резонанс в УСР в цепи на частоте $\omega_{\text{рез}}$ наблюдается при выполнении условия $x_{\text{вх}}(\omega_{\text{рез}}) = \text{Im}Z_{\text{вх}}(j\omega_{\text{рез}}) \neq 0$, при этом входное сопротивление СК минимально, а следовательно, выходной ток (ток вторичного контура) максимальен. См. 1.18.2.

163. Невозможность реализации идеального ФНЧ следует, например, из анализа простейшего варианта идеального ФНЧ, ЧХ которого $H(j\omega) = 1$ при $|\omega| < \omega_{\text{ср}}$, $H(j\omega) = 0$ при $|\omega| > \omega_{\text{ср}}$, где $\omega_{\text{ср}}$ — частота среза. Поскольку можно рассматривать ЧХ как спектр ИХ, найдем ИХ, используя обратное преобразование Фурье:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\text{ср}}}^{\omega_{\text{ср}}} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{\omega_{\text{ср}}}{\pi} \frac{\sin \omega_{\text{ср}} t}{\omega_{\text{ср}} t},$$

причем этот результат справедлив для любого момента времени $-\infty < t < \infty$, то есть ИХ $h(t) \neq 0$ при $t < 0$. Следовательно, нарушается условие физической осуществимости (по которому $h(t) \equiv 0$ при $t < 0$, так как воздействие вида ЕИФ $\delta(t)$ приложено к цепи при $t = 0$), поэтому идеальный ФНЧ реализовать невозможно. Кроме того, ЧХ идеального ФНЧ не является дробно-рациональной функцией обобщенной частоты $j\omega$, как это должно быть у RLC-цепей. См. 1.8.4.

164. Независимость упорядоченных матричных уравнений цепи. Все уравнения для главных сечений независимы, так как ток каждой ветви дерева входит только в «свое» уравнение и, следовательно, не может быть получен из остальных уравнений для ГС. Все уравнения для ГК независимы, поскольку напряжение каждой хорды входит только в «свое» уравнение и поэтому не может быть получено из остальных уравнений для главных контуров. Независимы также уравнения закона Ома для R -элементов (поскольку каждое из них невозможно получить из других уравнений). См. 1.19.2.

165. Независимые начальные условия (ННУ) — это значения $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ и $u_C(0^+) = u_C(0^-)$, не изменяющиеся в момент *коммутации* на основании *законов коммутации*. Все остальные начальные условия (НУ), $u_R(0^+)$, $i_R(0^+)$, $u_L(0^+)$, $i_C(0^+)$ называют зависимыми НУ, поскольку они «имеют право» измениться в момент коммутации скачком, то есть в общем случае, например, $u_R(0^+) \neq u_R(0^-)$. См. 1.3.2.

166. Незатухающий колебательный режим в последовательной *LC*-цепи наблюдается, когда в цепи отсутствуют потери энергии, то есть $R = 0$, и корни ХП *последовательной RLC-цепи*, а фактически, идеальной *LC*-цепи являются мнимыми: $p_{1,2} = \pm j\omega_0$. В этом случае ток (согласно УС *последовательной RLC-цепи* при постоянном воздействии $u_0 = \text{const}$) будет $i(t) = i_{\text{ca}}(t) = A_1 \cos \omega_0 t + A_2 \sin \omega_0 t$, то есть в цепи действительно Н.к.р. С учетом НУ $i(0^+) = 0$, $i'(0^+) = (u_0 - u_{C0})/L$ находим $A_1 = 0$ и решение $i(t) = \frac{u_0 - u_{C0}}{\omega_0 L} \sin \omega_0 t$, график которого изображен на

рис. 2.24, слева. При $u_C(0^-) = u_{C0} = 0$ получим $u_C(t) = u_0 - u_L = u_0 - Li'(t) = u_0 - u_0 \cos \omega_0 t$, что также отражено на рис. 2.24, слева.

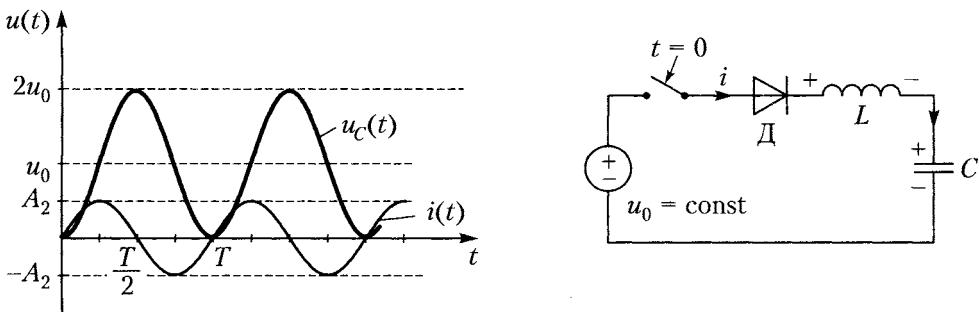


Рис. 2.24

При $t = T/2 = \pi/\omega_0$ напряжение $u_C = 2u_0$ вдвое превышает входное, что используется в схеме удвоения напряжения, приведенной на рис. 2.24, справа (в идеале, диод $D \equiv K3$ при $i > 0$ и $D \equiv XX$ при $i < 0$, то есть $u_C = 2u_0$ устанавливается с момента $T/2$). См. 1.3.6.

167. Неизвестные в упорядоченных матричных уравнениях цепи. Число неизвестных токов ИН и R -ветвей в независимых уравнениях ЗТК для *главных сечений* $n_{\Gamma C}$ равно числу ветвей дерева n_d , причем $n_{\Gamma C} = n_d = n_y - 1$, где n_y — число узлов графа цепи. Число неизвестных напряжений ИТ и R -ветвей в независимых уравнениях ЗНК для *главных контуров* $n_{\Gamma K}$ равно числу хорд n_x , причем $n_{\Gamma K} = n_x = n_b - n_d = n_b - n_y + 1$, где n_b — число ветвей *ориентированного графа* (число элементов цепи). Число независимых уравнений закона Ома для резистивных элементов $n_R = n_b - n_{\text{ИТ}} - n_{\text{ИИ}}$, где $n_{\text{ИТ}}$ — число ИТ, $n_{\text{ИИ}}$ — число ИН, причем эти уравнения содержат $2n_R$ неизвестных токов и напряжений R -ветвей. Таким образом, общее число неизвестных в цепи, равное $2n_R + n_{\text{ИТ}} + n_{\text{ИИ}} = 2n_b - n_{\text{ИТ}} - n_{\text{ИИ}}$, полностью соответствует числу независимых матричных уравнений цепи $n_{\Gamma C} + n_{\Gamma K} + n_R = 2n_b - n_{\text{ИТ}} - n_{\text{ИИ}}$. См. 1.19.2.

168. Некорректные моменты теоремы Котельникова. 1. Не существует реальных сигналов $f(t)$, спектры $F(j\omega)$ которых (как требуется в *теореме Котельникова*) ограничены по частоте ω , поскольку $F(j\omega) \rightarrow 0$ только при $\omega \rightarrow \infty$, поэтому используют «жесткие» критерии ширины спектра ω_m сигнала $f(t)$. Тем не менее не учитываемый при дискретизации ВЧ-диапазон спектра $\omega > \omega_m$ исходного непрерывного сигнала $f(t)$ является неустранимой ошибкой дискретной техники. 2. Не существует идеального ФНЧ, то есть *фильтра Котельникова* для восстановления $f(t)$ по дискретному сигналу; поэтому частоту дискретизации ($\omega_d \gg 2\omega_m$) увеличивают во много раз в сравнении с требованиями теоремы Котельникова. См. 1.15.1.



169. Нелинейная цепь (НЦ) — это цепь, которая содержит хотя бы один НЭ; она описывается нелинейными уравнениями, общих точных методов решения которых нет (реальная цепь может быть линейной только в ограниченном диапазоне с изменением токов и напряжений). См. 1.16.1.

170. Нелинейный элемент (НЭ) имеет характеристики, описываемые нелинейными уравнениями, например, $u_R = u_R(i_R)$; $\psi = \psi(i_L)$; $q = q(u_C)$. Обозначение простейших двухполюсных пассивных R - L - и C -НЭ, аналогичное обозначению линейных элементов с согласованной полярностью, перечеркивается ломаной линией. *Статические и дифференциальные параметры* НЭ зависят от интенсивности электромагнитных процессов в НЭ, то есть от значений тока (напряжения) НЭ. См. 1.16.1.

171. Необратимый ЧП — это ЧП, для которого несправедлива теорема взаимности, то есть не справедлив принцип взаимности (обратимости). Признаки необратимости ЧП: $z_{12} \neq z_{21}$, $y_{12} \neq y_{21}$, $\det[a] \neq 1$, где z , y , a — параметры ЧП. См. 1.11.4.

172. Нормирование электрических цепей (то есть масштабирование) осуществляют с целью: 1) получения значений нормированных параметров цепи близких «к единице»; 2) записи нормированных характеристик цепей в максимально компактной форме. Обычно используют три вида нормировки: 1) по времени (или частоте), когда нормированное время $t_* = t/t_B$, а частота $\omega_* = \omega/\omega_B$, причем базисные значения (то есть масштабы) $\omega_B = 1/t_B$ обычно обобщенно характеризуют цепь (например, $t_B = \tau$ — постоянная времени в цепях 1-го порядка или $\omega_B = \omega_0$ — резонансная частота); 2) по уровню сопротивления (или проводимости), когда нормированные параметры, например $R_* = R/R_B$, $L_* = \omega_B L/R_B$, $C_* = \omega_B C R_B$, где R_B — базисное сопротивление, — обычно характерный параметр цепи (например, сопротивление нагрузки R_h или эквивалентное сопротивление R_s — в цепях 1-го порядка); 3) по уровню сигнала $f_* = f/f_B$, где базисный уровень f_B — например, максимальное значение воздействия. Так, при нормировании ЧХ последовательной RLC -цепи $H(j\omega) = \dot{I}_{\text{вх}} / \dot{U}_{\text{вх}} = Y_{\text{вх}} = 1/Z_{\text{вх}} = 1/[R + j(\omega L - 1/(\omega C))]$ при базисных параметрах $\omega_B = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $|Y_B| = 1/R$ получим наиболее компактную запись ЧХ для всех RLC -цепей: $H_*(j\omega) = 1/[1 + Q(\omega_* - 1/\omega_*)]$, где $Q = \omega_0 L/R$ — добротность контура. При каждой нормировке уменьшается число исследуемых параметров (было три параметра — R , L , C , остался один — добротность Q). См. 1.5.5.



173. Нормированная нагрузка ЧП при его реализации предполагается резистивной и единичной, то есть $R_u^* = 1$. Сопротивление нагрузки ЧП при синтезе считается резистивным и равным базисному, то есть $Z_u = R_u = R_B$. В случае КЗ или ХХ четырехполюсника нормирование ПФ не производится. См. 1.17.1.

174. Нормированные передаточные функции ЧП при нормированной нагрузке ЧП упрощаются. Действительно, найденные на основании z - и y -форм уравнений ЧП и уравнения нагрузки ($U_2 = -R_u I_2$) нормированные ПФ

$$H_I^*(s) = Z_{2-1}^*(s) = Z_{12}/(1 + Z_{22}); H_U^*(s) = Y_{2-1}^*(s) = -Y_{12}/(1 + Y_{22}),$$

то есть ПФ по току оказывается равной сопротивлению передачи, а ПФ по напряжению — равной проводимости передачи. См. 1.17.1.

175. Обобщенная расстройка в СК. Для характеристики расстройки *связанных контуров* с одинаковыми параметрами вводят обобщенную расстройку

$$\varepsilon = \frac{x_1}{r_1} = \frac{x_2}{r_2} = \frac{x}{r} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{r} = \frac{L}{r\omega} (\omega^2 - \omega_0^2),$$

причем с учетом *допущения анализа СК* $\varepsilon = x/r \cong 2Q\delta\omega_*$, где $\delta\omega_*$ — относительная расстройка; Q — добротность RLC -контура. См. 1.18.3.

176. Обобщенная частота (комплексная частота) позволяет распространить многие положения расчета УСР с помощью МКА на анализ цепей при обобщенном воздействии вида экспоненциальных колебаний

$$f_{\text{вх}}(t) = F_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \alpha) = \text{Re } \dot{F}_m e^{st},$$

где $\dot{F}_m = F_m e^{j\alpha}$ — комплексная амплитуда сигнала (как и в МКА); $s = \sigma + j\omega$ — обобщенная частота. Частные случаи обобщенной частоты: 1) $s = j\omega$, где $\sigma = 0$, соответствует анализу УСР; 2) $s = 0$, то есть $\sigma = 0$ и $\omega = 0$, соответствует анализу цепей при постоянных воздействиях. Расчет вынужденной составляющей решения при обобщенном воздействии аналогичен анализу УСР с использованием МКА, но вместо частоты $j\omega$ необходимо подставлять s — обобщенную частоту, то есть необходимо изменить только комплексные сопротивления $Z_L = sL$ и $Z_C = 1/(Cs)$. Следует отметить, что при совпадении обобщенной частоты воздействия с каким-либо корнем ХП цепи использовать МКА невозможно. Это условие, являющееся границей применимости МКА, вытекает из определения обобщенной частотной характеристики $\dot{F}_{m2} = H(s)\dot{F}_{m1}$, причем комплексная функция цепи (*передаточная функция*) в этом случае $H(s) \rightarrow \infty$, поскольку знаменатель ПФ — это ХП цепи. См. 1.5.5.

177. Обратная задача расчета неразветвленной МЦ аналогична прямой задаче расчета нелинейной ЭЦ: даны параметры всех участков магнитной цепи (длина l_k , площадь поперечного сечения S_k , характеристики $B(H)$ для определения абсолютной магнитной проницаемости μ_{ak}), ток i и число витков N обмотки. Необходимо найти *магнитный поток* в МЦ. Используется графический метод расчета. 1. По *основной кривой намагничивания* $B(H)$ пересчетом ($\Phi_k = B_k S_k$, $V_k = H_k l_k$) определяют нелинейные характеристики $\Phi_k(V_k)$, то есть зависимость МП каждого



участка МЦ от магнитного напряжения. Для воздушного зазора $\Phi_{\text{в.з}} = V_{\text{в.з}} / R_{\text{м.в.з}}$, где магнитное сопротивление

$$R_{\text{м.в.з}} = l_{\text{в.з}} / (S_{\text{в.з}} \mu_{\text{а.в.з}}) \cong l_{\text{в.з}} / (S_{\text{в.з}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}),$$

то есть характеристика $\Phi_{\text{в.з}}(V_{\text{в.з}})$ является линейной. 2. Определяют результирующую характеристику МЦ $V_{\Sigma}(\Phi)$ графическим суммированием магнитных напряжений характеристик $\Phi_k(V_k)$ при одинаковых значениях МП. 3. Определяют суммарную МДС $F_k = Ni = V_{\Sigma}$ и по найденному значению V_{Σ} определяют рабочую точку на результирующей характеристике МЦ, то есть находят общий МП Φ в неразветвленной МЦ. При решении обратной задачи расчета разветвленной МЦ также используется описанное ранее подобие расчета МЦ расчету R -НЦ, что указано и при описании *прямой задачи расчета неразветвленной МЦ*. См. 1.22.3.

178. Общая последовательность синтеза LC-ЧП лестничной структуры. 1. Осуществляют общую проверку на реализуемость ПФ LC-ЧП. 2. Определяют параметры синтезируемого по ПФ LC-ЧП. 3. Записывают нули передачи ЧП на основании найденных параметров: это частные полюса Z_{22} (или Y_{22}) и нули Z_{12} или $(-Y_{12})$. 4. Синтезируют частные полюса Z_{22} (или Y_{22}), то есть нули I категории (в ПФ ЧП), как указано в свойстве 3 LC-ЧП, в виде продольного сопротивления Z_1 (или поперечной проводимости Y_0). 5. Затем синтезируют II категорию нулей ПФ, которые совпадают с нулями остатков от реализации Z_{22} (или Y_{22}), полным выделением соответствующих полюсов обращенных остатков (в виде продольных сопротивлений Z_{1k} или поперечных проводимостей Y_{0k}), как описано в *свойстве 5 LC-ЧП* и в общей процедуре синтеза ЧП лестничной структуры. 6. Далее синтезируют III категорию нулей ПФ (которые не совпадают с корнями остатков от реализации Z_{22} или Y_{22}), как описано в *методе проб и ошибок* и в *последовательности действий при реализации нуля III категории*. 7. Используют свидетельство правильного окончания синтеза для контроля реализованного ЧП. При необходимости изменяют последовательность выделения нулей ПФ (то есть последовательность реализации ЧП). См. 1.17.4.

179. Общая проверка на реализуемость ПФ LC-ЧП в режимах его КЗ или ХХ состоит в следующем: 1) условие Фиалкова должно выполняться; 2) нули и полюса должны быть мнимыми, причем полюса — простыми. См. 1.17.3.

180. Общая проверка на реализуемость ПФ LC-ЧП при нормированной нагрузке $R_{\text{н.н.}} = 1$ состоит в следующем: 1) условие Фиалкова должно выполняться; 2) нули ПФ должны быть мнимыми (могут быть кратными). См. 1.17.3.

181. Общая процедура синтеза ЧП лестничной структуры вытекает из самого определения ЧП лестничной структуры: реализуется Z_{22} (или Y_{22}) как $Z_{LC}(s)$, то есть выделяется (реализуется) частично или полностью какой-то полюс Z_{LC} в виде продольного сопротивления Z_{1k} , затем остаток $Z' = 1/Y'$ обращается и какой-либо его полюс реализуется в виде параллельной проводимости Y_{0k} ; новый остаток $Y'' = 1/Z''$ вновь обращается и какой-то его полюс реализуется в виде следующего последовательного сопротивления Z_{1k} , процедуру повторяют до полной реализации Z_{LC} . См. 1.17.2.

182. Общая характеристика расчета автоколебаний в цепи с релейными элементами. Расчет выполняется, например, с применением метода гармонического баланса, решения НФУ, в замкнутой форме или другими способами. Схему цепи при этом обычно приводят к эквивалентной обобщенной структуре. Часто структурная схема автоколебательной РЦ — это эквивалентное представление РЦ в виде двух взаимосвязанных частей (рис. 2.25) — РЭ и объединенной линейной части (ЛЧ), описываемой ПФ $H(s)$ с инверсией знака:

$$H(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = -\frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0},$$

где $X(s), Y(s)$ — изображения по Лапласу входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов РЭ соответственно. Обычно предполагается, что $m < n$, то есть переходная характеристика ЛЧ $h_l(s)$ непрерывна. Рис. 2.25, фактически, описывает автоколебательную релейную цепь как замкнутую структуру с отрицательной обратной связью. См. 1.21.1.

183. Общие свойства НЦ: 1) справедливы уравнения ЗТК и ЗНК; 2) справедливы принципы непрерывности потокосцепления в L -НЭ и заряда в C -НЭ; 3) не применимы в общем случае свойства линейных цепей (пропорциональности, дифференцируемости, наложения); 4) в общем случае НЦ преобразуют спектр входного периодического сигнала. См. 1.16.1.

184. Ограничение теории чувствительности, базирующейся на ФАЧ, состоит в том, что выходной сигнал цепи должен быть непрерывной и дифференцируемой функцией от изменяемого параметра цепи. См. 1.20.2.

185. Операторные уравнения ДЛ (то есть преобразование Лапласа от телеграфных уравнений однородной ДЛ):

$$\frac{d^2 U_x(s)}{dx^2} = \gamma_0^2(s) U_x(s); \quad \frac{d^2 I_x(s)}{dx^2} = \gamma_0^2(s) I_x(s),$$

где $\gamma_0(s) = \sqrt{Z_0(s)Y_0(s)} = \sqrt{(R_0 + sL_0)/(G_0 + sC_0)}$ — коэффициент распространения, то есть характеристическая мера передачи ДЛ как симметричного ЧП; Z_0 , Y_0 — погонные операторные сопротивление и проводимость однородной ДЛ как симметричного ЧП. О.у. ДЛ являются однородными ДУ, то есть их вынужденная составляющая решения равна нулю, а свободная составляющая имеет вид, например, $U_x(s) = A_1 e^{\gamma_0 x} + A_2 e^{-\gamma_0 x}$, причем функции $A_1 = U_{n2}(s)$ и $A_2 = U_{o2}(s)$ называют *падающей и отраженной* волнами в конце ДЛ при $x = 0$. См. 1.14.2.

186. Операторный метод (ОМ) — это метод расчета переходных процессов с использованием преобразования Лапласа. Используют два варианта расчета: 1) по операторным уравнениям, полученным преобразованием Лапласа системы независимых интегрально-дифференциальных уравнений цепи при $t > 0$; 2) по операторной схеме замещения (ОСЗ) цепи, составленной для $t > 0$, в которой оригиналы (сигналы) воздействий (то есть источников) в цепи заменены их изображениями по Лапласу, а R -, L - и C -элементы заменены их ОСЗ, состоящими

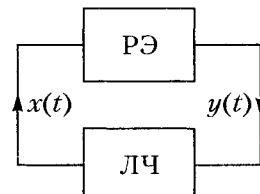


Рис. 2.25

из операторных сопротивлений $Z_R(s) = R$, $Z_L(s) = sL$, $Z_C(s) = 1/(Cs)$ и дополнительных ИН для учета НИУ: ИН $u_c(0^-)/s$ включается последовательно с Z_C , а ИН $Li_L(0^-)$ — последовательно с Z_L так, что $U_C(s) = Z_C(s)I_C(s) + u_c(0^-)/s$, $U_L(s) = Z_L(s)I_L(s) - Li_L(0^-)$. Решая операторные уравнения или рассчитывая ОСЗ цепи методами, аналогичными расчету R -цепей, находят изображение реакции $F_2(s) \equiv F_{\text{вых}}(s)$, а затем ее оригинал $f_2(t) \equiv f_{\text{вых}}(t)$. См. 1.6.2.

187. Операционный усилитель (ОУ) — активный многополюсный элемент, условное обозначение которого приведено на рис. 2.26, а. ОУ имеет два входа и один выход по отношению к общему для них базисному выводу и представляет собой **зависимый источник** типа ИНУН (рис. 2.26, б), выходное напряжение которого пропорционально разности входных. Основное уравнение ОУ также приведено на рис. 2.26, б, где $U \equiv U(s)$ — напряжения ОУ; $I_{\text{OУвых}} = I_{\text{OУвых}}(s)$ — изображение по Лапласу выходного тока ОУ; $k_{\text{OУ}}$ — коэффициент усиления ОУ. У реальных ОУ $k_{\text{OУ}}$ обычно очень велик (сотни тысяч), поэтому в расчетах переходят к **идеальному ОУ**. Входные токи ОУ равны нулю. См. 1.11.5.

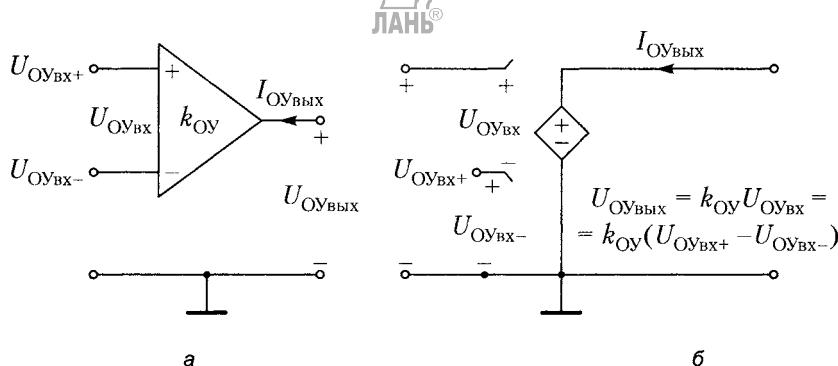


Рис. 2.26

188. Определение вторичных параметров ДЛ по сопротивлениям ее ХХ и КЗ осуществляется на основании формул ДЛ как симметричного ЧП

$$Z_b = \sqrt{Z_{XX} Z_{K3}}; \quad e^{\gamma_0 l} = e^\gamma = \sqrt{(Z_{XX} + Z_b)/(Z_{XX} - Z_b)}$$

и формул связи *вторичных параметров ДЛ с первичными параметрами*

$$Z_b = \sqrt{Z_0/Y_0} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)/(G_0 + j\omega C_0)}; \quad \gamma_0 = \sqrt{Z_0 Y_0},$$

при этом на частоте ω по значениям Z_{XX} и Z_{K3} вначале находят волновое сопротивление Z_b и коэффициент распространения $\gamma_0 = \gamma/l$, где l — длина ДЛ; затем определяют *первичные параметры* $Z_0 = Z_b \gamma_0$, $Y_0 = \gamma_0/Z_b$. См. 1.14.3.

189. Определение параметров синтезируемого ЧП по ПФ LC-ЧП в режимах его КЗ или ХХ. Так как реализуемая ПФ $H(s) = kB(s)/A(s)$ имеет вид $H_{IK3}(s) = Z_{12}/Z_{22}$ или $H_{UXX}(s) = -Y_{12}/Y_{22}$, причем $A(s)$ и $B(s)$ — это полиномы четных степеней s , то для определения параметров ЧП делят числитель и знаменатель ПФ на произвольный нечетный полином $D(s)$, корни которого мнимые, простые

и чередуются с корнями $A(s)$, то есть $Z_{22} = A(s)/D(s)$, $Z_{12} = kB(s)/D(s)$ или $Y_{22} = A/D$, $-Y_{12} = kB/D$. Сразу же проверяют найденные Z_{22} или Y_{22} на соответствие основному свойству $Z_{LC}(s)$. Иногда в качестве $D(s)$ можно выбирать дробно-рациональную функцию. См. 1.17.3.

190. Определение параметров синтезируемого ЧП по ПФ LC -ЧП при нормированной нагрузке. Реализуемая ПФ $H(s) = kB(s)/A(s)$ — это *нормированная ПФ ЧП* или $H_U(s) = -Y_{12}/(1 + Y_{22})$. Вначале представляют в виде суммы полинома $A(s) = A_{\text{чт}}(s) + A_{\text{нчт}}(s)$, где $A_{\text{чт}}$, $A_{\text{нчт}}$ — полиномы четных и нечетных степеней s . Затем, если $B(s)$ — полином четных степеней s , преобразуют ПФ к виду $H(s) = (kB/A_{\text{нчт}})/(1 + A_{\text{чт}}/A_{\text{нчт}})$, откуда $Z_{22} = A_{\text{чт}}/A_{\text{нчт}}$, $Z_{12} = kB/A_{\text{нчт}}$ (или, аналогично, Y_{22} и $-Y_{12}$). Если $B(s)$ — полином нечетных степеней s , то преобразование ПФ имеет вид $H(s) = (kB/A_{\text{чт}})/(1 + A_{\text{нчт}}/A_{\text{чт}})$, то есть Z_{22} (или Y_{22}) равно $A_{\text{нчт}}/A_{\text{чт}}$, а Z_{12} (или $-Y_{12}$) равно $kB/A_{\text{чт}}$. Сразу же проверяют найденные Z_{22} или Y_{22} на выполнение основного свойства $Z_{LC}(s)$. Если эта проверка не выполняется, реализовать заданную ПФ в виде LC -ЧП невозможно. См. 1.17.3.

191. Определение параметров ЧП заданной структуры можно выполнять любым из методов анализа цепей. Обычно используют методы (опыты) ХХ или КЗ выводов ЧП (важно, что эти опыты можно реализовать экспериментально, если структура пассивного четырехполюсника неизвестна). На основании уравнений ЧП ($U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$; $U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$) могут быть, например, определены z -параметры ЧП так называемой Т-образной схемы (рис. 2.27, *a*): при ХХ на выходе ЧП ($I_2 = 0$) имеем $z_{11} = U_1/I_1 = Z_1 + Z_3$, $z_{21} = U_2/I_1 = Z_3$, а при ХХ входа ЧП ($I_1 = 0$) определяются $z_{22} = U_2/I_2 = Z_2 + Z_3$, $z_{12} = U_1/I_2 = Z_3 = z_{21}$ (в соответствии с условиями обратимости). У простейшего симметричного ЧП, изображенного на рис. 2.27, *б*, непосредственно из сравнения уравнений схемы с уравнениями a -формы: $U_1 = U_2 + Z(-I_2)$, $I_1 = -I_2 = 0 \cdot U_2 + 1 \cdot (-I_2)$ — находим a -параметры ЧП

$$[a]_Z = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Аналогично, из уравнений симметричного ЧП, представленного на рис. 2.27, *в*: $U_1 = U_2$, $I_1 = Y \cdot U_2 + (-I_2)$, — определяем

$$[a]_Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}.$$

См. 1.11.1.

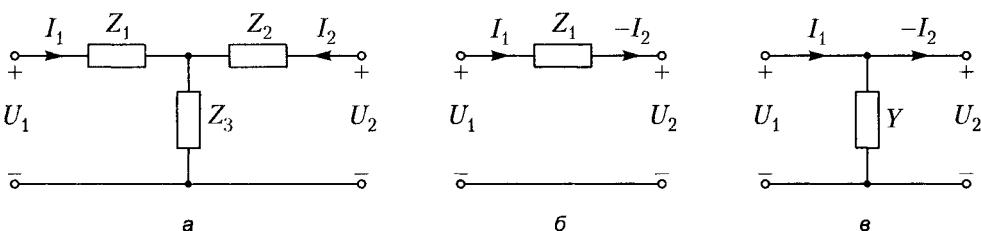


Рис. 2.27

192. Определение параметров RC-ЧП по его ПФ в режимах КЗ или ХХ. Поскольку реализуется ПФ $H(s) = kB(s)/A(s)$ вида $H_{IK3}(s) = Z_{12}/Z_{22}$ или $H_{UXX}(s) = -Y_{12}/Y_{22}$, то числитель и знаменатель ПФ делят на произвольный полином $D(s)$, чтобы получившиеся Z_{22} и Y_{22} удовлетворяли основному свойству $Z_{RC}(s)$. Таким образом, $Z_{22} = A/D$, $Z_{12} = kB/D$ (или $Y_{22} = A/D$, $-Y_{12} = kB/D$), то есть корни $D(s)$ простые, отрицательные и чередуются с корнями $A(s)$, при этом у Z_{22} ближайшим к началу координат должен быть полюс, а у Y_{22} — нуль. См. 1.17.5.

193. Определение параметров RC-ЧП по его ПФ, заданной при нормированной нагрузке. Поскольку реализуется ПФ $H(s) = kB(s)/A(s)$ вида $H_U(s) = Z_{12}/(1 + Z_{22})$ или $H_U(s) = -Y_{12}/(1 + Y_{22})$, то $A(s)$ раскладывают на сумму двух полиномов $A(s) = A_{np}(s) + A_{nb}(s)$ с положительными коэффициентами, причем корни полинома A_{np} выбирают отрицательными, лежащими правее корней $A(s)$. Тогда корни полинома A_{nb} будут автоматически левее корней $A(s)$, то есть корни полиномов A_{np} и A_{nb} простые, отрицательные, чередуются и ближайшим к началу координат будет корень у $A_{np}(s)$. При определении z -параметров ЧП делят числитель и знаменатель ПФ на A_{np} , а при определении y -параметров — на A_{nb} , так что $Z_{22} = A_{nb}/A_{np}$, $Z_{12} = kB/A_{np}$ или $Y_{22} = A_{np}/A_{nb}$, $-Y_{12} = kB/A_{nb}$. В результате Z_{22} и Y_{22} удовлетворяют основному свойству $Z_{RC}(s)$, то есть у Z_{22} ближайшим к началу координат является полюс, а у Y_{22} — нуль. См. 1.17.5.

194. Определение проводимости передачи на основании метода контурных токов выполняется применительно к R -цепям по формуле

$$i_k/u_n = G_{k-n} = A_{nk}/\Delta_{MKT} = (-1)^{k+n} \Delta_{nk}/\Delta_{MKT},$$

где Δ_{MKT} — главный определитель системы уравнений МКТ; G_{k-n} — проводимость передачи от единственного в цепи ИН u_n (входящего только в независимый контур с номером n) к току ветви i_k (совпадающему с контурным током независимого контура с номером k ; так всегда можно выбрать КТ); Δ_{nk} — минор (определитель), полученный из Δ_{MKT} при вычеркивании строки n и столбца k ; A_{nk} — алгебраическое дополнение, соответствующее Δ_{nk} . На дуальной основе находят сопротивление передачи на основании МУН:

$$R_{k-n} = u_k/i_n = A_{nk}/\Delta_{MUN} = (-1)^{k+n} \Delta_{nk}/\Delta_{MUN},$$

где Δ_{MUN} — главный определитель уравнений МУН; A_{nk} и Δ_{nk} — получены по Δ_{MUN} ; u_k — узловое напряжение узла с номером k ; i_n — ток единственного в цепи ИТ, направленный от базисного узла к узлу с номером n . Аналогичные формулы используют при анализе динамических цепей с помощью МКА и ОМ при расчете соответствующих ЧХ и ПФ, как указано в определениях сопротивления и проводимости передачи. См. 1.2.4.

195. Определение рабочей точки МЦ с постоянными магнитами требует знания характеристики намагничивания ферромагнитных материалов (магнитотвердых материалов) с широкой петлей гистерезиса, из которых изготовлены постоянные магниты, а также применения основных допущений расчета МЦ и аналогов законов Кирхгофа при расчете МЦ. При анализе, например, простой МЦ, состоящей только из магнита с небольшим воздушным зазором, исходят из следующего: 1. По

аналогу второго закона Кирхгофа для суммарного магнитного напряжения V в *магнитной цепи* без обмотки с током имеем $0 = V_m + V_{b,z} = -H_{b,z} l_{b,z}$, то есть направление вектора напряженности магнитного поля в магните ($H_m = -H_{b,z} l_{b,z} / l_m$) противоположно направлению напряженности в воздушном зазоре (здесь l_m , $l_{b,z}$ — длины участков МЦ в магните и в воздушном зазоре). 2. Поскольку в воздушном зазоре $\vec{B}_{b,z} = \mu_0 \vec{H}_{b,z} = 4\pi \cdot 10^{-7} \vec{H}_{b,z}$, то направления векторов магнитной индукции и напряженности совпадают. В то же время по первому из *основных законов МЦ* линии вектора \vec{B} непрерывны и замкнуты, то есть в воздушном зазоре $B_{b,z} > 0$, $H_{b,z} > 0$, а в магните $B_m > 0$, $H_m < 0$, как, фактически, указано в п. 1. Следовательно, рабочая точка находится в квадранте II петли гистерезиса, жирно выделенной на рис. 2.28, *a* и называемой *кривой размагничивания*. 3. Пересчитывают кривую размагничивания (рис. 2.28, *b*) в область $\Phi(V)$, используя формулы $V_m = H_m l_m$, $\Phi_m = B_m S_m$, где S_m — площадь поперечного сечения магнита. 4. На основании *аналога законов Кирхгофа при расчете МЦ* определяют рабочую точку, исходя из уравнений: $\Phi_m = \Phi_{b,z}$; $V_m(\Phi_m) = -V_{b,z} = -\Phi_{b,z} R_{m,b,z}$, то есть рабочая точка находится (рис. 2.28, *b*) на пересечении кривой размагничивания $V_m(\Phi_m)$ и прямой $-V_{b,z}(\Phi_{b,z}) = -\Phi_{b,z} R_{m,b,z}$, где $R_{m,b,z} = l_{b,z} / (S_{b,z} \mu_0) = \text{const}$ — магнитное сопротивление воздушного зазора; $S_{b,z}$ — площадь поперечного сечения зазора. См. 1.22.4.

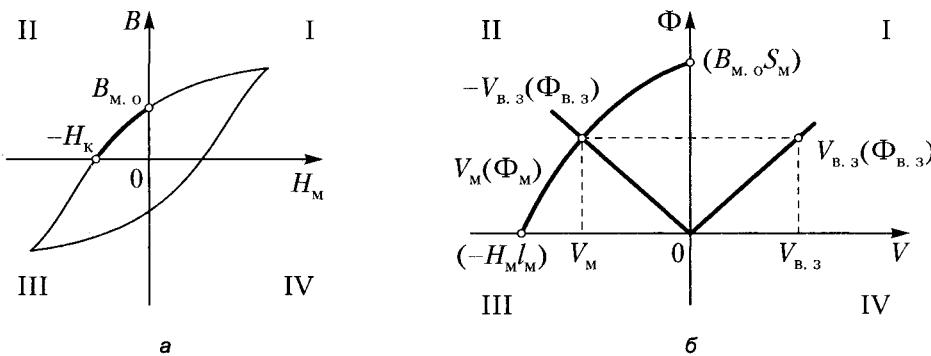


Рис. 2.28

196. Ориентированный граф — это геометрический образ цепи, содержащий полную информацию о ее структуре, включающий все элементы и узлы (в том числе устранимые); у каждого элемента указано направление тока и предполагается согласованная полярность. См. 1.19.1.

197. Основная кривая намагничивания (ОКН) формируется на основании *характеристик намагничивания ферромагнитных материалов*, если для большого числа значений H_m построить семейство установившихся петель гистерезиса при медленном перемагничивании и провести через вершины этих петель кривую — ОКН, которая является нечетно-симметричной нелинейной характеристикой и в основном используется для расчета МЦ из магнитомягких материалов при *постоянных магнитных потоках*. См. 1.22.1.

198. Основное свойство $Z_{RC}(s)$, то есть входного сопротивления RC -ДП: $Z_{RC}(s)$ описывается дробно-рациональной функцией (с положительными коэффициентами) обобщенной частоты s , причем нули и полюса $Z_{RC}(s)$ располагаются в комплексной плоскости на отрицательной полуоси, они чередуются, простые (некратные), и ближайшим к началу координат является полюс. У проводимости $Y_{RC}(s) = 1/Z_{RC}(s)$ ближайшим к началу координат является нуль. См. 1.13.2.

199. Основное свойство LC -ДП: входное сопротивление реактивного ДП $Z_{LC}(s)$ описывается дробно-рациональной функцией (с положительными коэффициентами) обобщенной частоты s , нули и полюса $Z_{LC}(s)$ простые, располагаются на мнимой оси, чередуются, причем в начале координат находится нуль или полюс, а степень числителя $Z_{LC}(s)$ отличается от степени знаменателя на единицу (нули и полюса Z_{LC} , то есть корни ХП LC -ДП в режимах его КЗ и ХХ определяются резонансными частотами ДП). См. 1.13.1.

200. Основные допущения расчета МЦ касаются использования при анализе МЦ основных законов МЦ, а также характеристик намагничивания ферромагнитных материалов и учета воздушных зазоров в МЦ. 1. Считают, что вектор магнитной индукции \vec{B} одинаков во всех точках сечения S_k участка МЦ и перпендикулярен сечению. Тогда от скалярного произведения векторов $\vec{B} d\vec{S} = BdS \cos(\vec{B} \wedge d\vec{S})$ переходят к произведению скалярных величин $\Phi_k = B_k S_k$ при определении магнитного потока через поперечное сечение магнитной цепи. 2. Интеграл от $\vec{H} d\vec{l}$ по контуру МЦ заменяют на $\sum H_k l_k = \sum V_k$, считая вектор напряженности магнитного поля \vec{H} совпадающим с направлением контура интегрирования, который проводят через середины поперечных сечений участков МЦ, то есть $\sum V_k = \sum H_k l_k = \sum i_k = F_\Sigma$, где $V_k = H_k l_k$ — магнитное напряжение (разность магнитных потенциалов) участка МЦ длиной l_k ; $F_k = N_k i_k$ — намагничающая сила (МДС) обмотки катушки из N_k витков с током i_k , намотанной на k -м участке МЦ. 3. Считают, что в МЦ векторы \vec{B} и \vec{H} совпадают по направлению (что несправедливо для анизотропных материалов и петель гистерезиса), а их связь определяется основной кривой намагничивания. 4. Вне МЦ магнитными потоками пренебрегают (так как $\mu_{\text{афм}} \gg \mu_{\text{аvak}} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, то есть практически весь МП сосредоточен в ферромагнитных материалах МЦ). Тогда в разветвлении МЦ $\sum \Phi_{k\text{вх}} = \sum \Phi_{k\text{вых}}$, то есть сумма входящих МП равна сумме выходящих, что аналогично ЗТК. 5. В обычно конструктивно очень малых воздушных зазорах МЦ используются указанные ранее допущения, считая линии вектора $\vec{B}_{\text{в.з}}$ параллельными, а площадь поперечного сечения воздушного зазора приблизительно равной площади сечения «подходящего» к зазору участка ферромагнитного материала, то есть $S_{\text{в.з}} \cong S_{\text{фм}}$. 6. Большинство указанных допущений применяют при расчетах МЦ из магнитомягких материалов, когда можно использовать ОКН, и при малых воздушных зазорах. В случае магнитотвердых материалов (или магнитов) или при наличии больших зазоров применяют только часть допущений. См. 1.22.2.

201. Основные законы МЦ. 1. *Магнитный поток* Φ вектора магнитной индукции \vec{B} через замкнутую поверхность S равен нулю, то есть $\Phi = \int \vec{B} d\vec{S} = 0$, что отражает принцип непрерывности и замкнутости линий вектора \vec{B} . Размерность



Φ — вебер [Вб], B — тесла [Тс], S — метр квадратный [м^2]. 2. Циркуляция вектора напряженности магнитного поля \vec{H} по замкнутому контуру l равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром, то есть $\int \vec{H} d\vec{l} = \sum i_k = F_\Sigma$, причем F_Σ называют магнитодвижущей силой (МДС), или намагничивающей силой. Размерность F_Σ — ампер [А], l — метр [м], H — ампер на метр [А/м]. 3. Связь векторов \vec{B} и \vec{H} обычно определяют формулой $\vec{B} = \mu_a \vec{H} = \mu \mu_0 \vec{H}$, где $\mu_a = \mu \mu_0$ — абсолютная магнитная проницаемость; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная (абсолютная магнитная проницаемость вакуума, так как $\mu_{\text{вак}} = 1$); μ — относительная магнитная проницаемость. См. 1.22.1.

202. Особенности автоколебаний в релейных цепях. При автоколебаниях выходной сигнал релейного элемента $y(t)$ представляет собой периодическую последовательность прямоугольных импульсов с периодом T . На рис. 2.29 приведен пример АК простейшей симметричной формы, с неизменным в пределах полупериода $\tau = 0,5T$ выходным сигналом $PЭ \pm y_m$. АК сложной формы отличаются неоднократным переключением РЭ внутри полупериода (периода), а также возможной несимметрией. Задача расчета автоколебаний включает в себя, в частности: 1) определение параметров АК (периода и моментов переключения РЭ внутри периода); 2) расчет сигнала на выходе РЭ; 3) исследование устойчивости АК. См. 1.21.1.

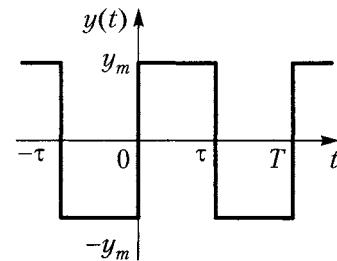


Рис. 2.29

203. Особые случаи коммутации (ОСК) соответствуют появлению сверхтоков и перенапряжений (в идеале — бесконечных) при нарушении законов коммутации в идеализированных цепях. Простейший пример ОСК — подключение параллельной RC -цепи при $t = 0$ к ИН $u_0 = \text{const}$; при $t > 0$ имеем $u_c(t) = u_0 = \text{const} \neq u_c(0^-) = 0$ (если C -элемент перед коммутацией не был заряжен). С использованием ЕСФ можно записать $u_c(t) = u_0 \delta_1(t)$. Тогда ток $i_C(t) = Cu'_c(t) = Cu_0 \delta(t) \rightarrow \infty$ при $t = 0$, то есть, в идеале, бесконечный ток вида ЕИФ мгновенно заряжает C -элемент. Другой простой пример ОСК — отключение последовательной RL -цепи от ИН $u_0 = \text{const}$, когда можно записать $i_L(t) = i_L(0^-) - i_L(0^-) \delta_1(t)$, то есть $i_L(0^-) \neq i_L(0^+) = 0$ (ток L -элемента изменяется скачком). В результате $u_L(t) = L i'_L(t) = -L i_L(0^-) \delta(t) \rightarrow -\infty$ при $t = 0$. По ЗНК «второе бесконечное», в идеале, напряжение будет на размыкающемся идеальном ключе. См. 1.4.2.

204. Оценка реакции по значению АЧХ при $\omega = 0$. Амплитудный спектр реакции $A_{\text{вых}}(\omega) = A_{\text{вх}}(\omega)A(\omega)$, где $A_{\text{вх}}(\omega)$ — АС воздействия; $A(\omega)$ — АЧХ цепи. На частоте $\omega = 0$ спектр сигнала равен площади сигнала, поэтому $S_{\text{вых}} = S_{\text{вх}} A(0)$. См. 1.8.5.

205. Оценка реакции по значению АЧХ при $\omega \rightarrow \infty$. На основании теоремы о начальном значении и теоремы свертки реакция при $t = 0^+$ может быть оценена по АЧХ $A(\omega) = |H(j\omega)|$ при $\omega \rightarrow \infty$:

$$f_{\text{вых}}(0^+) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} j\omega F_{\text{вх}}(j\omega) H(j\omega) = f_{\text{вх}}(0^+) H(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow \infty},$$

где $H(j\omega)$ — ЧХ цепи. Поэтому, если значение АЧХ $A(\infty) = 0$, то скачок воздействия $f_{\text{вх}}(0^+)$ на выход не пройдет, то есть реакция будет непрерывной. Если $A(\infty) = k$, то скачок реакции $f_{\text{вых}}(0^+)$ в k раз отличается от скачка воздействия. См. 1.8.5.

206. Оценка формы реакции при сравнении спектра воздействия с ЧХ цепи. Обычно ЧХ цепи можно приближенно разбить на частотные интервалы (ЧИ): неискажения, если $A(\omega) \cong \text{const}$; дифференцирования, если $A(\omega) \cong k\omega$; интегрирования, если $A(\omega) \cong k/\omega$; двойного дифференцирования, если $A(\omega) \cong k\omega^2$, и т. д. Если спектр воздействия располагается в основном в одном из этих ЧИ, можно приближенно предсказать изменение формы реакции на выходе цепи. Например, спектр сигнала на входе в основном сосредоточен в ЧИ дифференцирования, следовательно, $f_{\text{вых}} \cong kf'_{\text{вх}}(t)$. См. также п. 428 «Характеристики идеальных неискажающих, дифференцирующих и интегрирующих цепей». См. 1.8.5.

207. Падающая и отраженная волны в ДЛ. описывают решение операторных уравнений ДЛ:

$$\begin{cases} U_x(s) = U_{\text{вх}}(s) + U_{\text{ox}}(s) = U_{n2}(s)e^{\gamma_0 x} + U_{o2}(s)e^{-\gamma_0 x}; \\ I_x(s) = \frac{1}{Z_0} \frac{dU_x(s)}{dx} = I_{\text{вх}}(s) - I_{\text{ox}}(s) = I_{n2}(s)e^{\gamma_0 x} - I_{o2}(s)e^{-\gamma_0 x}, \end{cases}$$

причем в любой точке x , отсчитанной от конца ДЛ, волны напряжения и тока связаны соотношением $U_{\text{вх}} = Z_b I_{\text{вх}}$, $U_{\text{ox}} = Z_b I_{\text{ox}}$; $Z_b = \sqrt{Z_0/Y_0}$ — волновое сопротивление ДЛ и $\gamma_0 = \sqrt{Z_0 Y_0}$ — коэффициент распространения — это *вторичные параметры ДЛ*. Значения волн при $x = 0$, то есть в конце ДЛ, $U_{n2} = 0,5(U_2 + Z_b I_2)$, $U_{o2} = 0,5(U_2 - Z_b I_2)$. См. 1.14.2.

208. Параллельное соединение образуется присоединением элементов к одной и той же паре узлов, как показано, например, на рис. 2.30; напряжение и таких элементов одинаково только в том случае, если у всех элементов положительная полярность указана у одного узла, а отрицательная — у другого. См. 1.1.6.

209. Параллельное соединение ИС-катушек в установившемся синусоидальном режиме отражено на рис. 2.31. Напряжения на ИС-катушках $\dot{U}_{L1} = Z_{L1}\dot{I}_1 + Z_M\dot{I}_2 = \dot{U}$; $\dot{U}_{L2} = Z_{L2}\dot{I}_2 + Z_M\dot{I}_1 = \dot{U}$, где $Z_L = j\omega L$; $Z_M = j\omega M = \pm j\omega |M|$ — комплексное сопротивление взаимной индуктивности. Ток в цепи

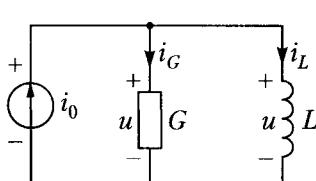


Рис. 2.30

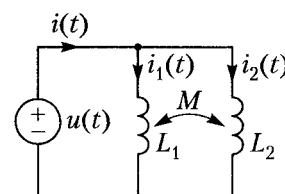


Рис. 2.31

откуда эквивалентная индуктивность $L_{\text{э. согл}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2|M|}$ — при согласном включении; $L_{\text{э. встр}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2|M|}$ — при встречном включении, следовательно, $L_{\text{э. согл}} > L_{\text{э. встр}}$, $I_{\text{согл}} < I_{\text{встр}}$, как и при последовательном соединении ИС-катушек в УСР. См. 1.9.2.

210. Параллельное соединение четырехполюсников ЧП 1 и ЧП 2, имеющих матрицы параметров $[y]_1$ и $[y]_2$, представлено на рис. 2.32. При параллельном соединении ЧП (аналогично параллельному соединению ДП) их напряжения — общие, а токи ЧП суммируются (и со стороны входов ЧП, и со стороны выходов). Если обеспечено указанное на рисунке протекание токов (то есть обеспечена регулярность соединения ЧП), то результирующая матрица y -параметров соединения $[y] = [y]_1 + [y]_2$. См. 1.11.3.

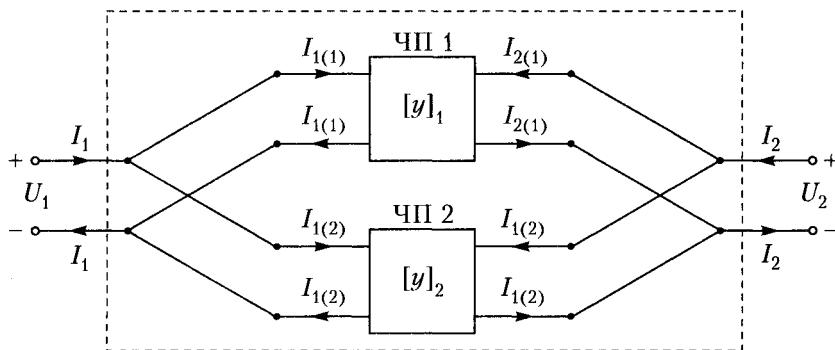


Рис. 2.32

211. Параллельно-последовательное соединение четырехполюсников ЧП 1 и ЧП 2 (с матрицами параметров $[g]_1$ и $[g]_2$) представлено на рис. 2.33: соединение входов ЧП соответствует параллельному соединению ЧП, а соединение выходов — последовательному соединению ЧП. Если обеспечено указанное на рисунке протекание токов (то есть обеспечена регулярность соединения ЧП), то результирующая матрица g -параметров соединения $[g] = [g]_1 + [g]_2$. См. 1.11.3.

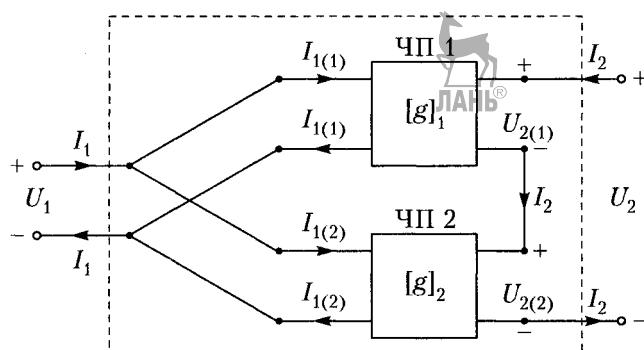


Рис. 2.33

212. Пассивный двухполюсник в установившемся периодическом режиме — это произвольная RLC -цепь, переходный процесс в которой, вызванный подключением к ДП при $t = -\infty$ входного *периодического сигнала* (воздействия), к моменту t закончился (свободная составляющая затухла). Ток и напряжение такого ДП в УПР могут быть разложены в ряд Фурье:

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2}I_k \cos(k\omega_1 t + \alpha_{i_k}); u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2}U_k \cos(k\omega_1 t + \alpha_{u_k}),$$

где, например, для тока нулевая гармоника $A_0/2 = I_0$, амплитуда k -й гармоники $A_k = \sqrt{2}I_k = I_{mk}$, фаза $\Phi_k = \alpha_{i_k}$. Мгновенная мощность ДП $p(t) = u(t)i(t)$, а *активная мощность* в УПР (или просто — мощность) — это *среднее значение* мгновенной мощности за период T :

$$P = P_{cp} = P_a = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \sum_{k=0}^{\infty} P_k = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k,$$

где U_k , I_k — действующие значения k -х гармоник напряжения и тока; $\varphi_k = \alpha_{u_k} - \alpha_{i_k}$, то есть мощность в УПР P равна сумме мощностей отдельных гармоник (нет «комбинационных мощностей» от гармоник с различными номерами). Активная мощность пассивного ДП в УПР равна сумме активных мощностей всех его R -элементов (баланс мощностей). *Действующее значение* периодического сигнала равно квадратному корню из суммы квадратов действующих значений отдельных гармоник:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{U_{mk}}{\sqrt{2}} \right)^2}; I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_{mk}^2}$$

(у постоянного сигнала мгновенное, среднее, амплитудное и действующее значения — одни и те же). См. 1.7.2.

213. Пассивный элемент. 1. П.э. — это элемент, энергия которого в любой момент времени неотрицательна, $w_{\text{нac}}(t) \geq 0$. R -, L -, C -элементы являются пассивными. См. 1.1.1.

214. Первичные параметры ДЛ. Схема замещения бесконечно малого элемента ДЛ размером Δx при отсчете координаты от конца ДЛ приведена на рис. 2.34,

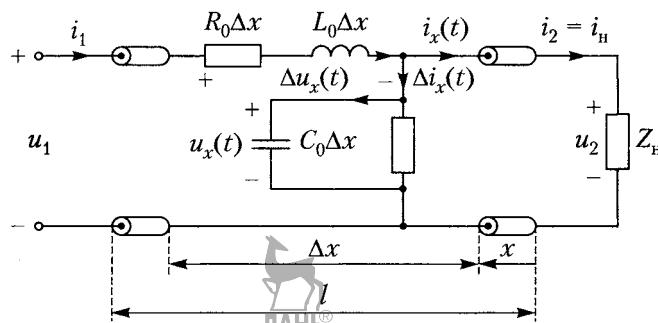


Рис. 2.34

причем R_0 [Ом/м], L_0 [Гн/м], G_0 [См/м], C_0 [Ф/м] — первичные (погонные) параметры ДЛ; l — длина (размер) ДЛ; Z_n — нагрузка ДЛ; u_1, i_1, u_2, i_2 — напряжения и токи на входе и выходе ДЛ; $u_x, i_x, \Delta u_x, \Delta i_x$ — значения переменных и их приращений в точке с координатой x . Если R_0, L_0, G_0, C_0 неизменны по ДЛ, она называется однородной. Более строгой является симметричная Т- или П-образная схема замещения. См. 1.14.1.

215. Передаточная функция (ПФ) — это отношение изображения реакции к изображению единственного в цепи воздействия при нулевых начальных условиях: $H(s) = F_2(s)/F_1(s) \div h(t)$, причем ПФ на основании теоремы свертки — это изображение ИХ. ПФ также часто называют функцией цепи или системной функцией. См. 1.6.4.

216. Передаточная функция дискретной цепи (см. также таблицу и теоремы z -преобразования) равна z -преобразованию реакции ДЦ $f_2(nT)$ при воздействии $f_1(nT) = \delta_0(nT)$, то есть является z -преобразованием ИХ ДЦ:

$$H(z) = \frac{F_2(z)}{F_1(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} \div h(nT).$$

Поскольку ПФ ДЦ — это отношение z -преобразований реакции и воздействия ДЦ, то *разностное уравнение* ДЦ и ПФ определяют друг друга. При этом знаменатель ПФ — это характеристический полином ДЦ, а корни ХП — это полюса $H(z)$. По теореме свертки ПХ как реакция ДЦ на единичную ступенчатую *дискретную последовательность* $\delta_1(nT)$ связана с ПФ формулой $h_1(nT) \div H_1(z) = \frac{z}{z-1} H(z)$. См. 1.15.4.

217. Передаточные функции нагруженного четырехполюсника по напряжению

$$H_U(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{a_{11} + Y_n a_{12}} = \frac{-y_{21}}{Y_n + y_{22}} = \frac{z_{21}}{z_{11} + \Delta_Z Y_n}$$

и по току

$$H_I(s) = \frac{-I_2(s)}{I_1(s)} = \frac{1}{a_{22} + Z_n a_{21}} = \frac{z_{21}}{Z_n + z_{22}} = \frac{-y_{21}}{y_{11} + \Delta_Y Z_n}$$

определяют аналогично расчету *входного сопротивления нагруженного ЧП*: к двум уравнениям *четырехполюсника* (например, $U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}(-I_2)$ и $I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}(-I_2)$) добавляют уравнение для нагрузки ЧП $U_2 = Z_n(-I_2)$ или $I_2 = -Y_n U_2$. Исключая из системы две лишние переменные (например, I_2 и I_1 при расчете H_U), находят искомую ПФ. Частные случаи ПФ при КЗ нагрузки ($Z_n = 0$) или при ее отрыве ($Y_n = 0$) находят из приведенных формул. См. 1.11.2.

218. Передаточные функции связанных контуров. Для последовательных *связанных контуров* ПФ по току $H_I(s) = \frac{I_2}{I_1} = \frac{Z_{cb}}{Z_2}$, ПФ по напряжению $H_U(s) = \frac{U_2}{U_1} =$



$= \frac{Z_{\text{н}} Z_{\text{св}}}{Z_1 Z_2 - Z_{\text{св}}^2}$, где Z_1, Z_2 — сопротивления первичного и вторичного контуров,

$Z_{\text{св}}(s)$ — сопротивление связи, $Z_{\text{н}}(s)$ — сопротивление нагрузки (выражения для ПФ параллельных СК могут быть записаны дуально). Общие соотношения для последовательных СК (и формулы для ПФ, и формула для *входного сопротивления связанных контуров*) подобны формулам для линейного трансформатора. См. 1.18.1.

219. Передаточные функции симметричного ЧП в согласованном режиме одинаковы (и по напряжению, и по току):

$$H_U(s) = H_I(s) = 1/(a_{11} + \sqrt{a_{12}a_{21}}) = \sqrt{(Z_{XX} - Z_c)/(Z_{XX} + Z_c)} = e^{-\gamma(s)},$$

причем $Z_c = (Z_{XX}Z_{K3})^{1/2}$ — характеристическое сопротивление симметричного ЧП; $a_{11} = a_{22}$, a_{12} , a_{21} — параметры уравнений симметричного ЧП; Z_{XX} , Z_{K3} — входные сопротивления ЧП при ХХ и КЗ его нагрузки; $\gamma(s)$ — характеристическая мера передачи симметричного ЧП, которую в УСР можно представить в виде $\gamma(j\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega)$, где α — коэффициент затухания, β — коэффициент фазы. См. 1.12.2.

220. Передаточные функции ЧП в режимах его КЗ или ХХ, используемые при реализации ЧП, имеют вид $H_{IK3}(s) = Z_{12}/Z_{22}$, $H_{UXX}(S) = -Y_{12}/Y_{22}$. См. 1.17.1.

221. Пересчет параметров ЧП осуществляют эквивалентными алгебраическими преобразованиями одной формы уравнений *четырехполюсника* к другой. Например, от уравнений через z -параметры ($U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$, $U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$) можно перейти к уравнениям через a -параметры ($U_1 = a_{11}U_1 - a_{12}I_2$, $I_1 = a_{21}U_1 - a_{22}I_2$) путем преобразования 2-го уравнения ($I_1 = U_2/z_{21} - z_{22}I_2/z_{21}$), откуда $a_{21} = 1/z_{21}$, $a_{22} = z_{22}/z_{21}$. Часто пересчет осуществляют методом ХХ или КЗ, описанным при *определении параметров ЧП* (например, при $I_2 = 0$ имеем $z_{22} = U_1/I_1 = a_{11}/a_{21}$). См. 1.11.1.

222. Переход от передаточной функции к уравнениям состояния в общем случае довольно сложен и заключается, например, в преобразовании ПФ

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$

вначале к дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} a_n u_2^{(n)}(t) + a_{n-1} u_2^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 u_2'(t) + a_0 u_2(t) &= b_m u_1^{(m)}(t) + \\ &+ b_{m-1} u_1^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 u_1'(t) + b_0 u_1(t), \end{aligned}$$

а затем (в наиболее сложном случае $m = n$) — к эквивалентному представлению

$$\{ \dots [\langle a_n u_2 - b_n u_1 \rangle' + (a_{n-1} u_2 - b_{n-1} u_1)]' + \dots + (a_1 u_2 - b_1 u_1) \}' + (a_0 u_2 - b_0 u_1) = 0,$$

причем комбинации переменных в фигурных, квадратных и «специальных» скобках считают переменными состояния x_1, \dots, x_{n-1}, x_n :

$$\begin{cases} x'_1 = b_0 u_1 - a_0 u_2; \\ x'_2 = x_1 + (b_1 u_1 - a_1 u_2); \\ \dots \\ x'_{n-1} = x_{n-2} + (b_{n-2} u_1 - a_{n-2} u_2); \\ x'_n = x_{n-1} + (b_{n-1} u_1 - a_{n-1} u_2). \end{cases}$$

Кроме того, необходимо учесть уравнение связи $x_n = a_n u_2 - b_n u_1$, то есть $u_2 = x_n/a_n + b_n u_1/a_n$. Обратный переход от уравнений состояния к ПФ несложен: достаточно уравнения преобразовать по Лапласу и решить относительно искомой реакции. См. 1.13.3.

223. Переходная характеристика (ПХ) $h_1(t)$ коротко — это реакция на воздействие вида ЕСФ $\delta_1(t)$. Строго — ПХ $h_1(t)$ численно равна *реакции* $f_2(t)$ при нулевых *независимых НУ* на единственное в цепи *воздействие* $f_1(t) = F_{10} \delta_1(t)$, где $F_{10} = 1$ В (или 1 А) — коэффициент, используемый для выравнивания размерности. Так как по принципу (свойству) пропорциональности $f_2(t) = F_{10} h_1(t)$, то размерность ПХ $[h_1] = [f_2]/[f_1]$. В t -области расчет ПХ при $t > 0$ эквивалентен расчету переходного процесса при подключении цепи к единственному источнику единичного постоянного уровня при нулевых независимых НУ. Справедливый только при $t > 0$ результат такого расчета $h_1^*(t) = h_1(t)$ корректно распространяют на всю временную область ($-\infty < t < \infty$) при учете фильтрующего свойства ЕСФ и *условия физической осуществимости*:

$$h_1(t) = h_1^*(t) \delta_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ h_1^*(t), & t > 0, \end{cases}$$

то есть $h_1^*(t)$ — это обычная непрерывная функция $h_1^*(t^-) = h_1^*(t^+)$, $h_1^*(0^-) = h_1^*(0^+)$, в то время как ПХ при $t=0$ может измениться скачком, и в общем случае $h_1(0^-) \equiv 0 \neq h_1(0^+) = h_1^*(0^+)$. Следует отметить, что ПХ можно находить также *операторным методом* по *передаточной функции* $H(s)$ следующим образом: $h_1(t) \div H_1(s) = H(s)/s$. См. 1.4.3.

224. Переходная характеристика дискретной цепи $h_1(nT)$ — это реакция на единственное в ДЦ воздействие вида единичной ступенчатой последовательности $\delta_1(nT) = 1$ при $n \geq 0$, причем $\delta_1(nT) = 0$ при $n < 0$. При этом ПНУ считают нулевыми, то есть $h_1(nT) = 0$ при $n < 0$. Последовательность $\delta_1(nT)$ — это решетчатая функция в виде импульсов единичной высоты при $t = 0, T, 2T\dots$ См. 1.15.3.

225. Переходный процесс (переходный режим) — это процесс (режим) в цепи, который наблюдается непосредственно после момента *коммутации* до практического затухания *свободной составляющей* решения ДУ цепи (а при постоянных и периодических воздействиях — до наступления *установившегося*, то есть вынужденного, режима). В идеале П.п. продолжается до $t \rightarrow \infty$, практически — обычно до $t = 3\tau_{\max}$, где τ_{\max} — максимальная постоянная времени цепи, причем $\tau_k = |\text{Re } p_k|^{-1}$, где p_k — корень ХП, используемый в записи *свободного процесса* (и *свободной составляющей*). Переходный процесс обычно описывают суммой

вынужденной и свободной составляющих решения дифференциального уравнения цепи. См. 1.3.2.

226. Переходные процессы в ЛБП рассмотрим на примере подключения ее к ИПН при резистивной нагрузке. На основании свойств линии без потерь (при использовании уравнений для падающих и отраженных волн в ДЛ, а также трактовки падающих и отраженных волн в ЛБП) можно следующим образом описать переходный процесс в нагрузке в предположении, что входной сигнал $u_1(t) = \delta_1(t)$:

$$U_1(s) = U_{n2} e^{+st_{3,л}} (1 + ne^{-s^2 t_{3,л}}) = \frac{U_2(s)}{1+n} e^{+st_{3,л}} (1 + ne^{-s^2 t_{3,л}}) \div \\ \div u_2(t) = (1+n)[\delta_1(t-t_{3,л}) - n\delta_1(t-3t_{3,л}) + n^2\delta_1(t-5t_{3,л}) - n^3\delta_1(t-7t_{3,л}) + \dots],$$

где $t_{3,л} = l\sqrt{L_0 C_0}$ — время прохождения волны по линии длиной l (время задержки линии). Трактовка: 1) в момент $t_{3,л}$ падающая волна (от подключения ИПН единичного уровня) приходит к нагрузке и отражается с коэффициентом отражения n , то есть $u_2(t_{3,л}+) = 1+n$; 2) отраженная волна уровня n в момент $2t_{3,л}$ приходит к ИПН (внутреннее сопротивление которого на основании МЭИ $Z_u = 0$) и полностью отражается от ИПН, поскольку коэффициент отражения $n_u = (Z_u - Z_b)/(Z_u + Z_b) = -1$, то есть новая падающая волна имеет уровень $(-n)$; 3) эта волна $(-n)$ к моменту $3t_{3,л}$ приходит к нагрузке, то есть $u_2(3t_{3,л}) = -1+n-n=1$, и дает вторую отраженную волну $(-n^2)$, то есть $u_2(3t_{3,л}+) = 1-n^2$, и т. д. См. 1.14.4.

227. Периодический сигнал (напряжение или ток) описывается функцией $f(t) = f(t \pm T)$ в бесконечном временном диапазоне $-\infty < t < +\infty$, причем период T — наименьший интервал повторения функции. Режим в цепи, находящейся, начиная с $t = -\infty$, под воздействием периодического сигнала, называется устанавлившимся (вынужденным) периодическим режимом (УПР), поскольку переходный процесс к моменту t закончился (свободная составляющая затухла). См. 1.7.1.

228. Плоская (планарная) цепь — это цепь, граф которой можно изобразить без пересечения ветвей; в противном случае цепь называют пространственной (не-планарной). См. 1.1.6.

229. Полиномиальные фильтры — это фильтры с ПФ (для ФНЧ)

$$H(s) = k/A(s) = k/(1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \dots + a_n s^n),$$

частотной характеристике которых

$$H(j\omega) = k/[(1 - a_2 \omega^2 + \dots) + j(a_1 \omega - a_3 \omega^3 + \dots)]$$

соответствует АЧХ

$$A(\omega) = k / \sqrt{(1 - 2a_2 \omega^2 + a_2^2 \omega^4 + \dots) + (a_1^2 \omega^2 - 2a_1 a_3 \omega^4 + a_3^2 \omega^6 + \dots)},$$

при этом записанные для ФНЧ соотношения могут быть использованы при проектировании ФВЧ, ППФ, ПЗФ методом преобразования частоты. В П.ф.

используется аппроксимация характеристик *идеальных фильтров*, причем наиболее простыми и вместе с тем фундаментальными являются *фильтры Баттервортса*, в которых применяется монотонная (максимально плоская) аппроксимация, и *фильтры Чебышева*, в которых используется равномерная (колебательная) аппроксимация АЧХ идеального фильтра $A_{\text{ид}}$ в полосе пропускания, как качественно показано на рис. 2.35, *а* и *б*, где $A(0) = k = \text{const}$. ПП у фильтра Баттервортса определяется на уровне $k/\sqrt{2}$, а у фильтра Чебышева — на уровне $k(1 - \Delta)$, причем Δ — неравномерность АЧХ (заданная малая величина), n — порядок фильтра (кроме того, у фильтров Чебышева n — количество экстремумов АЧХ в ПП). Современная теория фильтров требует при их проектировании задания ПФ фильтра, сопротивления нагрузки $R_h = \text{const}$ постепенно «вытесняют» *классические фильтры* (в том числе *фильтры типа k*), у которых невозможно обеспечить согласование на любой частоте, то есть равенство *характеристического сопротивления* и сопротивления нагрузки. В то же время схема полиномиального фильтра довольно проста: поскольку ПФ имеет нули только при $s \rightarrow \infty$, то П.Ф. реализуется *LC*-ЧП лестничной структуры. См. 1.12.5.

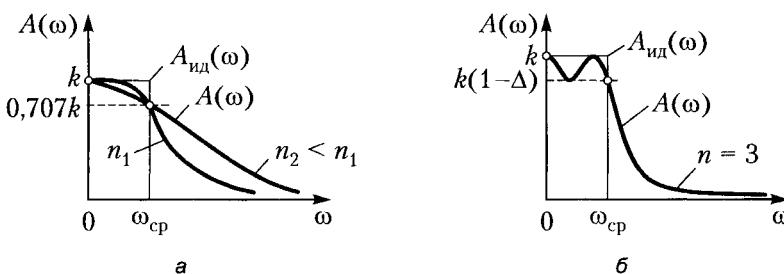


Рис. 2.35

230. Полный резонанс в связанных контурах. Настройка *связанных контуров* выполняется в два этапа: на первом настраивают *индивидуальный резонанс* в СК; на втором — подбирают оптимальное значение сопротивлений связи $Z_{\text{св}}$ до получения максимально возможных значений (максимума максиморума) токов $I_{1\text{maxmax}}$, $I_{2\text{maxmax}}$ и напряжения на нагрузке $U_{2\text{maxmax}}$. По сравнению со *сложным резонансом* в СК настройка на полный резонанс осуществляется наиболее простым способом, при этом оптимальное значение модуля сопротивления связи $x_{\text{св опт п.р.}} = \sqrt{r_2 r_1}$, где $r_1 = \text{Re} Z_1$, $r_2 = \text{Re} Z_2 < |Z_2|$ (что меньше оптимального значения $x_{\text{св опт с.р.}}$ при *сложном резонансе*), а оптимальный коэффициент связи при одинаковых контурах $k_{\text{св}} = r/p = 1/Q$, где Q — добротность *RLC*-контура. См. 1.18.2.

231. Полоса пропускания связанных контуров $\Delta\omega_{\text{ск}}$ — это диапазон частот, вне которого АЧХ связанных контуров $A(\omega) < nA_{\text{max}}$, где $n = 0,707 = 1/\sqrt{2}$. Это определение используют и для «двугорбой» (когда *фактор связи* $a > 1$), и для «одногорбой» (при $a \leq 1$) кривой. См. 1.18.4.

232. Порог срабатывания РЭ — это значение управляющего сигнала на входе *релейного элемента*, при котором происходит переключение РЭ, то есть изменение выходного сигнала РЭ скачком. См. 1.21.1.

233. Порядок цепи n — это максимальная степень дифференциального уравнения цепи. Обычно П.ц. равен суммарному числу накопителей, поскольку каждый L -или C -элемент описывается простейшим ДУ 1-го порядка и «дает» одно *независимое* НУ. Порядок n , который проще всего определять по схеме *свободного режима*, может уменьшаться, если, например, накопители одного вида соединены последовательно или параллельно. См. 1.3.2.

234. Последовательное соединение — это соединение элементов один за другим через устранимые узлы. Ток i таких элементов одинаков, если одинаковым выбрано его направление во всех последовательно соединенных элементах (рис. 2.36). См. 1.1.6.

235. Последовательное соединение ИС-катушек в установившемся синусоидальном режиме отражено на рис. 2.37. Напряжения на ИС-катушках

$$\dot{U}_{L_1} + \dot{U}_{L_2} = (\dot{U}_{11} + \dot{U}_{12}) + (\dot{U}_{22} + \dot{U}_{21}) = (Z_{L_1}\dot{I}_1 + Z_M\dot{I}_2) + (Z_{L_2}\dot{I}_2 + Z_M\dot{I}_1) = \dot{U},$$

ток в цепи

$$\dot{I} = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{j\omega(L_1 + L_2 + 2M)} = \frac{\dot{U}}{j\omega L_s},$$

откуда эквивалентная индуктивность $L_{\text{э. согл}} = L_1 + L_2 + 2|M|$ — при согласном включении; $L_{\text{э. встр}} = L_1 + L_2 - 2|M|$ — при встречном включении, то есть $I_{\text{согл}} < I_{\text{встр}}$. См. 1.9.2.

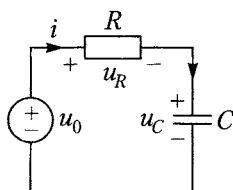


Рис. 2.36

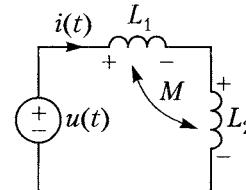


Рис. 2.37

236. Последовательное соединение четырехполюсников ЧП 1 и ЧП 2 (с матрицами параметров $[z]_1$ и $[z]_2$) изображено на рис. 2.38. При последовательном соединении ЧП (аналогично последовательному соединению ДП) их токи — общие, а напряжения ЧП суммируются (и со стороны входов ЧП 11', и со стороны выходов 22'). Если обеспечено указанное протекание токов I_1 и I_2 (то есть обеспечена *регулярность соединения ЧП*), то результатирующая матрица z -параметров соединения четырехполюсников $[z] = [z]_1 + [z]_2$. См. 1.11.3.

237. Последовательно-параллельное соединение четырехполюсников ЧП 1

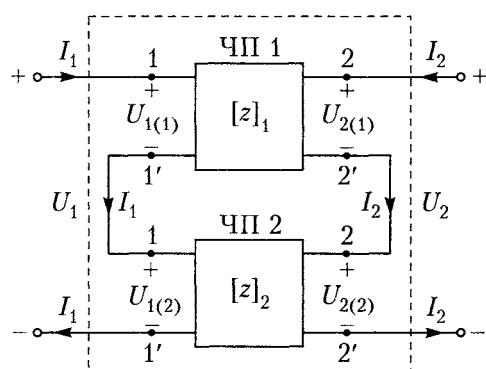


Рис. 2.38

и ЧП 2 (с матрицами параметров $[h]_1$ и $[h]_2$) изображено на рис. 2.39: соединение входов ЧП соответствует *последовательному соединению ЧП*, а соединение выходов ЧП — *параллельному соединению ЧП*. Если обеспечено указанное на рисунке протекание токов (то есть обеспечена *регулярность соединения ЧП*), то результирующая матрица h -параметров соединения $[h] = [h]_1 + [h]_2$. См. 1.11.3.

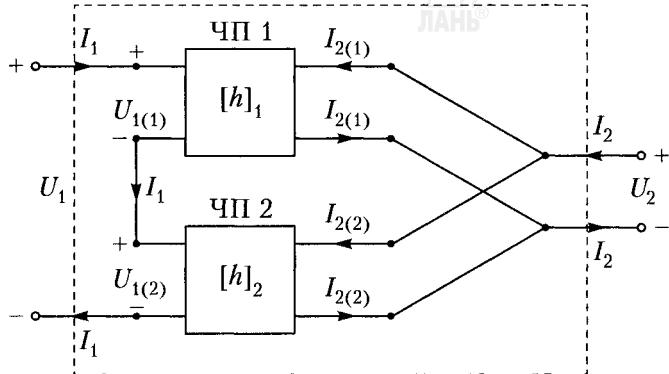


Рис. 2.39

238. Последовательность действий при реализации нуля III категории (имеющегося в заданной ПФ ЧП), фактически, описана в *методе проб и ошибок*. Пусть например, 5-й остаток от реализации Z_{22} представили в виде

$$Z_V = \frac{k_4 s}{s^2 + \omega_i^2} + \frac{\dots(s^2 + \omega_0^2)}{\dots(s^2 + \omega_i^2)} = Z_5 + Z_{VI},$$

где $\pm j\omega_i$ — частично выделяемый полюс с частичным коэффициентом k_5 ; $\pm j\omega_0$ — требуемый нуль III категории в новом остатке Z_{VI} , причем k_5 находят из условия $Z_V(j\omega_0) = Z_5(j\omega_0)$. Если выполнено условие $0 < k_5 < k_n = (s^2 + \omega_i^2)Z_V/s$ при $s^2 = -\omega_i^2$, где k_n — «полный» коэффициент при полном выделении полюса $\pm j\omega_i$, то остаток обращается, то есть $Y_{VI} = 1/Z_{VI}$ и искомый нуль III категории $\pm j\omega_0$ реализуется как полностью выделенный полюс Y_{VI} в виде поперечной проводимости Y_{0k} ЧП лестничной структуры. См. 1.17.4.

239. Последовательность реализации RC-ЧП. 1. Проверяют *условие реализуемости ПФ RC-ЧП*. 2. Определяют *параметры RC-ЧП по его ПФ*. 3. Переходят к параметрам соответствующего *LC-ЧП* по формулам $Z_{LC}(p) = pZ_{RC}(s)$ при $s = p^2$, или $Y_{LC}(p) = Y_{RC}(s)/p$ при $s = p^2$, $R_k = L_k$. 4. Реализуют схему цепи в соответствии с *общей последовательностью синтеза LC-ЧП* и, заменяя L_k на R_k , получают искомый *RC-ЧП*. См. 1.17.5.

240. Постоянный магнит — это изготовленный из магнитотвердого материала элемент *магнитной цепи*, причем *характеристика намагничивания ферромагнитного материала* магнита $B(H)$ обладает широкой петлей гистерезиса с большой коэрцитивной силой ($H_k > 4000$ А/м) и значительной остаточной индукцией B_0 . При *определении рабочей точки МЦ с постоянным магнитом* используют второй квадрант петли гистерезиса, называемый *кривой размагничивания*. См. 1.22.4.

241. Поток рассеяния (в индуктивно связанных цепях) — часть магнитного потока (МП) ИС-катушки, не пересекающая витки второй катушки; например, $\Phi_{11} = \Phi_{S1} + \Phi_{21}$, где Φ_{11} — МП самоиндукции (в 1-й катушке, созданный ее током i_1), Φ_{S1} — МП рассеяния 1-й катушки; Φ_{21} — МП взаимной индукции, пронизывающий также и 2-ю ИС-катушку. См. 1.9.1.

242. Потокосцепление самоиндукции L -элемента $\psi_L(t) = L i'_L(t) = N\Phi(t)$ определяется суммарным магнитным потоком $\Phi(t)$, пронизывающим все N витков катушки индуктивности, которая является реальным прототипом *индуктивного элемента*. Величина L , называемая индуктивностью, является коэффициентом пропорциональности между потокосцеплением ψ_L и током i_L , при этом L измеряется в генри [Гн], а ψ_L — в веберах [Вб]. У линейного индуктивного элемента значение L постоянно, и зависимость между потокосцеплением самоиндукции ψ_L и током i_L , называемая вебер-амперной характеристикой, линейна. Однако у катушек индуктивности с ферромагнитным сердечником L зависит от характеристики намагничивания ферромагнитного материала, и вебер-амперная характеристика нелинейна. См. 1.1.4.

243. Правила построения планарных дуальных цепей: внутри ячеек (независимых контуров) исходной цепи намечают независимые узлы дуальной цепи (см. для примера точки 1 и 3 на схеме, приведенной на рис. 2.40, а). Зависимый узел дуальной цепи располагают вне схемы исходной цепи (см. точку 2 на рис. 2.40, а), дуальные узлы соединяют ветвями и «помещают» туда дуальные элементы. В результате в рассматриваемом примере получают дуальную цепь, изображенную на рис. 2.40, б.

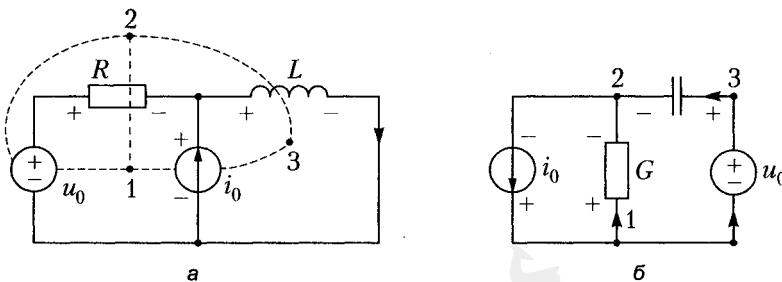


Рис. 2.40

Правило знаков для согласования токов и напряжений в дуальных цепях: если при обходе ячейки исходной цепи, например, по часовой стрелке обход согласован с полярностью напряжения (направлением тока) элемента, то в дуальной цепи ток дуального элемента следует направить от дуального узла (соответствующего исходной ячейке), а положительную полярность напряжения дуального элемента поставить у дуального узла, как показано в схеме, приведенной на рис. 2.40, б. См. 1.1.8.

244. Предельный фактор связи — это значение *фактора связи* $a = a_{\text{пп}} \cong 2,41$, превышение которого приводит к тому, что *полоса пропускания СК* распадается

на два участка. При $a = a_{\text{пп}}$ ширина ПП связанных контуров равна $\Delta\omega_{c,k} \cong 3,1\Delta\omega_{1k}$, где $\Delta\omega_{1k}$ — ПП одиночного контура. См. 1.18.4.

245. Предначальные условия $f(-T), f(-2T), f(-3T)\dots$ — значения дискретной последовательности $f(nT)$ в дискретные моменты времени $t = nT$, предшествующие началу отсчета процессов в схеме ДЦ с момента $t = 0$. См. 1.15.2.

246. Преобразование Лапласа (прямое и обратное) — это переход от оригинала сигнала $f(t)$ к его изображению $F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \mathcal{L}[f(t)]$ и обратный переход

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds = \mathcal{L}_-^{-1}[F(s)], \text{ причем } f(t) \doteq F(s), \text{ а прямая } c > 0 \text{ находится}$$

правее особых точек s_k изображения, в которых $F(s_k) \rightarrow \infty$. В ТЦ используется расширенное преобразование Лапласа, начиная от $t = 0^-$ (чтобы «захватить» ЕИФ). См. 1.6.1.

247. Преобразование сопротивлений схемой на ОУ. Решаемая с использованием схемы задача включает в себя, в частности: 1) реализацию отрицательных сопротивлений (для компенсации активных потерь $R > 0$ в некоторых электротехнических устройствах); 2) реализацию L -элементов без использования катушек индуктивности, имеющих множество недостатков (в отношении габаритов и весов, нелинейных характеристик, изготовления, обеспечения требуемых значений L). Схема преобразователя сопротивлений приведена в примере в 3.5.11. См. 1.11.5.

248. Приближение реального трансформатора к идеальному в рабочем диапазоне частот ω осуществляется (обычно в силовых трансформаторах) выполнением следующих условий (см. п. 367 «Схема замещения трансформатора»): 1) $R_1 \rightarrow 0, R_2 \rightarrow 0$, то есть можно пренебречь сопротивлениями активных потерь $R \ll \omega L$; 2) $L_{s1} \rightarrow 0, L_{s2} \rightarrow 0$, то есть *индуктивностями рассеяния* $L_s \ll L$ можно пренебречь, что достигается использованием ферромагнитных сердечников, по которым замыкаются значительные по величине МП, пронизывающие обе ИС-обмотки, а малыми *потоками рассеяния*, замыкающимися по воздуху, можно пренебречь (при этом индуктивную связь называют совершенной, а *коэффициент связи* $k_{\text{св}} = 1$); 3) $|Z_s| \ll \omega L_2$. Силовые трансформаторы часто называют трансформаторами напряжения, поскольку у них (при выполнении первых двух условий) на рабочей частоте $H_U = \dot{U}_2/\dot{U}_1 = N_2/N_1$, что соответствует формулам *идеального трансформатора* (если $N_2 > N_1$, трансформатор называют повышающим, если $N_2 < N_1$ — понижающим). См. 1.9.3.

249. Применение ЕИФ только в ТЦ очень многообразно (см. например, п. 89 «Импульсная характеристика», п. 96 «Интеграл свертки», п. 186 «Операторный метод», п. 52 «Дискретная цепь»). Поэтому здесь отмечены лишь исходные фундаментальные положения использования ЕИФ в t -области. 1. Короткий импульс $f(t)$ с площадью S_f , действующий в интервале Δt в окрестности $t = t_0$, может быть записан как $f(t) \cong S_f \delta(t - t_0)$, если Δt несопоставимо меньше длительности процессов в цепи. 2. Приближенное описание воздействия произвольной формы суммой ЕИФ. 3. Введение (обобщение) понятия производной от функции,

имеющей разрывы первого рода, то есть скачки. При этом дифференцирование скачка дает коэффициент при ЕИФ, равный величине скачка (определяющий площадь ЕИФ). Тогда обратная операция (интегрирование такой ЕИФ) даст исходный скачок, производная от непрерывной функции не может содержать ЕИФ, то есть имеем $0 \cdot \delta(t) = 0$. Описание *особых случаев коммутации* в идеализированных цепях. См. 1.4.2.

250. Применение ЕСФ: 1) для обобщенного описания *коммутации* без использования идеального ключа; например, воздействие $u_{\text{вх}} = U_0 \delta_1(t)$ эквивалентно появлению в цепи ИН $u_{\text{вх}} = U_0 = \text{const}$ при $t \geq 0$, в то время как при $t < 0$ ИН $u_{\text{вх}} = 0$; 2) для обобщенного описания односторонних функций, например функции единичного наклона, входящей в *семейство стандартных воздействий* как интеграл от *единичной ступенчатой функции*

$$\delta_2(t) = \int_{-\infty}^t \delta_1(t) dt = t\delta_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ t, & t > 0, \end{cases}$$

а также для компактного описания функций с разрывами первого рода (скакаками), например, прямоугольного импульса $u(t)$ с амплитудой $U_{\max} = 10$, действующего на входе цепи в интервале времени от $t = 0$ до $t = 2$:

$$u(t) = 10\delta_1(t) - 10\delta_1(t-2) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 10, & 0 < t < 2; \\ 0, & t > 2; \end{cases}$$

3) для приближенного представления произвольного *воздействия* суммой элементарных воздействий стандартной ступенчатой формы (на этом, фактически, базируется расчет *реакции по интегралу Дюамеля*). См. 1.4.1.

251. Принцип взаимности (обратимости, пассивности). В пассивной цепи *проводимости передачи* с одинаковыми (но переставленными) индексами равны. Например, в резистивных цепях $G_{k-n} = G_{n-k}$. Аналогично равны и *сопротивления передачи*: $R_{k-n} = R_{n-k}$. Согласно принципу взаимности, передача сигнала в пассивной цепи происходит в равной мере как в прямом, так и в обратном направлениях. См. 1.2.4.

252. Принцип дифференцируемости (стационарности): если единственное в цепи *воздействие* является производной (или интегралом) от предыдущего воздействия, то новая *реакция* тоже будет производной (или интегралом) от предыдущей реакции. Принцип дифференцируемости (то есть второе свойство линейности цепей) справедлив только при нулевых начальных условиях и постоянных (стационарных во времени) параметрах цепи. Принцип используется, например, при расчете ИХ $h(t)$ дифференцированием ПХ $h_i(t)$. См. 1.3.1.

253. Принцип наложения (суперпозиции, аддитивности): при наличии в цепи нескольких воздействий *реакция* равна сумме элементарных реакций от каждого из *воздействий* в отдельности. Этот принцип (то есть третье свойство линейности цепей), положенный в основу расчета цепей методом наложения (МН), справедлив только при нулевых начальных условиях. См. 1.3.1.

254. Принцип непрерывности напряжения C -элемента следует из того, что заряд $q_C(t) = Cu_C(t)$ при условии ограниченности значений токов и напряжений цепи является непрерывной функцией времени и не может изменяться скачком: $q_C(t^-) = q_C(t^+)$. В результате при условии неизменности значения емкости в цепи напряжение (и энергия) *емкостного элемента* также является непрерывной функцией времени и не может изменяться скачком: $u_C(t^-) = u_C(t^+)$. См. 1.1.5.

255. Принцип непрерывности тока L -элемента следует из того, что при условии ограниченности значений токов и напряжений цепи потокосцепление $\Psi_L(t) = Li_L(t)$ является непрерывной функцией времени и не может изменяться скачком: $\Psi_L(t^-) = \Psi_L(t^+)$. В результате при условии неизменности значения индуктивности в цепи ток *индуктивного элемента* также является непрерывной функцией времени (не имеет разрывов первого рода) и не может изменяться скачком, следовательно, $i_L(t^-) = i_L(t^+)$. См. 1.1.4.

256. Принцип пропорциональности (однородности): если единственное в цепи *воздействие* изменить в k раз, то и *реакция* изменится в k раз. Этот принципложен, в частности, в основу расчета цепей методом пропорциональных величин (МПВ). Принцип пропорциональности — первое свойство линейности цепей — справедлив только при нулевых начальных условиях. См. 1.3.1.

257. Присоединенная цепь (в теореме компенсации) при изменении индуктивности (емкости) — это ПЦ для расчета приращения любой реакции динамической цепи, формируемая из исходной цепи исключением всех источников и присоединением последовательно к индуктивному элементу $L_k + \Delta L_k$ (параллельно емкостному элементу $C_k + \Delta C_k$) компенсационного ИН

$$u_k(t) = \Delta L_k \tilde{i}_{L_k}(t) = \Delta L_k u_{L_k}(t)/L_k$$

(компенсационного ИТ $i_k(t) = \Delta C_k u'_{C_k}(t) = \Delta C_k i_{C_k}(t)/C_k$). Указанные ПЦ можно использовать при появлении паразитного элемента, приводящего к изменению порядка цепи. См. 1.20.1.

258. Присоединенная цепь (модель чувствительности) — цепь для расчета приращений реакций и функций абсолютной чувствительности реакций при вариации параметров исходной цепи. См. 1.20.1.

259. Присоединенная цепь для расчета ФАЧ выходного напряжения по теореме Теледжена формируется из исходной цепи исключением всех источников и присоединением параллельно ветви с напряжением $u_{\text{вых}}$ дополнительного ИТ $\tilde{i}_{\text{доп}} = 1$. Искомая ФАЧ находится по формуле $T_{u_{\text{вых}} - R_k} = -i_k \tilde{i}_k$, где i_k — ток через элемент R_k в исходной цепи; \tilde{i}_k — ток через R_k в ПЦ. См. 1.20.3.

260. Присоединенная цепь для расчета ФАЧ выходного тока по теореме Теледжена формируется из исходной цепи исключением всех источников и присоединением последовательно в ветвь с током $i_{\text{вых}}$ дополнительного ИН $\tilde{u}_{\text{доп}} = 1$. Искомая ФАЧ находится по формуле $T_{i_{\text{вых}} - R_k} = i_k \tilde{i}_k$, где i_k — ток через элемент R_k в исходной цепи; \tilde{i}_k — ток через R_k в ПЦ. Используя формулу связи между ФАЧ для изменения сопротивления и проводимости элемента цепи, можно записать $T_{i_{\text{вых}} - G_k} = -R_k^2 T_{i_{\text{вых}} - R_k} = -u_k \tilde{u}_k$, где u_k , \tilde{u}_k — напряжения на резисторе R_k в исходной цепи и в ПЦ соответственно. См. 1.20.3.

261. Присоединенная цепь для расчета ФАЧ при изменении индуктивности (емкости) формируется из исходной динамической цепи исключением всех источников и присоединением последовательно к изменяющемуся индуктивному элементу L_k (параллельно изменяющемуся емкостному элементу C_k) дополнительного ИН $u_n(t) = 1 \cdot i'_{L_k}(t) = u_{L_k}(t)/L_k$ (дополнительного ИТ $i_n(t) = 1 \cdot u'_{C_k}(t) = i_{C_k}(t)/C_k$). См. 1.20.2.

262. Присоединенная цепь для расчета ФАЧ по теореме компенсации формируется из исходной цепи исключением всех источников и присоединением последовательно к изменяющемуся элементу R_k дополнительного ИН $u_n = 1 \cdot i_k$, где i_k — ток через резистор R_k в исходной цепи. Указанная ПЦ конструируется по принципу пропорциональности из ПЦ для расчета приращений реакций на основе *теоремы компенсации*, а также может быть получена дифференцированием законов Кирхгофа и Ома. См. 1.20.2.

263. Проводимость передачи, например, в резистивной цепи $G_{k-n} = i_k/u_n$, где единственный в цепи ИН u_n расположен в ветви n , а i_k — ток ветви k . При расчете УСР методом комплексных амплитуд проводимость передачи $Y_{k-n}(j\omega) = \dot{I}_k/\dot{U}_n$ определяет *частотную характеристику* передачи от единственного в цепи ИН \dot{U}_n к току \dot{I}_k (здесь ω — частота синусоидального воздействия); \dot{I}, \dot{U} — комплексные действующие значения тока и напряжения. При расчете цепей операторным методом $\dot{Y}_{k-n}(s) = I_k(s)/U_n(s)$ определяет *передаточную функцию* от единственного ИН $U_n(s)$ к току $I_k(s)$, причем здесь s — аргумент преобразования Лапласа; $U(s), I(s)$ — изображения по Лапласу переменных в цепи. См. 1.2.4.

264. Проводник. 1. В ТЦ это — обычно идеализированный элемент или ДП, в котором может быть вычислен ток. 2. В технической электротехнике это — провод, которым подключен, например, элемент к цепи. См. 1.1.1.

265. Проектирование ПЗФ по ФНЧ-прототипу на базе *метода преобразования частоты* осуществляется на основании формулы $s = ap/(p^2 + \omega_0^2)$, где $s = j\omega$ и $p = j\Omega$ — соответственно, обобщенные частоты ФНЧ и ПЗФ; параметр $\omega_0^2 = \Omega_{cp1}\Omega_{cp2}$ определяется произведением частот среза ПЗФ; параметр $a = (\Omega_{cp2} - \Omega_{cp1})\omega_{cp}$ определяется по частотам среза ПЗФ (при $\Omega_{cp2} > \Omega_{cp1}$) и частоте среза ω_{cp} ФНЧ. Параметры схем ПЗФ и ФНЧ (в частности, описанных при *классификации фильтров*) пересчитываются по следующим формулам: у продольного плеча

$$sL_{n,q} = \frac{ap}{p^2 + \omega_0^2} L_{n,q} = \frac{1}{pC_{1n,3} + (1/pL_{1n,3})},$$

откуда $C_{1n,3} = (aL_{n,q})^{-1}$, $L_{1n,3} = aL_{n,q}/\omega_0^2$, то есть элементу $L_{n,q}$ прототипа соответствует в ПЗФ параллельное соединение $C_{1n,3}$ и $L_{1n,3}$; у поперечного плеча

$$sC_{n,q} = \frac{ap}{p^2 + \omega_0^2} C_{n,q} = \left(pL_{2n,3} + \frac{1}{pC_{2n,3}} \right)^{-1},$$

откуда $L_{2n,3} = (aC_{n,q})^{-1}$, $C_{2n,3} = aC_{n,q}/\omega_0^2$, то есть элементу $C_{n,q}$ прототипа соответствует в ПЗФ последовательное соединение элементов $L_{2n,3}$ и $C_{2n,3}$. Если

сопротивления нагрузки фильтров $R_{\text{н.п.з}} / R_{\text{н.н.ч}} = n$, необходимо $nL_{\text{н.з}} \text{ и } C_{\text{н.з}}/n$. См. 1.12.4.

266. Проектирование ППФ по ФНЧ-прототипу на базе *метода преобразования частоты* осуществляется на основании формулы $s = (p^2 + \omega_0^2)/(ap)$, где $s = j\omega$ и $p = j\Omega$ — соответственно, обобщенные частоты ФНЧ и ППФ; параметр $\omega_0^2 = \Omega_{\text{cp1}}\Omega_{\text{cp2}}$ определяется произведением частот среза ППФ; параметр $a = (\Omega_{\text{cp2}} - \Omega_{\text{cp1}})/\omega_{\text{cp}}$ определяется по частотам среза ППФ (при $\Omega_{\text{cp2}} > \Omega_{\text{cp1}}$) и частоте среза ω_{cp} ФНЧ. Параметры схем ППФ и ФНЧ (в частности, описанных при *классификации фильтров*) пересчитываются на основании следующих формул: у продольного плеча фильтров

$$sL_{\text{н.ч}} = \frac{(p^2 + \omega_0^2)}{ap} L_{\text{н.ч}} = pL_{\text{1н.п}} + \frac{1}{pC_{\text{1н.п}}},$$

откуда $L_{\text{1н.п}} = L_{\text{1н.ч}}/a$, $C_{\text{1н.п}} = a(\omega_0^2 L_{\text{1н.ч}})^{-1}$, то есть элементу $L_{\text{н.ч}}$ прототипа соответствует в ППФ последовательное соединение $L_{\text{1н.п}}$ и $C_{\text{1н.п}}$; у поперечного плеча

$$sC_{\text{н.ч}} = \frac{(p^2 + \omega_0^2)}{ap} C_{\text{н.ч}} = pC_{\text{2н.п}} + \frac{1}{pL_{\text{2н.п}}},$$

откуда $C_{\text{2н.п}} = C_{\text{н.ч}}/a$, $L_{\text{2н.п}} = a(\omega_0^2 C_{\text{н.ч}})^{-1}$, то есть элементу $C_{\text{н.ч}}$ прототипа соответствует в ППФ параллельное соединение $C_{\text{2н.п}}$ и $L_{\text{2н.п}}$. Если сопротивления нагрузки фильтров $R_{\text{н.п.п}} / R_{\text{н.н.ч}} = n$, необходимо взять $nL_{\text{н.п}}$ и $C_{\text{н.п}}/n$. См. 1.12.4.

267. Проектирование связанных контуров по заданному коэффициенту прямоугольности. Для проектирования необходимо иметь семейство нормированных АЧХ связанных контуров $A(\varepsilon)/A_{\max} = f(\varepsilon)$ как функцию от *обобщенной расстройки* ε при различных значениях *фактора связи* a . Исходные данные для проектирования: резонансная частота — ω_0 ; значение максимума АЧХ — A_{\max} ; ширина полосы пропускания СК — $\Delta\omega$; *коэффициент прямоугольности* — $k_{\text{пр}}$. Последовательность расчета: 1) по графикам АЧХ определяют зависимость $k_{\text{пр}}(a)$ и для заданного $k_{\text{пр}}$ вычисляют значение фактора связи a и соответствующую обобщенную ПП $\Delta\varepsilon$; 2) определяют требуемую добротность $Q = 0,5\Delta\varepsilon\omega_0/\Delta\omega$ и максимум АЧХ A_{\max} ; 3) определяют первичные параметры связанных контуров, обеспечивающие найденные добротность и фактор связи; 4) если $k_{\text{пр}}$ и A_{\max} не обеспечиваются, применяют каскадное соединение контуров. Если коэффициент прямоугольности не задан, расчет упрощается: 1) в предположении $a \geq 1$ находят $Q = 0,5A_{\max}$; 2) определяют $\Delta\varepsilon = 2Q\Delta\omega/\omega_0$; 3) по значению $\Delta\varepsilon$ и семейству нормированных АЧХ находят фактор связи a ; 4) подбирают первичные параметры, как указано ранее. См. 1.18.4.

268. Проектирование ФВЧ по ФНЧ-прототипу на базе *метода преобразования частоты* осуществляется на основании формул $s = \omega_0^2/p$, $j\omega = \omega_0^2/(j\Omega)$, $\omega = -\omega_0^2/\Omega$, где $s = j\omega$ и $p = j\Omega$ — соответственно, обобщенные частоты ФНЧ и ФВЧ; параметр $\omega_0^2 = \omega_{\text{cp}}\Omega_{\text{cp}}$ определяется произведением частот среза ФНЧ и ФВЧ. Тогда параметры соответствующих схем ФВЧ и ФНЧ любых типов фильтров (в частности, описанных при *классификации фильтров*) находят по

формулам $C_{\text{в.ч.}} = (\omega_0^2 L_{\text{н.ч.}})^{-1}$, $L_{\text{в.ч.}} = (\omega_0^2 C_{\text{н.ч.}})^{-1}$, причем элементу $L_{\text{н.ч.}}$ в ФНЧ соответствует элемент $C_{\text{в.ч.}}$ в схеме ФВЧ и т. д. При таком пересчете сопротивления нагрузки фильтров R_n предполагаются одинаковыми, если же они различаются в n раз (то есть $R_{\text{н.ч.}}/R_{\text{в.ч.}} = n$), необходимо взять $nL_{\text{в.ч.}}$ и $C_{\text{в.ч.}}/n$ (так как при увеличении в n раз всех операторных сопротивлений элементов ПФ цепи по напряжению и току не изменяется). См. 1.12.4.

269. Простейшие эквивалентные преобразования. 1. Замена последовательно или параллельно соединенных R -элементов одним R -элементом. 2. Объединение в один ИН нескольких ИН, соединенных последовательно. 3. Объединение в один ИТ нескольких ИТ, соединенных параллельно. См. 1.2.1.

270. Простейший резонанс напряжений (ПРН) наблюдается при выполнении двух условий (дуально ПРТ): 1) элементы L и C соединены последовательно; 2) равны модули их комплексных сопротивлений $|Z_L| = |Z_C|$, то есть $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$, где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ — резонансная частота. При этом

$$Z_{LC} = Z_L + Z_C = j|Z_L| - j|Z_C| = 0,$$

и LC -участок цепи эквивалентен КЗ. Напряжения $U_L = |Z_L|I = |Z_C|I = U_C$, то есть синусоиды напряжений L - и C -элементов, находясь в противофазе, имеют одинаковые амплитуды и поэтому полностью компенсируются (то есть $u_{LC} = u_L + u_C = 0 \equiv \text{КЗ}$). См. 1.5.5.

271. Простейший резонанс токов (ПРТ) наблюдается при выполнении двух условий (дуально ПРН): 1) элементы L и C соединены параллельно; 2) равны модули их комплексных сопротивлений $|Z_L| = |Z_C|$, то есть $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$, где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ — резонансная частота. При этом сопротивление

$$Z_{LC} = Z_L Z_C / (Z_L + Z_C) = Z_L Z_C / (j|Z_L| - j|Z_C|) \rightarrow \infty,$$

и LC -участок цепи эквивалентен ХХ. Токи в реактивных элементах одинаковы, так как $I_L = U/|Z_L| = U/|Z_C| = I_C$, то есть синусоиды токов $i_L(t)$ и $i_C(t)$, находясь в противофазе, имеют одинаковые амплитуды и поэтому полностью компенсируются; $i_{LC}(t) = 0$, что эквивалентно ХХ. См. 1.5.5.

272. Прямая задача расчета неразветвленной МЦ аналогична обратной задаче расчета нелинейной ЭЦ: заданы параметры всех участков МЦ (длина l_k , площадь поперечного сечения S_k , характеристики для определения абсолютной магнитной проницаемости μ_{ak}) и требуемый *магнитный поток* Φ , необходимо определить МДС и ток i в обмотке с известным числом витков N . 1. По заданному МП вычисляют магнитную индукцию участков $B_k = \Phi / S_k$. 2. По основной *кривой намагничивания* $B(H)$ ферромагнитных участков *магнитной цепи* находят напряженность магнитного поля H_k каждого участка. Для *воздушного зазора* $H_{\text{в.з.}} = e_{\text{в.з.}}/\mu_0$, где $\mu_0 = \mu_{\text{вак.}} = 4\pi \cdot 10^{-7}$ дн/м $\cong \mu_{\text{ав.з.}}$ — магнитная постоянная (абсолютная магнитная проницаемость вакуума). 3. Находят магнитное напряжение каждого участка $V_k = H_k l_k$. 4. Определяют МДС обмотки с током $F_\Sigma = \sum V_k$. 5. Вычисляют требуемый ток обмотки $i = F_\Sigma/N$. Принципы решения прямой задачи разветвленной МЦ аналогичны изложенному и напоминают последовательность действий МПВ при расчете ЭЦ. При этом используются ана-

логи законов Кирхгофа при расчете МЦ; аналогом ЗТК является суммирование МП в разветвлении МЦ, аналогом ЗНК — суммирование магнитных напряжений в контуре МЦ, вместо закона Ома используются характеристики ОКН или формулы для воздушных зазоров. См. 1.22.3.

273. Прямой порядок следования фаз ($A-B-C$) в симметричном ТФ-источнике имеет место, если напряжение $u_C(t)$ фазы C отстает на 120° от напряжения $u_B(t)$ фазы B и на 240° — от напряжения $u_A(t)$ фазы A . Обратный порядок следования фаз обозначается ($A-C-B$), при этом начальные фазы $\alpha_{uA} - \alpha_{uC} = \alpha_{uC} - \alpha_{uB} = 120^\circ$. См. 1.10.1.

274. Путь — это непрерывная последовательность ветвей, связывающая пару узлов. См. 1.1.6.

275. Рабочая точка определяет режим работы *нелинейного элемента* по «постоянному току» (в установившемся режиме) при действии только постоянных ИН и ИТ. См. п. 362 «Статические параметры». См. 1.16.1.

276. Разностное уравнение (РУ) в линейной дискретной цепи n -го порядка для расчета выходной дискретной последовательности $f_2(nT)$ имеет приведенную форму

$$\begin{aligned} f_2(nT) + a_1 f_2(nT-T) + \dots + a_N f_2(nT-NT) = \\ = b_0 f_1(nT) + b_1 f_1(nT-T) + \dots + b_M f_1(nT-MT), \end{aligned}$$

где $M \leq N$; $f_1(nT)$ — входная последовательность в *дискретной цепи*; при этом *предначальные условия* $f_2(-T), \dots, f_2(-NT), f_1(-T), \dots, f_1(-MT)$ должны быть заданы. Обычно РУ получают на основании формул численного решения ДУ аналоговых цепей (например, уравнений состояния), причем шаг численного расчета T — это период дискретизации в ДЦ. См. 1.15.2.

277. Расчет вынужденной составляющей при постоянных воздействиях осуществляется по эквивалентной схеме, в которой L -элемент заменяют на КЗ, а C -элемент — на ХХ. Действительно, вынужденная составляющая искомой *реакции* $f_{2\text{вын}} = \text{const}$ (поскольку воздействие $f_1 = \text{const}$), поэтому в *установившемся режиме* при $t \rightarrow \infty$ имеем $u_{L\text{вын}} = L i'_{L\text{вын}} = 0, i_{C\text{вын}} = C u'_{C\text{вын}} = 0$; тогда по теореме замещения элементы $L \equiv \text{КЗ}$, а $C \equiv \text{ХХ}$. См. 1.3.3.

278. Расчет зависимых начальных условий для искомых реакций $f_2(0^+)$ сразу после *коммутации* (при $t = 0^+$) осуществляют по эквивалентной схеме цепи, в которой на основании законов *коммутации* известны $u_C(0^+) = u_C(0^-), i_L(0^+) = i_L(0^-)$, то есть C -элемент заменяют ИН, а L — ИТ. Если *независимые НУ* являются нулевыми, то есть $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0, i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$, то по теореме замещения элементы $C \equiv \text{КЗ}, L \equiv \text{ХХ}$. См. 1.3.3.

279. Расчет коэффициентов РФ с использованием преобразования Лапласа. Коэффициенты ряда Фурье \hat{A}_k , то есть, фактически, дискретный *спектр периодического сигнала* $f(t)$ можно определить из соотношения $\hat{A}_k = A_k e^{j\Phi_k} = a_k - jb_k = \frac{2}{T} F_1(s) \Big|_{s=jk\omega_1}$, где $F_1(s)$ — изображение по Лапласу условного первого

импульса $f_1(t)$, описывающего периодический сигнал $f(t)$ на интервале $0 < t < T$ (поскольку

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos k\omega_1 t dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin k\omega_1 t dt,$$

где t_0 — произвольный момент времени, то для расчета \hat{A}_k можно использовать любой интервал $t_0 < t < t_0 + T$). См. 1.7.1.

280. Расчет независимых начальных условий $u_c(0^-), i_L(0^-)$ обычно осуществляют по эквивалентной схеме установившегося режима в цепи перед коммутацией (при $t < 0$), то есть осуществляют аналогично расчету вынужденной составляющей. Найденные независимые НУ (для $t = 0^-$) используют для расчета зависимых НУ (при $t = 0^+$) на основании законов коммутации. См. 1.3.3.

281. Расчет особых случаев коммутации операторным методом. Используются обычная процедура расчета операторным методом и расширенное преобразование Лапласа (начиная от $t = 0^-$, чтобы «захватить» ЕИФ). При этом все дельта-функции в реакции выявляются автоматически. См. 1.6.2.

282. Расчет переходных процессов в НЦ методом кусочно-линейной аппроксимации характеристик НЭ (метод припасовывания). 1. Производится кусочно-линейная аппроксимация характеристик НЭ. На каждом участке аппроксимации составляют линейные уравнения или схемы замещения цепи. 2. Вычисляются независимые начальные условия для начала расчета, то есть определяется начальная РТ при $t = 0$. 3. Любым методом анализа линейных динамических цепей рассчитывается переходный процесс на начальном (первом) участке аппроксимации; вычисляется момент t_1 «выхода» на границу первого участка и определяются независимые граничные условия $i_L(t_1^-)$ и $u_c(t_1^-)$ или $\psi_L(t_1^-)$ и $q_c(t_1^-)$. 4. Соблюдая законы коммутации (принципы непрерывности), рассчитывают переходный процесс на втором участке аппроксимации и определяют момент t_2 перехода на границу третьего участка и т. д. Полученные решения стыкуются (припасовываются) друг к другу. См. 1.16.4.

283. Расчет переходных процессов при периодическом воздействии базируется на методике точного расчета УПР, где при квазипериодическом воздействии $f_1(t) \equiv 0$ при $t < 0$ найдены и свободная составляющая

$$F_{2\text{cb}}(s) = \sum A_k / (s - s_k) \div f_{2\text{cb}}(t) = \sum A_k e^{s_k t},$$

и точное описание $f_{21}(t)$ вынужденной квазипериодической составляющей $f_{2\text{вын}}(t)$ в интервале первого периода $0 < t < T$. См. 1.7.3.

284. Расчет реакции на воздействие кусочно-линейной формы. Вначале необходимо представить *воздействие* $f_1(t)$ суммой смешенных ФЕН: $f_1(t) = \sum A_k \delta_2(t - t_k)$, тогда реакция $f_2(t) = \sum A_k h_2(t - t_k)$, где $h_2(t)$ — весовая характеристика 2-го порядка (см. п. 335 «Семейство стандартных воздействий» и соответствующие реакции цепи). Расчет коэффициентов A_k проще всего осуществлять методом двойного дифференцирования (МДД) воздействия, когда вторая производная $f_1''(t) = \sum A_k \delta(t - t_k)$ — это сумма смешенных во времени ЕИФ с со-

ответствующими коэффициентами A_k , определяющими площадь *дельта-функций* $\delta(t - t_k)$. Если воздействие является разрывным, то $f_1(t) = \sum A_k \delta_2(t - t_k) + \sum B_n \delta_1(t - t_n)$, а реакция при этом $f_2(t) = \sum A_k h_2(t - t_k) + \sum B_n h_1(t - t_n)$, где $h_i(t)$ — ПХ цепи, $\delta_i(t)$ — ЕСФ. При использовании МДД коэффициенты B_n выявляются в этом случае уже после первого дифференцирования воздействия (они равны разрывам, то есть скачкам воздействия). См. 1.4.4.

285. Расчет резонансных частот *LC*-ДП производится по его операторному сопротивлению

$$Z_{LC}(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m \prod(s - s_{0k})}{a_n \prod(s - s_k)},$$

где корни ХП цепи s_{0k} , s_k — нули и полюса дробно-рациональной функции, описывающей Z_{LC} ; они являются частотами резонанса токов ($s_{0k} = j\omega_{0k} = j\omega_{p.t}$) и резонанса напряжений ($s_k = j\omega_k = j\omega_{p.h}$), поскольку R -элементы в *LC*-ДП отсутствуют, а $Z_{LC}(j\omega_{0k}) = 0$, $Z_{LC}(j\omega_k) \rightarrow \infty$ (см. также п. 331 «Связь собственных частот цепи с ее входным сопротивлением»). См. 1.12.1.

286. Расчет трехфазной цепи при соединении «звездой» (рис. 2.41, а) целесообразно производить в соответствии со схемой ТФЦ при соединении «звездой» методом узловых напряжений. Принимая узловую точку O источника за базисный узел, находят потенциал, то есть узловое напряжение узловой точки O_1 нагрузки:

$$\dot{U}_{O_1 O} = (Y_a \dot{U}_{AO} + Y_b \dot{U}_{BO} + Y_c \dot{U}_{CO}) / (Y_a + Y_b + Y_c + Y_0).$$

Тогда токи $\dot{I}_A = (\dot{U}_{AO} - \dot{U}_{O_1 O})Y_a$, $\dot{I}_B = (\dot{U}_{BO} - \dot{U}_{O_1 O})Y_b$, $\dot{I}_C = (\dot{U}_{CO} - \dot{U}_{O_1 O})Y_c$, $\dot{I}_0 = \dot{U}_{O_1 O}Y_0$. Короткозамкнутый узловой провод обеспечивает независимый режим работы фаз нагрузки, поскольку при $Z_0 = 0$ (то есть при $Y_0 \rightarrow \infty$) имеем $\dot{U}_{O_1 O} = 0$, следовательно, $\dot{I}_A = \dot{U}_{AO}Y_a$, $\dot{I}_B = \dot{U}_{BO}Y_b$, $\dot{I}_C = \dot{U}_{CO}Y_c$, $\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$. В случае несимметричной нагрузки при отсутствии нулевого (узлового) провода, то есть при $Z_0 = \infty$, а также при $Z_0 \neq 0$, напряжения на фазах нагрузки в общем случае не равны напряжениям фаз источника: наблюдается зависимый режим работы фаз нагрузки. Любые режимы работы ТФЦ рассчитываются с использованием МКА по обычным правилам анализа УСР. При этом заданные фазные или линейные напряжения симметричного ТФ-источника (в случае расчета ТФ-цепи при соединении «звездой», или ТФ-цепи при соединении нагрузки «треугольником», или ТФ-цепи без узлового провода) выбирают обычно в соответствии с ВД ТФ-источника, показанной, например, на рис. 2.41, б, где $\dot{U}_{AO} = U_\phi e^{j90^\circ}$, а $\dot{U}_{AB} = U_\alpha e^{j120^\circ}$ и т. д. См. 1.10.2.

287. Расчет трехфазной цепи при соединении нагрузки «треугольником», фактически, описан при рассмотрении ТФ-цепи при соединении нагрузки «треугольником» и при изложении расчета ТФ-цепи при соединении «звездой». В случае симметричного режима ($Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_\phi$) фазные токи нагрузки $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_\phi$; начальные фазы этих токов будут различаться на 120° , при этом из условий симметрии линейные токи $I_A = I_B = I_C = I_\alpha = \sqrt{3}I_\phi$. См. 1.10.2.

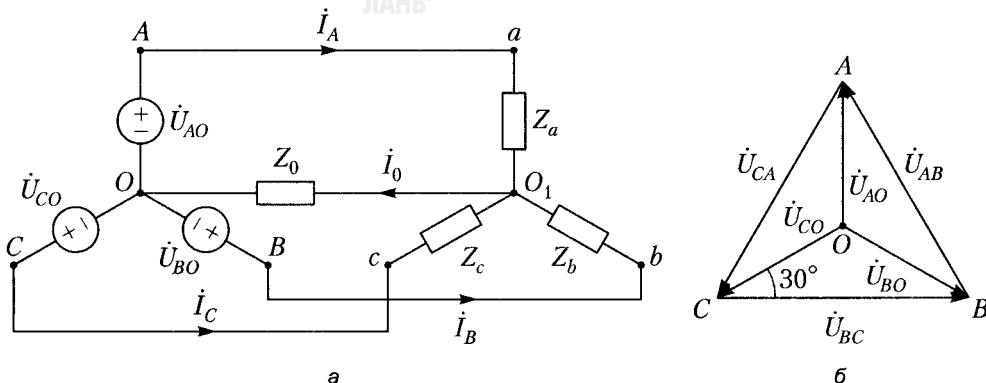


Рис. 2.41

288. Расчет узловых напряжений с использованием структурной матрицы выполняется на основе системы уравнений МУН, представленной в матричной форме: $[A][G][A]^T[u_y] = -[A][i_0]$, где $[A]$ — независимая структурная матрица; т — знак транспонирования; $[G]$ — диагональная матрица проводимостей обобщенных элементов цепи; $[u_y]$, $[i_0]$ — матрицы узловых напряжений и токов ИТ соответственно. См. также п. 400 «Уравнения токов обобщенных элементов», п. 395 «Уравнения напряжений ветвей с использованием структурной матрицы». См. 1.19.3.

289. Расчет установившегося периодического режима с использованием рядов Фурье. Входной периодический сигнал $f_1(t)$ представляется «отрезком» ряда Фурье, состоящим из N первых гармоник (так как РФ быстро сходится, то есть амплитуды гармоник A_k убывают с ростом номера k):

$$f_1(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^N A_k \cos(k\omega_l t + \alpha_k).$$

Используя МКА и МН, при $\omega = k\omega_l$ находят реакцию от каждой гармоники воздействия и записывают РФ реакции:

$$f_2(t) = \frac{B_0}{2} + \sum_{k=1}^N B_k \cos(k\omega_l t + \beta_k).$$

Второй способ расчета: используя частотные характеристики цепи $H(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)}$, находят амплитуды и начальные фазы реакции по формулам $B_k = A_k A(k\omega_l)$ и $\beta_k = \alpha_k + \Phi(k\omega_l)$. Достоинство этого приближенного метода расчета — простота. См. 1.7.3.

290. Реактивный двухполюсник (LC-ДП) не содержит R -элементов, поэтому в УСР его входное сопротивление (проводимость) имеет только мнимую (реактивную) составляющую $Z_{LC}(j\omega) = jx(\omega)$, $Y_{LC} = jb(\omega)$, причем МЧХ LC-ДП, связанные формулой $x(\omega) = -1/b(\omega)$, являются нарастающими функциями, то есть $x' > 0$, $b' > 0$. У LC-ДП частоты резонанса напряжений, где $Z_{LC}(j\omega_{p,n}) = 0$ (то есть

$\text{ДП} \equiv \text{КЗ}$), чередуются с частотами резонанса токов, где $Y_{LC}(j\omega_{\text{р.т}}) = 0$, $Z_{LC}(j\omega_{\text{р.т}}) \rightarrow \infty$ (то есть $\text{ДП} \equiv \text{ХХ}$). См. 1.12.1.

291. Реакция — выходной сигнал (то есть искомые ток или напряжение на заданном в условии задачи элементе или участке цепи). Обычно реакция обозначается $f_2(t)$ или $f_{\text{вых}}(t)$. См. 1.3.1.

292. Реализация RC-двуихполюсников. 1. Проверяют, что подлежащее синтезу входное сопротивление $Z(s)$ удовлетворяет *основному свойству*. 2. На основании *соответствия сопротивлений RC-ДП и LC-ДП* переходят к сопротивлению $Z_{LC}(p) = pZ_{RC}(s)$ при $s = p^2$. 3. Реализуют $Z_{LC}(p)$ реактивным ДП (см. п. 154 «*Множество вариантов реализации LC-ДП*») и, заменяя индуктивность L_j на резисторы R_j , получают искомый *RC-ДП*. Рекомендуется у синтезированной цепи проконтролировать $Z_{RC}(0)$ и $Z_{RC}(\infty)$. См. 1.13.2.

293. Реализация LC-ДП по Фостеру (разложением на простые дроби). Если подлежащее реализации сопротивление $Z(s)$ удовлетворяет *основному свойству LC-ДП*, то $Z(s) = Z_{LC}(s)$. Разложение $Z_{LC}(s)$ на простые дроби (так называемая реализация по Фостеру) в общем случае имеет вид (для цепи n -го порядка)

$$Z(s) = Z_{LC}(s) = A_\infty s + \frac{A_0}{s} + \sum_{k=1}^n \frac{A_k s}{s^2 + \omega_k^2} = Z_\infty + Z_0 + \sum_{k=1}^n Z_k,$$

причем коэффициенты разложения находят по аналогии с формулами теоремы разложения преобразования Лапласа: $A_\infty = \frac{Z_{LC}(s)}{s}$ при $s \rightarrow \infty$, $A_0 = sZ_{LC}(s)$ при $s \rightarrow 0$, $A_k = \frac{(s^2 + \omega_k^2)}{s} Z_{LC}(s)$ при $s^2 = -\omega_k^2$ (все коэффициенты положительны).

Схема, реализующая разложение, — это последовательное соединение сопротивлений (рис. 2.42, а), причем $Z_\infty = A_\infty s = L_\infty s$ определяет *L-элемент*, $Z_0 = \frac{A_0}{s} = \frac{1}{C_0 s}$

определяет *C-элемент*, а сопротивление

$$Z_k = \frac{A_k s}{s^2 + \omega_k^2} = \frac{1}{Y_k} = 1 \left/ \left(\frac{s}{A_k} + \frac{\omega_k^2}{A_k s} \right) \right. = 1 \left/ \left(C_k s + \frac{1}{L_k s} \right) \right. = \frac{1}{Y_{k1} + Y_{k2}}$$

определяет параллельное соединение элементов C_k и L_k . Кроме того, $Z_{LC}(s)$ можно реализовать по схеме параллельного соединения проводимостей (рис. 2.42, б), значения которых определяются дуально:

$$Y_{LC}(s) = 1/Z_{LC}(s) = A_\infty s + A_0/s + \sum A_k s/(s^2 + \omega_k^2) = Y_\infty + Y_0 + \sum Y_k.$$

См. 1.13.1.

294. Реализация на ОУ произвольных ПФ базируется на эквивалентном *переходе от ПФ к уравнениям состояния*, каждое из которых реализуется решающей схемой на ОУ, приведенной на рис. 2.43 и описываемой формулой

$$U_{\text{вых}}(s) = -\frac{1}{s} \sum_{k=1}^n \frac{G_k}{C_0} U_k(s),$$

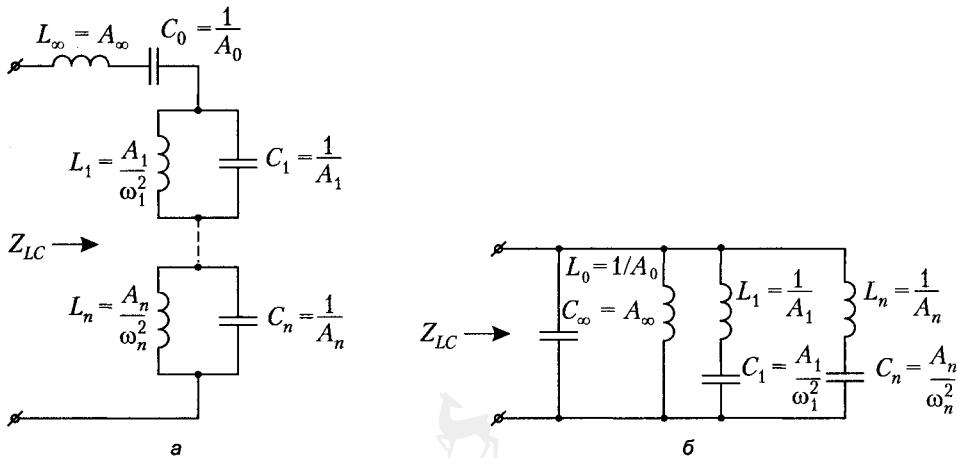


Рис. 2.42

которая соответствует записи уравнений состояния в операторной форме: $s[U_{\text{вых}}(s)] = [D][U_k(s)] = [A][U_{\text{вых}}] + [B][U_{\text{вх}}]$, где $[U_k]$ – общая матрица воздействий $[U_{\text{вх}}]$ и реакций $[U_{\text{вых}}]$, то есть переменных состояния; $[D]$ – общая матрица коэффициентов, учитывающая матрицы $[A]$ и $[B]$. Для решения рассматриваемой задачи необходимо использовать набор таких схем с соответствующей коммутацией (соединением) входов и выходов. См. 1.13.3.

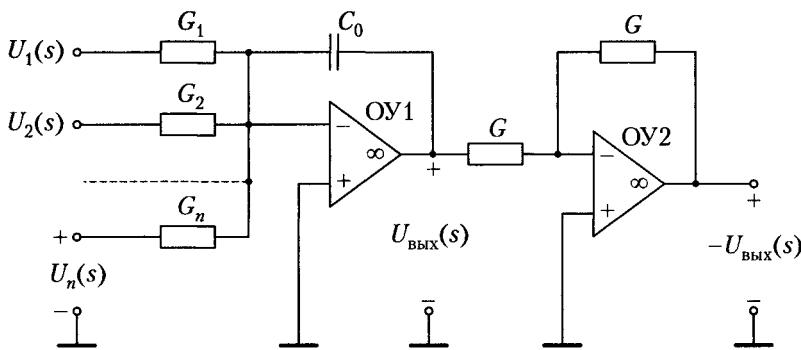


Рис. 2.43

295. Реализация на ОУ ПФ с отрицательными нулями и полюсами базируется на использовании «решающих схем», изображенных на рис. 2.44, *а* и *б*. Схема, приведенная на рис. 2.44, *а*, реализует ПФ $H(s) = U_{\text{вых}}(s)/U_{\text{вх}}(s) = -Y_1(s)/Y_0(s)$, а у двухкаскадной схемы (рис. 2.44, *б*) ПФ $H(s) = U_{\text{вых}}(s)/U_{\text{вх}}(s) = \frac{Y_{11}(s)Y_{1II}(s)}{Y_{0I}(s)Y_{0II}(s)}$.

Синтезируемую ПФ $H(s)$ с отрицательными нулями и полюсами необходимо преобразовать к виду, указанному в формулах, таким образом, чтобы отдельные проводимости $Y(s)$ и $Y_0(s)$ удовлетворяли основному свойству, и затем синтезировать их, используя правила реализации *RC-ДП*. См. 1.13.3.

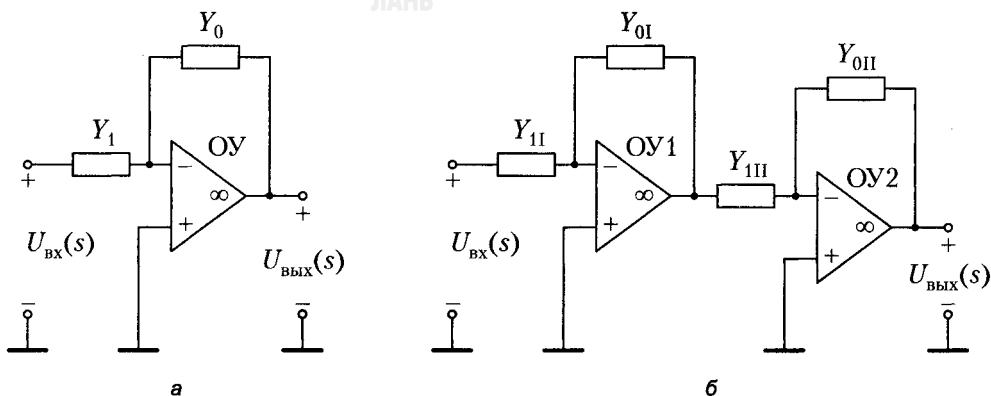


Рис. 2.44

296. Реализуемые параметры ЧП определяются по заданной ПФ при *нормированной нагрузке ЧП*, $H_{U*}(s) = Y_{*2-1}(s) = -Y_{12}/(1 + Y_{22})$, $H_{I*}(s) = Z_{*2-1} = Z_{12}/(1 + Z_{22})$, а в режиме его КЗ или ХХ $H_{IK3}(s) = Z_{12}/Z_{22}$, $H_{UXX}(s) = -Y_{12}/Y_{22}$. Таким образом, при синтезе ЧП реализуются только два параметра ЧП, Z_{22} и Z_{12} или Y_{22} и Y_{12} . См. 1.17.1.

297. Регулярность соединения четырехполюсников необходимо проверять при анализе всех видов соединения ЧП, кроме каскадного. Соединение ЧП называют регулярным, если у каждого из ЧП, вошедших в соединение: 1) ток в полюсах входа четырехполюсника (1 и 1') одинаков; 2) ток в полюсах выхода ЧП (2 и 2') тоже одинаков, как показано, например, при анализе *последовательного соединения ЧП*. Пример нерегулярного последовательного соединения ЧП 1 и ЧП 2 приведен на рис. 2.45, а (при соединении ЧП «закорачивается» сопротивление Z_0 в ЧП-2). Пример нерегулярного параллельного соединения ЧП 1 и ЧП 2 изображен на рис. 2.45, б (здесь в результате соединения ЧП «закорачиваются» и Z_1 , и Z_2). Если структуры исходных ЧП изменились в результате соединения ЧП, соединение ЧП называют нерегулярным. См. 1.11.3.

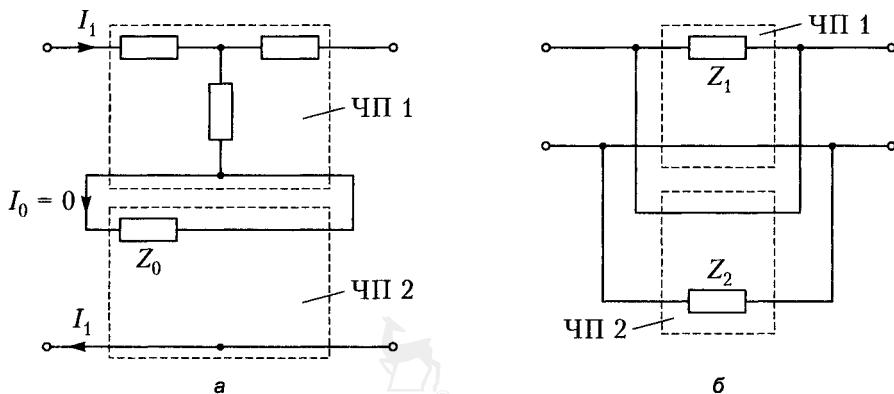


Рис. 2.45

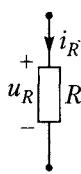


Рис. 2.46

298. Резистивный элемент (R -элемент) — это идеализированный пассивный двухполюсный элемент (рис. 2.46), который отражает только необратимое преобразование электромагнитной энергии в другие виды энергии (тепловую, световую, механическую, химическую и др.). Для R -элемента принята *согласованная полярность*. По своим характеристикам к R -элементу приближаются реальные резисторы, нагревательные приборы на низких частотах (НЧ). Однако на средних частотах (СЧ) схема замещения реального резистора наряду с R -элементом, отражающим потери электромагнитной энергии, содержит также паразитные параметры: последовательно соединенный L_n -элемент, учитывающий магнитное поле, обусловленное протеканием тока i_R , и параллельно соединенный C_n -элемент, учитывающий наличие электрического поля, обусловленного напряжением u_R на выводах реального резистора. У линейного R -элемента $u_R(t) = Ri_R(t)$, то есть справедлив закон Ома. См. 1.1.2.

299. Резонанс в пассивном ДП наблюдается в УСР, если равна нулю мнимая часть входного сопротивления или проводимости: $\text{Im}Z_{\text{вх}}(j\omega_0) = 0$; $\text{Im}Y_{\text{вх}}(j\omega_0) = 0$, где ω_0 — резонансная частота. Из основного определения вытекает много следствий: 1) $Z_{\text{вх}} = \text{Re}Z_{\text{вх}}$, то есть комплексное сопротивление вещественно; 2) $|Z_{\text{вх}}| = Z_{\text{вх}}$; 3) $\varphi_{\text{вх}} = \alpha_u - \alpha_i = 0$; 4) $\psi_{\text{вх}} = -\varphi_{\text{вх}} = -\arg Z_{\text{вх}} = 0$; 5) $\alpha_u = \alpha_i$, то есть фазы синусоид тока и напряжения ДП одинаковы; 6) $P_Q = 0$, то есть равна нулю реактивная мощность ДП; 7) $P_S = P$, то есть полная мощность ДП равна активной; 8) $\text{Im}\tilde{P}_S = 0$, то есть комплексная мощность ДП вещественна и т. д. См. 1.5.5.

300. Релейная цепь (РЦ) — это нелинейная цепь, содержащая линейную часть (ЛЧ) и хотя бы один **релейный элемент** (РЭ). См. 1.21.1.

301. Релейный элемент (РЭ) — четырехполюсный нелинейный активный элемент (зависимый источник) *релейной цепи*, у которого связь между выходным сигналом $y(t)$ и входным (управляющим) сигналом $x(t)$ описывается кусочно-постоянной характеристикой. На рис. 2.47 показаны релейные характеристики наиболее распространенных видов: идеальная (рис. 2.47, а), с гистерезисом (рис. 2.47, б), с зоной нечувствительности (рис. 2.47, в), с гистерезисом и зоной нечувствительности (рис. 2.47, г). Различают также характеристики симметричные и несимметричные (смещенные вдоль оси абсцисс или ординат). Величины $\pm a$, $\pm b$, $\pm d$ называют *порогами срабатывания* РЭ: при прохождении управляющим сигналом какого-либо порога выходной сигнал РЭ переходит с одного фиксированного уровня на другой. См. 1.21.1.

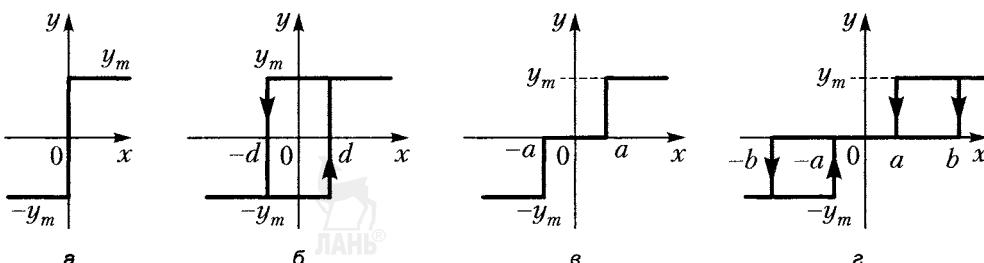


Рис. 2.47

302. Решающая схема на ОУ приведена на рис. 2.48. Формула решающей схемы на идеальном ОУ такова:

$$U_{\text{вых}}(s) = -\frac{1}{Y_0(s)} \sum_{k=1}^n Y_k(s) U_{\text{вх}k}(s),$$

то есть схема реализует операции инверсии (обращения) знака, независимого суммирования сигналов, а также умножения на $\Pi\Phi Y_k(s)/Y_0(s)$ по каждому входу (часто Y_k называют входной проводимостью, а Y_0 — проводимостью обратной связи ОУ). При $Y_k(s) = G_k$ и $Y_0(s) = G_0$ (то есть используются R -элементы) по каждому входу выполняются линейные операции вида $u_{\text{вых}}(t) = -\frac{1}{G_0} \sum_{k=1}^n G_k u_{\text{вх}k}(t)$.

При $Y_k(s) = G_k$ (то есть используются R -элементы) и $Y_0(s) = C_0 s$ (используется C -элемент) реализуется уравнение вида

$$u_{\text{вых}}(t) = -\frac{1}{C_0} \sum_{k=1}^n \int_0^t G_k u_{\text{вх}k}(t) dt,$$

то есть выполняются операции интегрирования, инверсии знака и независимого суммирования входных сигналов с умножением каждого на независимый коэффициент. См. 1.11.5.

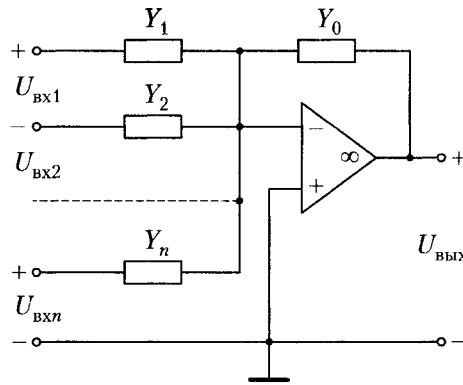


Рис. 2.48

303. Ряд Фурье (РФ) — форма представления периодического сигнала $f(t)$, удовлетворяющего условиям Дирихле, в виде сходящегося синусно-косинусного гармонического ряда

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t), \quad k = 1, 2, 3..;$$

косинусная форма РФ:

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \Phi_k) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \Phi_k),$$

где $A_k = A_{-k}$, $\Phi_k = -\Phi_{-k}$;
РФ в комплексной форме

$$f(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{A}_k e^{j k \omega_1 t},$$

где $\dot{A}_k = A_k e^{j \Phi_k} = a_k - j b_k$ — комплексные амплитуды *спектра периодического сигнала* ($a_k = a_{-k}$, $b_k = -b_{-k}$). Нулевая гармоника (постоянная составляющая)

РФ — это *среднее значение* $f(t)$ за период T : $\frac{A_0}{2} = \frac{a_0}{2} = f_{cp} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$, где t_0 —

произвольный момент времени. Гармоника (то есть синусоида) с частотой $\omega_1 = 2\pi/T$ называется *основной (первой) гармоникой*; частота k -й гармоники $\omega_k = k\omega_1$, а период $T_k = T/k = T_1/k$. Для расчета коэффициентов РФ \dot{A}_k проще всего использовать преобразование Лапласа. См. 1.7.1.

304. Свидетельство правильного окончания синтеза ЧП (свойство 8 ЧП): если реализацию ЧП проводили по Z_{22} , то последним элементом синтеза (первым со стороны 1–1) должна быть поперечная проводимость Y_{0k} ; если синтезировали Y_{22} , последним элементом должно быть продольное сопротивление Z_{1k} (что соответствует маркировке *лестничной структуры ЧП*). Если свойство 8 не выполнено, то синтез закончен неверно и, следовательно, на какой-то стадии его процедуру нужно изменить. См. 1.17.2.

305. Свободная составляющая математического описания *переходного процесса* в цепи есть общее решение однородного дифференциального уравнения цепи. *Свободный процесс* (свободный режим) в цепи описывается только С.с. См. 1.3.2.

306. Свободная составляющая в цепи 1-го порядка $f_{2cb}(t) = Ae^{p_1 t} = Ae^{-t/\tau}$, где f_2 — искомая реакция цепи; $\tau = -1/p_1$ — постоянная времени, причем $\tau = L/R_s$ или $\tau = CR_s$; R_s — эквивалентное сопротивление цепи в *свободном режиме* относительно выводов накопителя (то есть L - или C -элемента); A — постоянная интегрирования, определяемая по НУ; поскольку *порядок цепи* определяется единственным накопителем, то ХП имеет единственный корень p_1 . См. 1.3.3.

307. Свободная составляющая решения разностных уравнений ДЦ обычно имеет вид $f_{2cb}(nT) = \sum_{k=1}^N A_k p_k^n$, где p_k — корень ХП ДЦ $p^N + a_1 p^{N-1} + \dots + a_N = 0$, который определяют по однородному РУ ДЦ:

$$f_2(nT) + a_1 f_2(nT-T) + \dots + a_N f_2(nT-NT) = 0.$$

При $|p_k| < 1$ ДЦ устойчива, так как $f_{2cb}(nT) \rightarrow 0$ при шаге дискретизации $n \rightarrow \infty$. Если ХП имеет, например, двукратный корень p_1 , то

$$f_{2cb}(nT) = A_1 p_1^n + A_2 n p_1^n + \sum_{k=3}^N A_k p_k^n,$$

что аналогично непрерывным цепям. Постоянные A_k находят по ПНУ. См. 1.15.3.

308. Свободный процесс (свободный режим) — это процесс (режим) в цепи без источников; описывается тем же однородным *дифференциальным уравнением*

цепи, что и *свободная составляющая*, где A_k — постоянные интегрирования, определяемые по начальным условиям (НУ) $f_2(0^+)$, $f'_2(0^+)$...; p_k — корни характеристического полинома (ХП), то есть собственные частоты цепи, причем ХП цепи (то есть характеристическое уравнение) имеет вид $a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0 = 0$. Для случая *RLC*-цепей выполняется условие *устойчивости*: С.п. всегда затухает с течением времени, то есть $\lim_{t \rightarrow \infty} f_{2\text{cb}}(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, поскольку начальная энергия элементов L и C необратимо расходуется в R -элементах. Следовательно, $\operatorname{Re} p_k < 0$, что также является условием устойчивости динамических систем любой физической природы. Если среди корней ХП есть кратные, например $p_1 = p_2$, то $f_{2\text{cb}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 t e^{p_1 t} + \sum_{k=3}^n A_k e^{p_k t}$. См. 1.3.2.

309. Свободный режим в цепи — это режим в цепи без источников (см. п. 308 «Свободный процесс»). См. 1.3.2.

310. Свободный режим в LC-контуре, схема которого приведена на рис. 2.49, *a*, по описанию решения аналогичен *незатухающему колебательному режиму в последовательной LC-цепи* (когда $R = 0$). Поскольку ИН $u_0 = 0$, то $i(t) = \frac{-u_C(0)}{L\omega_0} \sin \omega_0 t$,

причем на первом полупериоде ($0 < t < T/2 = \pi/\omega_0$) ток $i(t) < 0$, как показано на рис. 2.49, *справа* (что соответствует физически движению положительных зарядов q_+ при разряде конденсатора в начале процесса, как обозначено штриховой линией на рис. 2.49, *слева*). Напряжение C -элемента $u_C(t) = -u_L(t) = -Li'(t) = u_0 \cos \omega_0 t$, следовательно суммарная энергия накопителей

$$w_C(t) + w_L(t) = \frac{Cu_C^2}{2} + \frac{Li_L^2}{2} = \frac{Cu_C^2(0^-)}{2} = \frac{Cu_C^2(0^-)}{2} = w_C(0^-) = \text{const}$$

не изменяется, поскольку «потери R » в таком идеальном *LC*-контуре отсутствуют. См. 1.3.6.

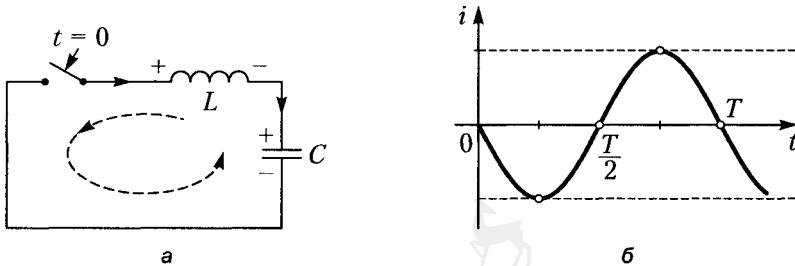


Рис. 2.49

311. Свойства ЕИФ. 1. Площадь единичной импульсной функции (то есть дельта-функции) $S_\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1$. 2. Интеграл от ЕИФ — это *единичная ступенчатая функция*, то есть $\int_{-\infty}^t \delta(t - t_0) dt = \delta_1(t - t_0)$. 3. Важнейшим является свойство

выборки (фильтрующее свойство дельта-функции) $f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$, то есть при умножении функции $f(t)$ на ЕИФ из всех значений $f(t)$ «выбирается» только одно, соответствующее моменту «появления» ЕИФ. 4. Несмещенная ЕИФ $\delta(t)$ симметрична и является четной (как и формирующая ее последовательность $\phi'(t)$). См. 1.4.2.

312. Свойства и теоремы преобразования Лапласа — это правила соответствия математических операций с оригиналами $f(t)$ операциям с их изображениями $F(s)$. Свойство линейности: $\sum a_k f_k(t) \div \sum a_k F_k(s)$. Основные теоремы: дифференцирования и интегрирования оригинала

$$\begin{aligned} f(t) &= \phi'(t) \div F(s) = s\Phi(s) - \phi(0^-); \\ \phi(t) &= \int_0^t f(t) dt + \phi(0^-) \div \Phi(s) = F(s)/s + \phi(0^-)/s; \end{aligned}$$

смещения (сдвига) изображения $F(s+\beta) \div f(t)e^{-\beta t}$; смещения (запаздывания на t_3) оригинала $f(t-t_3) = f'(t-t_3)\delta_1(t-t_3) \div F(s)e^{-st_3}$; о начальном значении оригинала $f(0^+) = \lim sF(s)$ при $s \rightarrow \infty$; подобия $f(t/a) \div aF(as)$ и свертки $f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)h(t-\tau)d\tau \div F_2(s) = F_1(s)H(s)$, где $H(s) \div h(t)$ — передаточная функция

и импульсная характеристика цепи. См. 1.6.1.

313. Свойства передаточной функции: 1. Передаточная функция

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{B(s)/a_n}{\prod(s-s_k)}$$

описывается дробно-рациональной функцией и является изображением ИХ $h(t)$ цепи. 2. Переходная характеристика связана с ПФ на основании *теоремы свертки* формулой $h_1(t) \div H(s)/s = H_1(s)$. 3. По ПФ заменой $s = j\omega$ отыскиваются ЧХ цепи $H(j\omega) = H(s)$ при $s = j\omega$. 4. ПФ $H(s) = F_2(s)/F_1(s)$ и ДУ цепи $a_n f_2^{(n)}(t) + \dots + a_1 f_2'(t) + a_0 f_2(t) = b_m f_1^{(m)}(t) + \dots + b_1 f_1'(t) + b_0 f_1(t)$, связывающее реакцию $f_2(t) \div F_2(S)$ и воздействие $f_1(t) \div F_1(s)$, полностью определяют друг друга. 5. Знаменатель ПФ $A(s) = 0$ есть ХП цепи, а его корни s_k (то есть полюса ПФ) являются собственными частотами цепи. 6. Расчет ПФ осуществляется по ОСЗ цепи при нулевых ННУ, часто с использованием МПВ, то есть ПФ определяется только параметрами *RLC*-цепи и не зависит от вида воздействия и реакции. 7. В зависимости от местонахождения и типа (ток, напряжение) реакции и воздействия возможны шесть вариантов ПФ (два вида входных и четыре варианта собственно передаточных функций). См. 1.6.4.

314. Свойства резистивно-емкостных ЧП, аналогичны свойствам *LC*-ЧП. 1. Параметры Z_{22} и Y_{22} соответствуют основному свойству $Z_{RC}(s)$, то есть их нули и полюса отрицательные, простые, чередуются и ближайшим к началу координат у Z_{RC} является полюс. 2. Полюса Z_{12} совпадают с полюсами Z_{22} , а полюса $-Y_{12}$ — с полюсами Y_{22} . 3. Полюса первого со стороны 2–2 продольного сопротивления Z_1 являются *частными полюсами* Z_{22} , а полюса первой поперечной проводимо-

сти Y_0 являются частными полюсами Y_{22} . 4. Нули ПФ ЧП — это нули Z_{12} и частные полюса Z_{22} (или нули $-Y_{12}$ и частные полюса Y_{22}). 5. Полюса продольных сопротивлений $Z_{1k}(s)$ и поперечных проводимостей $Y_{0k}(s)$ *RC*-ЧП лестничной структуры являются нулями ПФ *RC*-ЧП, и они должны быть отрицательными. 6. Если при синтезе *RC*-ЧП какой-либо полюс остатка от реализации Z или Y выделен частично, то он не является нулем ПФ ЧП. 7. Условие Фиалкова должно выполняться. 8. Свидетельство правильного окончания синтеза должно выполняться. 9. Новое свойство: полюса ПФ *RC*-ЧП должны быть отрицательными и простыми. См. 1.17.5.

315. Свойства рядов Фурье симметричных сигналов. 1. Ряд Фурье четных периодических сигналов $f(t) = f(-t)$ не содержит «синусов», то есть $b_k = 0$, $\Phi_k = 0$ или 180° . 2. РП нечетных сигналов $f(t) = -f(-t)$ не содержат «косинусов», то есть $a_k = 0$, $\Phi_k = \pm 90^\circ$. 3. РП сигналов, обладающих симметрией вида $f(t) = -f(t \pm 0,5T)$, не содержит гармоник четных номеров $k = 0, 2, 4\dots$ См. 1.7.1.

316. Свойства ЧХ *LC*-ДП: 1. МЧХ $x(\omega) = \text{Im}Z_{LC}(j\omega)$ и $b(\omega) = -1/x(\omega) = \text{Im}Y_{LC}(j\omega)$ реактивных двухполюсников являются нарастающими функциями (то есть $x'(\omega) > 0$, $b'(\omega) > 0$), что очевидно как для последовательного соединения, где $Z_{LC} = j\omega L - j/(\omega C)$, и параллельного, где $Y_{LC} = j\omega C - j/(\omega L)$, так и для *LC*-ДП лестничной структуры, поскольку сумма нарастающих функций дает нарастающую функцию, а функция, обратная нарастающей по значению и знаку ($b = -1/x$), — тоже нарастающая функция. 2. Чередуются частоты резонанса напряжений (где $Z_{LC} = 0$ и ДП \equiv КЗ) и резонанса токов (где и ДП \equiv ХХ). 3. При «прохождении» резонансной частоты характер «реактивности» *LC*-ДП меняется на противоположный (например, с чисто емкостного на чисто индуктивный), при этом ФЧХ ДП изменяется скачком на 180° (например, от $\phi = -90^\circ$ до $\phi = +90^\circ$). 4. На нулевой и бесконечной частотах Z_{LC} имеет либо нуль (то есть $Z_{LC} = 0$ и ДП \equiv КЗ), либо полюс (то есть $Z_{LC} \rightarrow \infty$ и ДП \equiv ХХ). См. 1.12.1.

317. Свойство 1 *LC*-ЧП: нули и полюса $Z_{22}(s)$ и $Y_{22}(s)$ удовлетворяют основному свойству $Z_{LC}(s)$, то есть нули и полюса мнимые, простые и чередуются. Таким образом, Z_{22} и Y_{22} при синтезе ЧП необходимо реализовать по правилам реализации *LC*-ДП. См. 1.17.2.

318. Свойство 2 *LC*-ЧП: полюса Z_{12} совпадают с полюсами Z_{22} , а полюса Y_{12} — с полюсами Y_{22} . Таким образом, при синтезе Z_{22} полюса Z_{12} (а при синтезе Y_{22} полюса Y_{12}) реализуются автоматически. См. 1.17.2.

319. Свойство 3 *LC*-ЧП: если при синтезе ЧП по $Z_{22}(s)$ первым элементом со стороны нагрузки является продольное сопротивление $Z_1(s)$, то его полюс является частным полюсом Z_{22} ; если при синтезе ЧП по Y_{22} первым элементом со стороны 2–2 является параллельная проводимость, то ее полюс является частным полюсом Y_{22} . Таким образом, если синтезируемое сопротивление Z_{22} имеет частный полюс, то его немедленно реализуют в виде продольного сопротивления Z_1 ; если синтезируемая проводимость Y_{22} имеет частный полюс, его выделяют сразу же в виде поперечной проводимости Y_0 . См. 1.17.2.

320. Свойство 4 LC-ЧП: нули ПФ ЧП (то есть корни числителя ПФ) определяются нулями Z_{12} и частными полюсами Z_{22} (или нулями Y_{12} и частными полюсами Y_{22}). Это вытекает из рассмотрения *реализуемых параметров ЧП*. См. 1.17.2.

321. Свойство 5 LC-ЧП: нули ПФ ЧП *лестничной структуры* формируются полюсами продольных сопротивлений $Z_{1k}(s)$ и поперечных проводимостей $Y_{0k}(s)$, причем эти нули должны быть мнимыми. Действительно, на частоте полюса $Z_{1k} \rightarrow \infty$ и $Y_{0k} \rightarrow \infty$, то есть $Z_{1k} \equiv \infty$, а $Y_{0k} \equiv 0$, и сигнал на выходе ЧП не проходит. Такие нули в соответствии с *общей процедурой синтеза ЧП лестничной структуры* реализуют полностью выделенными полюсами остатка или обращенного остатка. См. 1.17.2.

322. Свойство 6 LC-ЧП является исключением из *свойства 5 LC-ЧП*: если при синтезе остатка от реализации Z_{22} (или Y_{22}) какой-то полюс этого остатка выделен частично (то есть не полностью) в виде Z_{1k} или Y_{0k} , то этот полюс не является нулем ПФ ЧП. Это свойство позволяет реализовать самую трудную категорию нулей ПФ; чтобы синтезировать такой нуль ПФ (который не совпадает с корнем остатка, указанного в *общей процедуре синтеза ЧП лестничной структуры*), какой-либо полюс остатка реализуют частично, но так, чтобы в новом остатке появился нуль, совпадающий с нереализованным нулем этой категории. См. 1.17.2.

323. Связанные контуры (СК) — это два последовательных (или параллельных) колебательных *RLC*-контура, соединенных между собой реактивным элементом связи. Различают СК с трансформаторной (рис. 2.50, *a*), индуктивной (рис. 2.50, *b*) и емкостной (рис. 2.50, *c*) связями (в зависимости от типа элемента связи). Степень связи между контурами характеризуют коэффициентом связи, равным $k_{\text{св}} = |M| / \sqrt{L_1 L_2}$ — для трансформаторной связи, $k_{\text{св}} = L_{\text{св}} / \sqrt{(L_1 + L_{\text{св}})(L_2 + L_{\text{св}})}$ — для индуктивной связи, $k_{\text{св}} = C_{\text{св}} / \sqrt{C_{1k} C_{2k}}$ — для емкостной связи, где $1/C_{1k} = 1/C_1 + 1/C_{\text{св}}$, $1/C_{2k} = 1/C_2 + 1/C_{\text{св}}$ — общие емкости соответствующих контуров. Достоинства СК — улучшенные ЧХ по сравнению с характеристиками одиночных *RLC*-контуров, поэтому их часто используют при создании частотно-избирательных устройств (ППФ, ПЗФ). При эквивалентном исключении магнитной связи схема, изображенная на рис. 2.50, *a*, приводится к схеме, изображенной на рис. 2.50, *b*. В результате все рассмотренные схемы СК могут быть приведены к виду рис. 2.50, *z*, где $Z_1(s)$ и $Z_2(s)$ — полные операторные сопротивления первичного и вторичного контуров; $Z_{\text{св}}(s)$ и $Z_n(s)$ — операторные сопротивления связи и нагрузки; $I_1(s)$, $I_2(s)$, $U_1(s)$, $U_2(s)$ — изображения токов и напряжений на входе и выходе СК. Элементы схем (рис. 2.50) называют первичными параметрами СК. См. 1.18.1.

324. Связь длительности сигнала с шириной его спектра: чем короче сигнал, тем шире *спектр сигнала*. Для сигналов подобной формы произведение длительности сигнала t_u на ширину его спектра $\Delta\omega$ есть величина постоянная: $t_u \Delta\omega = \text{const}$. *Спектр дельта-функции* — самого короткого сигнала (с нулевой длительностью) — имеет бесконечную ширину. См. 1.8.3.

325. Связь крутизны сигнала с шириной его спектра: чем круче сигнал, тем шире *спектр сигнала*. В теории цепей самый крутой сигнал — дельта-функция

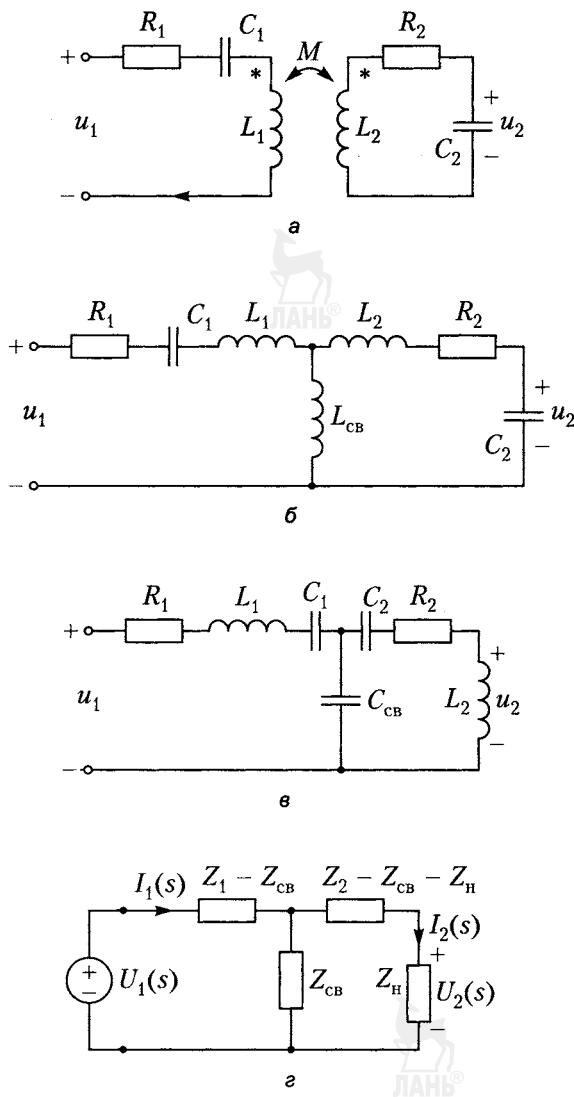


Рис. 2.50

$\delta(t) \div \Delta(j\omega) = 1$, то есть ширина спектра дельта-функции бесконечна. Самый крутой из практических сигналов — прямоугольный; спектр прямоугольного импульса убывает пропорционально ω , то есть довольно быстро, что говорит о высокой сходимости спектра (как преобразования Фурье). Поскольку спектр одиночного импульса — огибающая дискретного спектра периодического сигнала, то РФ тоже быстро сходится. См. 1.8.3.

326. Связь между индуктивностью, взаимной индуктивностью и индуктивностью рассеяния двух ИС-катушек:

$$L_1 = L_{S1} + \frac{N_1}{N_2} |M|, \quad L_2 = L_{S2} + \frac{N_2}{N_1} |M|,$$

где L_{S1} , L_{S2} — индуктивности рассеяния; $|M|$ — взаимная индуктивность; N_1 , N_2 — числа витков 1-й и 2-й катушек. См. 1.9.1.

327. Связь между напряжением холостого хода нагрузки и током ее короткого замыкания $i_{kz} = u_{xx}/R_s$ следует из теоремы Тевенена и теоремы Нортонна, при этом сопротивление R_s определяется как эквивалентное сопротивление цепи (без источников), к которой присоединяется нагрузка, и называется выходным сопротивлением этой цепи (чаще — внутренним сопротивлением эквивалентного источника в МЭИН и МЭИТ). См. 1.2.3.

328. Связь между ФАЧ к изменению сопротивления и проводимости элемента цепи описывается выражением $T_{f_{\text{вых}} - G_k} = -R_k^2 T_{f_{\text{вых}} - R_k}$. ФАЧ $T_{f_{\text{вых}} - G_k}$ можно также найти по дуальной ПЦ, составленной на основе дуальной теоремы компенсации. С использованием указанного равенства и принципа пропорциональности устанавливается эквивалентность дуальных ПЦ для расчета ФАЧ по теореме компенсации. См. 1.20.2.

329. Связь полосы пропускания с длительностью переходных процессов в цепи. Поскольку ЧХ как спектр ИХ обладает всеми свойствами спектра сигнала, то полоса пропускания цепи — это аналог ширины спектра. Следовательно, чем шире полоса пропускания цепи, тем быстрее в ней идут переходные процессы (так как время затухания ИХ определяет длительность переходных процессов в цепи). См. также п. 324 «Связь длительности сигнала с шириной его спектра». См. 1.8.3.

330. Связь полюсов изображения с формой оригинала. Полюса s_k , то есть корни знаменателя $F(s)$, определяют математическую форму оригинала $f(t)$. При вещественных полюсах (например, $s_1 = -\beta$) форма $f(t)$ апериодическая ($f = A_1 e^{-\beta t}$), при комплексно-сопряженных ($s_{1,2} = -\beta \pm j\omega$) — колебательная ($A_1 e^{-\beta t} \cos(\omega t + A_2)$), при кратных ($s_{1,2} = -\beta$) — множитель t «появляется» в оригинале ($A_1 e^{-\beta t} + A_2 t e^{-\beta t}$), как указано в таблице преобразования Лапласа. Во многом С.п.и. с ф.о. напоминает связь корней ХП с видом свободной составляющей (полюса изображения реакции обычно содержат полюса изображения воздействия и полюса ПФ, то есть корни ХП). См. 1.6.1.

331. Связь собственных частот цепи с ее входным сопротивлением

$$\frac{U_{\text{вх}}(s)}{I_{\text{вх}}(s)} = Z_{\text{вх}}(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m \prod(s - s_k)}{a_m \prod(s - s_{0k})}$$

относительно единственного источника: если задан ИТ, то $A(s) = 0$ — это ХП и полюса s_k — частоты собственных колебаний цепи; если задан ИН, то $B(s) = 0$ — это ХП и нули s_{0k} — собственные частоты. Следовательно, для нахождения ХП достаточно составить ОСЗ цепи без источников и при нулевых ННУ найти $Z_{\text{вх}}(s)$ относительно любого места «разрыва» цепи, тогда нули $Z_{\text{вх}}(s)$ — корни ХП. См. 1.6.4.

332. Связь спектра одиночного импульса с дискретным спектром периодического сигнала аналогичной формы. Сплошной спектр $F_1(j\omega) = A_1(\omega) e^{j\Phi_1(\omega)}$ оди-

ночного импульса, то есть *aperiodического сигнала* $f_1(t)$, с точностью до коэффициента $2/T$ является огибающей дискретного спектра $A_k = A_k e^{j\Phi_k}$ периодического сигнала $f_n(t)$, причем амплитуды и фазы дискретного спектра

$$A_k = \frac{2}{T} A_1(\omega) \Big|_{\omega=k\omega_1}; \quad \Phi_k = \Phi_1(\omega) \Big|_{\omega=k\omega_1}$$

вычисляются на частотах $\omega = k\omega_1 = k2\pi/T$ (при этом f_1 является описанием f_n в пределах периода $0 < t < T$). См. 1.8.1.

333. Связь узловой и структурной матриц описывается равенством $[A_y] = [A]^t$, где t — знак транспонирования; $[A_y]$ — *узловая матрица*; $[A]$ — независимая *структурная матрица*. См. 1.19.1.

334. Связь фундаментальных матриц уравнений ГС и ГК описывается равенством $[F_B] = -[F]^t$, где t — знак транспонирования; $[F]$ и $[F_B]$ — фундаментальные подматрицы матриц ГС и ГК. См. 1.19.2.

335. Семейство стандартных воздействий ($\dots \delta_2(t), \delta_1(t), \delta(t), \delta_{-1}(t), \delta_{-2}(t) \dots$) обладает свойствами $\delta_k(t) = \delta'_{k+1}(t)$ и $\delta_{k+1}(t) = \int_{-\infty}^t \delta_k(t) dt$, причем индекс $k = 0$

у ЕИФ $\delta(t)$ записывать не принято, а единичные коэффициенты F_{10} , используемые для выравнивания размерности записываемого воздействия (например, $f_1(t) = F_{10} \delta_1(t)$), для простоты здесь опущены. Важнейшей в семействе является *дельта-функция*, то есть ЕИФ $\delta(t) = \delta'_1(t)$ — производная от ЕСФ $\delta_1(t)$, которая используется так же широко. Значительно реже встречается функция единично-го наклона (ФЕН) $\delta_2(t) = \int_{-\infty}^t \delta_1(t) dt = t\delta_1(t)$. Последующее интегрирование дает,

например, $\delta_3(t) = \int_{-\infty}^t \delta_2(t) dt = 0,5t^2\delta_1(t)$ — весовую функцию 3-го порядка. Эта

и другие стандартные функции (например, $\delta_3, \delta_{-1}, \delta_{-2} \dots$) применяются крайне редко. Для расширения семейства путем дифференцирования ЕИФ приходится использовать абсолютно гладкую (допускающую многократное дифференцирование) последовательность функций $\phi(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, указанную

при формировании ЕСФ, при этом функцию $\delta_{-1}(t) = \delta'(t) = \delta''(t)$ называют дуплетом и обозначают двойной стрелкой (в отличие от обозначения ЕИФ), а функцию $\delta_{-2}(t) = \delta''(t) = \delta'''(t)$ называют триплетом и обозначают тройной стрелкой. Соответственно образуется семейство стандартных *реакций* ($\dots h_2(t), h_1(t), h(t), h_{-1}(t), h_{-2}(t) \dots$), причем $h_k = h'_{k+1}$. Важнейшей является (см. п. 96 «Интеграл свертки») ИХ цепи $h(t)$, численно равная реакции на воздействие вида ЕИФ $\delta(t)$; широко используется (см. п. 95 «Интеграл Дюамеля») ПХ цепи $h_1(t)$, численно равная реакции на ЕСФ $\delta_1(t)$; весовая характеристика 2-го порядка $h_2(t)$ как реакция от воздействия вида ФЕН $\delta_2(t)$ используется при *расчете реакции на воздействие кусочно-линейной формы*. См. 1.4.4.

336. Сечение — это замкнутая линия (или поверхность), пересекающая некоторые ветви схемы цепи. См. 1.1.6.

337. Сигналы с особым спектром. 1. У незатухающих неабсолютно интегрируемых сигналов $f(t)$, например, вида

$$\delta_1(t) \div 1/s; t\delta_1(t) \div 1/s^2; \sin\omega_0 t\delta_1(t) \div \omega_0/(s^2 + \omega_0^2),$$

в изображении $F(s)$ которых нет полюсов в правой полуплоскости, но хотя бы один из полюсов находится на минимой оси, спектр сигнала является особым и отыскивается по формуле и $F_0(j\omega) = \lim_{s \rightarrow 0} F(s)|_{s=j\omega}$, где $F(s)$ — изображение по Лапласу сигнала $f(t)$. 2. Спектр абсолютно интегрируемых сигналов (имеющих конечную площадь) получают из их изображения по Лапласу заменой $s = j\omega$, то есть $F(j\omega) = F(s)$ при $s = j\omega$. 3. Расходящиеся, неограниченно нарастающие сигналы, изображение по Лапласу которых имеет хотя бы один полюс в правой полуплоскости, спектра не имеют; таким является, например, сигнал вида $e^{\beta t}\delta_1(t) \div 1/(s - \beta)$, полюс изображения которого $s_1 = \beta > 0$. См. также п. 353 «Спектр единичной ступенчатой функции». См. 1.8.6.

338. Сигналы синусоидальной формы, то есть синусоидальные (гармонические) сигналы — периодические ток i или напряжение u , изменяющиеся по синусоидальному (косинусоидальному) закону (рис. 2.51). Чаще используется косинусная форма записи, например

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \alpha_i) = I_m \sin(\omega t + \alpha_i + 90^\circ); u(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_u).$$

Параметры сигналов: $i(t)$, $u(t)$ — мгновенные значения; I_m , U_m — амплитудные (максимальные) значения; период T — минимальное время повторения функции (сигнала); циклическая частота $f = 1/T$, измеряемая в герцах ($1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$), — число периодов в секунду; $\gamma = \omega t + \alpha_i$ — мгновенная фаза (измеряемая в радианах или градусах); $\alpha = \gamma(0)$ — начальная фаза; $\omega = \gamma' = 2\pi f$ (рад/с или с^{-1}) — угловая частота, то есть скорость изменения фазы; $\phi = \alpha_u - \alpha_i = -\psi$ — разность фаз (фазный сдвиг) между напряжением и током пассивного ДП в УСР (причем всегда $|\phi| \leq 90^\circ$); $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ — разность фаз двух синусоид; при $\Delta\alpha = 0$ синусоиды в фазе, при $\Delta\alpha = \pm 180^\circ$ — в противофазе; при $\Delta\alpha = \pm 90^\circ$ — в квадратуре; если $\Delta\alpha > 0$, то первая синусоида опережает вторую, а вторая отстает от первой. Характерные точки графика синусоидального сигнала выделены на рис. 2.51 (где принято $\alpha_u = -30^\circ$, $\alpha_i = 60^\circ$). Ось абсцисс размечена либо в долях периода, либо

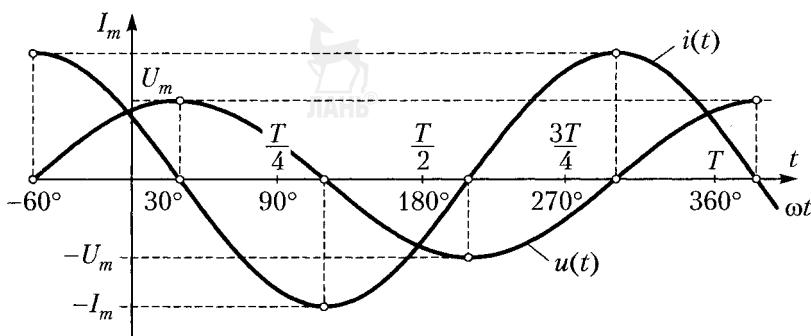


Рис. 2.51

в градусах, учитывая, что $T \div 360^\circ = 2\pi$ рад (1 рад $\cong 57,3^\circ$). Вначале находят точку максимума сигнала (с учетом $\cos 0 = 1$), то есть например, u_{\max} при $\omega t = 30^\circ = -\alpha_u$; затем через 90° отмечают нули графика и т. д. Параметры напряжения промышленной сети: $u(t) = 311 \cos(314t + \alpha_u)$, где $U_m = 220\sqrt{2} = 311$ В; $f = 50$ Гц; $T = 0,02$ с; $\omega = 314$ с $^{-1}$. См. 1.5.1.

339. Сигналы, «преобразуемые» по Лапласу, описываются функциями $f(t) \equiv 0$ при $t < 0$, для которых существуют числа $M > 0$ и абсцисса абсолютной сходимости $\sigma_a > 0$ такие, что $|f(t)| < Me^{\sigma_a t}$ при $t > 0$. При этом несобственный интеграл, определяющий изображение $f(t)$ по Лапласу $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt = \mathcal{L}[f(t)]$, абсолютно сходится (то есть площадь модуля подынтегральной функции $S_{|f|}$ ограничена) и представляет собой регулярную (непрерывную и дифференцируемую) функцию $F(S) = B(S)/A(S)$ комплексной частоты $s = \sigma + j\omega$. Преобразуемый сигнал $f(t)$, называемый оригиналом, и преобразованный $F(s)$ однозначно соответствуют друг другу, то есть $f(t) = f^*(t)\delta_1(t) \div F(s); \delta_1(t) = \text{ЕСФ}; f^*(t) = \text{аналитическое продолжение } f(t) \text{ для } t < 0$. См. 1.6.1.

340. Симметричный трехфазный источник состоит из трех ИН, генерирующих в ТФЦ сдвинутые по фазе на 120° синусоидальные напряжения u_A, u_B и u_C одинаковых частоты и амплитуды, так что $u_A(t) + u_B(t) + u_C(t) = 0$. См. 1.10.1.

341. Сложный резонанс в связанных контурах. Настройку связанных контуров выполняют итерационным путем, изменяя сначала полное сопротивление первичного контура Z_1 и добиваясь выполнения условия $\text{Im} Z_{\text{вх}}(j\omega) = 0$. При этом обеспечивается максимальное значение тока первичного контура $I_{1\max}$. Далее, изменяя сопротивление $Z_{\text{вх}}$, находят максимально возможное значение тока вторичного контура $I_{2\max}$ (при этом указанное условие нарушается). Затем Z_1 вновь настраивают до выполнения условия и т. д. При сложном резонансе обеспечивают последовательное приближение к максимально возможным значениям токов $I_{1\max\max}, I_{2\max\max}$ и напряжения на нагрузке $U_{2\max\max}$, при этом оптимальное значение модуля сопротивления связи $x_{\text{св опт с. п.}} = |Z_2| \sqrt{r_1/r_2}$, где $r_1 = \text{Re} Z_1, r_2 = \text{Re} Z_2$.

См. 118.2.

342. Смешанное соединение — это последовательно-параллельное соединение; цепное (лестничное) соединение — это многократное последовательно-параллельное соединение (рис. 2.52, а). Мостовое соединение показано на рис. 2.52, б. Соединения элементов «треугольником» и «звездой» представлены на рис. 2.52, в и г соответственно. См. 1.1.6.

343. Согласное включение ИС-катушек (в ИСЦ) соответствует случаю, когда при выбранных положительных значениях токов ИС-катушек МП самоиндукции и взаимной индукции (например, Φ_{11} от тока i_1 и Φ_{12} от тока i_2) направлены одинаково (при этом *взаимная индуктивность* $M > 0$). В противном случае (когда при $i_1 > 0, i_2 > 0$ МП вычитаются) — включение встречное ($M = -|M| < 0$). При указанной геометрии намотки ИС-катушек направление их МП определяют по правилу правого винта. Если же так называемые однополярные выводы каждой катушки маркованы (например, один из выводов помечен звездочкой), то при

одинаковом выборе токов i_1 и i_2 относительно маркированных выводов включение ИС-катушек считают согласным. См. 1.9.1.

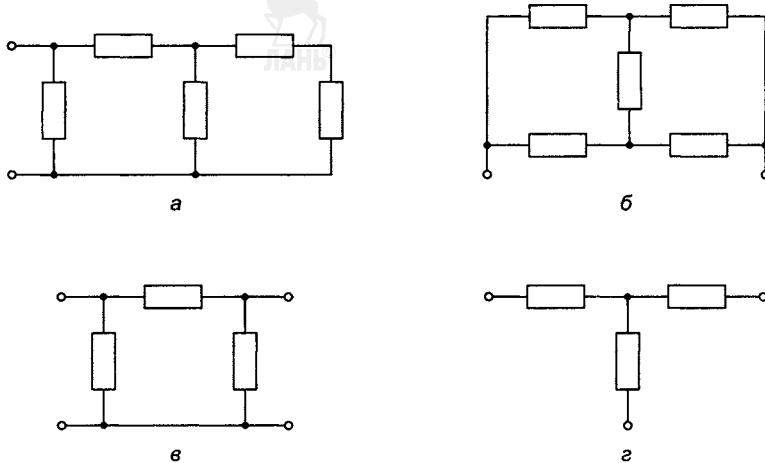


Рис. 2.52

344. Согласованная нагрузка ДЛ $Z_h = Z_b = Z_c = Z_{bx}$ соответствует нагрузке ДЛ на волновое сопротивление Z_b , которое является характеристическим Z_\perp при анализе ДЛ как симметричного ЧП с входным сопротивлением $Z_{bx} = Z_b$. См. 1.14.3.

345. Согласованная полярность. 1. При С.п. (то есть если условно положительная полярность *напряжения* ДП согласована с условно положительным направлением *тока* ДП) ток ДП вытекает из узла ДП, помеченного знаком «минус». 2. У R -, L -, C -элементов всегда С.п. 3. Мгновенная мощность ДП $p = ui$ при С.п., но $p = -ui$ при несогласованной полярности. 4. Для единственного в цепи источника характерна (логична, физична) несогласованная полярность. См. 1.1.1.

346. Соответствие сопротивлений RC - и LC -двуухполюсников. Если RC -ДП и LC -ДП имеют одинаковую структуру, одинаковые C -элементы а сопротивления R_j резистивных элементов численно равны индуктивностям L_j индуктивных элементов, то входные операторные сопротивления ДП связаны соотношением $Z_{RC}(s) = p^2 = s$, $L_j = R_j$. Аналогично, у проводимостей $Y_{RC}(s) = pY_{LC}(p)$ при $p^2 = s$, $L_j = R_j$ (здесь s и p — обобщенные частоты преобразования Лапласа). См. 1.13.2.

347. Сопротивление передачи, например, в резистивной цепи $R_{k-n} = u_k/i_n$, где i_n — единственный в цепи ИТ, находящийся в ветви n ; u_k — напряжение ветви k . В динамической цепи при использовании МКА сопротивление передачи $Z_{k-n}(j\omega)$ — это вариант частотной характеристики цепи, а при использовании ОМ Z_{k-n} — это вариант *передаточной функции* цепи. См. 1.2.4.

348. Составление уравнений состояния методом вспомогательных источников: 1) по теореме замещения заменяют в схеме цепи после *коммутации* C -элемент на ИН $u_C(t)$, а L -элемент — на ИТ $i_L(t)$; 2) по такой схеме любым методом расчета R -цепей определяют $u_L(t)$ и $i_C(t)$ как линейные функции от известных ИН,

ИТ и от $u_C(t)$, $i_L(t)$, которые пока неизвестны; 3) используя ВАХ накопителей $u'_C = i_C/C$, $i'_L = u_L/L$, записывают *уравнения состояния*. См. 1.3.4.

349. Спектр «меандра». 1. «Меандр» — импульс, изображенный на рис. 2.53, опишем как $u(t) = U_m \delta_1(t) - 2U_m \delta_1(t - t_u/2) + U_m \delta_1(t - t_u)$, где $\delta_1(t)$ — ЕСФ. 2. *Спектр сигнала*

$$\begin{aligned} U(j\omega) &= U(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{U_m}{s} (1 - 2e^{-st_u/2} + e^{-st_u}) = \\ &= \frac{U_m}{j\omega} e^{\frac{-j\omega t_u}{2}} \left(e^{\frac{-j\omega t_u}{4}} - e^{\frac{j\omega t_u}{4}} \right)^2 = \frac{4U_m}{\omega} e^{j(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega t_u}{2})} \sin^2 \left(\frac{\omega t_u}{4} \right). \end{aligned}$$

3. При $\omega > 0$ амплитудный спектр $A(\omega) = |U(j\omega)| = \frac{4U_m}{\omega} \sin^2 \frac{\omega t_u}{4}$. 4. При $\omega > 0$ фазовый спектр $\Phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega t_u}{2}$. 5. При $\omega > 0$ ширина спектра «меандра» по критерию «первого лепестка» равна $\Delta\omega_m = 4\pi/t_u$, а по 10 %-ному амплитудному критерию — значительно больше (приблизительно $18\pi/t_u$), поскольку площадь импульса $S = 0 = A(0)$. См. 1.8.2.

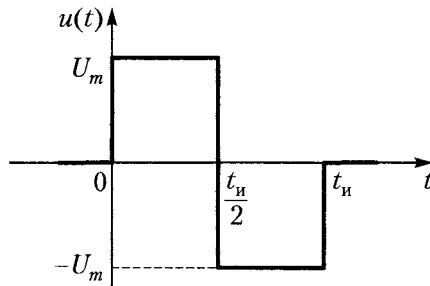


Рис. 2.53

350. Спектр амплитудно-модулированных сигналов. Спектр АМ-сигнала существует, если видеоимпульс является абсолютно интегрируемым сигналом. С учетом теоремы сдвига, изображение по Лапласу АМ-сигналов

$$\begin{aligned} f_{AM}(t) &= f(t) \cos \omega_0 t = 0.5 f(t) (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) \div \\ &\div F_{AM}(s) = 0.5 [F(s - j\omega_0) + F(s + j\omega_0)], \end{aligned}$$

где $F(s) \div f(t)$; $\cos \omega_0 t = 0.5 (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$ — формула Эйлера. Тогда спектр АМ-сигналов $F_{AM}(j\omega) = F_{AM}(s) \Big|_{s=j\omega} = 0.5 [F(j(\omega - \omega_0)) + F(j(\omega + \omega_0))]$. Вывод: если спектр видеоимпульса группируется относительно нулевой частоты (в области НЧ), то спектр радиоимпульса, то есть АМ-сигнала, имея ту же форму, группируется относительно ВЧ-несущей $\pm\omega_0$. Эффект такого переноса спектра по частоте используется, например, в радиотехнике (где $f(t)$ — НЧ сигнал звуковой частоты, ω_0 — частота передающей станции). См. 1.8.6.

351. Спектр дельта-функции, то есть спектр сигнала вида ЕИФ $\delta(t)$, равен $\Delta(j\omega) = \Delta(S)|_{s=j\omega} = 1$. Поскольку квадрат амплитудного спектра $A^2(\omega) = 1$ на любой частоте и ширина спектра бесконечна, то на основании формулы Рэлея энергия дельта-функции $w_\delta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\omega) d\omega \rightarrow \infty$, поэтому $\delta(t)$ физически нереализуема. См. 1.8.3.

352. Спектр дискретного сигнала (периодический по частоте ω спектр) $F_a(j\omega) = \frac{\Delta t}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(j(\omega - k\omega_d))$, то есть с точностью до коэффициента $\frac{\Delta t}{T}$ (где Δt и T – соответственно, длительность и период импульсов *дискретного сигнала*) он является периодическим повторением спектра $F(j\omega)$ непрерывного (аналогового) сигнала $f(t)$, причем здесь k – целое число, $\omega_d = 2\pi/T = 2\omega_m$ – частота дискретизации, выбранная на основании *теоремы Котельникова*. См. 1.15.1.

353. Спектр единичной ступенчатой функции. ЕСФ $\delta_1(t) \div \Delta_1(s) = 1/s$ относится к классу сигналов с особым спектром. Поэтому ее спектр определяется формулой $\Delta_{10}(j\omega) = \lim_{s \rightarrow 0} \Delta_1(s)|_{s=\sigma+j\omega} = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$. См. 1.8.6.

354. Спектр периодического сигнала. Дискретный (линейчатый) спектр *периодического сигнала* $f(t)$ – это множество комплексных амплитуд $\{\dot{A}_k = A_k e^{j\Phi_k}\}$ ряда Фурье в комплексной форме: $f(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{A}_k e^{jk\omega_1 t}$, где $\dot{A}_k = A_k e^{j\Phi_k} = a_k - jb_k$.

Дискретный амплитудный спектр ($A_k = A_{-k}$ – четная функция частоты $\omega = \omega_k = k\omega_1$) и дискретный фазовый спектр ($\Phi_k = -\Phi_{-k}$ – нечетная функция $\omega = k\omega_1$) графически представляют отрезками линий (размером A_k и Φ_k) на дискретных значениях частоты $\omega = k\omega_1$. Они характеризуют распределение по частоте амплитуд A_k и начальных фаз Φ_k гармоник РФ. На практике спектры обычно изображают при $\omega \geq 0$, причем $\Phi_0 = 0$, $A_0 = 2(a_0/2) = 2f_{cp}$ – удвоенное среднее значение сигнала. Спектр «постоянного» сигнала $u(t) = U_0 = \text{const}$, который можно считать периодическим с любым периодом T , будет содержать только одну составляющую $A_0 = 2U_0$; спектр сигнала синусоидальной формы $u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha_u)$ при $\omega > 0$ будет содержать только одну составляющую $\dot{A}_1 = U_m e^{j\alpha_u}$ на частоте $\omega = \omega_1 = \omega_0$. См. 1.7.1.

355. Спектр прямоугольного импульса. 1. Рассматриваемый прямоугольный импульс с амплитудой U_m и длительностью t_n опишем как $u(t) = U_m \delta_1(t) - U_m \delta_1(t - t_n)$, где $\delta_1(t)$ – ЕСФ. 2. *Спектр сигнала*

$$U(j\omega) = U(s)|_{s=j\omega} = \frac{U_m}{s} (1 - e^{-st_n}) = \frac{U_m}{j\omega} (1 - e^{-j\omega t_n}) = \frac{2U_m}{\omega} e^{-0.5j\omega t_n} \sin(0.5\omega t_n).$$

3. При $\omega > 0$ амплитудный спектр $A(\omega) = |U(j\omega)| = \frac{2U_m}{\omega} |\sin(0.5\omega t_n)|$ содержит огибающую $2U_m/\omega$, которая убывает пропорционально частоте ω ; начальное значение АС $A(0) = S$ – равно площади импульса. 4. При $\omega > 0$ фазовый спектр $\Phi(\omega) = \arg U(j\omega) = -0.5\omega t_n + \arg \sin(0.5\omega t_n)$ – линейно изменяющаяся функция

со скачками на 180° , если $\sin(0,5\omega t_n)$ изменяет знак. 5. Нули (узлы) АС — частоты ω_{yk} , в которых $A(\omega) = 0$, имеют значения $\omega_{yk} = k2\pi/t_n$ при $k = 1, 2, 3 \dots 6$. Ширина спектра по критерию «первого лепестка» (узла) равна $\Delta\omega_n = 2\pi/t_n$ для $\omega > 0$, а по 10 %-ному амплитудному критерию — $\Delta\omega_n = 6\pi/t_n$. См. 1.8.2.

356. Спектр сигнала (то есть изображениеaperiodического сигнала по Фурье) — это прямое преобразование Фурье: $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$. Используют условные обозначения $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$, где $f(t)$ — оригинал, или сигнал во временной t -области; $F(j\omega)$ — спектр, или изображение сигнала по Фурье в частотной области; « \leftrightarrow » — знак однозначного соответствия. Спектр $F(j\omega)$ имеют только абсолютно интегрируемые функции $f(t)$ (то есть площадь $S_{|f|}$ модуля оригинала должна быть конечной); например, ЕИФ $\delta(t) \leftrightarrow \Delta(j\omega) = 1$, то есть спектр дельта-функции равен единице на любой частоте ω . Если $f(t) \equiv 0$ при $t < 0$, то спектр можно найти по формуле $F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = F(s)$ при $s = j\omega$, то есть спектр сигнала —

это частный случай преобразования Лапласа. Контроль осуществляют по формуле $F(j0) = S_f$, то есть начальное значение спектра равно площади сигнала. Формула обратного преобразования Фурье дана при рассмотрении *видов спектральных характеристик*. См. 1.8.1.

357. Спектр треугольного импульса. 1. Рассматриваемый импульс в виде равнобедренного треугольника с амплитудой U_m и длительностью t_n опишем как

$$u(t) = \frac{2U_m}{t_n} \delta_2(t) - \frac{4U_m}{t_n} \delta_2\left(t - \frac{t_n}{2}\right) + \frac{2U_m}{t_n} \delta_2(t - t_n),$$

где $\delta_2(t) = t\delta_1(t)$ — ФЕН. 2. *Спектр сигнала*

$$U(j\omega) = U(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{2U_m}{-\omega^2 t_n} e^{-j\omega t_n/2} (e^{j\omega t_n/4} - e^{-j\omega t_n/4})^2 = \frac{8U_m}{\omega^2 t_n} e^{-j\omega t_n/2} \sin^2 \frac{\omega t_n}{4}.$$

3. При $\omega > 0$ амплитудный спектр $A(\omega) = |U(j\omega)| = \frac{8U_m}{\omega^2 t_n} \sin^2 \frac{\omega t_n}{4}$, причем огибающая АС $8U_m/(\omega^2 t_n)$ убывает пропорционально частоте ω^2 , то есть быстрее, чем у спектра прямоугольного импульса. Начальное значение $A(0)$ — равно площади импульса. 4. При $\omega > 0$ фазовый спектр $\Phi(\omega) = -j\omega t_n/2$ — непрерывная линейно-изменяющаяся функция, которая на графике изображается обычно разрывной со скачками на 360° . 5. Ширина спектра при $\omega > 0$ по критерию «первого лепестка» и по 10 %-ному амплитудному критерию приблизительно одинакова и составляет $\Delta\omega_\Delta = 4\pi/t_n$. При уменьшении t_n спектр становится шире. См. 1.8.2.

358. Спектр экспоненциального импульса. 1. Для рассматриваемого импульса $u(t) = U_m e^{-\beta t} \delta_1(t)$ с амплитудой U_m и коэффициентом затухания β спектр сигнала $U(j\omega) = \frac{U_m}{j\omega + \beta}$. 2. Амплитудный спектр $A(\omega) = |U(j\omega)| = \frac{U_m}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}}$ не имеет узлов (нулей), причем начальное значение $A(0) = U_m/\beta$ — площадь импульса. 3. При

$\omega > 0$ фазовый спектр $\Phi(\omega) = \arg U(j\omega) = -\arctg \omega/\beta$. 4. Ширина спектра по 10 %-ному амплитудному критерию $\Delta\omega_{\text{exp}} \cong 10\beta$ при $\omega > 0$. См. 1.8.2.

359. Спектральный метод расчета переходных процессов в цепи. 1. На основании теоремы свертки находят спектр сигнала на выходе цепи: $F_{\text{вых}}(j\omega) = F_{\text{вх}}(j\omega)H(j\omega)$, где $F_{\text{вх}}(j\omega)$ — спектр воздействия; $H(j\omega)$ — ЧХ цепи. Тем самым определяют амплитудный и фазовый спектры реакции $A_{\text{вых}}(\omega) = A_{\text{вх}}(\omega)A(\omega)$ и $\Phi_{\text{вых}}(\omega) = \Phi_{\text{вх}}(\omega) + \Phi(\omega)$ или вещественный и мнимый спектры $B_{\text{вых}}(\omega) = A_{\text{вых}}(\omega)\cos\Phi_{\text{вых}}(\omega)$ и $M_{\text{вых}}(\omega) = A_{\text{вых}}(\omega)\sin\Phi_{\text{вых}}(\omega)$. По найденным спектральным характеристикам приближенными методами анализа (см. 1.8.4) находят саму реакцию $f_{\text{вых}}(t)$, то есть рассчитывают переходный процесс. 2. Поскольку ЧХ цепи $H(j\omega) = A(\omega)e^{j\phi(\omega)} = B(\omega) + jM(\omega)$ — это спектр ИХ цепи $h(t)$, то по АЧХ и ФЧХ или ВЧХ и МЧХ приближенными методами можно определить $h(t)$. См. 1.8.5.

360. Спектральный состав реакции в УПР полностью соответствует спектральному составу воздействия, то есть в ряде Фурье присутствуют только гармоники частот $\omega = k\omega_1$. При отсутствии постоянной составляющей в воздействии $f_1(t)$ ее не будет и в реакции $f_2(t)$. При симметрии воздействия вида $f(t) = -f(t \pm 0,5T)$ реакция будет иметь такую же симметрию. При непрерывности воздействия реакция непрерывна, но ее форма может отличаться от формы воздействия (см. п. 289 «Расчет установившегося периодического режима с использованием рядов Фурье»). См. 1.7.3.

361. Среднее значение периодического сигнала определяется формулой, например, для тока $I_{\text{ср.}} = I_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = S_T/T$, где S_T — площадь сигнала $i(t)$ за период T .

С.з. имеет геометрическую трактовку — это высота прямоугольника I_0 , равновеликого по площади функции $i(t)$ за период. С.з. синусоидального сигнала равно нулю (поскольку равна нулю суммарная площадь S_T синусоиды за период T). Иногда говорят о средневыпрямленном значении синусоиды за половину периода, например,

$$I_{\text{ср. в.}} = I_0 = \frac{1}{0,5T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m.$$

У периодического сигнала, разложенного в РФ, среднее значение, например $I_0 = A_0/2 = a_0/2$ — это нулевая гармоника (постоянная составляющая) РФ. См. 1.5.1.

362. Статические параметры, характеризующие *нелинейный элемент* при работе в режиме постоянных токов (напряжений), определяются отношением ординаты характеристики НЭ к абсциссе в рассматриваемой *рабочей точке* (РТ), например, $R_{\text{ct}} = u_R/i_R$, $L_{\text{ct}} = \psi_L/i_L$, $C_{\text{ct}} = q_C/u_C$, где $u_R = u_R(i_R)$; $\psi = \psi(i_L)$; $q = q(u_C)$ — нелинейные зависимости. См. 1.16.1.

363. Степень связи в связанных контурах. Различают слабую связь, когда *фактор связи* $a = Qk_{\text{cb}} < 1$, сильную — при $a > 1$ и критическую — при $a = 1$. Резонансные частоты *связанных контуров* находят по *входному сопротивлению СК*

с учетом *допущений анализа СК*: $\text{Im}Z_{\text{вх}} = x(1 - a^2/(1 + \varepsilon^2)) = 0$, где ε — обобщенная *рассстройка СК*. При слабой связи имеют одну резонансную частоту $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, что соответствует *индивидуальному резонансу в СК*, при сильной — три: $\omega_{01} = 1/\sqrt{LC}$; $\omega_{2,3} = \omega_0 \left(1 \pm \frac{1}{2Q} \sqrt{a^2 - 1} \right)$, что соответствует случаю *сложного резонанса в СК*.

При критической связи наблюдается трехкратный резонанс на частоте ω_0 — это случай *полного резонанса в СК*. Таким образом, степень связи существенно изменяет вид АЧХ связанных контуров. См. 1.18.3.

364. Стоячие волны в ЛБП в УСР имеют место, если модуль коэффициента отражения n равен 1. Например, при КЗ нагрузки процессы в линии без потерь на расстоянии x от конца ДЛ описываются формулами (для действующих значений сигналов) $U_x = I_2 Z_n |\sin 2\pi x/\lambda|$; $I_x = I_2 |\cos 2\pi x/\lambda|$, где I_2 — ток в конце ДЛ (в нагрузке); Z_n — волновое сопротивление (*вторичный параметр ДЛ*); λ — длина волны в ДЛ в УСР. При $|n| = 1$ амплитуды синусоид падающей и отраженной волн в ДЛ одинаковы, поэтому в некоторых точках ДЛ (называемых узлами) волны полностью компенсируются, а в других точках (называемых пучностями) амплитуды синусоид волн суммируются (удваиваются). Форма графиков $U_x = U(x)$ и $I_x = I(x)$ определила их название — стоячие волны. Здесь узлы (нули) U_x отстоят от узлов I_x на четверть длины волны, пучности (максимумы) каждого из графиков отстоят от узлов также на $\lambda/4$. Входное сопротивление закороченного на конце четвертьволнового отрезка ЛБП бесконечно велико, поэтому он используется на практике как высокодобротный резонатор, узкополосный фильтр, металлический изолятор волноводов и т. д. См. 1.14.5.

365. Структурная матрица (матрица соединений, матрица инциденций) — матрица $[A_a]$, строки которой соответствуют узлам (включая устранимые), а столбцы — ветвям (элементам) цепи. Элементами матрицы $[A_a]$ являются: $a_{nn} = 1$, если ток ветви m вытекает из узла n ; $a_{nm} = -1$, если ток ветви m втекает в узел n ; $a_{nm} = 0$, если ветвь m не присоединена к узлу n . Свойства структурной матрицы: 1) она полностью раскрывает структуру цепи; 2) в каждом столбце матрицы должны быть $+1, -1$ и остальные 0; 3) она входит в матричную форму системы уравнений ЗТК $[A_a][i] = [0]$, содержащей одну зависимую строку, равную сумме остальных, взятой с обратным знаком (зависимая строка может трактоваться как уравнение ЗТК для базисного узла). При исключении из матрицы $[A_a]$ строки, составленной для базисного узла, получаем независимую структурную матрицу $[A]$, используемую в системе независимых уравнений ЗТК $[A][i] = [0]$. См. 1.19.1.

366. Схема дискретной цепи, представленная на рис. 2.54, соответствует преобразованному разностному уравнению

$$\begin{aligned} f_2(nT) &= b_0 f_1(nT) + b_1 f_1(nT - T) + \dots \\ &\dots + b_M f_1(nT - MT) - a_1 f_2(nT - T) - \dots - a_N f_2(nT - NT). \end{aligned}$$

На рисунке указаны основные элементы схем линейных ДЦ: сумматор (+), масштабный преобразователь (b_k и a_k), элемент сдвига, то есть запаздывания на один шаг (z^{-1}). См. 1.15.2.

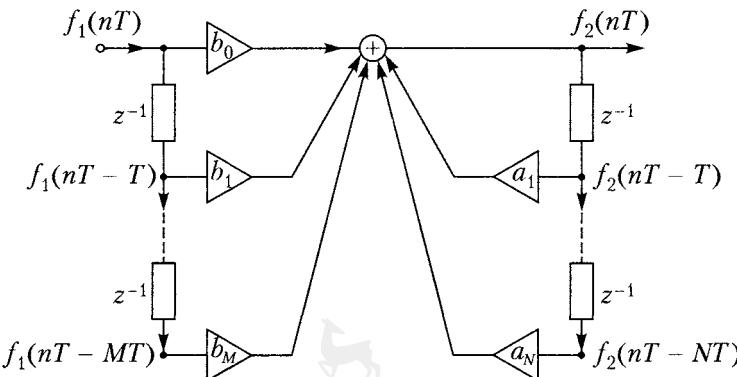


Рис. 2.54

367. Схема замещения трансформатора в УСР на НЧ обычно имеет вид, приведенный на рис. 2.55, где R_1 и R_2 характеризуют активные потери в ИС-обмотках трансформатора; L_1 , L_2 и M характеризуют МП самоиндукции и взаимной индукции; N_1 , N_2 — числа витков обмоток; Z_h — сопротивление нагрузки, присоединенной ко вторичной обмотке; \dot{U}_1 — напряжение источника на входе. Уравнения трансформатора как ИСЦ: $\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_M\dot{I}_2$; $0 = Z_{22}\dot{I}_2 + Z_M\dot{I}_1$, где $Z_{11} = R_1 + Z_{L_1}$, $Z_{22} = R_2 + Z_{L_2} + Z_h$ — полные комплексные сопротивления цепей первичной и вторичной обмоток трансформатора; $Z_M = j\omega M = -j\omega|M| = -j|Z_M|$ — комплексное сопротивление взаимной индуктивности. См. 1.9.3.

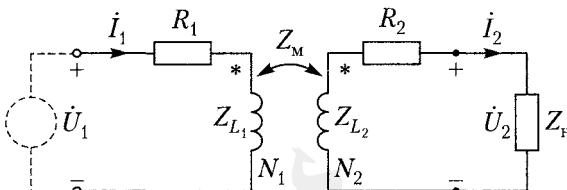


Рис. 2.55

368. Схема цепи — это графическое изображение электрической цепи в виде различных соединений элементов: резистивных, индуктивных, емкостных, источников сигналов и т. д. См. 1.1.6.

369. Схемы замещения необратимых ЧП (рис. 2.56, а и б) составляются на основании уравнений ЧП в z - или y -форме и содержат зависимые источники ИНУТ или ИТУН. Схемы могут быть использованы и для описания обратимых ЧП, а также ИСЭ при расчете индуктивно связанных цепей (см. 3.5.12). При расчете цепей с необратимыми и обратимыми ЧП, замещенными схемами, которые изображены на рис. 2.56 (где $U \equiv U(s)$ и $I \equiv I(s)$ — операторные переменные), рекомендуется (см. 3.5.10) использовать, соответственно, МКТ и МУН. См. 1.11.4.

370. Таблица преобразования Лапласа. Таблица соответствия $f(t) \div F(s)$ оригиналов и изображений простейших функций имеет вид

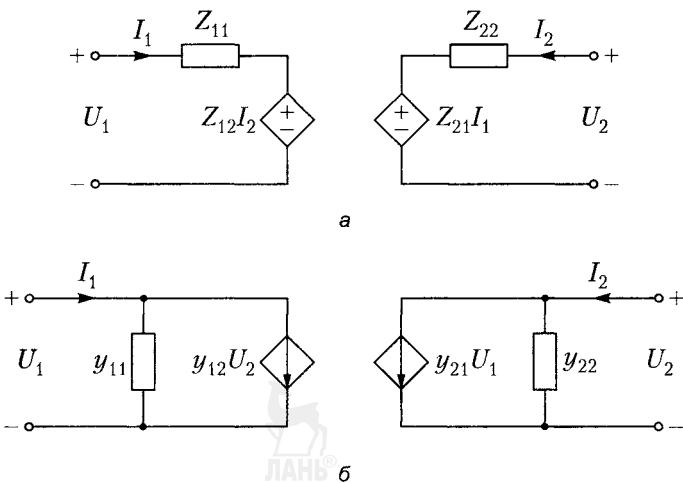


Рис. 2.56

$$\delta(t) \div 1; \quad \delta_1(t) \div 1/s; \quad t\delta_1(t) \div 1/s^2; \quad e^{-\beta t} \delta_1(t) \div 1/(s + \beta); \quad te^{-\beta t} \delta_1(t) \div 1/(s + \beta)^2;$$

$$\sin \omega_0 t \delta_1(t) \div \omega_0 / (s^2 + \omega_0^2)^2; \quad \cos \omega_0 t \delta_1(t) \div s / (s^2 + \omega_0^2).$$

Если рассматривается диапазон $t > 0$, то в приведенной (корректной для любых t) форме записи множитель $\delta_i(t)$ часто опускают, например: $1 \div 1/s$, $t \div 1/s^2$, $e^{-\beta t} \div 1/(s + \beta)$ и т. д. См. 1.6.1.

371. Таблица z -преобразования $f(nT) \div F(z)$ при $f(nT) \equiv 0$ для $n < 0$ в основном следует из формулы прямого z -преобразования. 1. Дискретная дельта-функция $\delta_0(nT) \div 1$, причем $\delta_0(nT) = 1$ при $n = 0$ и $\delta_0(nT) = 0$ при $n \neq 0$. 2. Единичная ступенчатая дискретная последовательность $\delta_1(nT) = 1^n \div z/(z - 1)$, причем график $\delta_1(nT)$ представляет «идеальную» решетчатую функцию «из единиц» при $n \geq 0$. 3. Степенная последовательность $f(nT) = a^n \delta_1(nT) \div z/(z - a)$ является аналогом экспонент непрерывных сигналов ($e^{-\beta nT} = a^n$ при $a = e^{-\beta T}$). 4. Линейно нарастающая последовательность $n\delta_1(nT) \div z/(z - 1)^2$. 5. Произведение линейно нарастающей и степенной дискретных последовательностей $na^n \delta_1(nT) \div az/(z - a)^2$. См. 1.15.4.

372. Телеграфные уравнения однородной ДЛ. Если пренебречь малыми высших порядков, тогда Т.у.о. ДЛ в момент времени t на расстоянии x от конца ДЛ имеют вид

$$\frac{\partial u_x(t)}{\partial x} = R_0 i_x(t) + L_0 \frac{\partial i_x(t)}{\partial t}, \quad \frac{\partial i_x(t)}{\partial x} = G_0 u_x(t) + C_0 \frac{\partial u_x(t)}{\partial t},$$

причем $u_x(t) \equiv u(x, t)$, $i_x(t) \equiv i(x, t)$ — напряжение и ток в точке x ДЛ; R_0, L_0, G_0, C_0 — первичные (погонные на единицу длины) параметры ДЛ, которые одинаковы в любой точке ДЛ, если она однородна. Т.у.о. ДЛ, которые симметричны и дуальны, являются дифференциальными уравнениями в частных производных. См. 1.14.1.

373. Теорема взаимности основана на *принципе взаимности* ($G_{k-n} = G_{n-k}$, $R_{k-n} = R_{n-k}$) и формулируется следующим образом: если единственный в цепи источник напряжения u_n , расположенный в ветви n , вызывает в ветви k ток i_k , то будучи перенесенным в ветвь k , этот источник вызовет в ветви n такой же ток. См. 1.2.4.

374. Теорема замещения. Любой ДП с током i_k и напряжением u_k может быть заменен ИТ i_k или ИН u_k . Следствия: 1) если $i_k = 0$, ДП эквивалентен ХХ; 2) если $u_k = 0$, то ДП \equiv КЗ. См. 1.2.1.

375. Теорема запаздывания преобразования Лапласа

$$f(t - t_3) = f^*(t - t_3) \delta_1(t - t_3) \div F(s) e^{-st_3},$$

где t_3 — запаздывание (смещение) сигнала; $f^*(t - t_3)$ — аналитическое продолжение в область $t < t_3$, причем $f(t - t_3) = 0$ при $t < t_3$. Т.з. применяется для получения изображения импульсных и смещенных в t -области односторонних сигналов. См. 1.6.3.

376. Теорема компенсации — теорема, на основе которой исследуется чувствительность цепей к изменению параметров. Отклонение параметров цепи от номинальных обусловлено неидеальностью на практике элементов цепи.

Формулировка теоремы компенсации: приращения реакций Δu_n и Δi_n при изменении сопротивления R_k на ΔR_k можно найти по *присоединенной цепи*, полученной из исходной цепи исключением всех источников и присоединением последовательно с ветвью $R_k + \Delta R_k$ дополнительного *ИН* $u_d = \Delta R_k i_k$. См. 1.20.1.

377. Теорема Котельникова (Найквиста, Шеннона), или теорема дискретизации: непрерывный сигнал $f(t)$, спектр которого $F(j\omega) \equiv 0$ при $|\omega| > \omega_m$, может быть полностью восстановлен по его дискретным значениям $f(nT)$, которые считаются с частотой дискретизации $\omega_d = 2\pi/T = 2\omega_m$. См. 1.15.1.

378. Теорема Нортона об эквивалентном источнике тока: линейную цепь с источником можно заменить по отношению к нагрузке (в виде линейного или нелинейного ДП) параллельным соединением эквивалентного ИТ $i_3 = i_{K3}$ и эквивалентного сопротивления R_3 , которое также называют внутренним или выходным сопротивлением эквивалентного источника. Ток i_3 равен току короткого замыкания нагрузки i_{K3} , а R_3 равно эквивалентному сопротивлению цепи без источников со стороны выводов нагрузки. В полученной таким образом схеме *метода эквивалентного ИТ* напряжение и ток нагрузки $u_n = i_3/(G_3 + G_n)$, $i_n = i_3 R_3 / (R_3 + R_n)$, если нагрузка R_n — это линейный R -элемент (при этом проводимости $G_3 = 1/R_3$, $G_n = 1/R_n$). См. также дуальную теорему — *теорему Тевенена*. См. 1.2.3.

379. Теорема разложения

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{B(s)/a_n}{\prod_k (s - s_k)} = \sum_k \frac{A_k}{s - s_k} \div f(t) = \sum_k A_k e^{s_k t} \delta_1(t) + A_0 \delta(t)$$

— это (при переходе к оригиналу) способ представления дробно-рациональной функции $F(s)$ суммой простейших (табличных) изображений. Коэффициенты



A_k (вещественные или комплексно-сопряженные) находятся как вычеты в полюсах s_k (то есть в корнях $A(s) = 0$) изображения $F(s)$ по очевидным формулам ($A_0 = F(s)$ при $s \rightarrow \infty$; $A_k = (s - s_k)F(s)$ при $s \rightarrow s_k$) либо отыскиваются методом неопределенных коэффициентов (при кратных полюсах). Если изображение не является дробно-рациональной функцией, то, например, $F(s)e^{-st_k} \div f(t - t_k)\delta_1(t - t_k)$ — на основании теоремы запаздывания для сигналов, преобразуемых по Лапласу. См. 1.6.1.

380. Теорема разложения при обратном z -преобразовании: зная полюса z_k дробно-рациональной функции $F(z)$, можно для перехода к оригиналу в соответствии с таблицей z -преобразования использовать разложение $F(z)$ на простейшие составляющие:

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_M z^M + \dots + b_1 z + b_0}{a_N z^N + \dots + a_1 z + a_0} = \frac{B(z)/a_N}{\prod_{k=1}^N (z - z_k)} = \\ &= \sum_{k=1}^N \frac{A_k z}{z - z_k} + A_0 \div f(nT) = \sum_{k=1}^N A_k z_k^n \delta_1(nT) + A_0 \delta_0(nT), \end{aligned}$$

причем $A_0 = \lim_{z \rightarrow 0} F(z)$; $A_k = \lim_{z \rightarrow z_k} \frac{z - z_k}{z} F(z)$. Аналогично преобразованию Лапласа основная формула теоремы разложения справедлива в случае комплексных полюсов z_k (и несколько видоизменяется при кратных полюсах). См. 1.15.4.

381. Теорема свертки $f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)h(t - \tau)d\tau \div F_2(s) = F_1(s)H(s)$ устанавливает

связь между изображениями реакции $f_2(t)$, воздействия $f_1(t)$ и ИХ $h(t)$ цепи при нулевых ННУ, вводит фундаментальное понятие о *передаточной функции* $H(s)$, которая является изображением *импульсной характеристики*. См. 1.6.4.

382. Теорема Тевенена об эквивалентном источнике напряжения: линейную цепь с источниками можно заменить по отношению к нагрузке (в виде ДП — линейного или нелинейного) последовательным соединением эквивалентного ИН $u_\circ = u_{XX}$ и эквивалентного сопротивления R_\circ , которое также называют внутренним или выходным сопротивлением эквивалентного ИН. Напряжение u_\circ равно напряжению холостого хода нагрузки при ее обрыве u_{XX} , а R_\circ равно сопротивлению цепи без источников со стороны выводов нагрузки. В полученной таким образом схеме *метода эквивалентного ИН* ток нагрузки $i_n = u_\circ / (R_\circ + R_n)$, если нагрузка R_n — это линейный R -элемент, при этом ток КЗ нагрузки $i_\circ = i_{KZ} = u_\circ / R_\circ$, что также следует из *теоремы Нортона* и связи между напряжением ХХ нагрузки и током ее КЗ (то есть между напряжением и током эквивалентных источников). См. 1.2.3.

383. Теорема Теледжена: у двух цепей с одинаковыми ориентированными графами равна нулю сумма произведений напряжений u_{k1} (здесь k — номер элемента) ветвей одной цепи на токи i_{k2} соответствующих ветвей другой (или той же) цепи, то есть

$$\sum_n u_{k1} i_{k2} = \sum_n u_{k2} i_{k1} = \sum_n u_{k1} i_{k1} = \sum_n u_{k2} i_{k2} = 0,$$



где n — число элементов. В приведенном выражении последние две суммы — это известный баланс мощностей в цепи. См. 1.20.3.

384. Теоремы z -преобразования в основном вытекают из *формулы прямого z -преобразования*. 1. Теорема о дифференцировании z -преобразования: $nf(nT) \div -z \frac{\partial F(z)}{\partial z}$. 2. Теорема запаздывания: $f(nT-T) \div F(z)z^{-1}$; $f(nT-MT) \div F(z)z^{-M}$,

если предначальные условия являются нулевыми. 3. Теорема свертки:

$$f_2(nT) = \sum_{k=0}^n f_1(nT-kT) \div F_2(z) = F_1(z)H(z), \text{ причем } f_1(nT) = f_{\text{вх}}(nT),$$

$f_2(nT) = f_{\text{вых}}(nT)$ — входная и выходная дискретные последовательности ДЦ (то есть воздействие и реакция в ДЦ); $H(z)$ — передаточная функция ДЦ, которая является z -преобразованием ИХ $h(nT)$. 4. Теорема о начальном значении: $f(0) = \lim F(z)$ при $z \rightarrow \infty$. 5. *Теорема разложения при обратном z -преобразовании*. Справедливы также свойство линейности $\sum A_k f_k(nT) \div \sum A_k F_k(z)$ и свойство коммутативности (переместительности) z -преобразования с операциями взятия вещественной или мнимой частей оригинала $f(nT)$. См. 1.15.4.

385. Типы кусочно-линейных диодных моделей. Модель 1 (рис. 2.57, а): последовательное соединение ИН $u_0 = \text{const}$, линейного R -элемента и идеального диода (ИД) в прямом включении; используя методику *графического расчета R-НЦ*, получим результирующую нарастающую ВАХ-1 в правой полуплоскости. Модель 2 (рис. 2.57, б): последовательное соединение ИН $u_0 = \text{const}$, R -элемента и ИД в обратном включении; реализуется нарастающая ВАХ-2 в левой полуплоскости. Модель 3 (рис. 2.57, в): параллельное соединение ИТ $i_0 = \text{const}$, R -элемента и ИД в прямом включении; реализуется нарастающая ВАХ-3 в нижней полуплоскости. Модель 4 (рис. 2.57, г): параллельное соединение ИТ $i_0 = \text{const}$, R -элемента и ИД в обратном включении; реализуется нарастающая ВАХ-4 в верхней полуплоскости. Перечисленные типы моделей используются при моделировании (синтезе) кусочно-линейно аппроксимированных нарастающих ВАХ R-НЭ. См. 1.16.3.

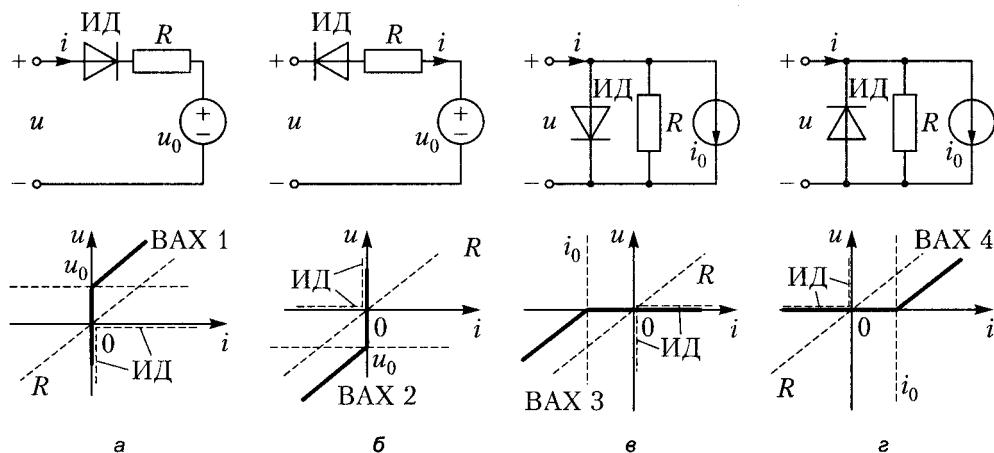


Рис. 2.57

386. Ток i измеряется в амперах [А]. 1. Ток — это направленное движение электрических зарядов q_+ и q_- . 2. Мгновенное значение тока (сила тока) $i(t) = q'(t)$ — это скорость прохождения зарядов через поперечное сечение проводника. См. 1.1.1.

387. Точный расчет УПР (ряд Фурье «в замкнутой форме») приходится использовать при анализе реакции в дифференцирующих цепях, АЧХ которых возрастает с увеличением частоты, то есть РФ на выходе сходится медленно и использование РФ становится неэффективным. Последовательность расчета: 1. Находят изображение периодического сигнала на входе $F_1(s) = F_{11}(s)/(1 - e^{-sT})$, где $F_{11}(s) \div f_{11}(t)$ — описание периодического воздействия в интервале 1-го периода $0 < t < T$ (воздействие $f_1(t) \equiv 0$ при $t < 0$ условно считается квазипериодическим). 2. Определяют ПФ цепи $H(s)$, полюса s_k которой (то есть корни знаменателя ПФ) — это корни ХП. 3. Находят изображение реакции

$$F_2(s) = H(s)F_1(s) = \sum \frac{A_k}{s - s_k} + \frac{F_{21}(s)}{1 - e^{-sT}},$$

где первое слагаемое, определяемое по корням ХП, описывает свободную составляющую реакции, а второе, имеющее математическую форму воздействия, — вынужденную, причем $F_{21}(s)$ — искомое точное описание 1-го периода (в интервале $0 < t < T$) УПР для реакции; $A_k = (s - s_k)F_2(s)$ при $s = s_k$. 4. Определяют это описание $F_{21}(s) = [F_2(s) - \sum A_k / (s - s_k)](1 - e^{-sT}) \div f_{21}(t)$ и периодически его продолжают для $-\infty < t < +\infty$. См. 1.7.3.

388. Трактовка падающей и отраженной волн в ЛБП. В линии без потерь ($R_0 = 0$, $G_0 = 0$) коэффициент распространения

$$\gamma_0 = \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{(R_0 + sL_0)(G_0 + sC_0)} = s\sqrt{L_0 C_0}.$$

Поэтому уравнение для *падающей и отраженной волн* в ДЛ в точке x (отсчитанной от конца линии) имеет, например, следующий вид:

$$\begin{aligned} U_x(s) &= U_{nx} + U_{ox} = U_{n2} e^{\gamma_0 x} + U_{o2} e^{-\gamma_0 x} \div \\ &\div u_x(t) = u_{nx}(t) + u_{ox}(t) = u_{n2}(t + t_{nx}) + u_{o2}(t - t_{ox}), \end{aligned}$$

где $u_{n2}(t)$, $u_{o2}(t)$ — значения падающей и отраженной волн на участке ЛПБ; $t_{ox} = x\sqrt{L_0 C_0}$ — время запаздывания волны в конце ЛПБ длиной x . Отраженная волна приходит от нагрузки в точку x , а падающая волна из точки x приходит к нагрузке с запаздыванием t_{nx} , по амплитуде волны не изменяются. См. 1.14.4.

389. Трехфазная цепь (ТФЦ) обычно состоит из *симметричного трехфазного* (ТФ) источника и ТФ-нагрузки, соединенных тремя линейными проводами, то есть состоит из трех подобных частей, токи и напряжения которых в УСР обладают определенной симметрией в отношении амплитуд и начальных фаз. См. 1.10.1.

390. Трехфазная цепь при соединении «звездой» изображена на рис. 2.58, а. Напряжения \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} между линейными проводами Aa , Bb и Cc (которые условно считаем эквивалентными КЗ) называют линейными напряжениями. Напряжения ТФ-источника \dot{U}_{AO} , \dot{U}_{BO} , \dot{U}_{CO} и напряжения \dot{U}_{aO_1} , \dot{U}_{bO_1} , \dot{U}_{cO_1} на сопро-

тивлениях фаз нагрузки Z_a, Z_b, Z_c называют фазными напряжениями. Из ВД симметричного ТФ-источника (рис. 2.58, б) следует, что линейные напряжения $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\phi$ в $\sqrt{3}$ раз больше фазных: $U_{AO} = U_{BO} = U_{CO} = U_\phi / \sqrt{3} = U_\phi$. Так, при $U_\phi = 220$ В имеем $U_\phi = 380$ В. Токи в линейных проводах направляют к нагрузке и называют линейными токами (I_ϕ), токи в фазах нагрузки — фазными (I_ϕ), при соединении «звездой» $I_\phi = I_\phi$. Провод O_1O , соединяющий узловые точки источника и нагрузки, называют узловым (нулевым) проводом, его ток $I_O = I_A + I_B + I_C$. Назначение узлового провода (при его сопротивлении $Z_0 \rightarrow 0$) — обеспечить независимый режим работы фаз нагрузки (Z_a, Z_b, Z_c). Следует отметить особенности построения ВД ТФЦ: 1) они являются количественными, то есть строятся в масштабе; 2) они являются потенциальными, то есть, например, вектор \dot{U}_{AB} на ВД направляется от точки B к точке A , отражая рост потенциала; 3) они являются топографическими, то есть строятся строго упорядоченно в соответствии с геометрией (топографией) схемы; начинают обычно из точки с условно самым низким потенциалом (например, из точки O). При таком упорядоченном построении расстояние между двумя точками ВД «дает» напряжение между этими же точками схемы (например, $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BO} - \dot{U}_{CO}$ на рис. 2.58, б соответствует уравнению ЗНК схемы рис. 2.58, а). См. 1.10.1.

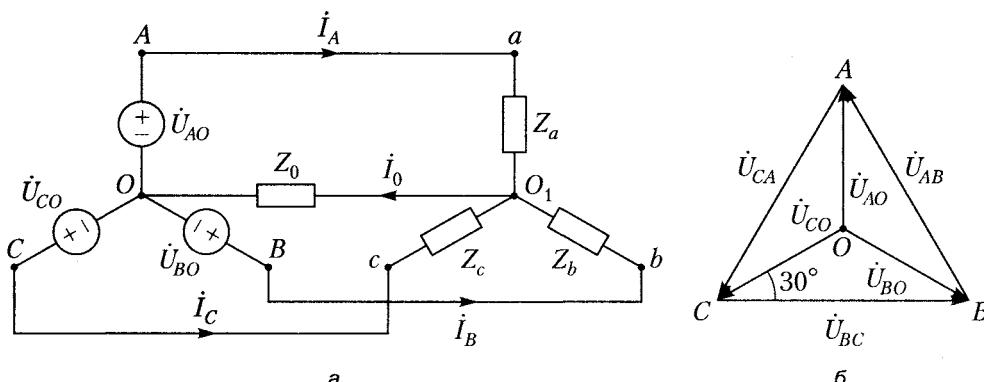


Рис. 2.58

391. Трехфазная цепь при соединении нагрузки «треугольником». Для расчетных целей удобно на основании теоремы замещения считать, что, если нагрузка соединена «треугольником», то и ТФ-источник соединен «треугольником» (рис. 2.59). При этом здесь, в отличие от ТФ-цепи при соединении «звездой», линейное напряжение равно фазному: $U_\phi = U_\phi$. Расчет фазных токов нагрузки (I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}) очевиден: $I_{ab} = U_\phi / |Z_{ab}|$. При этом линейные токи, как следует из схемы, $I_A = I_{ab} - I_{ca}, I_B = I_{bc} - I_{ab}, I_C = I_{ca} - I_{bc}$. При соединении «треугольником» автоматически обеспечивается независимый режим работы фаз нагрузки. См. 1.10.1.

392. Узел (полюс) — место соединения двух и более ветвей. См. 1.1.1.

393. Узловая матрица — это матрица $[A_y]$, которая на дуальной основе (при использовании уравнений ЗНК) содержит полную информацию о структуре цепи

и жестко связана со *структурной матрицей*. У.м. входит в матричную форму системы независимых уравнений ЗНК $[u] = [A_y][u_y]$, где $[u_y]$ — матрица узловых напряжений. См. 1.19.1.

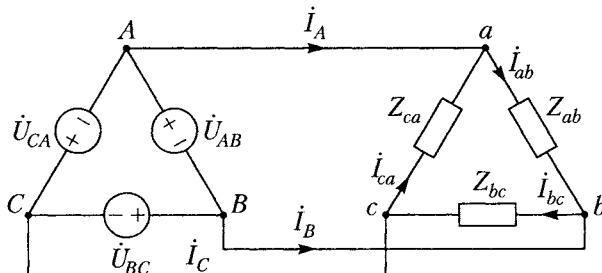


Рис. 2.59



394. Уравнение чувствительности — это уравнение вида $\sum d u_k \tilde{i}_k - \sum d i_k \tilde{u}_k = 0$, где «~» — символ ПЦ с ориентированным графом, соответствующим графу исходной цепи. По данной ПЦ рассчитывается ФАЧ единственной реакции к изменению всех параметров цепи. См. 1.20.3.

395. Уравнения напряжений ветвей с использованием структурной матрицы записываются в форме $[u] = [A]^T [u_y]$, где $[A]^T$ — транспонированная независимая *структурная матрица*; $[u]$, $[u_y]$ — матрицы напряжений ветвей и узловых напряжений цепи соответственно. См. также п. 393 «*Узловая матрица*». См. 1.19.3.

396. Уравнения процессов в ДЛ в УСР имеют вид

$$\dot{U}_x = \dot{U}_{n2} e^{\alpha_0 x} e^{j\beta_0 x} + \dot{U}_{o2} e^{-\alpha_0 x} e^{-j\beta_0 x},$$

или во временной области

$$u_x(t) = U_{n2} \sqrt{2} e^{\alpha_0 x} \cos(\omega t + \beta_0 x + \alpha_{\text{пад}}) + U_{o2} \sqrt{2} e^{-\alpha_0 x} \cos(\omega t - \beta_0 x + \alpha_{\text{отр}}),$$

где \dot{U}_x — комплекс действующего значения напряжения на расстоянии x от конца линии (нагрузки); $\dot{U}_{n2} = U_{n2} e^{j\alpha_{\text{над}}}$, $\dot{U}_{o2} = U_{o2} e^{j\alpha_{\text{отр}}}$ — комплексы *падающей и отраженной волн* в конце ДЛ; $\gamma_0 = \alpha_0(\omega) + j\beta_0(\omega)$ — коэффициент распространения; α_0 , β_0 — погонные коэффициенты затухания и фазы; $\omega = 2\pi/T$ — частота по времени; $\beta_0 = 2\pi/\lambda$ — частота по координате; T , λ — периоды волн по времени и координате. См. 1.14.5.

397. Уравнения состояния (УС) — это уравнения в нормальной форме Коши (которые эквивалентно описывают *дифференциальные уравнения цепи*):

$$[f'_{\text{пс}}(t)] = [A][f_{\text{пс}}(t)] + [B][f_1(t)],$$

где $[f_{\text{пс}}]$ — матрица переменных состояния (ПС), в качестве которых в ТЦ удобно использовать непрерывные переменные $u_c(t)$ и $i_L(t)$; $[f_1]$ — матрица *воздействий* (то есть источников входных сигналов); $[A]$, $[B]$ — матрицы коэффициентов. Использовать УС удобно при анализе *переходных процессов*, если *порядок цепи* $n \geq 2$. В частности, при *аналитическом решении УС* легко определяются началь-

ные значения производных реакций (что непросто в иных методах анализа процессов). Рассчитав ПС и заменив по теореме замещения C -элемент на ИН $u_C(t)$, а L -элемент — на ИТ $i_L(t)$, можно по алгебраическим уравнениям связи определить (по такой R -цепи с источниками) остальные *реакции*: $[f_2(t)] = [M][f_{1C}(t)] + [N][f_1(t)]$, где $[f_1]$ — матрицы реакций; $[M]$, $[N]$ — матрицы коэффициентов. Наиболее просто выполнять *составление УС* методом вспомогательных источников. См. 1.3.4.



398. Уравнения состояния нелинейных цепей обычно используют для численного расчета переходных процессов в динамических НЦ, поскольку общих аналитических методов решения нелинейных ДУ не существует. По форме, методике составления и методам численного решения Ус. НЦ аналогичны УС линейных цепей. Например, УС цепи, состоящей из последовательно соединенных R -элемента, ИН $u_0(t)$ и L -НЭ с нелинейной вебер-амперной характеристикой $\psi_L(i_L)$ имеет вид $\psi'_L(t) = -Ri_L(\psi_L) + u_0(t)$, то есть необходимо использовать нелинейную зависимость тока i_L от потокосцепления ψ_L на каждом шаге численного расчета. См. 1.16.4.

399. Уравнения состояния последовательной RLC -цепи, подключаемой при $t = 0$ к ИН $u_0(t)$, как показано на рис. 2.60, слева, составляют методом вспомогательных источников (рис. 2.60, справа) при замене для $t > 0$ C -элемента ИН $u_C(t)$, а L -элемента — ИТ $i_L(t)$.

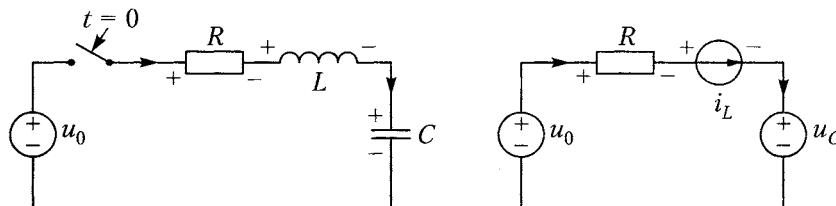


Рис. 2.60

Вначале выражают i_C и u_L только через основные и вспомогательные источники: $i_C' = i_L$, $u_L = u_0 - u_C - Ri_L$, а затем, используя ВАХ накопителей ($u_C' = i_C/C$, $i_L' = u_L/L$), получают *уравнения состояния* (УС):

$$u_C'(t) = \frac{1}{C}i_L(t); \quad i_L''(t) = -\frac{1}{L}u_C(t) - \frac{R}{L}i_L(t) + \frac{1}{L}u_0(t),$$

или в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} u_C'(t) \\ i_L''(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} [u_0]; \quad [A] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}; \quad [B] = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix},$$



где $[A]$, $[B]$ — матрицы коэффициентов. Следовательно, ХП цепи (см. п. 11 «*Аналитическое решение уравнений состояния*»)

$$\det([A] - p[E]) = \begin{vmatrix} 0-p & 1/C \\ -1/L & -(R/L)-p \end{vmatrix} = p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0,$$

причем этот же результат может быть получен при использовании других эквивалентных форм описания цепи. Так, на основании ЗНК ($u_L + u_R + u_C = u_0$) можно записать интегрально-дифференциальное уравнение

$$Li'(t) + Ri(t) + \left[\frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + u_C(0-) \right] = u_0(t)$$

или ДУ 2-го порядка $Li''(t) + Ri'(t) + \frac{i(t)}{C} = u'_0(t)$ с тем же ХП. При заданном по-

стоянном воздействии $u_0(t) = \text{const}$ и *независимых НУ* $u_C(0^-) = u_{C0}$, $i_L(0^-) = 0$, вынужденная составляющая тока $i_{\text{вын}}(t) = 0$, то есть переходный процесс (если реакция — ток) целиком определяется свободной составляющей. При этом начальное значение производной $i'(0^+) = i'_L(0^+) = (u_0 - u_{C0})/L$, как это следует из УС при $t = 0^+$. См. 1.3.6.

400. Уравнения токов обобщенных элементов: В цепи, состоящей из обобщенных элементов, каждый из которых представлен параллельным соединением резистора и ИТ, матричная система У.т.о.э. $[i]$ имеет вид $[i] = [G][u] + [i_0]$, где $[G]$ — диагональная матрица проводимостей, $[u]$, $[i_0]$ — соответственно, матрицы напряжений обобщенных элементов и токов ИТ. См. 1.19.3.

401. Условие передачи максимума активной мощности нагрузке $Z_n = r_n + jx_n$ от источника с внутренним (выходным, эквивалентным) сопротивлением $Z_{\text{вн}} = r_{\text{вн}} + jx_{\text{вн}}$ в УСР записывается (согласно МЭИ) как $Z_n = r_{\text{вн}} - jx_{\text{вн}}$ и называется согласованием нагрузки по мощности. КПД при передаче максимума активной мощности нагрузке составляет 50 % (см. также п. 25 «*Виды мощностей пассивного ДП в УСР*»). См. 1.5.4.

402. Условие передачи максимума мощности в нагрузку в связанных контурах обеспечивается при настройке на сложный или полный резонанс в СК. Суммарная активная мощность при этом равна $P_\Sigma = 2r_1 I_1^2 = U_1^2/(2r_1)$, а мощность, передаваемая во вторичный контур, $0,5 P_\Sigma$, то есть КПД связанных контуров в этом режиме равен 50 %. См. 1.18.2.

403. Условие реализуемости входного сопротивления реактивным двухполюсником: если некоторое входное сопротивление $Z(s)$ удовлетворяет *основному свойству* *LC-ДП*, то $Z(s)$ можно реализовать *LC*-двухполюсником. См. 1.13.1.

404. Условие реализуемости RC-ДП: если входное сопротивление ДП $Z(s)$ удовлетворяет *основному свойству*, то $Z(s)$ можно синтезировать *RC-ДП*, поскольку (на основании *соответствия сопротивлений RC-ДП и LC-ДП*) может быть реализовано соответствующее сопротивление $Z_{LC}(p)$, после чего заменой L_j на R_j осуществляется переход к *RC-ДП*. См. 1.13.2.

405. Условие Фиалкова (свойство 7 ЧП): коэффициенты ПФ ЧП положительны, причем коэффициенты числителя при одинаковых степенях аргумента s не превышают соответствующих коэффициентов знаменателя. Таким образом, если

в числителе ПФ ЧП есть степень s , которой нет в знаменателе, то такую ПФ реализовать невозможно. При реализации ПФ ЧП условие Фиалкова обеспечивается автоматически. См. 1.17.2.

406. Условие физической осуществимости (реализуемости): 1) реакция не может появиться раньше воздействия, а следствие — раньше причины; 2) временной сигнал всегда является вещественным. Например, ПХ $h_1(t) \equiv 0$ при $t < 0$, поскольку действие вида ЕСФ $\delta_1(t) = 0$ при $t < 0$. См. также п. 163 «Невозможность реализации идеального ФНЧ». См. 1.4.3, 1.8.4.

407. Условия Дирихле, которым удовлетворяют реальные *периодические сигналы*: 1) в пределах периода сигналы непрерывны или имеют разрывы первого рода; 2) в пределах периода сигнала ограничены по уровню и имеют конечное число экстремумов. См. 1.7.1.

408. Условия реализуемости ПФ RC-ЧП состоят в следующем: 1) *условие Фиалкова* должно выполняться; 2) нули и полюса ПФ должны быть отрицательными, причем полюса — простыми. См. 1.17.5.

409. Установившийся режим — это обычно режим в цепи после практического затухания *свободной составляющей переходного процесса* при постоянных и периодических воздействиях, когда решение ДУ цепи определяется только *вынужденной составляющей*, которая обычно не затухает, поскольку имеет математическую форму воздействия. См. 1.3.2.

410. Установившийся синусоидальный режим — это режим в цепи при синусоидальном воздействии $f_1(t) = F_{m1} \cos(\omega t + \alpha_1)$, условно приложенном при $t \rightarrow -\infty$, когда к моменту t переходный процесс закончился, то есть свободная составляющая затухла и осталась только вынужденная составляющая реакции (установившийся вынужденный режим) $f_2(t) = F_{m2} \cos(\omega t + \alpha_2) = f_{2\text{вын}}$. Поскольку линейные операции с синусоидальными функциями не изменяют ее общей математической формы, то искомыми параметрами в УСР являются только амплитуда реакции F_{m2} и ее начальная фаза α_2 (исключение составляет случай, когда обобщенная частота воздействия $j\omega$ совпадает с корнем ХП цепи и $f_{2\text{вын}}$ имеет иную форму — см. 4.5.40). См. 1.5.1.

411. Устойчивость — см. п. 308 «Свободный процесс». См. 1.3.2.

412. Фазовая скорость волны в УСР v_ϕ — это скорость движения вдоль ДЛ точки волны, суммарная фаза колебаний в которой неизменна, причем $v_\phi = \omega/\beta_0$, где ω — угловая частота процессов по времени; β_0 — частота процессов по координате. При этом погонный коэффициент фазы $\beta_0(\omega) = \text{Im } \gamma_0(j\omega)$ — мнимая часть коэффициента распространения (*вторичного параметра ДЛ*). У ЛБП $\beta_0(\omega) = \omega\sqrt{L_0 C_0}$, то есть $v_\phi = 1/\sqrt{L_0 C_0} = \text{const}$ и в согласованном режиме *линия без потерь неискажает*, сигналы на выход проходят с запаздыванием $t_{зл} = l/v_\phi = l\sqrt{L_0 C_0}$ (здесь l — длина ДЛ; L_0 , C_0 — *первичные параметры ДЛ*). В общем случае $\beta_0(\omega)$ — нелинейная функция частоты, то есть волны различных частот спектра сигнала проходят на выход с различной фазовой скоростью $v_\phi = \omega/\beta_0(\omega)$ и ДЛ даже в согласованном режиме искажает. См. 1.14.5.

413. Фактор связи, как и обобщенную *расстройку*, используют при анализе СК, причем с учетом допущений анализа СК $a \approx Qk_{\text{св}}$, где $k_{\text{св}}$ — коэффициент связи, Q и ρ — добротность и характеристическое сопротивление *RLC*-контуров с одинаковыми параметрами. См. 1.18.3.

414. Фильтр — это ЧП, у которого в полосе пропускания (ПП), находящейся в районе максимума АЧХ, сигналы различных частот проходят к нагрузке почти без изменения по амплитуде, а в остальной полосе частот — полосе задерживания (ПЗ) — сигналы на выход не проходят или проходят с затуханием, большим допустимого. ПП называют также полосой неискажения, или полосой прозрачности, а в ПЗ часто выделяют полосу дифференцирования (ПД), если асимптота к АЧХ равна $k\omega$, полосу интегрирования (ПИ), если асимптота равна k/ω , и другие частотные интервалы (ЧИ). Критерий граничной частоты ПП, называемой частотой среза, различны у фильтров различных типов: *классических фильтров*, *фильтров типа k*, *фильтров Баттервортса*, *фильтров Чебышева*. См. 1.12.3.

415. Фильтр Котельникова, используемый для восстановления исходного непрерывного сигнала $f(t)$ из дискретного, — это идеальный ФНЧ, у которого частота среза $\omega_{\text{ср}} = \omega_m$, благодаря чему (см. теорему Котельникова) из периодического спектра *дискретного сигнала* «вырезается» лишь спектр сигнала $f(t)$. См. 1.15.1.

416. Фильтр типа k — это *классический фильтр* в виде симметричного *LC*-ЧП Т- или П-структурь (см. п. 104 «Классификация фильтров» и рис. 2.20), у которого произведение сопротивлений плеч на любой частоте $Z_1(j\omega)Z_2(j\omega) = k^2 = \text{const}$ — постоянно и обозначается k^2 . У ФНЧ типа k Т-структурь $Z_1Z_2 = L_1/C_2 = k^2$, частота среза $\omega_{\text{ср}} = 2/\sqrt{L_1C_2}$, а *характеристическое сопротивление* сильно зависит от частоты, описывается недробно-рациональной функцией и, следовательно, не может быть реализовано *RLC*-цепью. Таким образом, согласование фильтра на практике возможно только на конкретной частоте в УСР. Это основной недостаток фильтров типа k , достоинство которых — простота. При проектировании ФНЧ обеспечивают согласование на $\omega = 0$ (наиболее характерной частоте ФНЧ), когда $R_u = Z_c(0) = k = \sqrt{L_1/C_2}$ и, используя формулу для $\omega_{\text{ср}} = 2/\sqrt{L_1C_2}$, находят L_1 и C_2 по заданным R_u и $\omega_{\text{ср}}$. Иные схемы фильтров типа k указаны при классификации фильтров; ФВЧ, ППФ и ПЗФ проще всего проектировать методом преобразования частоты по ФНЧ-прототипу. См. 1.12.3.

417. Фильтры Баттервортса — это *полиномиальные фильтры*, которые аппроксимируют АЧХ идеального ФНЧ монотонно убывающей функцией $A(\omega) = k/\sqrt{1 + (\omega/\omega_{\text{ср}})^{2n}}$, где $k = A(0) = \text{const}$; $\omega_{\text{ср}}$ — частота среза (то есть граница ПП), причем $A(\omega_{\text{ср}}) = k/\sqrt{2} = 0,707A_{\max} = 0,707A(0)$ (см. рис. 2.35, a). Нормирование (масштабирование) характеристик Ф.Б. (при базисных значениях $\omega_6 = \omega_{\text{ср}}$, $R_6 = R_u$ и использовании формул $R_u^* = R_u/R_6 = 1$, $\omega_* = \omega/\omega_{\text{ср}} = 1$, $L_* = \omega_6 L/R_u$, $C_* = \omega_6 C R_u$) дает $A(\omega) = k/\sqrt{1 + \omega^{2n}}$, причем здесь и далее для простоты записи индекс нормировки «*» опущен. Таким образом, у Ф.Б. нормированные сопротивление нагрузки $R_u = 1$ и частота среза $\omega_{\text{ср}} = 1$. В знаменателе ПФ Ф.Б. как по-

линомиальных фильтров $H(s) = k/A(s)$ используются полиномы Баттервортса: $A(s) = 1 + s$, если порядок Ф.Б. $n = 1$; при $n = 2$ имеем $A(s) = (1 + \sqrt{2}s + s^2)$; при $n = 3$ имеем $A(s) = (1 + 2s + 2s^2 + s^3)$ и т. д. (причем их АЧХ равна $\sqrt{1 + \omega^{2n}}$). Фильтр Баттервортса может быть реализован как методами синтеза *LC*-ЧП (см. 1.17.4 и 3.6.15), так и методом сравнения ПФ фильтра Баттервортса с ПФ «подходящей» цепи. Так, реализация Ф.Б. 3-го порядка с ПФ по напряжению $H(s) = 1/(1 + 2s + 2s^2 + s^3)$, имеющей только трехкратный нуль при $s \rightarrow \infty$, при $R_h = 1$ и использовании простой лестничной структуры ФНЧ (см. п. 104 «Классификация фильтров» и рис. 2.20) дает $L_1 = 3/2$, $C_2 = 4/3$, $L_3 = 1/2$ (с нумерацией элементов схемы от входа к нагрузке). При проектировании Ф.Б. порядок фильтра n обычно определяют по требуемому значению (затуханию) АЧХ в полосе задерживания при удвоенной частоте среза (например, при $n = 3$ имеем нормированное значение $A(2) = k/\sqrt{1 + 2^{2n}} \cong k/2^n = k/8$, то есть входной сигнал ослабляется в 8 раз). При заданных $R_h \neq 1$, $\omega_{cp} \neq 1$ осуществляют денормировку параметров (по указанным формулам масштабирования). При проектировании ФВЧ, ППФ, ПЗФ по ФНЧ-прототипу используют МПЧ. См. 1.12.5.

418. Фильтры Чебышева — это *полиномиальные фильтры* (см. рис. 2.33, б), у которых используют равномерную (колебательную) аппроксимацию АЧХ *идеального фильтра* в ПП. При нормированных, как у *фильтра Баттервортса*, нагрузке и частоте среза ФНЧ ($R_h = 1$, $\omega_{cp} = 1$) АЧХ фильтра Чебышева при $k = 1$ имеет следующий вид: $A(\omega) = 1/\sqrt{1 + \varepsilon^2 D_n^2(\omega)}$, где ε^2 — малый коэффициент, зависящий от заданной неравномерности Δ АЧХ в полосе пропускания ($\varepsilon^2 \cong 2\Delta$). Описываемые гиперболическими функциями $D_n(\omega) = \text{ch}(n \text{arsh} \omega)$ — это полиномы Чебышева порядка n , причем $\{D_0 = 1, D_1 = \omega, D_2 = 2\omega^2 - 1, D_3 = 4\omega^3 - 3\omega, \dots, D_n(\omega) = 2\omega D_{n-1}(\omega) - D_{n-2}(\omega) \dots\}$. В ПИФ полиномы Чебышева $D_n(\omega) = \cos(n \text{arccos} \omega)$, то есть $0 \leq D_n^2(\omega) \leq 1$, и имеют n экстремумов, а в ПЗ резко возрастают (график гиперболического косинуса $\text{ch} \gamma = 0,5e^\gamma + 0,5e^{-\gamma} \rightarrow \infty$ при $\gamma \rightarrow \infty$). На границе ПП $D_n(1) = 1$, то есть АЧХ $A(1) = 1/\sqrt{1 + \varepsilon^2} \cong 1 - \varepsilon^2/2 \cong 1 - \Delta$ (здесь использованы вытекающие из ряда Тейлора приближенные соотношения $\sqrt{1 + \beta} \cong 1 + \beta/2$,

$\frac{1}{1 + \beta/2} \cong 1 - \beta/2$, где малая $\beta \ll 1$), следовательно, $\varepsilon^2 \cong 2\Delta$. Порядок n при проектировании фильтра Чебышева определяют, как и у *фильтров Баттервортса*, по требуемому затуханию АЧХ в полосе задерживания при нормированной частоте $\omega = 2 = 2\omega_{cp}$, когда

$$A(2) = 1/\sqrt{1 + \varepsilon^2 D_n^2(2)} \cong \frac{1}{\varepsilon D_n(2)} = \frac{1}{\varepsilon \text{ch}(1,32 n)}.$$

Например, при $n = 3$ и неравномерности $\Delta = 0,1$ (то есть $\varepsilon^2 \cong 0,2$) получим $A(2) \cong 1/12$, что лучше, чем у фильтра Баттервортса (где было $A(2) \cong 1/8$). И АЧХ в ПП у фильтра Чебышева изменяется меньше (от 1 при $\omega = 0$ до $1 - \Delta = 0,9$ при $\omega_{cp} = 1$), чем у фильтра Баттервортса 3-го порядка (АЧХ изменяется от 1 до 0,707). Таким образом, степень приближения к АЧХ идеального ФНЧ у фильтров Чебышева выше. Реализация фильтра Чебышева во многом аналогична про-

ектированию фильтров Баттервортса: по требуемым Δ и n записывают АЧХ $A(\omega)$, которую приравнивают к АЧХ *полиномиального фильтра*, находят его ПФ и реализуют ПФ очевидной схемой лестничной структуры (если у фильтра Чебышева АЧХ $A < 1$ при $\omega = 0$, то, например, нормированную нагрузку $R_n = 1$ делят в соответствии с ФДН). Денормировка фильтров Баттервортса и Чебышева также одинакова, как и использование МПЧ для *проектирования ФВЧ, ППФ, ПЗФ по ФНЧ-прототипу*. См. 1.12.6.

419. Формула Лагранжа при полиномиальной аппроксимации ВАХ НЭ $u(i)$ имеет вид



$$u = \sum_{k=1}^n u_k \frac{A(i)}{A(i_k)},$$

где $A(i) = (i - i_1) \cdots (i - i_{k-1})(i - i_{k+1}) \cdots (i - i_n)$; $\{u_k, i_k\}$ — выбранный или заданный массив из n точек аппроксимации на ВАХ НЭ. При этом аппроксимирующая кривая проходит через указанные точки ВАХ. «Обращенный» аппроксимирующий полином

$$i = \sum_{k=1}^n i_k \frac{(u - u_1) \cdots (u - u_{k-1})(u - u_{k+1}) \cdots (u - u_n)}{(u_k - u_1) \cdots (u_k - u_{k-1})(u_k - u_{k+1}) \cdots (u_k - u_n)}$$

в общем случае не совпадает с предыдущим в промежутках между точками аппроксимации. См. 1.16.2.

420. Формула прямого z -преобразования

$$f(nT) \div F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) z^{-n} = f(0) + f(T) z^{-1} + f(2T) z^{-2} + \dots,$$

где $f(nT)$ — преобразуемая *дискретная последовательность*. Формула, фактически, является преобразованием по Лапласу *дискретного сигнала* $f_d(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) \Delta t \delta(t - nT)$, описанного суммой дельта-функций, причем дискрет-

ным преобразованием Лапласа называют соответствие $f_d(t)/\Delta t \div \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) e^{-snT}$,

из которого при замене $e^{sT} = z$ вытекает исходная формула. См. 1.15.4.

421. Формула Рэлея определяет энергию сигнала $w_f = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\omega) d\omega$,

то есть квадрат амплитудного спектра $A^2(\omega)$ характеризует относительное распределение (по частоте ω) энергии сигнала $f(t)$, где t — время. На формуле Рэлея базируется *энергетический критерий ширины спектра* сигнала. См. 1.8.3.

422. Формулы перехода к дискретной цепи от аналоговой на базе алгоритмов численного решения уравнений состояния. 1. *Передаточная функция дискретной цепи* при использовании явной формы алгоритма Эйлера: $H(z) = H(s)$ при $s = (z - 1)/T$, где $H(s)$ — ПФ исходного аналогового прототипа, T — период дискретизации, то есть *шаг численного интегрирования* уравнений состояния. 2. При использовании неявной формы алгоритма Эйлера: $H(z) = H(s)$ при $s = (z - 1)/(Tz)$.



3. В случае смешанной формы алгоритма Эйлера: $H(z) = zH(s)$ при $s = (z - 1)/T$.
 4. При билинейном преобразовании: $H(z) = H(s)$ при $s = 2(z - 1)/[T(z + 1)]$. См. 1.15.5.

423. Формулы практического расчета сигнала по его вещественному (мнимому) спектру. По соотношениям, которые вытекают из формул связи сигнала с его вещественным и мнимым спектрами, $f(t) = \frac{2}{\pi} \operatorname{Re} \mathcal{L}[B(\omega)] \Big|_{s=jt} = \frac{2}{\pi} \operatorname{Im} \mathcal{L}[M(\omega)] \Big|_{s=jt}$,

находят сигнал $f(t)$ по ВС $B(\omega)$ или МС $M(\omega)$. Основная трудность — взятие изображения по Лапласу \mathcal{L} от спектра сигнала. Обычно используют кусочно-линейную аппроксимацию $B(\omega)$ и $M(\omega)$, при которой отбрасывают ВЧ-часть спектра, а это на основании теоремы о начальном значении $f(0^+) = \lim_{\omega \rightarrow 0^+} j\omega F(j\omega)$ приводит к появлению дополнительной погрешности в начале процесса. См. 1.8.4.

424. Формулы связи сигнала с его вещественными и мнимыми спектрами. Если сигнал $f(t) \equiv 0$ при $t < 0$, то он может быть найден по известному вещественному (или мнимому) спектру сигнала $f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty B(\omega) \cos \omega t d\omega = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty M(\omega) \sin \omega t d\omega$;

приведенные формулы также называют тригонометрическими формами обратного преобразования Фурье. При этом вещественный спектр $B(\omega)$ и мнимый спектр $M(\omega)$ жестко связаны, поскольку по обратному преобразованию Фурье имеем

$$f(-t) = 0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{-j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [B(\omega) \cos \omega t + M(\omega) \sin \omega t] d\omega.$$

С ними также жестко связаны амплитудный $A(\omega)$ и фазовый $\Phi(\omega)$ спектры. Так как можно рассматривать ЧХ как спектр ИХ, то АЧХ, ФЧХ, ВЧХ и МЧХ цепи также взаимно определяют друг друга. Выводы: 1) при синтезе цепей (и сигналов) необходимо учитывать взаимную зависимость указанных характеристик (и спектров); 2) если сигнал $f(t) = 0$ при $t < 0$, он обязан иметь вещественный и мнимый спектры (см. также п. 423 «Формулы практического расчета сигнала по его вещественному (мнимому) спектру»). См. 1.8.4.

425. Функции передачи трансформатора и формула для его входного сопротивления получены из анализа уравнений схемы замещения трансформатора на НЧ в УСР:

$$H_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{-Z_M}{Z_{22}}; H_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{-Z_M Z_n}{Z_{11} Z_{22} + |Z_M|^2}; Z_{bx} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{11} + |Z_M|^2/Z_{22},$$

причем второе слагаемое в формуле для Z_{bx} , называемое вносимым сопротивлением, учитывает влияние вторичной обмотки трансформатора на первичную. Очевидно, функции $H_I(j\omega)$, $H_U(j\omega)$, $Z_{bx}(j\omega)$ зависят от частоты ω и сопротивления нагрузки, то есть в общем случае не соответствуют свойствам идеального трансформатора. См. 1.9.3.

426. Функция абсолютной чувствительности (ФАЧ) $T_{f_{\text{вых}} - R_k}$ — это производная реакции $f_{\text{вых}}$ по изменяемому параметру R_k цепи, то есть $T_{f_{\text{вых}} - R_k} = \partial f_{\text{вых}} / \partial R_k$.

ФАЧ характеризует относительное изменение реакции при возможном изменении параметра R_k на dR_k , поэтому используется при неизвестном приращении ΔR_k . В случае когда приращение ΔR_k известно, абсолютное изменение реакции приближенно оценивается по ФАЧ согласно формуле $\Delta f_{\text{вых}} \cong \Delta R_k T_{f_{\text{вых}} - R_k}$, в которой учитывается лишь первый член ряда Тейлора при разложении $f_{\text{вых}}$ в окрестности параметра R_k . См. 1.20.2.

427. Функция относительной чувствительности (нормированная чувствительность) определяется по формуле $S_{f_{\text{вых}} - R_k} = T_{f_{\text{вых}} - R_k} R_k / f_{\text{вых}}$. См. 1.20.2.

428. Характеристики идеальных неискажающих, дифференцирующих и интегрирующих цепей. 1. Идеальная неискажающая цепь реализует операцию $f_{\text{вых}}(t) = kf_{\text{вх}}(t - t_3)$, то есть условие пропускания сигналов без искажения допускает только изменение уровня сигналов в k раз и их сдвиг на t_3 — время запаздывания. ПФ цепи $H(s) = ke^{-st_3}$, ЧХ $H(j\omega) = ke^{-j\omega t_3}$, АЧХ $A(\omega) = |H(j\omega)| = k$, ФЧХ $\Phi(\omega) = -\omega t_3$. Таким образом, АЧХ неискажающей цепи постоянна, то есть не зависит от частоты ω , а ФЧХ линейна, причем наклон ФЧХ определяется временем запаздывания t_3 . 2. Идеальная дифференцирующая цепь реализует операцию $f_{\text{вых}}(t) = kf'_{\text{вх}}(t)$. ПФ цепи $H(s) = ks$, ЧХ $H(j\omega) = kj\omega$, АЧХ $A(\omega) = k|\omega|$, ФЧХ $\Phi(\omega) = +90^\circ$ при $\omega > 0$ и $\Phi(\omega) = -90^\circ$ при $\omega < 0$. При $\omega > 0$ АЧХ идеальной дифференцирующей цепи линейно возрастает, а ФЧХ $\Phi(\omega) = +90^\circ$. 3. Идеальная интегрирующая цепь реализует операцию $f_{\text{вых}}(t) = k \int_0^t f_{\text{вх}}(t) dt$; ПФ цепи $H(s) = k/s$, ЧХ $H(j\omega) = k/(j\omega)$, АЧХ $A(\omega) = k/|\omega|$, ФЧХ $\Phi(\omega) = -90^\circ$ при $\omega > 0$ и $\Phi(\omega) = 90^\circ$ при $\omega < 0$. При $\omega > 0$ АЧХ идеальной интегрирующей цепи описывается гиперболой, а ФЧХ $\Phi(\omega) = -90^\circ$. См. также п. 206 «Оценка формы реакции при сравнении спектра воздействия с ЧХ цепи». См. 1.8.5.

429. Характеристики намагничивания ферромагнитных материалов $B(H)$, то есть зависимость между значениями (модулями, величинами) векторов магнитной индукции \vec{B} и напряженности магнитного поля \vec{H} , является нелинейной и имеет петлю гистерезиса, как показано на рис. 2.61, *a*, где B_0 — остаточная индукция; H_k — коэрцитивная сила, то есть то значение напряженности магнитного поля H , которое необходимо, чтобы довести до нуля магнитную индукцию B , если в предварительно намагниченном материале остаточная индукция равнялась B_0 ; H_m — максимальное значение H , при котором снята на малой скорости H' установившаяся петля гистерезиса (ширина $2H_k$). Х.н.ф.м. являются сложными нелинейными функциями многих переменных $B = B(H, H_m, H', \text{sign}(H'), H_k, H(0))$ и не имеют аналитического описания. Материалы с широкой петлей гистерезиса ($H_k > 4000 \text{ A/m}$) называются магнитотвердыми и используются для изготовления постоянных магнитов. Материалы с узкой петлей гистерезиса ($H_k < 200 \text{ A/m}$) называют магнитомягкими и используют в переменных магнитных полях (например, в трансформаторах, чтобы нелинейность и потери на гистерезис влияли мало). При физической трактовке гистерезиса считают, что ферромагнитные материалы состоят из микрообластей (доменов) с сильным самопроизвольным намагничиванием, которые ориентированы хаотично. Под дей-

ствием напряженности \vec{H} внешнего магнитного поля домены ориентируются по направлению \vec{H} . При достаточно больших $H \gg H_m$ все домены оказываются сориентированными и наступает «насыщение» характеристики $B(H)$, то есть $\frac{dB}{dH} \rightarrow 0$ при $H \rightarrow \infty$. Явление переориентации доменов является инерционным, поэтому обратный ход характеристики намагничивания как бы «запаздывает». В результате при уменьшении H до нуля в ферромагнитном материале сохраняется остаточная индукция B_0 . Характеристика $B(H)$, проведенная через вершины петель гистерезиса при медленном перемагничивании, снятая для различных значений H_m и условно показанная на рис. 2.61, б, называется *основной кривой намагничивания*. Участок петли гистерезиса, изображенный на рис. 2.61, а во втором квадранте, называют *кривой размагничивания* и используют при определении рабочей точки МЦ с постоянными магнитами. См. 1.22.1.

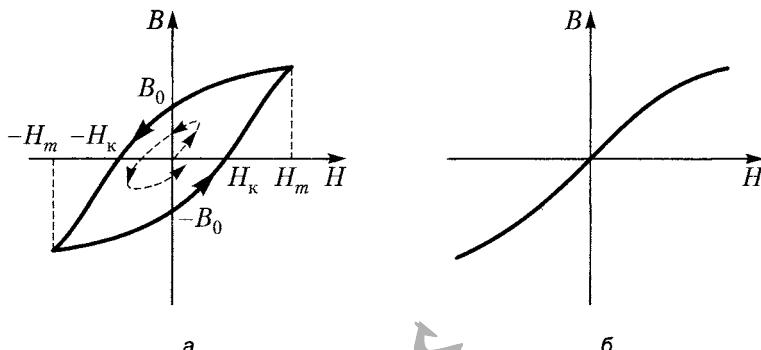


Рис. 2.61
ЛАНЬ®

430. Характеристики ПРН в последовательной RLC-цепи: 1) характеристическое сопротивление ρ — это сопротивление накопителя при ПРН, то есть $\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C) = \sqrt{L/C}$; 2) резонансная частота $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ (что аналогично *характеристикам ПРТ в параллельной RLC-цепи*); 3) добротность — это отношение характеристического сопротивления к сопротивлению потерь в цепи $Q = \rho/R = U_{L0}/U_{\text{вх}0} = U_{C0}/U_{\text{вх}0} = \omega_0/\Delta\omega$, где 0 — индекс резонанса; $\Delta\omega$ — полоса пропускания (ПП) последовательной RLC-цепи, вычисленная на уровне 0,707 от значения $1/R$ — максимума входной проводимости цепи $1/Z_{\text{вх}}(j\omega)$. В результате, например, при $Q = 100$ с накопителя можно «снять» в 100 раз большее напряжение $U_{L0} = U_{C0}$, чем на входе $U_{\text{вх}0}$ (то есть имеем эффект существенного усиления сигналов в пассивной цепи, что при малой ПП $\Delta\omega$ обеспечивает высокую избирательность контура как ППФ). В режиме *резонанса* входное сопротивление цепи $Z_{\text{вх}} = R = \min|Z_{\text{вх}}(j\omega)|$, синусоиды $u_L(t)$ и $u_C(t)$ компенсируются и участок $LC \equiv \text{КЗ}$. Добиться состояния ПРН можно тремя способами: изменением параметров L - или C -элементов или изменением частоты ω до значения ω_0 . См. 1.5.5.

431. Характеристики ПРТ в параллельной RLC-цепи дуальны *характеристикам ПРН в последовательной RLC-цепи*: 1) характеристическая проводимость —

это проводимость накопителя при резонансе $1/\rho = \omega_0 C = 1/(\omega_0 L)$; 2) резонансная частота $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; 3) добротность — это отношение характеристической проводимости к проводимости потерь

$$Q = (1/\rho)/G = R/\rho = I_{C0}/I_{bx0} = I_{L0}/I_{bx0} = \omega_0/\Delta\omega,$$

где 0 — индекс *резонанса*; токи накопителей при резонансе $I_{L0} = I_{C0}$ в Q раз больше входного тока цепи I_{bx0} ; $\Delta\omega$ — полоса пропускания цепи, вычисляемая на уровне 0,707 от максимума АЧХ для входного сопротивления цепи $Z_{bx}(j\omega) = -1/[G + j(\omega C - 1/(\omega L))]$, причем на частоте *резонанса*, поскольку при ПРТ участок $LC \approx XX$. Добиться резонанса в цепи можно тремя способами: изменением параметров L - или C -элементов или изменением частоты ω до значения ω_0 . См. 1.5.5.

432. Характеристическое сопротивление симметричного ЧП — это такое сопротивление нагрузки ЧП, при котором входное сопротивление ЧП равно сопротивлению нагрузки, $Z_{bx} = Z_h = Z_c$, причем $Z_c = (a_{12}/a_{21})^{1/2}$, где a_{12}, a_{21} — первичные параметры ЧП. Режим нагрузки ЧП на Z_c называется режимом согласованной нагрузки (согласованным режимом ЧП). Для расчета $Z_c = (Z_{xx}Z_{K3})^{1/2}$ можно также использовать сопротивления XX и $K3$ симметричного ЧП: $Z_{xx}(s) = U_1(s)/I_1(s)$ при $I_2(s) = 0$, $Z_{K3} = U_1/I_1$ при $U_2 = 0$, где $U_1(s), I_1(s), U_2(s), I_2(s)$ — изображения напряжения и токов на входе и выходе ЧП. Поскольку $Z_c(s)$ не является дробно-рациональной функцией, то согласованный режим ЧП можно реализовать только на конкретной частоте в УСР. См. 1.12.2.

433. Холостой ход (XX), то есть разорванный участок — обрыв в цепи — это идеализированный двухполюсный элемент (обозначение см. на рис. 2.62), обладающий следующими свойствами: проводимость $G_{xx} = 0$, сопротивление $R_{xx} \rightarrow \infty$, ток $i_{xx} = 0$, напряжение u_{xx} зависит от остальной цепи. См. 1.1.3.

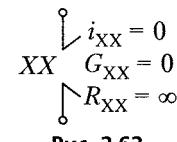


Рис. 2.62

434. Цепь — модель реального электротехнического устройства, состоящая из соединений идеализированных элементов, используемых в ТЦ (ИН, ИТ, R , L , C , КЗ, XX и т. д.). См. 1.1.1.

435. Цепь с взаимной индукцией, или индуктивно связанная цепь (ИСЦ) — цепь, в которой есть L -элементы, связанные общим магнитным потоком и называемые обычно индуктивно связанными (ИС) катушками. Две ИС-катушки часто называют ИС-элементом (ИСЭ), или M -элементом, который является пассивным элементом в цепи. Условное обозначение ИС-катушек с индуктивностями L_1 и L_2 приведено на рис. 2.63 (изображен случай их согласного включения). См. 1.9.1.

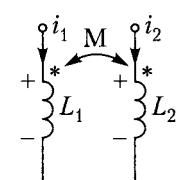


Рис. 2.63

436. Цепь с распределенными параметрами, условно названная длинной линией (ДЛ), — это модель реального электротехнического устройства, если его размеры соизмеримы с длиной волны проходящего сигнала. Например, телевизионный кабель длиной $l = 10$ м можно считать Ц. с р.п. для сигнала с частотой $f = 3 \cdot 10^7$ Гц = 30 МГц и длиной волны порядка $\lambda = v/f = 3 \cdot 10^8 / 3 \cdot 10^7 = 10$ м (при распространении ЭМП, допустим, со скоростью света v). Примеры Ц. с р.п. —

кабели, волноводы, линии связи. Процессы в Ц. с р.п. зависят и от времени, и от координаты. Считают, что в Ц. с р.п. сопротивления и проводимости, индуктивности и емкости распределены вдоль ДЛ. См. 1.14.1.

437. Цепь с сосредоточенными параметрами — обычно модель (схема замещения реального электротехнического устройства) с идеализированными R -, L - и C -элементами (сосредоточенными в отдельных частях схемы), причем размеры устройства несоизмеримо меньше наименьшей длины волны спектра сигналов. Например, такой цепью можно считать модель устройства размером 0,6 м для сигналов с частотой $f = 50$ Гц и длиной волны порядка $\lambda = v/f = 3 \cdot 10^8 / 50 = 6 \cdot 10^6$ м = 6000 км (при распространении ЭМП, допустим, со скоростью света v). Процессы в Ц. с с.п. зависят только от времени. См. 1.14.1.

438. Частный полюс Z_{22} (или Y_{22}) у ЧП — это такой полюс Z_{22} (или Y_{22}), которого нет среди полюсов Z_{12} (или Y_{12}). См. 1.17.2.

439. Частный резонанс в связанных контурах. Различают первый и второй частные резонансы. В первый частный резонанс настраивают связанные контуры, изменяя только реактивные параметры первичного контура, не изменяя $Z_{\text{св}}$. Добиваются выполнения условия $\text{Im}Z_{\text{св}} = 0$, при этом ток I_2 во вторичном контуре максимален (см. п. 162 «Настройка связанных контуров в резонанс»). Второй частный резонанс с максимумом I_2 возникает при равенстве нулю мнимой частоты входного сопротивления СК, но приведенного ко вторичному контуру: $\text{Im}Z_{\text{вх}} = \text{Im}(Z_2 + Z_{\text{вн12}}) = 0$, где Z_2 — полное сопротивление вторичного контура; $Z_{\text{вн12}} = \frac{-Z_{\text{св}}^2}{Z_1}$ — вносимое сопротивление, учитывающее влияние первичного контура на вторичный. Настройка во второй частный резонанс достигается изменением только реактивных параметров вторичного контура, без изменения $Z_{\text{св}}$.

См. 1.18.2.

440. Частотная характеристика (ЧХ) цепи (или обобщенная частотная характеристика, или комплексная функция цепи, или функция цепи) $H(j\omega) = \dot{F}_{m2}(j\omega)/\dot{F}_{m1}(j\omega) = \dot{F}_2(j\omega)/\dot{F}_1(j\omega)$ определяется как отношение комплексных амплитуд или комплексных действующих значений реакции (то есть выходного сигнала $f_2 = f_{\text{вых}}$) и единственного в цепи воздействия (то есть входного сигнала $f_1 = f_{\text{вх}}$) в УСР при изменении частоты ω . Составляющие обобщенной ЧХ $H(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)} = B(\omega) + jM(\omega)$ также называют частотными характеристиками: $A(\omega) = |H(j\omega)|$ — амплитудно-частотная характеристика (АЧХ); $\Phi(\omega) = \arg H(j\omega)$ — фазочастотная характеристика (ФЧХ); $B(\omega) = \text{Re } H(j\omega)$ — вещественная частотная характеристика (ВЧХ); $M(\omega) = \text{Im } H(j\omega)$ — мнимая частотная характеристика (МЧХ). Широко используется также амплитудно-фазовая характеристика (АФХ), являющаяся траекторией, которую описывает конец вектора $H(j\omega)$ на комплексной плоскости при изменении частоты от $\omega = 0$ до $\omega \rightarrow \infty$ (годографом вектора $H(j\omega)$). АФХ содержит полную информацию об АЧХ, ФЧХ, ВЧХ, МЧХ цепи. ЧХ $H(j\omega)$ определяется только параметрами цепи (действительно, при $\dot{F}_{m1} = 1$ получим, что $\dot{F}_{m2}(j\omega) = H(j\omega)$ зависит только от R -, L - и C -параметров). При контроле ЧХ следует иметь в виду, что АЧХ $A(\omega) = F_{m2}/F_{m1}$ полностью определяет отношение амплитуд синусоид на выходе и входе в УСР,

а ФЧХ $\Phi(\omega) = \alpha_2 - \alpha_1 = \alpha_{\text{вых}} - \alpha_{\text{вх}}$ полностью определяет сдвиг фаз синусоид. ЧХ проще всего контролировать на характерных частотах: 1) при $\omega = 0$, когда $Z_L = j\omega L \rightarrow 0$ и L -элемент эквивалентен КЗ, а $Z_C = 1/(j\omega C) \rightarrow \infty$, то есть C -элемент эквивалентен ХХ; 2) при $\omega \rightarrow \infty$, когда $Z_L \rightarrow \infty$ и элемент $L \equiv \text{ХХ}$, а $Z_C \rightarrow 0$ и элемент $C \equiv \text{КЗ}$; 3) на частотах ПРН, когда участок $LC \equiv \text{КЗ}$, и на частотах ПРТ, когда участок $LC \equiv \text{ХХ}$. См. 1.5.5.

441. Частотная характеристика как спектр ИХ. Поскольку частотная характеристика связана с передаточной функцией цепи формулой $H(j\omega) = H(s)$ при $s = j\omega$, то ЧХ $H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt \div h(t)$, так как импульсная характеристика

цепи $h(t) \equiv 0$ при $t < 0$ и нижний предел можно расширить до $-\infty$. Следовательно, ЧХ — это спектр сигнала, которым является ИХ цепи. См. 1.8.1.

442. Частотные характеристики симметричного ЧП в согласованном режиме одинаковы для передачи по напряжению и току:

$$H_U(j\omega) = H_I(j\omega) = \dot{U}_2 / \dot{U}_1 = A(\omega) e^{j\Phi(\omega)} = e^{-\alpha(\omega) - j\beta(\omega)},$$

что следует из *ПФ симметричного ЧП в согласованном режиме*. При этом АЧХ и ФЧХ имеют вид $A(\omega) = e^{-\alpha(\omega)} = U_2/U_1$ и $\Phi(\omega) = \alpha_{u2} - \alpha_{u1} = -\beta(\omega)$, где U_2, U_1 — действующие значения напряжений; α_{u2}, α_{u1} — начальные фазы синусоид на выходе и входе ЧП; β — коэффициент фазы ЧП. Коэффициент затухания $\alpha = \ln(U_1/U_2)$ измеряется в неперах [Нп], но чаще — в децибелах [дБ]: $\alpha = 20 \lg(U_1/U_2)$. См. 1.12.2.

443. Четырехполюсник (ЧП) — это часть цепи (рис. 2.64), имеющая две пары внешних выводов (полюсов, узлов). Обычно к выводам 11', называемым входом ЧП, подключен источник, а к выводам 22' (выходу ЧП) подключена нагрузка Z_n . ЧП, у которого вход и выход имеют общий узел, называется трехполюсником (ТП). Переменные входа ЧП (U_1, I_1) связывают с переменными выхода (U_2, I_2) шестью эквивалентными вариантами (формами) уравнений ЧП:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [y] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [a] \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [b] \begin{bmatrix} U_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [g] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix},$$

где $[z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$, ..., $[g] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$ — матрица параметров (первичных параметров) ЧП. У пассивного ЧП из R , L , C - и M -элементов должно выполняться условие обратимости (пассивности, взаимности) $z_{12} = z_{21}$, $y_{12} = y_{21}$, $\Delta_a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1\dots$ (то есть у пассивного ЧП только три независимых параметра). Симметричным называют ЧП, у которого при смене мест входных и выходных выводов не изменяются токи и напряжения в остальной цепи. Условия симметрии ЧП дополняют условия обратимости соотношениями $z_{11} = z_{22}$, $y_{11} = y_{22}$, $a_{11} = a_{22}\dots$ (то есть у симметричного ЧП только два независимых параметра). См. также

п. 191 «*Определение параметров ЧП*» и п. 221 «*Пересчет параметров ЧП*». ЧП используют для обобщенного описания части цепи (в том числе, когда структура этой «части» неизвестна). См. 1.11.1.

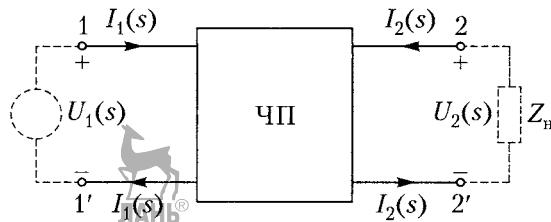


Рис. 2.64

444. Численное решение разностных уравнений ДЦ во многом соответствует численному решению уравнений состояния аналоговых цепей. РУ разрешается относительно реакции ДЦ:

$$f_2(nT) = b_0 f_1(nT) + \dots + b_M f_2(nT - MT) - a_1 f_1(nT - T) - \dots - a_N f_2(nT - NT),$$

затем при известных периоде дискретизации T и предначальных условиях (ПНУ) воздействия $f_1(-T)$, ..., $f_1(-MT)$ и реакции $f_2(-T)$, ..., $f_2(-NT)$ шаг за шагом рассчитывается *дискретная последовательность* (то есть решетчатая функция) реакции $f_2(nT)$ при $n = 0, 1, 2, \dots$. См. 1.15.3.

445. Численное решение уравнений состояния $[f'_2(t)] = [A][f_2(t)] + [B][f_1(t)]$, где $[f_2]$ и $[f_1]$ – матрицы переменных состояния (ПС) и воздействий; $[A]$ и $[B]$ – матрицы коэффициентов, – позволяет приближенно рассчитать на ЦВМ *переходный процесс* в цепи. При численном решении (шаг за шагом) переходят от бесконечно малых приращений переменных (df_2/dt) к конечным, но малым $(\Delta f_2/\Delta t)$. На шаге n простейшего варианта численного расчета при использовании явной формы алгоритма Эйлера

$$\frac{[f_{2n}] - [f_{2(n-1)}]}{\Delta t} = [A][f_{2(n-1)}] + [B][f_{1(n-1)}]$$

справа в записанной формуле учитывают данные предыдущего шага ($n-1$). При неявной форме алгоритма Эйлера

$$\frac{[f_{2n}] - [f_{2(n-1)}]}{\Delta t} = [A][f_{2n}] + [B][f_{1n}]$$

справа используют данные рассматриваемого шага n . При смешанной форме записи алгоритма Эйлера

$$\frac{[f_{2n}] - [f_{2(n-1)}]}{\Delta t} = [A][f_{2(n-1)}] + [B][f_{1n}]$$

справа используют данные о ПС на предыдущем шаге, а о воздействиях – на рассматриваемом шаге. При билинейном преобразовании



$$\frac{[f_{2n}] - [f_{2(n-1)}]}{\Delta t} = [A] \frac{[f_{2n}] + [f_{2(n-1)}]}{2} + [B] \frac{[f_{1n}] + [f_{2(n-1)}]}{2}$$

справа используют средние значения переменных на шаге n . Формулы разрешают относительно значений ПС на шаге n , например, в первом варианте Ч.р.у.с.: $[f_{2n}] = [f_{2(n-1)}] + \Delta t([A][f_{2(n-1)}] + [B][f_{1(n-1)}])$. Шаг численного расчета Δt должен быть довольно мал, например,

$$\Delta t < 0,2\min\{\tau_{\min}; T_{\min}/4\},$$

где τ_{\min} — минимальная постоянная времени; T_{\min} — минимальный период колебательной составляющей в описании процессов в цепи. Более строгими являются требования теории **дискретных цепей** (ДЦ) при записи разностных уравнений ДЦ, составлении схемы ДЦ и выборе шага $\Delta t \ll \pi/\omega_{\max}$, где в соответствии с *теоремой Котельникова* ω_{\max} — максимальная частота спектра рассматриваемых сигналов. См. 1.3.5.

446. Численный расчет дискретной последовательности по ее z -преобразованию. Согласно *формуле прямого z -преобразования*, $F(z) = f(0) + f(T)z^{-1} + f(2T)z^{-2} + \dots$, то есть коэффициенты при убывающих степенях записанного ряда Лорана определяют значения *дискретной последовательности* $f(nT)$. Если $F(z)$ —дробно-рациональная функция, то для получения ее разложения в ряд Лорана достаточно разделить числитель $F(z)$ на знаменатель по старшим степеням z (например, $z/(z-a) = 1 + az^{-1} + a^2z^{-2} + \dots$, что соответствует $a^n\delta_1(nT)$ из *таблицы z -преобразования*). Численный расчет, естественно, может быть выполнен по *схеме дискретной цепи* (последовательно — шаг за шагом). См. 1.15.4.

447. Число ветвей дерева $n_{в,д} = n_y - 1 = n_{ЗТК}$, где n_y — число узлов графа, а число хорд $n_x = n_v - n_{в,д} = n_v - n_y + 1 = n_{ЗНК}$. Здесь n_v — число ветвей, при этом $n_{в,д}$ соответствует числу независимых уравнений цепи, которые можно составить по ЗТК, а n_x — по ЗНК. См. 1.1.6.

448. Число независимых уравнений ЗТК равно числу ветвей дерева графа: $n_{ЗТК} = n_y - 1 = n_{в,д}$, где n_y — число узлов схемы. ЗТК применим также для сечения, то есть к любой замкнутой поверхности, охватывающей часть электрической цепи. В качестве «зависимого узла» выбирают любой узел схемы, уравнения ЗТК для остальных узлов независимы. См. 1.1.7.

449. Число независимых уравнений ЗНК равно числу хорд графа схемы: $n_{ЗНК} = n_v - (n_y - 1) = n_x$, где n_v — число ветвей; n_y — число узлов в *плоской (планарной) цепи*; $n_{ЗНК} = n_{яч}$, где $n_{яч}$ — число ячеек схемы. Рекомендуется «независимые контуры» выбирать так, чтобы уравнение ЗНК, составленное для каждого последующего контура, содержало хотя бы одну «новую» переменную. В случае исследования цепей сложной структуры можно выбрать какое-либо дерево графа и, присоединяя по очереди хорды, получать «независимые контуры». Уравнения ЗТК и ЗНК часто называют уравнениями соединений в цепи. См. 1.1.7.

450. Шаг численного интегрирования T — то есть период дискретизации в *дискретных цепях* при решении *разностных уравнений* ДЦ ($T = 2\pi/\omega_d$, где ω_d — частота дискретизации), обычно определяют с учетом трех критериев для максимальной частоты ω_m из учитываемых частот сигналов: 1) по АЧХ ДЦ при исполь-



зовании «жестких» критериев ширины спектра импульсной характеристики цепи (1 %-ного и более «жестких»); 2) при использовании 1 %-ного критерия ширины спектра исследуемых сигналов; 3) по критерию удовлетворительного описания минимального временного интервала процессов в цепи ($T \ll 0,2 \min\{\tau_{\min}, 0,25 T_{\min}\}$, где τ_{\min} — минимальная постоянная времени, T_{\min} — минимальный период колебаний в записи составляющих решения). Выбирают на основании *теоремы Котельникова* частоту дискретизации $\omega_d \gg 2\omega_m$, то есть период дискретизации $T = 2\pi/\omega_d$ — шаг численного интегрирования, например, при использовании *алгоритмов численного решения уравнений состояния*. См. 1.15.5.

451. Эквивалентное исключение индуктивной связи. При наличии у ИС-катушек общего узла можно *индуктивно связанную цепь* преобразовать в цепь без индуктивной связи (так называемая «развязка» ИСЦ). Преобразование для случая наличия однополярных выводов ИС-катушек у общего узла отражено на рис. 2.65, а. Преобразование для случая разнополярных выводов ИС-катушек у общего узла показано на рис. 2.65, б. Такое преобразование не зависит от того, *согласное* включение или встречное. Если разветвленные ИСЦ обычно рассчитывают, используя МУК, то для расчета «развязанной» ИСЦ можно применять любой метод анализа цепей. См. 1.9.2.

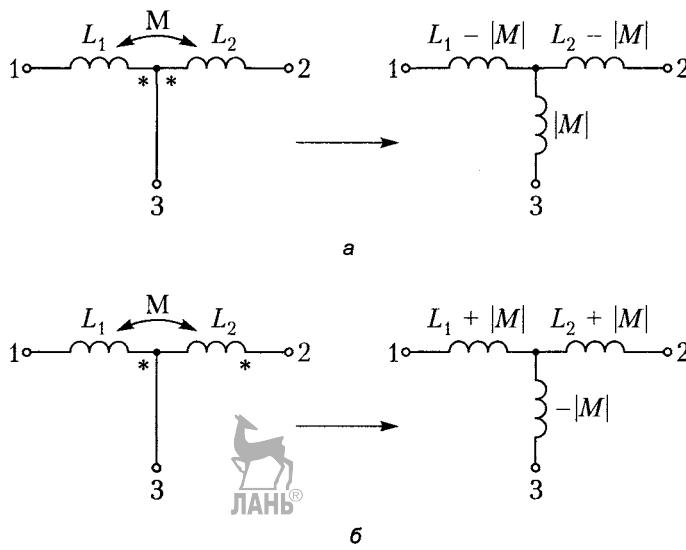


Рис. 2.65

452. Эквивалентное преобразование — это преобразование части цепи, при котором напряжения и токи в непреобразованной части цепи не изменяются. В результате преобразования получают эквивалентную схему цепи. См. 1.2.1.

453. Эквивалентное преобразование источников — это замена ИН u_0 с последовательно включенным сопротивлением R_0 на ИТ i_0 с параллельно включенным тем же сопротивлением R_0 (и наоборот), при этом $u_0 = R_0 i_0$. См. 1.2.1.

454. Эквивалентное преобразование соединений «треугольником» и «звездой». Параметры эквивалентных соединений «треугольником» и «звездой» (рис. 2.66, а и б) связаны соотношениями

$$R_1 = R_{12} R_{13} / (R_{12} + R_{23} + R_{13}) \dots; G_{12} = G_1 G_2 / (G_1 + G_2 + G_3) \dots$$

См. 1.2.1.

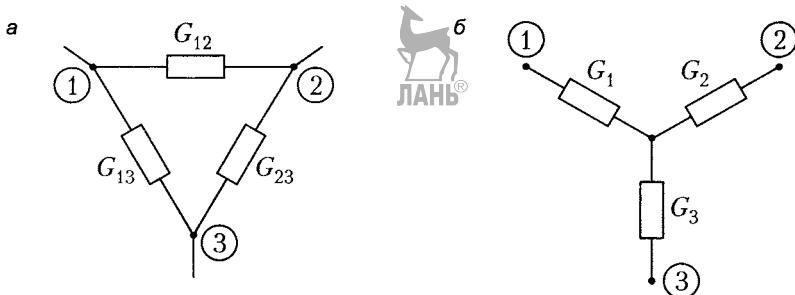


Рис. 2.66

455. Эквивалентные Т- и П-образные схемы замещения пассивных четырехполюсников. На рис. 2.67, а приведена схема Т-образного ЧП (см. п. 191 «Определение параметров ЧП», пример), сопротивления трех элементов которого найдены через известные z -параметры произвольного пассивного четырехполюсника (имеющего только три независимых параметра). На рис. 2.67, б приведен П-образный ЧП, проводимости трех элементов которого найдены через известные y -параметры произвольного ЧП. См. 1.11.1.

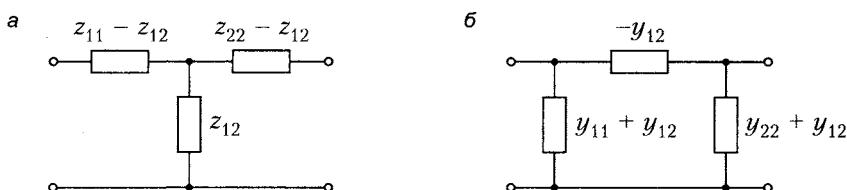


Рис. 2.67

456. Элементарно непреобразуемый источник. 1. Источник напряжения, последовательно с которым не соединен R -элемент (или в общем случае — пассивный ДП). 2. Источник тока, параллельно с которым не соединен R -элемент (пассивный ДП). См. 1.2.1.

457. Энергетические характеристики емкостного элемента. 1. Мгновенная мощность C -элемента $p_C(t) = u_C(t)i_C(t)$. При совпадении знаков тока и напряжения происходит запасание энергии в C -элементе и мощность положительна, при несовпадении знаков мощность отрицательна, что означает возврат запасенной в C -элементе энергии в остальную цепь. 2. Запасенная в C -элементе энергия $w_C(t) = Cu_C^2(t)/2 = q_C^2/(2C)$ всегда неотрицательна, то есть C -элемент — действи-

тельно пассивный элемент, который отражает запасание энергии электрического поля, обусловленного напряжением u_C (зарядом q_C). См. 1.1.5.

458. Энергетические характеристики индуктивного элемента. 1. Мгновенная мощность элемента $p_L(t) = u_L(t)i_L(t)$. При совпадении знаков тока и напряжения происходит запасание энергии в L -элементе и мощность положительна, при несовпадении знаков мощность отрицательна, что означает возврат запасенной в L -элементе энергии в остальную цепь. 2. Запасенная в L -элементе энергия $w_L(t) = Li^2(t)/2$ всегда неотрицательна, то есть L -элемент — действительно пассивный элемент, который отражает запасание энергии магнитного поля, связанное с протеканием тока i_L . См. 1.1.4.

459. Энергетические характеристики резистивного элемента. 1. *Мощность* резистора $p_R(t) = w'_R(t) = u_R(t)i_R(t) = Ri^2_R(t) = Gu^2_R(t) \geq 0$ всегда неотрицательна, то есть *резистивный элемент* действительно необратимо потребляет энергию. 2. *Энергия*, определяемая интегралом от мощности, также неотрицательна, $w_R(t) \geq 0$, то есть R -элемент действительно является пассивным элементом. См. 1.1.2.

460. Энергетический критерий ширины спектра базируется на *формуле Рэлея*: шириной спектра $\Delta\omega$ называется диапазон частот (около максимума $A^2(\omega)$, то есть квадрата амплитудного спектра), в котором сосредоточено n процентов энергии сигнала w_f (обычно, $n = 90$ или 95 %). Для определения граничных частот ω_{rp} ширины спектра $\Delta\omega = 2\omega_{rp}$ решают интегральное уравнение

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{rp}}^{\omega_{rp}} A^2(\omega) d\omega = 0,01n w_f,$$

вследствие чего энергетический критерий оказывается самым трудоемким. См. 1.8.3.

461. Энергия $w(t)$ измеряется в джоулях [Дж]. 1. Энергия — это способность совершать работу. 2. Энергия — это затраченная электромагнитным полем работа. 3. Энергия — это интеграл от *мощности* $w(t) = \int_{-\infty}^t p(t) dt$. См. 1.1.1.

462. Ячейка — это простейший контур плоской цепи, который изображается в схеме без разрывов и без пересечения другими ветвями (не входящими в контур). См. 1.1.6.

Основы теории электромагнитного поля

463. Абсолютная диэлектрическая проницаемость ϵ — характеристика среды; для вакуума, воздуха и для ряда других материалов принимается равной диэлектрической постоянной ϵ_0 . См. 1.23.1.

464. Абсолютная магнитная проницаемость μ — характеристика среды; для вакуума, воздуха и для ряда других материалов принимается равной магнитной постоянной μ_0 . См. 1.23.1.

465. Аналогия проводимости и емкости: формула для проводимости резистора получается из формулы для емкости при замене диэлектрической проницаемости ϵ на удельную проводимость γ . См. 1.25.3.

466. Анизотропная среда — среда, свойства которой различны по разным направлениям. См. 1.23.1.

467. Векторная линия используется для наглядного графического описания векторного поля; например в поле напряженности электрического поля \mathbf{E} можно провести векторную линию, в каждой точке которой вектор \mathbf{E} направлен по касательной. Векторная линия может иметь начало и конец, уходить в бесконечность, быть замкнутой. См. 1.23.1.

468. Вектор Пойнтинга может быть интерпретирован как плотность потока: 1) направление вектора Пойнтинга указывает направление движения энергии; 2) модуль вектора Пойнтинга — это количество энергии, переносимое в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную вектору Пойнтинга (единица измерения — $\text{Дж}/(\text{с}\cdot\text{м}^2) = \text{Вт}/\text{м}^2$). Вектор Пойнтинга определяет направление и величину потока электромагнитной мощности, проходящей через единицу площади поверхности в направлении распространения волны. Направление вектора Пойнтинга совпадает с направлением поступательного движения оси правого винта, головка которого вращается в плоскости, содержащей векторы напряженности \mathbf{E} и \mathbf{H} в направлении от \mathbf{E} к \mathbf{H} по кратчайшему расстоянию. См. 1.23.7.

469. Вектор поляризации характеризует процессы смещения связанных зарядов микросистем (атомов, молекул) под действием электрического поля. См. 1.23.2.

470. Векторные функции поля. Основными векторами, характеризующими электромагнитное поле в функции координат и времени, являются вектор магнитной индукции \mathbf{B} , вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} , вектор электрического смещение \mathbf{D} и вектор напряженности электрического поля \mathbf{E} , а также вектор плотности электрического тока \mathbf{J} . См. 1.23.1.

471. Векторные линии магнитной индукции магнитного поля, постоянного во времени (т. е. линии вектора \mathbf{B}), всегда замкнуты. См. 1.26.1.

472. Векторный потенциал магнитного поля — это вспомогательная функция \mathbf{A} , которая определяется выражением $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$, где \mathbf{B} — вектор магнитной индукции. В интегральной форме выражение для векторного потенциала магнитного поля определяет его физический смысл: циркуляция векторного потенциала магнитного поля по замкнутому контуру равна магнитному потоку, пронизывающему этот контур. В плоскопараллельном поле вектор \mathbf{A} лежит в плоскости, перпендикулярной направлению вектора \mathbf{B} . Для стационарного поля замкнутых токов вектор \mathbf{A} удовлетворяет условию непрерывности $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$. См. 1.26.1.

473. Вихревое поле. Отсутствие дивергенции является первым необходимым условием существования вихревого (соленоидального) поля; поле вектора магнитной индукции не имеет ни источников, ни стоков; линии поля нигде не начинаются и не заканчиваются, т. е. представляют собой замкнутые кривые (вихри); ротор вектора магнитной индукции не равен нулю в ряде точек; вихревое векторное поле не имеет скалярного потенциала. Обтекаемые токами участки поля могут быть названы вихревым пространством

магнитного поля. См. 1.26.1.

474. Вихревые токи — токи, возникающие в электропроводящих массивах под действием ЭДС, наведенной переменным магнитным полем; вихревые токи ослабляют магнитный поток внутри проводящего тела. См. 1.26.1.

475. Второе уравнение Максвелла отражает закон электромагнитной индукции, открытый впервые в 1831 году Фарадеем. Это уравнение говорит, что любое изменение индукции **В** магнитного поля приводит к возникновению вихревого электрического поля с напряженностью электрического поля **Е**. Ленц показал, что под действием напряженности электрического поля **Е** в замкнутом контуре возникает электрический ток, направленный так, что его магнитное поле противодействует изменению исходного (знак «минус» в правой части уравнения) $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}$. См. 1.23.3.

476. Градиент потенциала равен приращению потенциала, отнесенному к единице длины и взятому в направлении, в котором это приращение имеет наибольшее значение. Градиент — это вектор, направленный в сторону максимальной скорости возрастания функции в заданной точке. См. 1.24.2.

477. Граничные условия определяют поведение векторов поля (нормальных и касательных составляющих) на границе раздела двух сред. Граничные условия подобно уравнениям Максвелла являются постулатами теории и представляют собой поверхностную форму дифференциальных уравнений поля. См. 1.23.6.

478. Двойной электрический слой — это две весьма близко расположенные поверхности; введение представления о двойном электрическом слое — искусственный прием, облегчающий расчеты поля; например, д. э. с. имеет форму тонкого диска, толщина которого во много раз меньше радиуса. См. 1.24.3.

479. Диполь — совокупность двух разноименных зарядов. См. 1.24.3.

480. Длина волны — расстояние, на котором фаза изменяется на 2π , т. е. расстояние на которое распространяется электромагнитная волна в течение одного периода колебаний. Длина волны есть расстояние между двумя ближайшими точками, в которых напряженность поля имеет максимальное положительное значение. См. 1.23.2.

481. Емкость конденсатора C — емкость между двумя уединенными проводящими телами — равна отношению заряда $q_1 = q$ одного из тел к разности их потенциалов U_1 , U_2 , т. е. $C = q/(U_1 - U_2)$. См. 1.24.8.

482. Емкость уединенного тела C — емкость системы из двух проводящих тел, одно из которых удалено в бесконечность, определяемая выражением $C = q/U$, где U — потенциал уединенного тела относительно бесконечно удаленных точек; емкость металлического шара, расположенного в однородном диэлектрике, $C = 4\pi\epsilon r_0$, где r_0 — радиус шара, ϵ — абсолютная диэлектрическая проницаемость материала. См. 1.24.8, 1.24.3.

483. Емкостные коэффициенты (коэффициенты электростатической индукции) называются собственными при одинаковых индексах и взаимными при разных индексах. Значение собственного емкостного коэффициента может быть найдено, если принять, что потенциалы всех тел, кроме искомого, равны нулю. См. 1.24.8.

484. Законы Кирхгофа. Циркуляция вектора напряженности электрического поля по

произвольному замкнутому контуру равна нулю (это выражает закон напряжений Кирхгофа). Поток вектора плотности тока проводимости через произвольную замкнутую поверхность равен нулю (это соответствует закону токов Кирхгофа). См. 1.25.1.

485. Закон полного тока: циркуляция вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} по любому замкнутому контуру равна полному току сквозь поверхность, ограниченную этим контуром. В дифференциальной форме закон полного тока имеет вид $\text{гrot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$, где \mathbf{J} — вектор плотности полного тока. См. 1.23.2.

486. Закон электромагнитной индукции в интегральной форме: циркуляция вектора напряженности электрического поля по произвольному контуру равна скорости изменения во времени магнитного потока через любую поверхность, опирающуюся на контур; в дифференциальной форме — закон электромагнитной индукции связывает в каждой точке скорость изменения магнитного поля (магнитной индукции) во времени с пространственными составляющими напряженности электрического поля. См. 1.23.3.

487. Заряженный проводящий шар — шар, у которого заряд сосредоточен в тонком наружном сферическом слое; внутри шара напряженность электрического поля равна нулю, а потенциал постоянен. Вне шара поле такое, как будто оно создается точечным зарядом, помещенным в центр шара. См. 1.24.3.

488. Изотропная среда — среда, свойства которой одинаковы по разным направлениям. См. 1.23.1.

489. Индуктивность взаимная — величина, зависящая от геометрических размеров и взаимного расположения контуров, а также от магнитной проницаемости среды; при перемене направления одного из токов знак взаимной индуктивности M изменяется на противоположный (обратный). См. 1.26.4.

490. Индуктивность контура собственная — определяется геометрическими параметрами контура, распределением тока в нем и магнитными свойствами среды. См. 1.26.4.

491. Индуктивность контура полная. Индуктивность контура из тонкого проводника круглого сечения определяют, разделив потокосцепление на две части — внешнее и внутреннее потокосцепления, каждому из которых соответствует внешняя и внутренняя индуктивности. См. 1.26.4.

492. Касательная составляющая вектора напряженности магнитного поля на границе раздела изменяется скачком. Величина скачка определяется проекцией вектора плотности поверхностного тока. Касательная составляющая вектора напряженности электрического поля на границе раздела всегда непрерывна. См. 1.23.6.

493. Конденсатор — система двух проводящих тел, расположенных в диэлектрике; заряды тел равны по величине и обратны по знаку. См. 1.24.8.

494. Коэффициент деполяризации — отношение напряженности поля внутри шара из диэлектрика к вектору поляризации этого диэлектрика; однородное поле внутри шара направлено навстречу приложенному; его называют «полем деполяризации». См. 1.24.7.

495. Коэффициент размагничивания аналогичен коэффициенту деполяризации. См. 1.26.4.

496. Коэффициент экранирования — отношение напряженности магнитного поля внутри экрана к напряженности внешнего магнитного поля. См. 1.26.3.

497. Лапласово поле — поле, которое является одновременно и потенциальным, и соленоидальным. См. 1.23.1.

498. Линейная плотность заряда — заряд, приходящийся на единицу длины равномерно заряженной нити. См. 1.24.3.

499. Линейными проводами называют такие провода, поперечные размеры сечений которых малы по сравнению с расстояниями от проводов до точек, в которых рассматривается поле. См. 1.24.3.

500. Линейность системы уравнений поля — в векторном поле выполняются принципы наложения (суперпозиции), пропорциональности и дифференцируемости. См. 1.23.5.

501. Линии равного потенциала — это следы поверхностей равного потенциала в плоскости чертежа. Линии равного потенциала пересекаются с линиями напряженности электрического поля всюду под прямым углом. См. 1.24.2.

502. Магнитное моделирование: при прямом моделировании электроды совмещаются с эквипотенциалами магнитного поля, в этом случае линии тока (напряженности) модели совпадают с линиями магнитной индукции (напряженностью магнитного поля); при обратном моделировании в модели два электрода совмещены с линиями магнитного поля оригинала. Тогда электрические эквипотенциали модели совпадают с магнитными линиями, а на месте линий электрического поля проходят эквипотенциали магнитного потенциала (принцип соответствия). См. 1.26.3.

503. Магнитное поле двухпроводной линии. Линии напряженности поля — это окружности с центрами на прямой, пересекающейся с осями проводов. Линиями равного магнитного потенциала являются дуги окружностей, проходящих через оси обоих проводов. См. 1.26.1.

504. Магнитное поле постоянных токов внутри проводников является вихревым. См. 1.26.3.

505. Магнитный поток — поток вектора магнитной индукции через поверхность S . См. 1.23.1.

506. Макроскопическая теория электромагнитного поля рассматривает взаимодействие зарядов и вызванных ими полей на расстояниях, значительно превышающих внутриатомные расстояния. Это позволяет считать как поле, так и заряд непрерывно распределенными в пространстве. Математическая модель макроскопической теории поля основана на уравнениях Максвелла, рассматриваемых как постулаты теории поля. См. 1.23.1.

507. Метод графического построения картины плоскопараллельного поля основан на соблюдении следующих правил: 1) векторные силовые линии напряженности электрического поля должны быть непрерывными, начинаться и заканчиваться на зарядах или электродах; векторные линии напряженности магнитного поля — замкнутые линии; 2) векторные линии напряженности электрического и магнитного полей и линии равного потенциала должны пересекаться всюду под прямым углом; 3) ячейки, полученные при пересечении эквипотенциальных и векторных линий напряженности поля должны быть подобными. См. 1.24.5.

508. Метод зеркальных изображений Томсона (1846) заключается в устраниении проводящей среды и замене ее зеркальным изображением провода с изменением знака заряда, при этом в области над проводящей средой поле останется таким же как в реальных условиях. См. 1.24.4.

509. Метод расчета сопротивления проводящего тела с неоднородным полем содержит следующие пункты: 1) разбиение тела на области с приблизительно однородным полем; 2) расчет сопротивления каждой области; 3) суммирование сопротивлений областей по правилам последовательного и параллельного соединения резисторов. См. 1.25.2.



510. Метод средних потенциалов — приближенный подход к расчету погонной емкости полосковой линии и других сложных систем, состоящих из нескольких проводов конечной длины. Предполагается, что заряд распределен равномерно. Вычисляется распределение потенциала и в формулу для емкости вводится среднее значение потенциала. См. 1.24.9.

511. Метод эквивалентных зарядов (см. *метод зеркальных изображений*) См. 1.24.4.

512. Метод эквивалентных токов — изображений аналогичен *методу эквивалентных зарядов* в электростатике. См. 1.25.3.

513. Метод электростатической аналогии основан на том, что картина электрического поля в проводящей среде совпадает с картиной поля в соответствующих задачах электростатики, что позволяет при расчете токов в проводящей среде воспользоваться готовыми решениями соответствующих задач электростатики. См. 1.25.3.

514. Обратная задача электростатики заключается в отыскании местоположения источников поля и величины зарядов по заданному распределению потенциала. См. 1.24.2.

515. Объемная плотность заряда — заряд, приходящийся на единицу объема. См. 1.23.4.

516. Относительная магнитная проницаемость — безразмерный коэффициент, показывающий во сколько раз магнитная проницаемость материала больше магнитной постоянной. См. 1.23.1.

517. Первое уравнение Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

утверждает, что вихрь магнитного поля создается полным током, определяемым плотностью тока проводимости \mathbf{J} и тока смещения $\mathbf{J}_{\text{см}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$; \mathbf{H} — напряженность магнитного поля; \mathbf{D} — вектор электрического смещения. Ток смещения, введенный Максвеллом, возникает под действием изменяющегося во времени t электрического поля. Этот ток, протекая в диэлектрике в процессе его поляризации, создает собственное поле. См. 1.23.2.

518. Плоская волна — волна, распространяющаяся вдоль какой либо линейной координаты и неизменная в каждый фиксированный момент времени в плоскости, перпендикулярной направлению изменения этой координаты. Электромагнитная волна называется плоской, когда все величины, характеризующие интенсивность электромагнитного процесса, зависят только от одной из декартовых координат. См. 1.24.5.

519. Плоскомеридианное поле — поле, одинаковое во всех меридианных плоскостях. См. 1.24.7.

520. Плоскопараллельное поле — это поле, потенциал которого зависит только от двух координат (двухмерная задача), т. е. картина поля повторяется во всех плоскостях, перпендикулярных третьей координатной оси. См. 1.24.5.

521. Поверхностный эффект (скин-эффект): переменный электрический ток распределяется неравномерно по сечению проводов, причем плотность тока имеет наибольшее значение на поверхности провода и убывает по мере удаления от поверхности в глубь провода. См. 1.26.4.

522. Поверхность равного магнитного потенциала: 1) поверхность, на которой потенциал магнитного поля постоянных токов одинаков во всех ее точках; 2) поверхность, пересекаемая линиями напряженности магнитного поля под прямым углом. См. 1.26.1.

523. Поле деполяризации — однородное поле внутри шара из диэлектрика, направленное навстречу к приложенному. См. 1.24.7.

524. Поле размагничивания — это поле, направленное навстречу приложенному магнитному полю; с ростом магнитной проницаемости усиливается поле размагничивания. Эффект размагничивания аналогичен эффекту деполяризации. См. 1.26.4.

525. Полная система уравнений Максвелла — система уравнений Максвелла макроскопической теории поля, выражающей ее общие принципы. См. 1.23.5.

526. Полосковая линия образована двумя параллельными металлическими пластинами и внутренней пластиной, находящейся на границе раздела двух диэлектрических слоев. См. 1.24.8.

527. Постоянный ток — это физический процесс, заключающийся в равномерном движении электрических зарядов в проводнике под действием постоянного электрического поля. См. 1.25.1.

528. Потенциальные коэффициенты. Если заряды известны, можно систему уравнений поля решить относительно потенциалов; при этом коэффициенты с одинаковыми индексами называются собственными потенциальными коэффициентами, с различными индексами — взаимными потенциальными коэффициентами. См. 1.24.8.

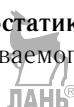
529. Потенциальное поле. Основным признаком потенциальности поля является равенство нулю: в дифференциальной форме — ротора вектора напряженности электрического и магнитного полей, а в интегральной форме — циркуляции вектора по замкнутому контуру. Линии поля имеют начало и конец. См. 1.23.1.

530. Поток вектора смещения через произвольную замкнутую поверхность равен находящемуся внутри нее свободному заряду. См. 1.23.4.

531. Принцип непрерывности магнитного потока — линии магнитной индукции нигде не имеют ни начала, ни конца — они всюду непрерывны. Магнитный поток через любую замкнутую поверхность равен нулю. См. 1.23.4.

532. Принцип соответствия полей. Сравнивая картины магнитного поля постоянных токов и электростатического поля линейного заряда, можно заметить, что эквипотенциали скалярного магнитного потенциала находятся на месте векторных линий напряженности электрического поля, а векторные линии напряженности магнитного поля совпадают с эквипотенциалами потенциала электрического поля. См. 1.26.3.

533. Прямая (краевая) задача электростатики заключается в расчете (нахождении) потенциала электрического поля, создаваемого заданным распределением зарядов в пространстве. См. 1.24.2.



534. Свободный заряд. Этот термин используется, когда говорят: 1) о зарядах в пустоте; 2) о зарядах, «внесенных» в материальную среду и нарушающих ее нейтральность; 3) о зарядах, способных перемещаться на макроскопические расстояния, например, под действием поля. См. 1.23.4.

535. Скалярный потенциал магнитного поля используется для описания магнитного поля в областях, где плотность тока проводимости равна нулю; удобно использовать понятие скалярного потенциала магнитного поля U_m , определяемого равенством $\mathbf{H} = -\text{grad } U_m$, где \mathbf{H} — напряженность магнитного поля. В общем случае плотность токов проводимости \mathbf{J} состоит из плотности вихревых токов \mathbf{J}_v и плотности \mathbf{J}_{ct} сторонних токов: $\mathbf{J} = \mathbf{J}_v + \mathbf{J}_{ct}$. Переменный сторонний ток является источником переменного магнитного поля. Вихревые токи возникают в электропроводящих массивах под действием ЭДС, наведенной переменным магнитным полем. Не изменяя величины стороннего тока, вихревой ток приводит к его перераспределению в поперечном сечении массивного проводника. См. 1.26.3.

536. Скалярные функции поля. При описании поля используются следующие скалярные функции: электрический потенциал, напряжение, ток, магнитный поток, объемная плотность заряда, поверхностная плотность заряда. См. 1.23.1.

537. Скорость распространения электромагнитной волны в пространстве зависит только от магнитных и электрических свойств среды; в пустоте она равна скорости света $3 \cdot 10^8$ м/с. См. 1.23.2.

538. Соленоид — цилиндрическая катушка с однослойной обмоткой. См. 1.26.4.

539. Сопротивление заземления — сопротивление, которое «встречает» электрический ток, проходя через землю. См. 1.25.2.

540. Сопротивление утечки — сопротивление несовершенной изоляции коаксиального кабеля. См. 1.25.2.

541. Теорема Гаусса в дифференциальной форме $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, связывает в каждой точке поля вектор электрического смещения \mathbf{D} и объемную плотность свободного заряда ρ . См. 1.23.4.

542. Теорема единственности: необходимые и достаточные требования, при удовлетворении которых электростатическое поле определяется единственным образом. См. 1.24.2.

543. Теорема Стокса: циркуляция произвольного вектора \mathbf{a} по замкнутой кривой \mathbf{L} равна потоку ротора этого вектора через поверхность \mathbf{S} , опирающуюся на кривую \mathbf{L} . См. 1.23.2.

544. Теорема Остроградского — Гаусса: поток вектора \mathbf{a} , являющегося непрерывной функцией точки, через произвольную замкнутую поверхность \mathbf{S} равен интегралу дивергенции этого вектора по объему \mathbf{V} , ограниченному этой поверхностью. См. 1.23.4.

545. Точечный заряд — заряд малого сферического тела. Напряженность электрического поля точечного заряда убывает по закону обратных квадратов. Положительный точечный заряд расположен в центре сферической системы координат, диэлектрик однородный. Электромагнитное поле имеет центральную симметрию. Его векторные линии радиальны, а эквипотенциальные поверхности — концентрические сферы. См. 1.24.3.

546. Третье уравнение Максвелла $\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$ означает, что электрическое поле образуется зарядами, плотность которых равна ρ , и линии этого поля начинаются и кончаются на этих зарядах (\mathbf{D} — вектор электрического смещения). Это уравнение часто называют дифференциальной формой электростатической теоремы Гаусса. См. 1.23.4.

547. Частичные емкости — коэффициенты системы уравнений, в которых заряд каждого тела выражен через разность потенциалов данного тела и других тел, в том числе и земли. Коэффициенты в этих уравнениях при одинаковых индексах называют собственными частичными емкостями, при различных индексах — взаимными частичными емкостями. См. 1.24.8.

548. Четвертое уравнение Максвелла — это уравнение непрерывности $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$, означающее, что нет истоков магнитного поля, нет магнитных зарядов, что линии магнитного поля являются замкнутыми (здесь \mathbf{B} — вектор магнитной индукции). Это уравнение является математической формулировкой взглядов Фарадея, поддержанных Максвеллом и заключающихся в том, что линии магнитного поля всегда замкнуты или по крайней мере не имеют ни начала, ни конца. См. 1.23.4.

549. Физическое содержание закона электромагнитной индукции заключается в том, что при всяком изменении магнитного поля во времени возникает в том же пространстве связанное с ним электрическое поле. См. 1.23.3.

550. Физическое содержание четвертого уравнения Максвелла: магнитное поле не имеет источников в виде магнитных зарядов; магнитное поле всегда связано с электрическим током. См. 1.23.4.

551. Уравнение Пуассона. Электростатические задачи описываются уравнением Пуассона $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} U$ относительно скалярного электрического потенциала U (здесь \mathbf{E} — вектор напряженности электрического поля). Задачи магнитостатики описываются уравнением Пуассона относительно векторного магнитного потенциала \mathbf{A} . См. 1.24.2, 1.26.1.

552. Экранирование магнитное — защита электроизмерительных приборов от влияния посторонних магнитных полей. Для этого устройства помещают в массивные замкнутые оболочки из ферромагнитного материала. Такие оболочки называют магнитными экранами. См. 1.26.3.

553. Электрическая ось. При расчете поля используется понятие электрических осей, не совпадающих с геометрическими осями. См. 1.24.3.

554. Электродвигущая сила (ЭДС) — напряжение, возникающее в проводящем контуре при изменении магнитного потока, пересекающего этот контур. См. 1.23.3.

555. Электромагнитное поле представляет собой особый вид материи, элементарной частицей которого является фотон. Всякая электрически заряженная частица окружена электромагнитным полем, составляющим с ним единое целое. Электромагнитное поле характеризуется определенным количеством энергии и массой, которые связаны со скоростью света формулой А. Эйнштейна. См. 1.23.1.

556. Электромагнитные экраны — металлические оболочки, которые применяют как для защиты устройств от внешнего электромагнитного поля, так и для ослабления внешнего поля самих устройств. При толщине стенки экрана, превышающей глубину проникновения, внешнее электромагнитное поле не проникает внутрь экрана, как и поле источника поля, размещенного в экране, не влияет на внешнее поле. См. 1.26.3.

557. Электромоделирование основано на математической аналогии поля постоянного тока и электростатического поля при принятых ограничениях. Исследование электростатического поля проводят на токовой модели. Необходимым условием адекватной модели является геометрическое подобие модели и натуры. Кроме того, должны быть аналогичны краевые и граничные условия. См. 1.25.3.

558. Электростатическое поле — это постоянное во времени электрическое поле, обусловленное действием неподвижных электрических зарядов. См. 1.24.1.





3

**КАТАЛОГ ТИПОВЫХ
РАСЧЕТОВ,
используемых
в теории
электрических
цепей**



Введение

Цель данного раздела справочника — в краткой, но доступной форме изложить основные методы расчета различных типов электрических цепей в разнообразных режимах. Материал снабжен примерами и методическими указаниями.

Раздел ориентирован на использование в первую очередь учебного пособия [3]. Однако перечень практических занятий, задач и методов анализа значительно расширен как по тематике, так и по количеству примеров.

Существенное внимание уделено контролю, оценке и прогнозу результатов расчета, что, несомненно, должно присутствовать в инженерной работе любого специалиста.

3.1. Расчет резистивных цепей и характеристик накопительных элементов

3.1.1. Расчет простых цепей (по входному сопротивлению и формулам делителей)

При анализе R -цепей с единственным источником эффективным является преобразование исходной цепи к простейшей (рис. 3.1, а и б) или к простой (рис. 3.1, в и г).

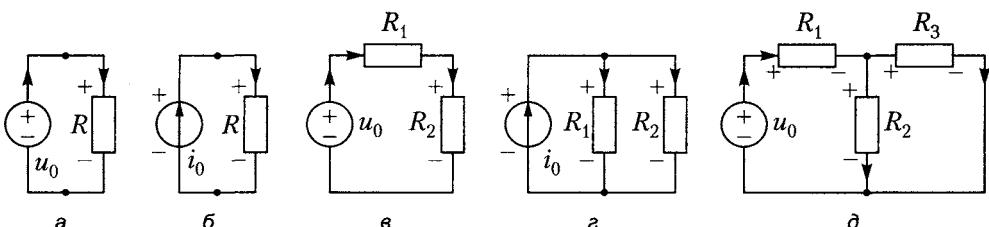


Рис. 3.1

Цепи, изображенные на рис. 3.1, а и б, можно трактовать и как последовательное и как параллельное соединение элементов. Рекомендуется всегда выбирать одинаковые полярности напряжений параллельно соединенных элементов. Тогда очевидно, что

$$u_R = u_0; \quad i_R = i_0 = u_0/R; \quad p_R = u_R i_R = R i_R^2; \quad p_0 = -u_0 i_0 = -p_R; \quad (3.1a)$$

$$i_R = i_0; \quad u_R = u_0 = R i_0; \quad p_R = u_R i_R = u_R^2/R; \quad p_0 = -u_0 i_0 = -p_R, \quad (3.1b)$$

причем равенства (3.1a) относятся к рис. 3.1, а, а равенства (3.1б) – к рис. 3.1, б.

В случае исследования простых цепей обычно вначале находят эквивалентное сопротивление цепи (то есть входное сопротивление относительно «входа» цепи – единственного источника):



$$R_{\text{bx}} = R_3 = R_1 + R_2; \quad (3.1\alpha)$$

$$R_{\text{bx}} = R_3 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2); \quad G_{\text{bx}} = 1/R_{\text{bx}} = G_1 + G_2, \quad (3.1\beta)$$

причем выражение (3.1α) относится к рис. 3.1, в, а выражения (3.1β) – к рис. 3.1, г. Этим указанные цепи, фактически, эквивалентно преобразуются к простейшим.

В простых цепях обычно требуется без расчета R_{bx} сразу определять напряжения в схеме на рис. 3.1, в и токи элементов в схеме на рис. 3.1, г, например:

$$u_2 = u_0 R_2 / (R_2 + R_1); \quad i_2 = i_0 R_1 / (R_1 + R_2) = i_0 G_2 / (G_2 + G_1), \quad (3.1\delta)$$

причем первая формула в (3.1δ) называется формулой делителя напряжений (ФДН), а вторая – формулой делителя токов (ФДТ).

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Необходимо уметь трактовать формулы (3.1δ), исходя из физического смысла понятий «сопротивление» и «проводимость».
2. Для простоты расчетов в цепях, изображенных на рис. 3.1, важно удачно (логично, физично) выбирать направления токов – по направлению движения зарядов q , (движущихся по цепи от «плюса» ИН и по направлению тока ИТ).

На основании изложенного практически без труда рассчитывается более сложная схема, приведенная на рис. 3.1, д:



$$R_{23} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3); \quad R_{\text{bx}} = R_1 + R_{23}; \quad i_1 = u_0 / R_{\text{bx}};$$

$$u_2 = u_3 = u_{23} = u_0 R_{23} / (R_{23} + R_1); \quad i_2 = i_1 R_3 / (R_3 + R_2).$$

3.1.2. Метод наложения

Пример 3.1. В схеме (рис. 3.2, а) с тремя воздействиями (источниками), u_{01} , u_{02} и i_0 , реакции, например токи ветвей i_1 и i_2 , можно определить по методу наложения (МН) как алгебраическую сумму элементарных реакций, рассчитанных по схемам (рис. 3.2, б–г), в каждой из которых оставлен только один из источников исходной схемы. При логичных (физических) направлениях токов в каждой из схем расчетные формулы очевидны:

$$i'_1 = i'_2 = \frac{u_{01}}{R_1 + R_2}; \quad i''_1 = \frac{i_0 R_2}{R_1 + R_2}; \quad i''_2 = \frac{i_0 R_1}{R_1 + R_2}; \quad i'''_1 = i'''_2 = \frac{u_{02}}{R_1 + R_2}.$$

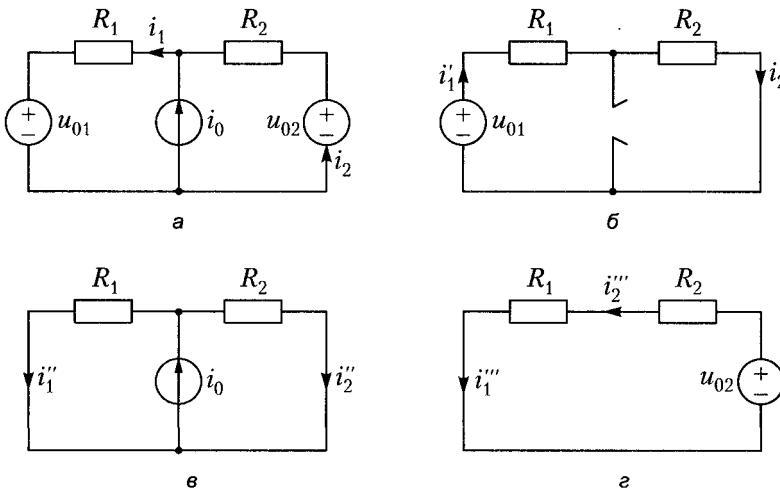


Рис. 3.2

Тогда искомые реакции исходной схемы (рис. 3.2, а)

$$i_1 = -i_1' + i_1'' + i_1''' ; \quad i_2 = -i_2' - i_2'' + i_2''' .$$

ПРИМЕЧАНИЯ

- Исключаемый ИТ i_0 заменяют на ХХ (поскольку в этом случае $i_0 = 0$), исключаемый ИН u_0 — на КЗ (так как $u_0 = 0$).
- Рекомендуется направления токов «элементарных» схем выбирать логично — в соответствии с очевидным направлением движения положительных зарядов q_+ . В этом случае ФДН, ФДТ и формула закона Ома дадут положительный ответ.
- При алгебраическом суммировании элементарную реакцию учитывают с «минусом», если ее направление противоположно исходному.

3.1.3. Метод уравнений Кирхгофа

Метод уравнений Кирхгофа (МУК) обычно используют для расчета относительно несложных схем с несколькими источниками. Вначале произвольно направляют токи ветвей и проставляют полярности напряжений элементов.

Записывают уравнения ЗТК для всех независимых узлов цепи

$$\sum_{(k)} i_k = 0$$

(причем алгебраическое суммирование производят по всем токам i_k рассматриваемого узла) и уравнения ЗНК для всех независимых контуров

$$\sum_{(k)} u_k = 0$$

(причем алгебраическое суммирование производят по напряжениям u_k всех элементов контура, обход которого произволен, со знаком «минус» учитывают напряжения, которые не согласованы с обходом).

Число независимых уравнений $n_{\text{ЗТК}} = n_y - 1$, $n_{\text{ЗНК}} = n_v - n_y + 1 = n_{\text{яч}}$, где n_y — число узлов; n_v — число ветвей; $n_{\text{яч}}$ — число ячеек (в плоских цепях), «зависимый» узел выбирается произвольно. В записанной системе чаще всего исключают (используя закон Ома) напряжения R -элементов и решают систему из $n_v = n_{\text{ЗТК}} + n_{\text{ЗНК}} = n_{\text{МУК}}$ уравнений с n_v неизвестными (которые обычно считают i_{R_k} , $i_{\text{ин}}$, $u_{\text{ит}}$).

СОВЕТЫ

- Последовательное соединение элементов следует считать одной ветвью с общим током (тогда устранимые узлы можно не учитывать в уравнениях ЗТК).
- При параллельном соединении элементов нужно выбирать положительную полярность (всех элементов соединения) у одного узла, а отрицательную — у другого).
- В плоских схемах независимыми контурами удобно считать ячейки.

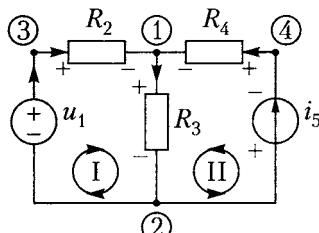


Рис. 3.3

Пример 3.2. Схема цепи приведена на рис. 3.3, при чем $u_1 = 20 \text{ В}$, $R_2 = R_3 = R_4 = 2 \Omega$, $i_5 = 16 \text{ А}$. Найти i_{R_k} (то есть i_2 , i_3 , i_4), $i_{\text{ин}} = i_1$, $u_{\text{ит}} = u_5$.

В последовательных соединениях токи элементов направляем одинаково, тогда $i_1 = i_2$ и $i_4 = i_5 = 16 \text{ А}$. У R -элементов всегда используем согласованную полярность; полярность u_5 выбрана произвольно. В соответствии с рекомендациями имеем $n_y = 2$, $n_v = 3$, $n_{\text{яч}} = 2$, $n_{\text{ЗТК}} = 1$, $n_{\text{ЗНК}} = 2$, $n_{\text{МУК}} = 3$.

Независимым узлом считаем узел 1 (см. рис. 3.3), независимыми контурами — ячейки I и II, обход которых показан. Тремя неизвестными (поскольку $n_{\text{МУК}} = 3$) считаем i_2 , i_3 , u_5 (у элемента R_4 известны все параметры: $i_4 = i_5 = 16 \text{ А}$, $u_4 = R_4 i_4 = 32 \text{ В}$).

Система независимых уравнений МУК имеет вид

$$-i_2 - i_5 + i_3 = 0; \quad -u_1 + u_2 + u_3 = 0; \quad u_3 + u_4 + u_5 = 0.$$

После подстановки известных величин и закона Ома система примет следующую упорядоченную форму:

$$\begin{aligned} -i_2 + i_3 + 0 \cdot u_5 &= 16; \\ 2i_2 + 2i_3 + 0 \cdot u_5 &= 20; \\ 0 \cdot i_2 + 2i_3 + u_5 &= -32. \end{aligned}$$

Решая систему, например, используя определители, находим:

$$i_2 = \frac{\Delta_{i_2}}{\Delta} = \left| \begin{array}{ccc} 16 & 1 & 0 \\ 20 & 2 & 0 \\ -32 & 2 & 1 \end{array} \right| \Bigg/ \left| \begin{array}{ccc} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{array} \right| = -3 \text{ А}; \quad i_3 = \frac{\Delta_{i_3}}{\Delta} = \frac{\Delta_{i_3}}{\Delta} = 13 \text{ А}; \quad u_5 = \frac{\Delta_{u_5}}{\Delta} = \frac{\Delta_{u_5}}{\Delta} = -58 \text{ В}.$$

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Можно каждый элемент считать ветвью и учитывать уравнения ЗТК для устранимых узлов 3 и 4 в схеме, приведенной на рис. 3.3.
2. Имеются и другие нюансы МУК. Например, в сложных цепях можно использовать уравнения ЗТК для сложных сечений, а в рассмотренном примере можно было «обойтись» независимой системой только из первых двух уравнений.

3.1.4. Метод пропорциональных величин и расчет коэффициентов передачи резистивных цепей

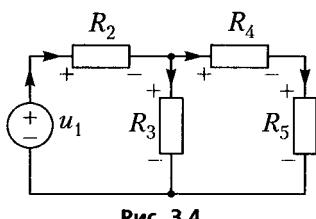
МПВ используется для расчета R -цепей лестничной структуры с единственным источником (то есть воздействием — входным сигналом в цепи) и базируется на свойстве пропорциональности: если единственное в цепи воздействие изменить в k раз, то все реакции (то есть искомые токи или напряжения — выходные сигналы в цепи) изменятся в k раз.

Алгоритм МПВ:

1. Выбирают логичные (физически обоснованные — физичные) направления токов R -цепи (по направлению тока ИТ, например, $i_1 = f_{\text{вх}}$, либо — от вывода ИН, имеющего полярность «+»); в R -элементах используют согласованную полярность.
2. Ток (или напряжение) элемента, обычно «наиболее удаленного» от источника, считают реакцией условно равной единице и обозначают, например, $i_{(7)} = i_{(\text{вых})} = 1$.
3. Постепенно «двигаясь» к источнику, используя главные следствия ЗТК и ЗНК, находят все токи и напряжения $i_{(n)}$, $u_{(n)}$ и в конечном счете — условное значение «входного сигнала» $f_{(\text{вх})}$.
4. Вычисляют коэффициент пропорциональности $k = f_{\text{вх}} / f_{(\text{вх})}$ и все реакции $i_n = ki_{(n)}$, $u_n = ku_{(n)}$.
5. При необходимости находят коэффициенты (коэффициенты передачи) R -цепи: если на входе имеется ИН u_1 , то, например, $H_{U4-1} = u_4/u_1$ — коэффициент передачи по напряжению, $G_{5-1} = i_5/u_1$ — проводимость передачи, $G_{\text{вх}} = G_{1-1} = i_1/u_1$ — входная проводимость. Если на входе ИТ i_1 , то например, $H_{I3-1} = i_3/i_1$, $R_{2-1} = u_2/i_1$, $R_{\text{вх}} = R_{1-1} = u_1/i_1$.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Главное следствие ЗТК: сумма втекающих в узел токов равна сумме вытекающих из него.
2. Главное следствие ЗНК: напряжение u_{mn} между узлами m и n равно алгебраической сумме напряжений по любому пути «из m в n » (правило знаков — «нормальное», как при обходе контура в ЗНК).
3. Рекомендация: лишь определив по МПВ $u_{(n)}$ и $i_{(n)}$, следует «переходить» к элементу с номером $(n - 1)$.



Пример 3.3. Схема цепи приведена на рис. 3.4, здесь $R_k = 2 \Omega$; $u_1 = 30 \text{ В}$. Найти i_3 , u_5 , $H_{U_{2-1}}$, G_{4-1} , $G_{\text{вх}}$. Используя указанные на рис. 3.4 «логичные» направления токов, примем $i_{(5)} = 1$. Тогда

$$u_{(5)} = R_5 i_{(5)} = 2; i_{(4)} = i_{(5)} = 1; u_{(4)} = R_4 i_{(4)} = 2;$$

$$u_{(3)} = u_{(4)} + u_{(5)} = 4;$$

$$i_{(3)} = u_{(3)}/R_3 = 2; i_2 = i_{(3)} + i_{(4)} = 3; u_{(2)} = R_2 i_{(2)} = 6;$$

$$u_{(1)} = u_{(2)} + u_{(3)} = 10.$$

Далее находим

$$k = u_1/u_{(1)} = 3; i_3 = k i_{(3)} = 6; u_5 = k u_{(5)} = 6; H_{U_{2-1}} = u_{(2)}/u_{(1)} = 0,6;$$

$$G_{4-1} = i_{(4)}/u_{(1)} = 0,1 \text{ м}^{-1}; G_{\text{вх}} = G_{1-1} = i_{(1)}/u_{(1)} = i_{(2)}/u_{(1)} = 0,3 \text{ м}^{-1}.$$

$$\text{Контроль: } R_{\text{вх}} = R_2 + R_3(R_4 + R_5)/(R_3 + R_4 + R_5) = 2 + 8/6 = 10/3 = 1/G_{\text{вх}}.$$

3.1.5. Метод определяющих величин

МОВ — это аналог МПВ при расчете цепей с несколькими источниками; особенно эффективен для анализа схем лестничной структуры.

Алгоритм расчета:

1. По-возможности все токи направляют однотипно (например, «слева направо»).
2. Какую-либо реакцию (ток или напряжение), например «крайнюю правую», на схеме обозначают $f_{\text{вых}} = x$.
3. Постепенно «двигаясь», например, к «крайнему левому» на схеме источнику ($f_{\text{вх}}$), используя главные следствия ЗТК и ЗНК, находят токи и напряжения всех элементов (как линейные функционалы от x). В конечном итоге определяют $f_{\text{вх}}$ и, решая алгебраическое уравнение, находят определяющую величину x , а затем все искомые реакции.

ПРИМЕЧАНИЕ

В случае сложных схем (например, мостовых или непланарных) иногда приходится вводить наряду с x и другие определяющие величины (y, z, \dots) и решать систему линейных алгебраических уравнений (которая, однако, гораздо проще систем МУК — см. пример 3.2 (см. 3.1.3)).

Пример 3.4. Схема цепи приведена на рис. 3.5, где $u_1 = 3 \text{ В}$; $R_2 = R_4 = 2 \Omega$; $i_3 = 3 \text{ А}$; $u_5 = 5 \text{ В}$. Найти i_1 , u_3 , i_5 .

Выбираем по-возможности однотипную систему направлений токов и полярностей напряжений, как показано на рис. 3.5. Считаем, например, определяющей величиной $i_5 = x$. Тогда по аналогии с МПВ и примером 3.3 (см. 3.1.4) получим:

$$i_4 = i_5 = x; u_4 = R_4 i_4 = 2x; u_3 = u_4 + u_5 = 2x + 5; i_2 = -i_3 + i_4 = -3 + x;$$

$u_2 = R_2 i_2 = -6 + 2x; u_1 = u_2 + u_3 = (-6 + 2x) + (2x + 5) = 4x - 1 = 3,$
поскольку $u_1 = 3$ по условию.

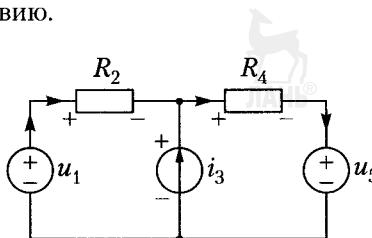


Рис. 3.5

Решая уравнение, находим $x = 1$. Определяем искомые реакции:

$$i_1 = i_2 = -3 + x = -2 \text{ А}; u_3 = 2x + 5 = 7 \text{ В}; i_5 = x = 1 \text{ А}.$$

Контроль, например, по ЗТК: $i_5 = i_2 + i_3 = -2 + 3 = 1 \text{ А}$.

3.1.6. Использование эквивалентного преобразования соединений «треугольником» и «звездой» при расчете цепей

На рис. 3.6, а, изображен участок цепи, представляющий трехлучевую «звезду» а на рис. 3.6, б – соединение «треугольником».

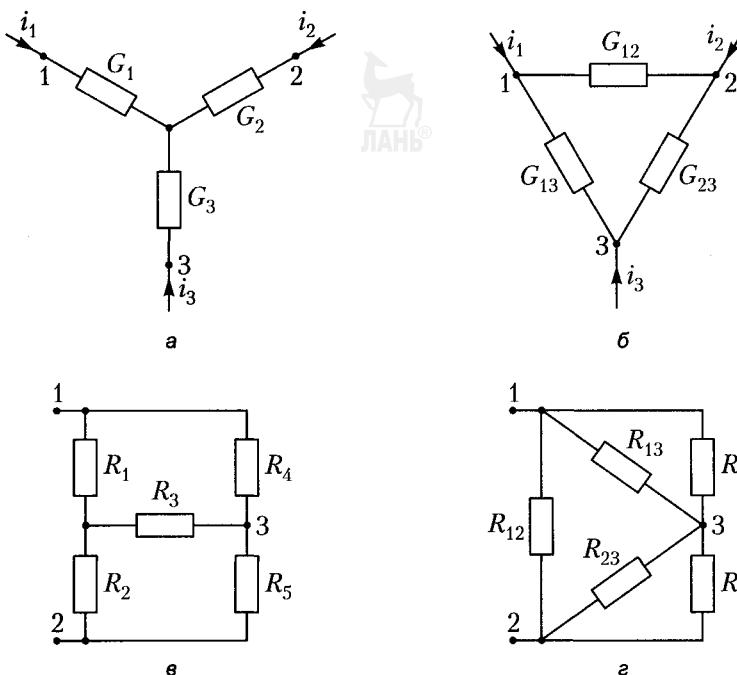


Рис. 3.6

По заданным проводимостям «звезды» G_1, G_2, G_3 определяем эквивалентные проводимости «треугольника» G_{12}, G_{13}, G_{23} по формулам

$$G_{12} = G_1 G_2 / (G_1 + G_2 + G_3); G_{13} = G_1 G_3 / (G_1 + G_2 + G_3); G_{23} = G_2 G_3 / (G_1 + G_2 + G_3).$$

Формулы для определения эквивалентных сопротивлений «звезды» по заданным сопротивлениям «треугольника» имеют вид

$$R_1 = R_{12} R_{13} / (R_{12} + R_{13} + R_{23}); R_2 = R_{12} R_{23} / (R_{12} + R_{13} + R_{23}); \\ R_3 = R_{13} R_{23} / (R_{12} + R_{13} + R_{23}).$$

Пример 3.5. Применим рассмотренное преобразование для определения входного сопротивления цепи относительно узлов 1 и 2 (рис. 3.6, в), считая $R_1 = R_2 = 4 \text{ Ом}$; $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $R_4 = R_5 = 2 \text{ Ом}$ (то есть $G_1 = G_2 = 1/4$, $G_3 = 1/R_3 = 1/8$).

Преобразуем «звезду», образованную элементами R_1, R_2, R_3 , в «треугольник». В результате получим схему (рис. 3.6, г), в которой

$$G_{12} = G_1 G_2 / (G_1 + G_2 + G_3) = 1/10; G_{13} = G_1 G_3 / (G_1 + G_2 + G_3) = 1/20; \\ G_{23} = G_2 G_3 / (G_1 + G_2 + G_3) = 1/20,$$

тогда $R_{12} = 10 \text{ Ом}$, $R_{13} = 20 \text{ Ом}$, $R_{23} = 20 \text{ Ом}$. Таким образом,

$$R_{\text{bx}} = \frac{R_{12} \left(\frac{R_{13} R_4}{R_{13} + R_4} + \frac{R_{23} R_5}{R_{23} + R_5} \right)}{R_{12} + \frac{R_{13} R_4}{R_{13} + R_4} + \frac{R_{23} R_5}{R_{23} + R_5}} = \frac{8}{3} \text{ Ом}.$$

ПРИМЕЧАНИЕ

Результат легко проконтролировать, учитывая, что мостовое соединение, приведенное на рис. 3.6, в, симметрично, то есть элемент R_3 «не работает» (см. также 3.1.11).

3.1.7. Метод контурных токов

Метод контурных токов (МКТ) применяется для расчета реакций путем предварительного вычисления всех условных контурных токов, протекающих в независимых контурах схемы; число независимых уравнений МКТ $n_{\text{МКТ}} = n_v - n_y + 1 = n_{\text{яч}}$, где n_v и n_y — числа ветвей и узлов цепи; $n_{\text{яч}}$ — число ячеек плоской схемы.

Пример 3.6. Составить систему уравнений МКТ для схемы, представленной на рис. 3.7.

Для контуров, содержащих ИТ, запишем вырожденные уравнения, учитывая, что через один ИТ может проходить только один контурный ток.

Система уравнений МКТ будет иметь вид ($n_{\text{МКТ}} = n_{\text{яч}} = 4$):

$$i_{k1} = i_1; i_{k2} = i_5; i_{k3} = i_6; i_{k1} R_{41} + i_{k2} R_{42} + i_{k3} R_{43} + i_{k4} R_{44} = u_{k4},$$

где i_{kn} — контурный ток, протекающий условно в независимом контуре n ; R_{nn} — собственное сопротивление контура n , равное сумме сопротивлений всех

R -ветвей контура; $R_{nm} = R_{mn}$ — взаимное сопротивление контуров n и m , равное сумме сопротивлений R -ветвей, по которым протекают i_{kn} и i_{km} , причем эту сумму берут со знаком «минус», если указанные контурные токи протекают встречно; u_{kn} — контурное напряжение, равное алгебраической сумме напряжений ИН контура n , учитываемых по обратному правилу знаков ЗНК (то есть $u_{k4} = u_7$).

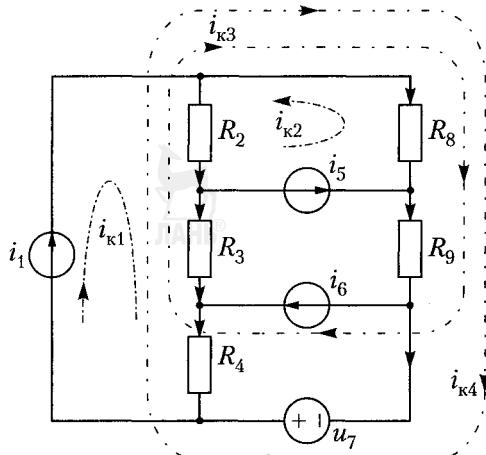


Рис. 3.7

В данном случае неизвестен только один контурный ток i_{k4} , который определяется из уравнения

$$i_{k4}(R_2 + R_3 + R_4 + R_8 + R_9) - i_{k1}(R_2 + R_3 + R_4) - i_{k2}(R_2 + R_8) + i_{k3}(R_2 + R_3 + R_8 + R_9) = u_7;$$

$$i_{k4} = \frac{u_7 + i_1(R_2 + R_3 + R_4) + i_5(R_2 + R_8) - i_6(R_2 + R_3 + R_8 + R_9)}{(R_2 + R_3 + R_4 + R_8 + R_9)}.$$

Токи любой R -ветви можно определить по алгебраической сумме контурных токов, протекающих по этой ветви. Напряжение в каждой ветви также легко узнать, используя закон Ома. Так, $i_2 = i_{k1} + i_{k2} - i_{k3} - i_{k4}$; $i_3 = i_{k1} - i_{k3} - i_{k4}$; $i_4 = i_{k1} - i_{k4}$; $i_8 = i_{k3} + i_{k4} - i_{k2}$; $i_9 = i_{k3} + i_{k4}$; $i_7 = i_{k4}$.

ПРИМЕЧАНИЕ

Данная схема рассчитана при помощи так называемого нестандартного МКТ, когда независимые контуры МКТ выбирают так, чтобы токи ИТ были контурными ($i_{k1} = i_1$, $i_{k2} = i_5$...), получая вырожденные (то есть упрощенные) уравнения МКТ. «Стандартный» МКТ используют, если все ИТ преобразуют к эквивалентным ИН. Однако в этом случае расчет токов исходной (непреобразованной) цепи усложняется в сравнении с изложенным: необходимо использовать также уравнения ЗТК исходной цепи.

3.1.8. Метод узловых напряжений (метод узловых потенциалов)

Метод узловых напряжений (МУН) применяется для расчета реакций путем предварительного вычисления напряжений (потенциалов) узлов схемы относительно базисного узла, который выбирается произвольно и потенциал которого считают нулевым. Число независимых уравнений МУН $n_{\text{МУН}} = n_{\text{ЗТК}} = n_y - 1$, где n_y — число узлов схемы.

Пример 3.7. Составить систему уравнений МУН для схемы, представленной на рис. 3.8, а.

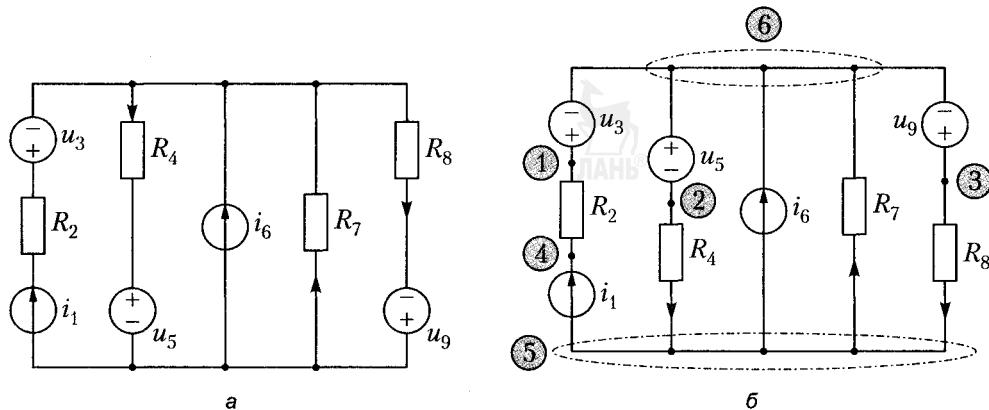


Рис. 3.8

Вначале преобразуем схему так, чтобы все ИН были подсоединенены к одному узлу 6, который считаем базисным (рис. 3.8, б). В данной схеме известны напряжения всех узлов, кроме четвертого и пятого. Система уравнений МУН записывается следующим образом ($n_{\text{МУН}} = 6 - 1 = 5$): $u_{y1} = u_3; u_{y2} = -u_5; u_{y3} = u_9; u_{y4}G_2 - u_{y1}G_2 = i_1; u_{y5}(G_4 + G_7 + G_8) - u_{y2}G_4 - u_{y3}G_8 = -i_1 - i_6$, причем в общем случае уравнение МУН для узла n имеет вид $G_{nn}u_{yn} + \dots + G_{nm}u_{ym} + \dots + G_{nn}u_{ym} + \dots = i_{yn}$, где u_{yn} — напряжение узла n относительно базисного узла; G_{nn} — собственная проводимость узла n , равная сумме проводимостей R -ветвей узла n ; G_{nm} — взаимная проводимость узлов n и m , равная взятой со знаком «минус» сумме проводимостей R -ветвей, непосредственно соединяющих узлы m и n ; i_{yn} — узловой ток ИТ узла n , равный алгебраической сумме токов ИТ узла n (втекающий в узел ток ИТ берут со знаком «плюс»).

Решение уравнений схемы выглядит следующим образом:

$$u_{y4} = \frac{u_3G_2 + i_1}{G_2}; \quad u_{y5} = \frac{-u_5G_4 + u_9G_8 - i_1 - i_6}{G_4 + G_7 + G_8}.$$

После вычисления всех узловых напряжений необходимо найти токи R -ветвей. Их определяют по простым формулам $i_{nm} = (u_{yn} - u_{ym})/R_{mn}$, где R_{mn} —

сопротивление ветви между узлами n и m . В примере $i_2 = (u_{y4} - u_{y1})/R_2$; $i_4 = (u_{y2} - u_{y5})/R_4$; $i_7 = (u_{y5} - 0)/R_7$; $i_8 = (u_{y3} - u_{y5})/R_8$.

ПРИМЕЧАНИЕ

В общепринятом «стандартном» МУН все ИН цепи необходимо преобразовать к эквивалентным ИТ. Поскольку пример решен с помощью «нестандартного» МУН, нам не нужно было преобразовывать схему цепи. Если бы все ИН схемы не имели общего узла, пришлось бы пользоваться именно «стандартным» методом: в этом случае расчет токов исходной цепи усложняется в сравнении с описанным в примере, так как необходимо использовать также уравнения ЗТК исходной цепи.

3.1.9. Метод эквивалентных источников

Любую линейную цепь с источниками можно по отношению к нагрузке R_n представить последовательным соединением ИН $u_s = u_{xx}$ и эквивалентного сопротивления R_s (то есть схемой МЭИН — метода эквивалентного источника напряжения) или параллельным соединением ИТ $i_s = i_{K3}$ и эквивалентного сопротивления R_s (то есть схемой МЭИТ — метода эквивалентного источника тока). При этом R_s — эквивалентное сопротивление исходной цепи без источников относительно R_n , а $u_s = u_{xx}$ — напряжение на «оборванной нагрузке» в исходной цепи; $i_s = i_{K3}$ — ток КЗ нагрузки в исходной цепи. В ТЦ R_s часто называют внутренним (или выходным) сопротивлением эквивалентного источника. Для проверки используют формулу $u_{xx} = i_{K3} R_s$. В качестве R_n может «выступать» любой ДП, в том числе нелинейный.

Пример 3.8. Данна цепь рис. 3.9, а: $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$; $R_3 = R_4 = 4 \text{ Ом}$; $u_{04} = 8 \text{ В}$; $i_{01} = 6 \text{ А}$. Определить i_2 по МЭИН.

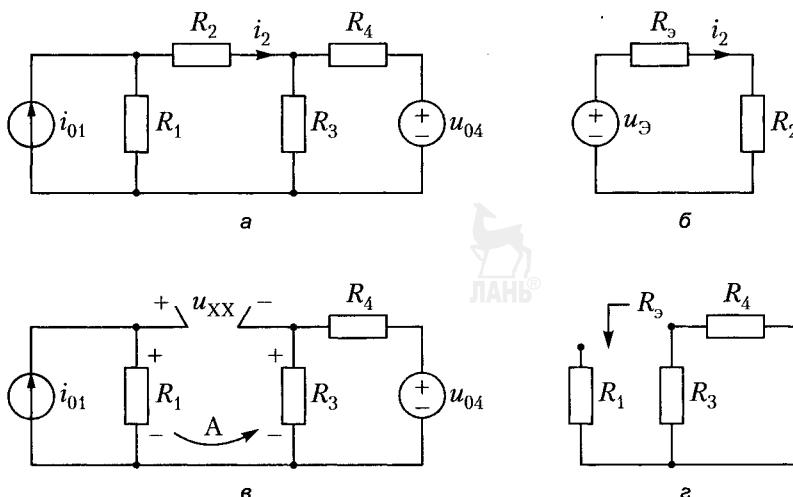


Рис. 3.9

По схеме МЭИН (рис. 3.9, б) реакция $i_2 = u_3/(R_3 + R_2)$. Напряжение $u_3 = u_{XX}$ определяется по схеме рис. 3.9, в на основании главного следствия ЗНК для контура А: $u_{XX} = i_{01}R_1 - u_{04}R_3/(R_3 + R_4) = 10$ В. Сопротивление R_3 определяется относительно нагрузки R_2 по схеме, приведенной на рис. 3.9, г, полученной из схемы, изображенной на рис. 3.9, а, с исключенными источниками: $R_3 = R_1 + R_4(R_3 + R_4)/(R_3 + R_4) = 3$ Ом. Тогда $i_2 = 10/(3+1) = 2,5$ А.

3.1.10. Использование эквивалентных преобразований структуры цепи при расчете входного сопротивления пассивного двухполюсника сложной структуры

Пример 3.9. Данна цепь (рис. 3.10, а). Известны значения сопротивлений цепи. Определить входное сопротивление цепи относительно узлов 1 и 2.

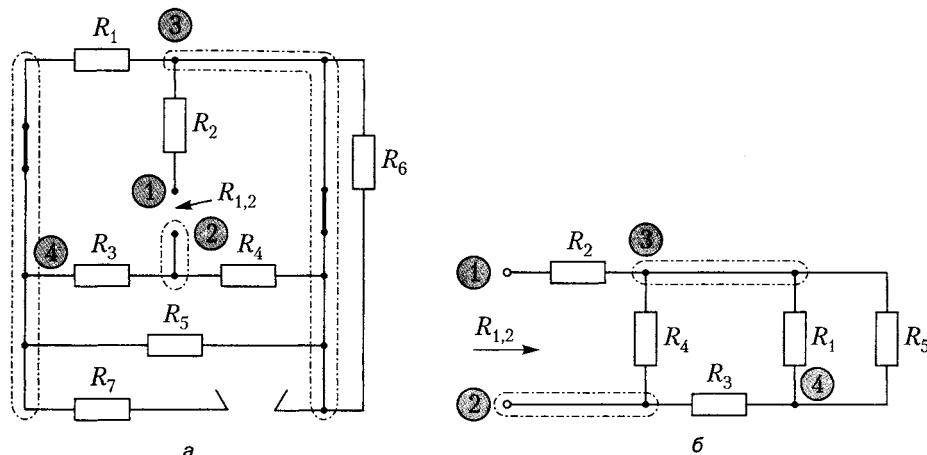


Рис. 3.10

Начнем с обозначения и нумерации всех узлов (см. штриховые линии). Теперь легче разобраться, как элементы соединены между собой. Но лучше перечертим схему как показано на рис. 3.10, б, чтобы она была удобнее для анализа. Тогда очевидно, что входное сопротивление

$$R_{1,2} = R_2 + \frac{R_4(R_3 + (R_1R_5)/(R_1 + R_5))}{R_4 + R_3 + (R_1R_5)/(R_1 + R_5)}.$$

При этом и в формуле, и на рис. 3.10, б не учтены элементы R_6 и R_7 , так как они «не работают», то есть не влияют на режим в остальной цепи (параллельно R_6 имеется КЗ, а последовательно R_7 — ХХ).

3.1.11. Использование теоремы замещения при расчете R-цепей

Любая ветвь цепи с током i_k и напряжением u_k для расчетных целей может быть на основании теоремы замещения заменена либо ИТ i_k , либо ИН u_k . Если $i_k = 0$,

ветвь эквивалентна ХХ, если $u_k = 0$, ветвь эквивалентна КЗ. Если ИТ i_0 соединен последовательно с ДП, то все соединение можно заменить ИТ i_0 , если ИН u_0 соединен параллельно ДП, то все соединение можно заменить ИН u_0 , при этом указанные ДП не влияют на режим в остальной цепи.

Пример 3.10. Необходимо рассчитать мостовую цепь, изображенную на рис. 3.11, а, при $R_1 = R_4$, $R_2 = R_5$. В силу симметрии мостового соединения узлы А и В экви-потенциальны, то есть $u_3 = u_{AB} = 0$, следовательно, R_3 можно эквивалентно заменить на КЗ, и расчет цепи упрощается. Но если $u_3 = 0$, то $i_3 = u_3/R_3 = 0$ и R_3 можно эквивалентно заменить на ХХ, то есть расчет цепи тоже становится простым.

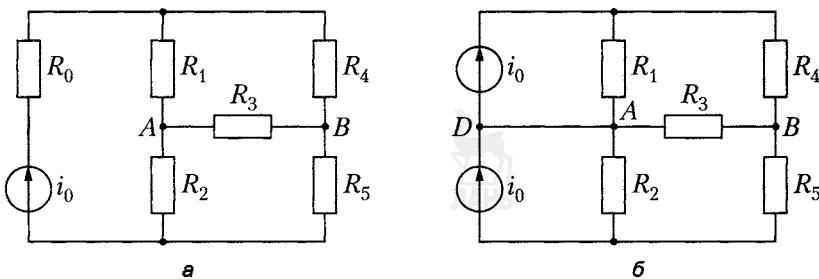


Рис. 3.11

Пример 3.11. Необходимо элементарно непреобразуемый ИТ i_0 в схеме, приведенной на рис. 3.11, а, преобразовать к эквивалентным ИН.

Поскольку ток в сопротивлении R_0 равен ИТ i_0 , то на основании теоремы замещения вводим в схему вместо сопротивления R_0 еще один ИТ i_0 , как показано на рис. 3.11, б. Затем вводим в схему КЗ-участок DA , ток которого $i_{DA} = 0$ (то есть участок DA эквивалентен ХХ). Теперь оба ИТ i_0 можно преобразовать к эквивалентным ИН.

3.1.12. Расчет цепей с накопителями одного вида

Следует иметь в виду, что все формулы для соединений L -элементов аналогичны формулам для подобных соединений R -элементов, а формулы для соединений C -элементов дуальны, то есть аналогичны формулам, записанным с использованием проводимостей G .

Основные формулы L -элемента имеют вид

$$u_L(t) = L i'_L(t); \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L(t) dt = i_L(t_0^-) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(t) dt; \quad w_L(t) = L i_L^2(t)/2,$$

а формулы C -элемента дуальны:

$$i_C(t) = C u'_C(t); \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(t) dt = u_C(t_0^-) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(t) dt; \quad w_C(t) = C u_C^2(t)/2;$$

Пример 3.12. Схема цепи и график тока приведены на рис. 3.12, а и б; здесь $C_1 = 1 \Phi$; $C_2 = 4 \Phi$. Найти напряжение ИТ и построить его график (закон изменения).

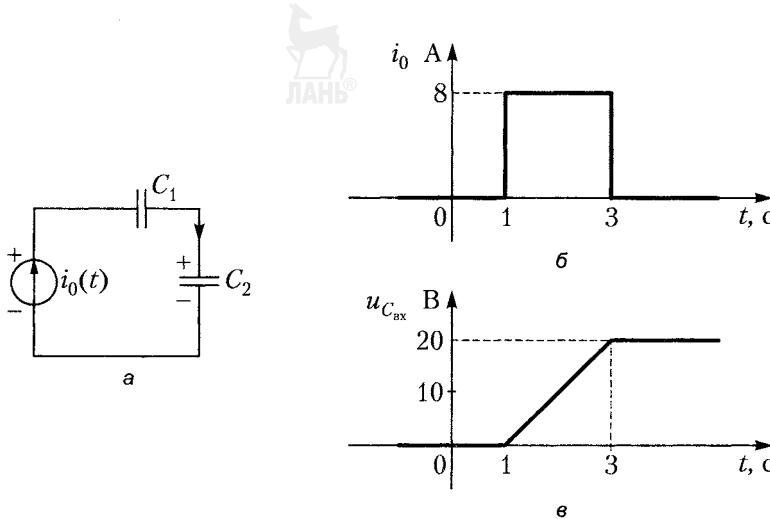


Рис. 3.12

Эквивалентная (входная) емкость цепи $C_{\text{вх}} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) = 1 \cdot 4 / (1 + 4) = 0,8 \Phi$. На интервале $-\infty < t < 1$ находим

$$u_0(t) = u_{C_{\text{вх}}}(t) = \frac{1}{C_{\text{вх}}} \int_{-\infty}^t i_0(t) dt = 0; u_{C_{\text{вх}}}(1^-) = 0.$$

На интервале $1 < t < 3$ закон изменения напряжения

$$u_0(t) = u_{C_{\text{вх}}}(t) = \frac{1}{C_{\text{вх}}} \int_1^t i_0(t) dt + u_{C_{\text{вх}}}(1^-) = \frac{1}{0,8} \int_1^t 8 dt + 0 = 10t - 10;$$

$$u_{C_{\text{вх}}}(3^-) = 20.$$

На последнем интервале, $3 < t < \infty$, получим

$$u_0(t) = u_{C_{\text{вх}}}(t) = \frac{1}{C_{\text{вх}}} \int_1^t i_0(t) dt + u_{C_{\text{вх}}}(3^-) = 0 + 20 = 20.$$

График $u_0(t) = u_{C_{\text{вх}}}(t)$ приведен на рис. 3.12, в.

Пример 3.13. Найти энергию, запасенную в электрическом поле элемента C_2 к моменту $t = 3$, на основании данных примера 3.12.

Используя для C -элементов ФДН (которая аналогична ФДТ для R -элементов), находим $u_{C_2}(t) = u_{C_{\text{вх}}}(t) C_1 / (C_1 + C_2)$, то есть для $t = 3$ на основании рис. 3.12, в получим $u_{C_2}(3) = 20 \cdot 1 / (1 + 4) = 4 \text{ В}$; тогда энергия

$$W_C(3) = C_2 u_{C_2}^2(3) / 2 = 4 \cdot 4^2 / 2 = 32 \text{ Дж.}$$

3.1.13. Построение дуальных цепей

Два элемента дуальны, если вольт-амперные характеристики одного математически аналогичны ампер-вольтным характеристикам другого. Уравнение одного дуального элемента можно преобразовать к уравнению другого путем следующих замен: $u \leftrightarrow i$, $R \leftrightarrow G$, $L \leftrightarrow C$, ИН \leftrightarrow ИТ, ХХ \leftrightarrow КЗ. У дуальных цепей дуальны уравнения соединений ЗТК и ЗНК, последовательное соединение дуально параллельному, независимый контур дуален независимому узлу и т. п. Принципы построения дуальных цепей разработаны для плоских (непланарных) структур.

Пример 3.14. Найти дуальную цепь для схемы, приведенной на рис. 3.13, а.

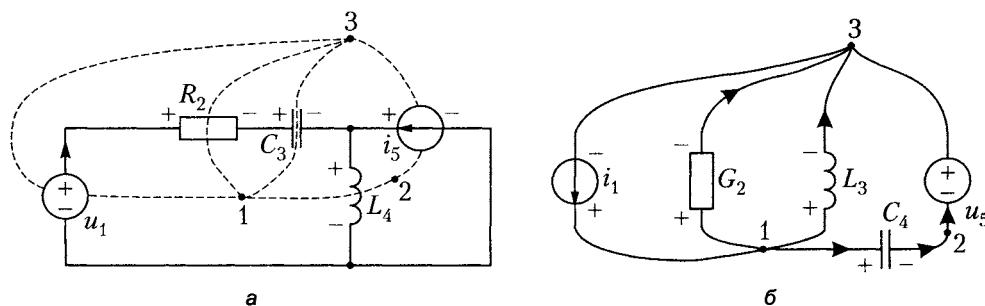


Рис. 3.13

Для построения цепи, дуальной данной планарной, требуется:

1. Независимые узлы дуальной цепи обозначить внутри независимых контуров (ячеек) исходной. В примере это узлы 1 и 2.
2. Зависимый узел обозначить вне схемы исходной цепи — это узел 3.
3. Все дуальные узлы соединить через элементы исходной схемы. В примере эти соединения будущей дуальной цепи показаны штриховкой.
4. Каждый элемент заменить дуальным — получится дуальная цепь (рис. 3.13, б).
5. Использовать следующее правило знаков: если при обходе ячейки исходной цепи по часовой стрелке «входим в плюс» элемента («идем» по направлению тока), то в дуальном элементе ток направляем от дуального узла (необходимо «плюс» поставить у дуального узла).

В результате для исходной схемы имеем уравнения

$$i_{L_4} - i_{R_2 C_3} - i_5 = 0, \quad -u_1 + u_{R_2} + u_{C_3} + u_{L_4} = 0, \quad -u_{L_4} + u_5 = 0.$$

Для дуальной схемы $u_{C_4} - u_{G_2 L_3} - u_5 = 0$, $-i_1 + i_{G_2} + i_{L_3} + i_{C_4} = 0$, $-i_{C_4} + i_5 = 0$.

3.1.14. Определение проводимостей и сопротивлений передачи на основании МКТ и МУН

Если единственный в цепи ИН $u_j = u_{kj}$ входит только в независимый контур j , то ток i_m ветви m , совпадающей с контурным током i_{km} (так всегда можно выбрать независимые контуры), определяется по формуле $i_m = i_{km} = G_{m-j}u_{kj} = G_{m-j}u_j$, где

$G_{m-j} = A_{jm} / \Delta_{\text{МКТ}}$ — проводимость передачи от ИН u_j к току i_m ; $\Delta_{\text{МКТ}}$ — главный определитель системы уравнений МКТ; $A_{jm} = (-1)^{j+m} \Delta_{jm}$ — алгебраическое дополнение элемента jm в $\Delta_{\text{МКТ}}$; Δ_{jm} — определитель, полученный из $\Delta_{\text{МКТ}}$ вычеркиванием строки j и столбца m .

Пример 3.15. Схема цепи приведена на рис. 3.14, причем $u_1 = 24$ В, $R_k = 1$ Ом. Найти G_{3-1} и i_3 .

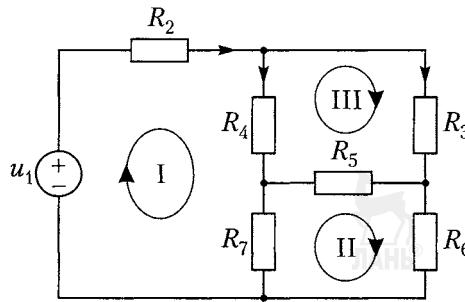


Рис. 3.14

Выбираем независимые контуры так, чтобы $u_1 = u_{k1}$, $i_3 = i_{k3}$. Тогда $G_{3-1} = \frac{(-1)^{1+3} \Delta_{13}}{\Delta_{\text{МКТ}}} = \frac{i_3}{u_1}$, причем

$$\Delta_{\text{МКТ}} = \begin{vmatrix} (R_2 + R_4 + R_7) & -R_7 & -R_4 \\ -R_7 & (R_5 + R_6 + R_7) & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & (R_3 + R_4 + R_5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 16;$$

$$\Delta_{13} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 4.$$

Таким образом, $G_{3-1} = 1/4$, тогда $i_3 = u_1 G_{3-1} = 24/4 = 6$ А.

Результат легко проверить, так как в рассмотренной схеме мостовое соединение симметрично и элемент R_5 «не работает». Следовательно, входное сопротивление $R_{\text{вх}} = R_2 + (R_4 + R_7)(R_3 + R_6)/(R_4 + R_7 + R_3 + R_6) = 1 + 1 = 2$ Ом; тогда $i_2 = u_1/R_{\text{вх}} = A$, $i_3 = 0,5 i_2 = 6$ А.

ПРИМЕЧАНИЕ

Аналогично, используя МУН, можно определить сопротивление передачи от единственного в цепи ИТ i_j , находящегося между узлом j и базисным узлом, к узловому напряжению u_{ym} узла m :

$$R_{m-j} = \frac{u_{ym}}{i_j} = \frac{(-1)^{j+m} \Delta_{jm}}{\Delta_{\text{МУН}}},$$

где $\Delta_{\text{МУН}}$ — главный определитель системы уравнений МУН.

3.1.15. Использование теоремы компенсации для расчета изменения реакций при вариации параметров цепи

Изменение реакции $\Delta f_{\text{вых}}$ исходной цепи при вариации параметра R_k находят расчетом присоединенной цепи (ПЦ), полученной согласно теореме компенсации из исходной цепи исключением всех источников и присоединением последовательно с ветвью $R_k + \Delta R_k$ дополнительного (компенсирующего) ИН $u_{\Delta} = \Delta R_k i_k$, где i_k — ток через элемент R_k в исходной цепи.

Пример 3.16. Полагаем, что в исходной цепи, изображенной на рис. 3.15, *a*, сопротивление резистора R_1 изменилось и стало равным $R_1 + \Delta R_1$.

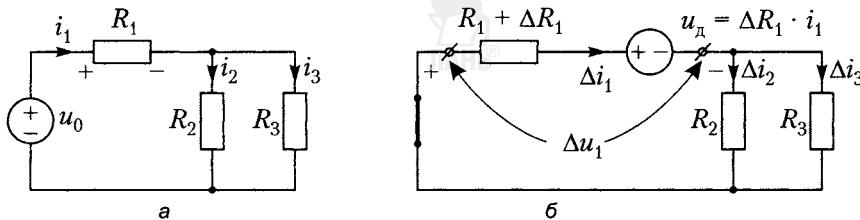


Рис. 3.15

По теореме компенсации расчет ПЦ, показанной на рис. 3.15, *b*, дает изменение реакции

$$\begin{aligned}\Delta u_1 &= (R_1 + \Delta R_1) \Delta i_1 + u_{\Delta} = (R_1 + \Delta R_1) \left(\frac{-u_{\Delta}}{R_1 + \Delta R_1 + R_{23}} \right) + u_{\Delta} = \\ &= \frac{R_{23} u_{\Delta}}{R_1 + \Delta R_1 + R_{23}} = \frac{R_{23} \Delta R_1 u_0}{(R_1 + R_{23})(R_1 + \Delta R_1 + R_{23})},\end{aligned}$$

где $R_{23} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3)$, $u_{\Delta} = \Delta R_1 i_1$, $i_1 = u_0 / (R_1 + R_{23})$ — ток в цепи, изображенной на рис. 3.15, *a*.

Изменение Δu_1 можно получить также в результате непосредственного расчета исходной цепи. При $R_{10} = R_1 + \Delta R_1$ имеем

$$u_{10} = u_1 + \Delta u_1 = (R_1 + \Delta R_1) u_0 / (R_1 + \Delta R_1 + R_{23});$$

при исходном сопротивлении R_1 было $u_1 = R_1 u_0 / (R_1 + R_{23})$.

Тогда изменение реакции

$$\Delta u_1 = u_{10} - u_1 = \left(\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_{23}} - \frac{R_1}{R_1 + R_{23}} \right) u_0 = \frac{\Delta R_1 R_{23} u_0}{(R_1 + R_{23})(R_1 + \Delta R_1 + R_{23})}.$$

Теорема компенсации и расчет исходной цепи при вариации параметров дают одинаковый результат. Аналогично могут быть рассчитаны изменения любых других реакций в цепи (Δi_1 , Δi_2 , Δu_2 и т. д.).

3.1.16. Применение теоремы компенсации для расчета функций абсолютной чувствительности цепи к изменению параметров

На основе теоремы компенсации функция $T_{f_{\text{вых}} - R_k}$ абсолютной чувствительности (ФАЧ) реакции $f_{\text{вых}}$ исходной цепи к изменению ее параметра R_k определяется в результате анализа ПЦ, полученной из исходной цепи исключением всех источников и присоединением последовательно с резистором R_k дополнительного ИН $u_{\text{доп}} = 1 \cdot i_k$, где i_k — ток через элемент R_k в исходной цепи.

Пример 3.17. Функция $T_{u_1 - R_1}$ абсолютной чувствительности напряжения u_1 к изменению параметра R_1 в цепи, приведенной на рис. 3.16, а, определяется согласно теореме компенсации из ПЦ, изображенной на рис. 3.16, б. На цепь воздействует напряжение $u_{\text{доп}} = 1 \cdot i_1$, где $i_1 = u_0 / (R_1 + R_{23})$ — ток в исходной цепи.

Из анализа цепи, приведенной на рис. 3.16, б, находим ФАЧ в виде напряжения:

$$T_{u_1 - R_1} = -\frac{R_1}{R_1 + R_{23}} u_{\text{доп}} + u_{\text{доп}} = -\frac{R_1}{(R_1 + R_{23})^2} u_0 + \frac{u_0}{R_1 + R_{23}} = \frac{R_{23}}{(R_1 + R_{23})^2} u_0.$$

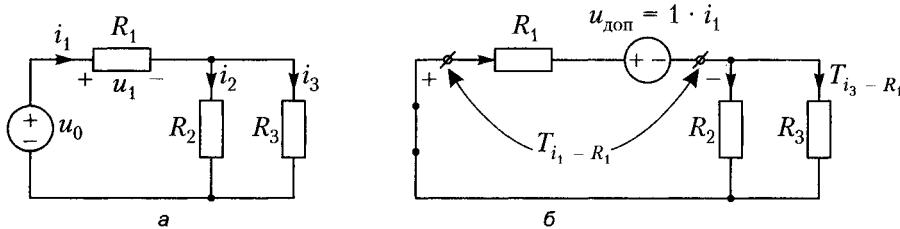


Рис. 3.16

ФАЧ $T_{u_1 - R_1}$ можно получить также непосредственно по исходной цепи вычислением производной от реакции u_1 цепи, изображенной на рис. 3.16, а, по параметру R_1 :

$$T_{u_1 - R_1} = \frac{du_1}{dR_1} = \frac{d[R_1 u_0 / (R_1 + R_{23})]}{dR_1} = -\frac{R_1}{(R_1 + R_{23})^2} u_0 + \frac{u_0}{R_1 + R_{23}} = \frac{R_{23}}{(R_1 + R_{23})^2} u_0.$$

Аналогично по схеме, приведенной на рис. 3.16, б, могут быть рассчитаны ФАЧ остальных реакций цепи к изменению значения параметра R_1 (например, $T_{i_3 - R_1}$).

3.1.17. Применение теоремы Теледжена для расчета функций абсолютной чувствительности цепи к изменению параметров

На основе теоремы Теледжена ФАЧ вида $T_{u_{\text{вых}} - R_k}$ определяют по формуле $T_{u_{\text{вых}} - R_k} = -i_k \tilde{i}_k$, где i_k — ток через элемент R_k в исходной цепи; \tilde{i}_k — ток через R_k в ПЦ, полученной из исходной цепи исключением всех источников и присоединением дополнительного ИТ $i_{\text{доп}} = 1$ параллельно ветви с напряжением $u_{\text{вых}}$.

ФАЧ вида $T_{i_{\text{вых}} - R_k}$ находят из выражения $T_{i_{\text{вых}} - R_k} = i_k \tilde{i}_k$, где i_k — ток через R_k в исходной цепи; \tilde{i}_k — ток через R_k в ПЦ, полученной из исходной цепи исключе-

нием всех источников и последовательным подключением дополнительного ИН $u_{\text{доп}} = 1$ в ветвь с током $i_{\text{вых}}$.

Пример 3.18. При вариации сопротивления R_1 в цепи, приведенной на рис. 3.17, а, ФАЧ $T_{u_1 - R_1}$ вычисляется следующим образом:

$$T_{u_1 - R_1} = -i_1 \tilde{i}_1 = -\left(\frac{u_0}{R_1 + R_{23}} \right) \left(-\frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} \tilde{i}_{\text{доп}} \right) = \frac{R_{23}}{(R_1 + R_{23})^2} u_0,$$

где $i_1 = \frac{u_0}{R_1 + R_{23}}$ — ток в исходной цепи; $\tilde{i}_1 = -\frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} \tilde{i}_{\text{доп}}$ — ток в ПЦ, изображенной на рис. 3.17, б; $R_{23} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3)$.

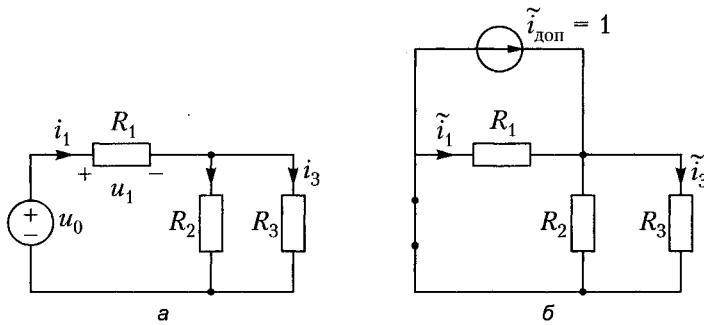


Рис. 3.17

Полученный результат полностью соответствует данным примера 3.17 (см. 3.1.16).

ПРИМЕЧАНИЕ

Если вычисляется ФАЧ, например $T_{u_1 - R_3} = T_{u_{\text{вых}} - R_3}$, расчет выполняют по формуле $T_{u_1 - R_3} = -i_3 \tilde{i}_3$, где i_3 и \tilde{i}_3 — токи схем, изображенных на рис. 3.17, а и б соответственно.

3.1.18. Составление матрицы соединений цепи и узловой матрицы при записи ЗТК и ЗНК

Пример 3.19. Использовать матрицу соединений (структурную матрицу) для машинно-ориентированного подхода к составлению уравнений ЗТК и ЗНК цепи, изображенной на рис. 3.18, а.

1. Изображаем ориентированный граф цепи (рис. 3.18, б), то есть геометрический образ цепи, в котором отражены все элементы и узлы (в том числе устранимые); у каждого элемента указано направление тока и принятая согласованная полярность.
2. Формируем матрицу соединений — абсолютно полную структурную матрицу $[A_a]$. Ее строки соответствуют узлам цепи, столбцы — ветвям цепи: элемент матрицы $a_{nm} = 1$, если ток ветви m вытекает из узла n ; $a_{nm} = -1$, если ток втекает в узел; $a_{nm} = 0$, если ветвь m к узлу n не присоединена:

$$\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{array} \right) = [A_a]. \end{matrix}$$

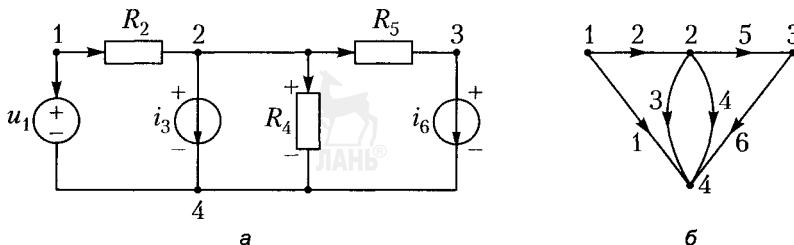


Рис. 3.18

3. Формируем независимую структурную матрицу $[A]$, исключая из матрицы $[A_a]$ одну строку, соответствующую, например, базисному узлу цепи, которым считаем узел 4.
4. Составляем систему независимых уравнений ЗТК: $[A][i] = [0]$. Для цепи, изображенной на рис. 3.18, получим:

$$\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{matrix}$$

5. Формируем узловую матрицу $[A_y] = [A]^T$, где T — знак транспонирования.
6. Составляем систему независимых уравнений ЗНК: $[u] = [A_y][u_y]$, где $[u]$ — матрица напряжений ветвей; $[u_y]$ — матрица узловых напряжений. Для схемы, приведенной на рис. 3.18, при $u_{y4} = 0$ получим очевидную систему уравнений

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{y1} \\ u_{y2} \\ u_{y3} \end{bmatrix}.$$

3.1.19. Составление упорядоченных матричных уравнений цепи

Пример 3.20. Для цепи, изображенной на рис. 3.19, а, составить упорядоченную матричную систему независимых уравнений (по ЗТК, ЗНК и закону Ома).

- На ориентированном графе цепи (рис. 3.19, б) указываем дерево графа, ветви которого соединяют все узлы без образования замкнутых контуров, содержат источники напряжения и не содержат источников тока (хорды, то есть ветви, не вошедшие в дерево, указаны штриховыми линиями).
- Перенумеруем ветви графа в следующей последовательности: источники напряжения и резисторы дерева графа, резисторы и источники тока хорд (следует учесть, что прототипом примера является цепь из примера 3.19 (см. 3.1.18) с иной нумерацией элементов).
- На графе обозначаем главные сечения. Главное сечение (ГС) состоит из одной ветви дерева и нескольких хорд. Номер ГС соответствует номеру его ветви дерева, направление выхода из ГС – направлению его ветви дерева (рис. 3.19, б). Составляем матрицу главных сечений $[Q]$, строки которой соответствуют номерам ГС, столбцы – номерам ветвей графа. Элементы q_{mn} матрицы $[Q]$:
 +1, если ток i_n выходит из ГС с номером m ;
 -1, если ток i_n входит в ГС m ; 0, если ветвь n не относится к ГС m .

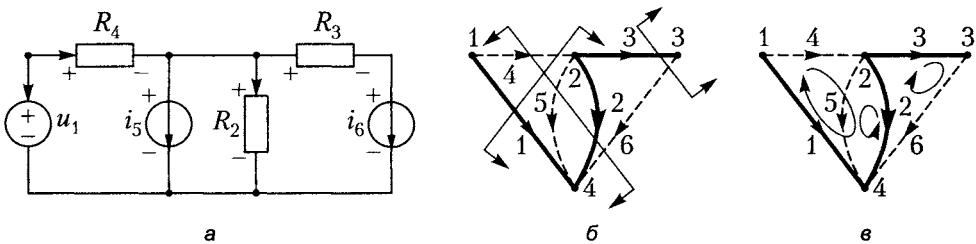


Рис. 3.19

Уравнения ЗТК $[Q][i] = [0]$ имеют вид

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & \left(\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{matrix} \right) & \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; & [(E)(F)] \begin{bmatrix} i_d \\ i_x \end{bmatrix} & = & [0], \end{matrix}$$

где (E) – единичная матрица; (F) – фундаментальная матрица; (i_d) – матрица токов дерева; (i_x) – матрица токов хорд.

- На графике цепи обозначаем главные контуры. Главный контур (ГК) состоит из одной хорды и нескольких ветвей дерева. Номер ГК соответствует номеру его

хорды, направление ГК — направлению его хорды (рис. 3.19, в). Составляем матрицу главных контуров $[B]$, строки которой соответствуют номерам ГК, столбцы — номерам ветвей графа. Элементы b_{mn} матрицы $[B]$: +1, если напряжение u_n согласовано с обходом ГК m ; -1, если напряжение u_n не согласовано с обходом ГК m ; 0, если ветвь n не входит в ГК m . Уравнения ЗНК $[B][u] = [0]$ имеют вид

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & (-1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0) \\ 5 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad [(F_B)(E)] \begin{bmatrix} u_x \\ u_x \end{bmatrix} = [0],$$

где (F_B) — фундаментальная матрица; (u_x) — матрица напряжений ветвей дерева; (u_x) — матрица напряжений хорд. При этом контролируем связь фундаментальных матриц $(F_B) = -(F)^T$, где T — знак транспонирования.

5. Уравнения закона Ома $[u_R] = [R][i_R]$ имеют вид

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2 & 0 & 0 \\ 0 & R_3 & 0 \\ 0 & 0 & R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix},$$

то есть $[R]$ — диагональная матрица.

Итого имеем 9 независимых уравнений (поскольку каждое содержит переменную или параметр, которых нет в других уравнениях). Неизвестных столько же: один ток ИН, два напряжения ИТ, шесть токов и напряжений R -ветвей. При машинно-ориентированном подходе достаточно использовать матрицы $[F]$, $[R]$ и данные об источниках. Алгоритм «восстановления» остальной части уравнений и их решения очевиден.

3.1.20. Применение структурной матрицы при расчете цепей методом узловых напряжений

Рассмотрим матрично-топологический подход к формированию системы уравнений МУН (в предположении, что все ИН преобразованы к эквивалентным ИТ): $[G_{\text{МУН}}][u_y] = [i_y]$, где $[G_{\text{МУН}}]$ — матрица проводимостей МУН; $[u_y]$, $[i_y]$ — матрицы узловых напряжений и узловых токов ИТ. При использовании независимой структурной матрицы $[A]$ уравнения МУН имеют вид

$$[A][G][A]^T[u_y] = -[A][i_0], \quad (3.4)$$

где $[G]$ и $[i_0]$ — матрицы проводимостей и ИТ обобщенных элементов цепи, представляющих собой параллельные соединения R -элемента и ИТ. Матричное уравнение токов таких обобщенных элементов

$$[i] = [G][u] + [i_0]. \quad (3.5)$$

С учетом (см. 3.1.18) уравнений для напряжений таких обобщенных элементов $[u] = [A]^T [u_y]$ и подстановки записанных соотношений в систему независимых уравнений ЗТК

$$[A][i] = [A][G][u] + [A][i_0] = [A][G][A]^T [u_y] + [A][i_0] = 0$$

получаем основное матричное уравнение МУН (3.4).

Пример 3.21. В результате преобразования цепи из примера 3.19 (см. 3.1.18) получим цепь, показанную на рис. 3.20, каждый элемент которой для простоты считаем обобщенным.

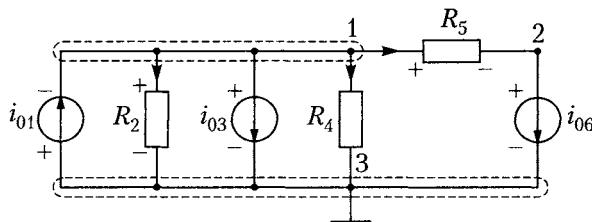


Рис. 3.20

Уравнение (3.5) обобщенных элементов цепи имеет вид

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{01} \\ 0 \\ i_{03} \\ 0 \\ 0 \\ i_{06} \end{bmatrix}.$$

Считая узел 3 базисным, формируем независимую структурную матрицу

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{matrix} = [A].$$

На основании (3.4) получим уравнения МУН:

$$\begin{bmatrix} G_2 + G_4 + G_5 & -G_5 \\ -G_5 & G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{y1} \\ u_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{01} - i_{03} \\ -i_{06} \end{bmatrix}.$$

Определив узловые напряжения u_{y1} , u_{y2} , можем с учетом (3.5) и уравнений $[u] = [A]^T [u_y]$ записать очевидные для простой цепи (см. рис. 3.20) соотношения

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u_{y1} \\ u_{y1} \\ u_{y1} \\ u_{y1} \\ u_{y1} - u_{y2} \\ u_{y21} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{01} \\ G_2 u_{y1} \\ i_{03} \\ G_4 u_{y1} \\ G_5 (u_{y1} - u_{y2}) \\ i_{06} \end{bmatrix}.$$

3.1.21. Эквивалентные преобразования элементарно непреобразуемых источников

Если в схемах имеются элементарно непреобразуемые источники тока или напряжения, для их преобразования необходимо провести ряд дополнительных действий, после которых схемы, содержащие непреобразуемые источники тока и напряжения, превратятся в схемы, которые будут содержать элементарно преобразуемые источники.

Пример 3.22. Рассмотрим цепь с непреобразуемым ИН u_0 (рис. 3.21, а).

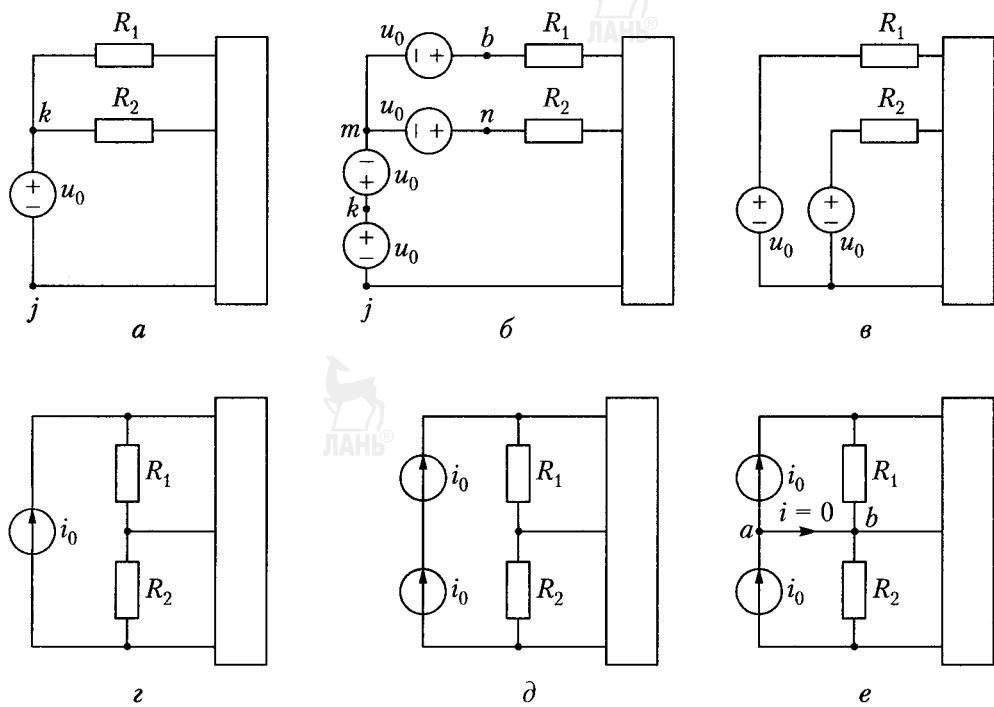


Рис. 3.21

Схема, приведенная на рис. 3.21, б и содержащая три дополнительных встречно включенных ИН u_0 , эквивалентна исходной, так как напряжения точек k , n и b

одинаковы: если точки k , n и b замкнуть накоротко, схема преобразуется к исходной. Теперь можно замкнуть накоротко эквивалентные узлы m и j , в результате получим схему с элементарно преобразуемыми источниками (рис. 3.21, ε).

Пример 3.23. Рассмотрим цепь с элементарно непреобразуемым ИТ (рис. 3.21, ε).

Для преобразования цепи к эквивалентной схеме с элементарно преобразуемыми ИТ необходимо: 1) добавить еще один ИТ: режим цепи не изменится, так как ток в последовательно подключенных ИТ одинаков (рис. 3.21, δ); 2) ввести КЗ-соединение ab , как показано на рис. 3.21, e : режим цепи не изменится, так как ток на участке ab равен нулю.

В итоге получена схема с эквивалентно преобразуемыми ИТ.

3.1.22. Метод сигнальных графов при расчете цепей

Метод сигнальных графов может использоваться для формализованного решения уравнений цепи, разрешенных относительно искомых реакций и представленных в виде сигнального графа (СГ) цепи. Входами СГ являются воздействия, выходами — реакции. Расчет аналогичен МН и производится по формуле Мэзона, которая определяет коэффициент (функцию) передачи H от воздействия $f_{\text{вх}}$ к искомой реакции $f_{\text{вых}}$ и для R -цепей записывается в виде

$$H = \frac{f_{\text{вых}}}{f_{\text{вх}}} = \frac{\sum P_k D_k}{D},$$

где $D = 1 - \sum D_i + \sum D_m D_n - \sum D_j D_e D_s + \dots$ — главный определитель системы уравнений СГ; $\sum D_i$ — сумма передач всех замкнутых контуров СГ (причем передача D_i контура i равна произведению передач, то есть коэффициентов всех его ветвей); $\sum D_m D_n$ — сумма произведений передач контуров m и n , не касающихся друг друга; $\sum D_j D_e D_s$ — сумма произведений передач контуров j , e и s , не касающихся друг друга; P_k — передача пути k от воздействия к реакции (по направлению СГ); D_k — частный определитель пути k , который конструируется аналогично D , но учитывает только те контуры, которые не касаются пути k .

Пример 3.24. Дан СГ (рис. 3.22, a), отражающий некоторую систему уравнений

$$x = 2f_{\text{вх}} - 6y; \quad y = 3x; \quad f_{\text{вых}} = 5z; \quad z = 4y + 9f_{\text{вх}} - 8f_{\text{вых}}.$$

Находим коэффициент передачи:

$$H = \frac{f_{\text{вых}}}{f_{\text{вх}}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5(1 - 0) + 9 \cdot 5[1 - (-6 \cdot 3)]}{1 - (-6 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 7 - 8 \cdot 5) + (-6 \cdot 3)(-8 \cdot 5)} = \frac{195}{695}.$$

Пример 3.25. В цепи (рис. 3.22, δ) $u_1 = 12 \text{ В}$, $R_2 = R_3 = 1 \text{ Ом}$, $i_4 = 8 \text{ А}$, найти i_2 , i_3 .

Систему независимых уравнений ЗНК и ЗТК $R_2 i_2 + R_3 i_3 - u_1 = 0$; $-i_2 + i_3 - i_4 = 0$ разрешаем относительно реакций, например:

$$i_2 = \frac{1}{R_2} u_1 - \frac{R_3}{R_2} i_3; \quad i_3 = i_2 + i_4.$$

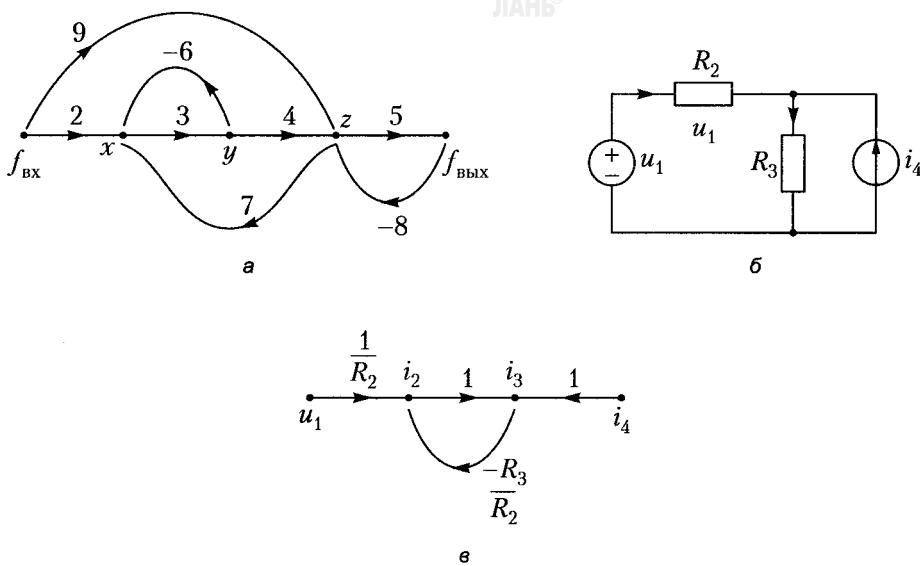


Рис. 3.22

Сигнальный граф этих уравнений для цепи, представленный на рис. 3.22, *в*, имеет два входа (u_1, i_4) и два выхода (i_2, i_3). Применение формулы Мэзона и МН дает

$$i_2 = \frac{u_1 \cdot 1/R_2 + i_4(-1 \cdot R_3/R_2)}{1 - (-1 \cdot R_3/R_2)} = \frac{12 - 8}{1 + 1} = 2 \text{ A};$$

$$i_3 = \frac{u_1 \cdot 1 \cdot 1/R_2 + i_4 \cdot 1}{1 - (-1 \cdot R_3/R_2)} = \frac{12 + 8}{1 + 1} = 10 \text{ A}.$$

3.2. Анализ переходных процессов в электрических цепях во временной области

3.2.1. Расчет переходных процессов в цепях 1-го порядка при постоянных воздействиях

Рассмотрим порядок расчета свободной и вынужденной составляющих решения, а также НУ с использованием схемы замещения цепи в различных режимах, а также методы анализа R -цепей (без составления ДУ цепи).

Пример 3.26. Схема цепи приведена на рис. 3.23, *а*; ключ К размыкается при $t = 0$. Дано: $u_1 = 12 \text{ В}$; $R_2 = 1 \Omega$; $R_3 = 1 \Omega$; $C_4 = 0,5 \text{ Ф}$; $R_5 = 3 \Omega$; $R_6 = 6 \Omega$; $L_7 = 4,5 \text{ Гн}$. Найти $u_2(t)$, $u_L(t)$ при $t > 0$.

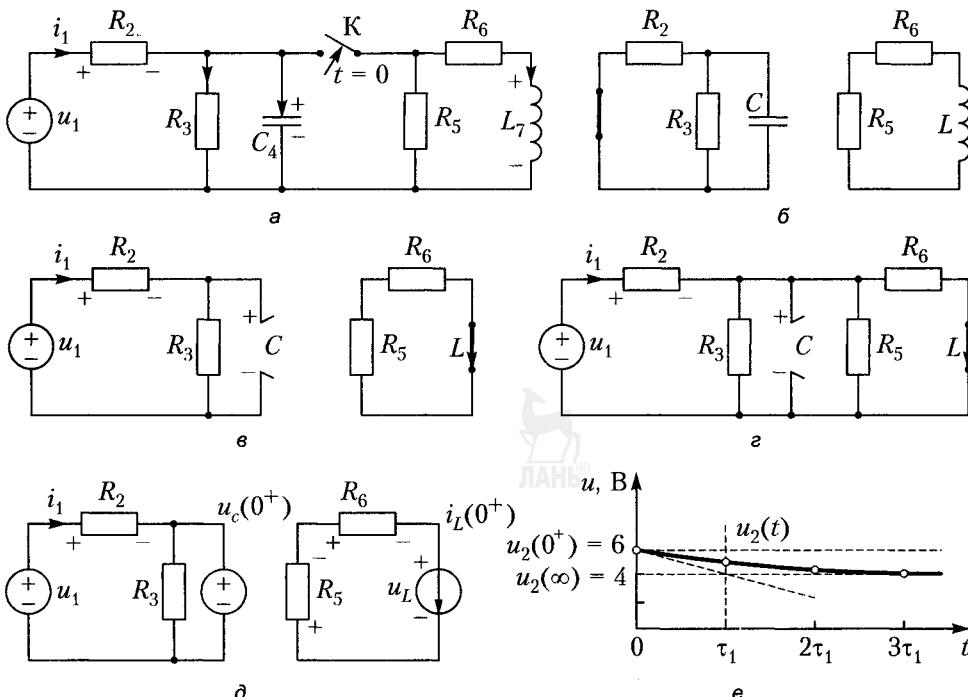


Рис. 3.23

1. Обозначение пункта: « $f_{\text{cb}} - ? \quad \tau - ?$ ». Постоянную времени τ и свободную составляющую f_{cb} при $t > 0$ рассчитываем по схеме свободного режима (без источников), приведенной на рис. 3.23, б.

ПРИМЕЧАНИЕ

Если $u = 0$, то ИН эквивалентен КЗ; если $i = 0$, то ИТ эквивалентен ХХ в схеме свободного режима.

При $t > 0$ схема «распадается» на две цепи первого порядка. Эквивалентные сопротивления относительно накопителей $R_{31} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3) = 2/3$, $R_{32} = R_5 + R_6 = 9$, следовательно, $\tau_1 = C \cdot R_{31} = 1/3$ с, $\tau_2 = L/R_{32} = 1/2$ с; свободные составляющие $u_{2\text{cb}}(t) = A_1 \cdot e^{-t/\tau_1} = A_1 \cdot e^{-3t}$, $u_{L\text{cb}}(t) = A_2 \cdot e^{-t/\tau_2} = A_2 \cdot e^{-2t}$.

2. « $f_{\text{в}} - ? \quad t \rightarrow \infty$ ». Вынужденную (установившуюся) составляющую $f_{\text{в}}(t)$ рассчитываем по эквивалентной схеме (рис. 3.23, в).

Находим $u_{2\text{в}} = u_1 R_2 / (R_2 + R_3) = 4$ В, $u_{L\text{в}} = 0$.

ПРИМЕЧАНИЕ

Вынужденная составляющая имеет математическую форму воздействия, то есть $f_{\text{в}} = \text{const}$. Тогда $u_{L\text{в}} = L i'_{L\text{в}} = 0$, $i'_{C\text{в}} = C u'_{C\text{в}} = 0$, следовательно, L -элемент эквивалентен КЗ, C -элемент — ХХ.

3. «ННУ – ? $t = 0^-$ ». Независимые НУ $u_C(0^-)$, $i_L(0^-)$ непосредственно перед коммутацией (переключением) рассчитываем по схеме, приведенной на рис. 3.23, г.

ПРИМЕЧАНИЕ

Обычно режим при $t < 0$ считают вынужденным (установившимся), то есть заменяют L -элемент на КЗ, а C -элемент – на ХХ.

Определяем

$$u_C(0^-) = u_1 R_{356} / (R_{356} + R_2) = 6 \text{ В},$$

причем $R_{356} = 1/(G_3 + G_5 + G_6) = 1 \text{ Ом}$; затем находим $i_L(0^-) = u_C / R_6 = 1 \text{ А}$.

4. «ЗНУ – ? $t = 0^+$ ». Зависимые НУ, то есть начальные значения реакций $u_2(0^+)$, $u_L(0^+)$ рассчитываем сразу же после коммутации по схеме, приведенной на рис. 3.23, д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Поскольку по законам коммутации известны $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 6$, $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1$, то на основании теоремы замещения заменяем C -элемент ИН $u_C(0^+) = 6 \text{ В}$, а L -элемент – ИТ $i_L(0^+) = 1 \text{ А}$.

Находим $u_2(0^+) = u_1 - u_C(0^+) = 6 \text{ В}$, $u_L(0^+) = -(R_5 + R_6)i_L(0^+) = -9 \text{ В}$.

5. Запись решения и построение графиков. Решение ДУ цепи имеет вид $u_2(t) = u_{2B} + u_{2CB} = 4 + A_1 e^{-3t}$; постоянную A_1 находим по ЗНУ $u_2(0^+) = 6 = 4 + A_1$, то есть $u_2(t) = 4 + 2e^{-3t}$. Аналогично определяем $u_L(t) = u_{LB} + u_{LCB} = 0 - 9e^{-2t}$.

При построении графика (рис. 3.23, е) начальное значение реакции, например $u_2(0^+) = 6$, «соединяют экспонентой» с конечным значением $u_{2B} = u_2(\infty) = 4$.

ПРИМЕЧАНИЕ

Характерные значения экспоненты $e^{-t/\tau}$ при $t = 0; \tau; 2\tau; 3\tau; \infty$ равны, соответственно, $1; 0,37 \approx 1/3; 0,14 \approx 1/7; 0,05 = 1/20$ (показаны точками на рис. 3.23, е). Любая подкастательная к экспоненте (показана штрих-пунктиром) равна τ . Практическая длительность переходного процесса равна 3τ .

3.2.2. Расчет переходных процессов в цепях 1-го порядка при нулевых начальных условиях и постоянных воздействиях

Пример 3.27. Данна цепь 1-го порядка (рис. 3.24, а) при $u_1 = 24 \text{ В}$; $R_2 = 1 \text{ Ом}$; $R_3 = 4 \text{ Ом}$; $R_4 = 2 \text{ Ом}$; $C_5 = 1/4 \text{ Ф}$. Ключ К замыкается при $t = 0$. Найти i_1 , u_3 при $t > 0$.

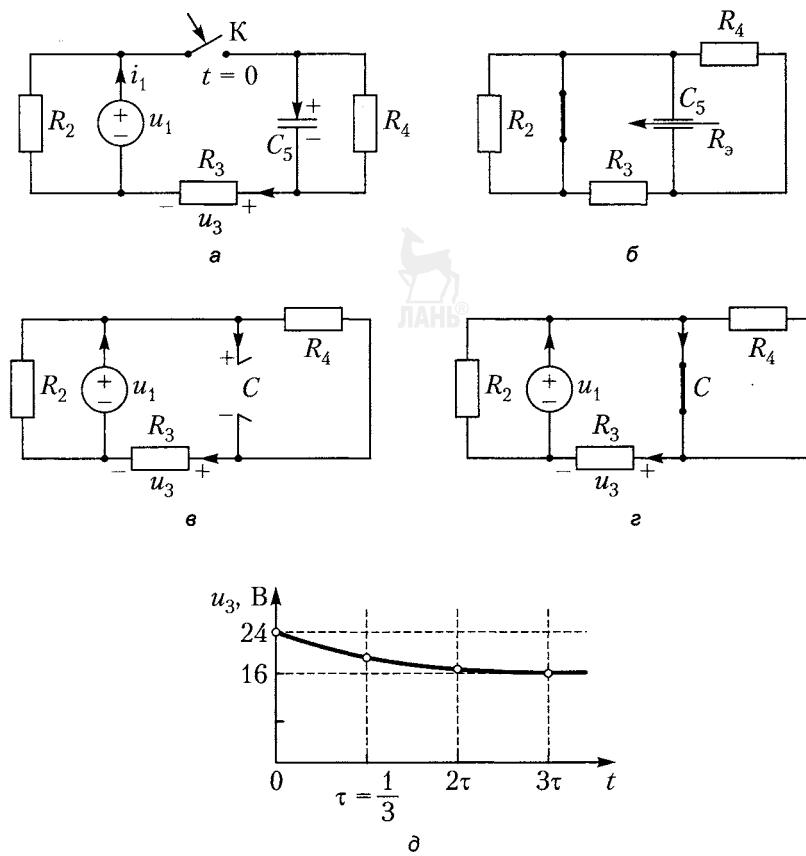


Рис. 3.24

Расчет соответствует описанному в 3.2.1, за исключением пунктов « $t = 0^-$ », « $t = 0^+$ ».

6. « $f_{\text{cb}} - ? \quad \tau - ?$ ». Вначале определяем постоянную времени τ цепи. Ключ замкнут, цепь в свободном режиме (рис. 3.24, б), то есть элемент R_2 «не работает», так как $u_1 = 0$ и ИН эквивалентен КЗ. Находим:

$$R_9 = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{4}{3} \text{ Ом}; \tau = CR_9 = \frac{1}{3} \text{ с}; f_{\text{cb}}(t) = Ae^{-t/\tau} = Ae^{-3t}.$$

7. « $f_{\text{в}} - ? \quad t \rightarrow \infty$ ». В установившемся режиме постоянных токов и напряжений (когда $C \equiv \text{XX}$, $L \equiv \text{КЗ}$) находим вынужденные составляющие реакций (рис. 3.24, в):

$$i_{1\text{в}} = \frac{u_1}{R_{\text{вх}}} = \frac{u_1(R_2 + R_3 + R_4)}{R_2(R_3 + R_4)} = 28 \text{ А}; u_{3\text{в}} = \frac{u_1 R_3}{R_3 + R_4} = 16 \text{ В}.$$

8. «ННУ –? $t = 0^-$ ». При $t < 0$ ключ разомкнут и цепь $R_3 R_4 C_5$ отключена, следовательно, $u_c(0^-) = 0$, то есть ННУ являются нулевыми.
9. «ЗНУ –? $t = 0^+$ ». Рассматриваем эквивалентную схему цепи (рис. 3.24, г) при нулевых ННУ сразу после коммутации.

ПРИМЕЧАНИЕ

По теореме замещения и принципу непрерывности при нулевых ННУ $u_C(0^-) = 0 = u_C(0^+)$, $i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+)$, следовательно, C -элемент эквивалентен КЗ, а L -элемент – ХХ при $t = 0^+$.

Таким образом, получаем:

$$i_1(0^+) = \frac{u_1}{R_{\text{bx}}} = \frac{u_1(R_2 + R_3)}{R_2 R_3} = 30 \text{ А}; u_3(0^+) = u_1 = 24 \text{ В}.$$

10. Запись решения и построение графиков. Имеем: $i_1(t) = i_{1\text{в}} + i_{1\text{ср}} = 28 + Ae^{-3t}$; но $i_1(0^+) = 30 = 28 + A$, следовательно, $A = 2$, то есть $i_1(t) = 28 + 2e^{-3t}$.

Далее записываем $u_3(t) = u_{3\text{в}} + u_{3\text{ср}} = 16 + Be^{-3t}$; используем ЗНУ: $u_3(0^+) = 24 = 16 + B$, следовательно, $B = 8$.

График, например, $u_3(t) = 16 + 8e^{-3t}$ изображен на рис. 3.24, д.

3.2.3. Классический расчет переходных процессов в цепях 2-го порядка при постоянных воздействиях

Расчет, методика которого в основном соответствует изложенной в 3.2.1, рекомендуется выполнять вначале только для $i_L(t)$ и $u_C(t)$. Все остальные реакции легко находятся в последнем пункте расчета.

Пример 3.28. Рассмотрим цепь (рис. 3.25, а) при $u_{01} = 12 \text{ В}$; $u_{02} = 10 \text{ В}$; $R = 0,5 \text{ Ом}$; $R_0 = 1,5 \text{ Ом}$; $C = 1/3 \text{ Ф}$; $L = 1/6 \text{ Гн}$. Ключ К замыкается при $t = 0$. Найти $u_k(t)$, $i_k(t)$ при $t > 0$.

1. « f_{cb} –? ХП –?» Расчет ХП цепи и свободной составляющей выполняют (рис. 3.25, б) по схеме цепи в свободном режиме при $t > 0$.

Приписывают накопителям формальные сопротивления $Z_L = pL$, $Z_C = 1/(Cp)$; находят входное сопротивление Z_{bx} относительно любой (произвольной) точки разрыва цепи. Уравнение $Z_{\text{bx}}(p) = 0$ – это ХП цепи:

$$Z_{\text{bx}} = \frac{RZ_C}{R + Z_C} + Z_L = \frac{R \cdot 1/(Cp)}{R + 1/(Cp)} + Lp = \frac{p^2 + 6p + 18}{6p + 36} = 0,$$

откуда имеем ХП $p^2 + 6p + 18 = 0$, корни которого $p_{1,2} = -3 \pm j3$, то есть свободная составляющая реакции $f_{\text{cb}}(t) = A_1 e^{-3t} \cos 3t + A_2 e^{-3t} \sin 3t$.

ПРИМЕЧАНИЕ

Если в цепи 6-го порядка корни ХП, например, $p_1 = -2$, $p_2 = -3$, $p_{3,4} = -4$, $p_{5,6} = -5 \pm j6$, то

$$f_{\text{cb}}(t) = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-3t} + A_3 e^{-4t} + A_4 t e^{-4t} + A_5 e^{-5t} \cos 6t + A_6 e^{-5t} \sin 6t.$$

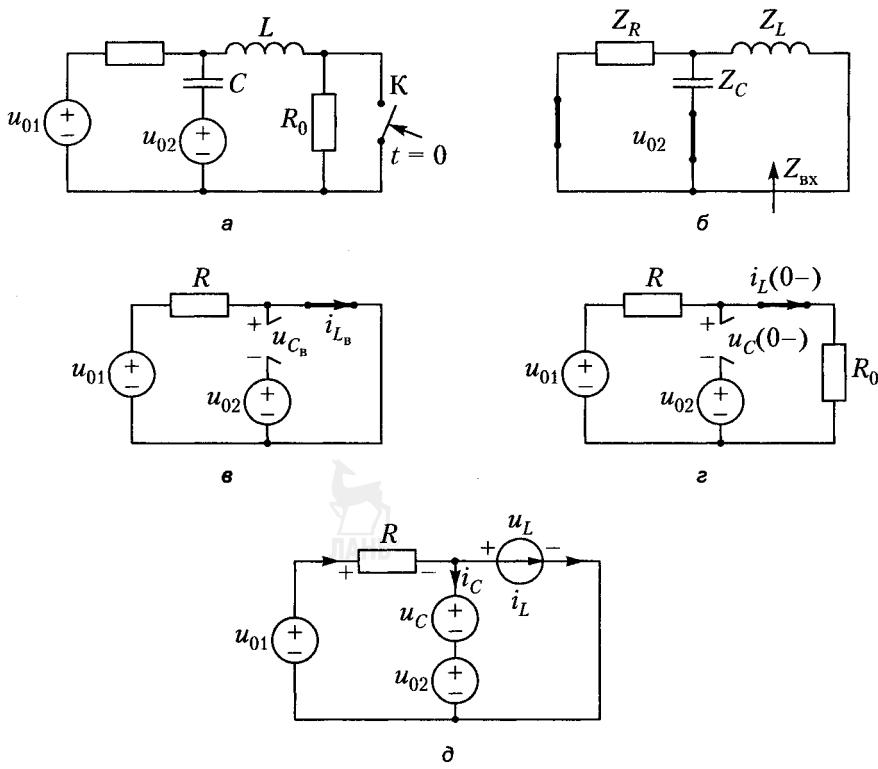


Рис. 3.25

2. « $f_B - ? \ t \rightarrow \infty$ ». Вынужденную составляющую решения рассчитывают по схеме замещения (рис. 3.25, в) аналогично изложенному в 3.2.1:

$$u_{C_B} = -u_{02} = -10 \text{ В}; \quad i_{L_B} = -u_{01}/R = 24 \text{ А.}$$

3. «ННУ - ? $t = 0^-$ ». Независимые начальные условия $i_L(0^-)$, $u_C(0^-)$ рассчитывают по схеме, приведенной на рис. 3.25, г:

$$i_L(0^-) = u_{01}/(R + R_0) = 6 = i_L(0^+); \quad u_C(0^-) = R_0 i_L - u_{02} = -1 = u_C(0^+).$$

4. « $f'(0^+) - ? \ t = 0^+$ ». Начальные значения производных $u'_C(0^+) = i_C(0^+)/C$, $i'_L(0^+) = u_L(0^+)/L$ рассчитывают сразу же после коммутации с помощью схемы замещения для момента $t = 0^+$ (рис. 3.25, д), которая аналогична описанной в 3.2.1.

Вначале находят $u_L(0^+)$ и $i_C(0^+)$:

$$u_L(0^+) = u_C(0^+) + u_{02} = 9; \quad i_R(0^+) = (u_{01} - u_L)/R = 6; \quad i_C(0^+) = i_R - i_L = 0,$$

а затем $u'_C(0^+) = i_C(0^+)/C = 0 \text{ В/с}$, $i'_L(0^+) = u_L(0^+)/L = 54 \text{ А/с.}$

5. Находят решения для $u_C(t)$, $i_L(t)$:

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{C_0} + u_{C-B} = -10 + A_1 e^{-3t} \cos 3t + A_2 e^{-3t} \sin 3t; \\ u'_C(t) = -3A_1 e^{-3t} \cos 3t - 3A_1 e^{-3t} \sin 3t - 3A_2 e^{-3t} \sin 3t + 3A_2 e^{-3t} \cos 3t, \end{cases}$$

откуда, используя НУ, получают систему для расчета A_1 , A_2 : $u_C(0^+) = -10 + A_1 = -1$, $u'_C(0^+) = -3A_1 + 3A_2 = 0$. Далее находят $A_1 = A_2 = 9$.

Таким образом, имеем $u_C(t) = -10 + 9e^{-3t} \cos 3t + 9e^{-3t} \sin 3t$. Аналогично определяют $i_L(t) = 24 - 18e^{-3t} \cos 3t$.

6. Находят решения для остальных реакций, используя, фактически, схему замещения, изложенную в п. 4 (но не для $t = 0^+$, а для $t > 0$), поскольку теперь $u_C(t)$, $i_L(t)$ уже известны (рис. 3.25, д). Например, $u_L(t) = u_C(t) + u_{02} = 9e^{-3t} \cos 3t + 9e^{-3t} \sin 3t$; $u_R(t) = u_{01} - u_L(t) = \dots$, что аналогично полученному в п. 4.

Контроль: $u_L(t) = L i'_L(t) = \dots$; $i_C(t) = C u'_C(t) = \dots$

3.2.4. Современный расчет переходных процессов в цепях высокого порядка по уравнениям состояния

Расчет переходных процессов формализуется при использовании уравнений состояния $[f'_2(t)] = [A][f_2(t)] + [B][f_1(t)]$ где $[A]$, $[B]$ – матрицы коэффициентов; $[f_1]$ – матрица воздействий (то есть источников входных сигналов); $[f_2]$ – матрица переменных состояния, которыми удобно считать $u_C(t)$, $i_L(t)$.

Пример 3.29. Используем данные примера 3.28 (см. 3.2.3).

1. «Составление уравнений состояния» для $t > 0$ осуществляют по формальной схеме замещения (см. рис. 3.25, д), в которой C -элемент заменяют формальным ИН $u_C(t)$, а L -элемент – ИТ $i_L(t)$, хотя u_C и i_L неизвестны.

Вначале определяем $i_C(t)$ и $u_L(t)$ как функции известных и формальных источников (то есть «стараемся», чтобы в уравнениях справа были переменные матриц $[f_1]$ и $[f_2]$): $u_R = u_{01} - u_{02} - u_C$; $i_R = u_R/R = (u_{01} - u_{02} - u_C)/R$, откуда находим $i_C = i_R - i_L = \frac{1}{R}(-u_C + u_{01} - u_{02}) - i_L$; $u_L = u_C + u_{02}$.

Используя ВАХ накопителей ($u'_C = i_C/C$; $i'_L = u_L/L$), записываем уравнения состояния:

$$\begin{cases} u'_C = \frac{1}{RC}(-u_C + u_{01} - u_{02}) - \frac{i_L}{C} = -6u_C - 3i_L + 6u_{01} - 6u_{02}; \\ i'_L = \frac{1}{L}(u_C + u_{02}) = 6u_C + 6u_{02} = 6u_C + 0i_L + 0u_{01} - 6u_{02}. \end{cases}$$

ПРИМЕЧАНИЕ

Численные значения из условия задачи ($u_{01} = 12$; $u_{02} = 10$; $R = 0,5$; $C = 1/3$; $L = 1/6$) можно подставлять на любой стадии анализа, что обычно упрощает расчет.

Уравнения состояния в стандартной матричной форме имеют вид

$$\begin{bmatrix} u'_c(t) \\ i'_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{01} \\ u_{02} \end{bmatrix} = [A][f_2(t)] + [B][f_1(t)].$$

2. « $f_{cb} - ?$ ХП - ?» По формуле $\det([A] - p[E]) = 0$, где E – единичная матрица, находят ХП:

$$\det \left(\begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} - p \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{vmatrix} -6-p & -3 \\ 6 & -p \end{vmatrix} = p^2 + 6p + 18 = 0,$$

откуда $p_{1,2} = -3 \pm j3$, следовательно, $f_{cb} = A_1 e^{-3t} \cos 3t + A_2 e^{-3t} \sin 3t$, как в 3.2.3.

3. « $f_b - ? t \rightarrow \infty$ ». Вынужденную составляющую находим по уравнениям состояния, приравнивая производные к нулю: $-6u_c - 3i_L + 6u_{01} - 6u_{02} = 0$; $6u_c + 6u_{02} = 0$.

Решив систему, имеем $u_{cb} = -10$, $i_{lb} = 24$ (как в 3.2.3).

ПРИМЕЧАНИЕ

Поскольку (см. 3.2.1) воздействия $f_i = \text{const}$, то вынужденная составляющая $f_b = \text{const}$, следовательно, $[f'_{2b}] = [0]$ в уравнениях состояния.

4. «ННУ - ? $t = 0^-$ ». Находим ННУ, как в 3.2.3: $i_L(0^-) = 6 = i_L(0^+)$, $u_c(0^-) = -1 = u_c(0^+)$.
5. « $f'(0^+) - ? t = 0^+$ ». Начальные значения производных переменных состояния рассчитывают по уравнениям состояния:

$$\begin{cases} u'_c(0^+) = -6u_c(0^+) - 3i_L(0^+) + 6u_{01} - 6u_{02} = 0 & \text{В/с;} \\ i'_L(0^+) = 6u_c(0^+) + 6u_{02} = 54 & \text{А/с.} \end{cases}$$

6. Находят решения для переменных состояния, как в 3.2.3:

$$u_c(t) = -10 + 9e^{-3t} \cos 3t + 9e^{-3t} \sin 3t; i_L(t) = 24 - 18e^{-3t} \cos 3t.$$

7. Находят остальные реакции по уравнениям связи реакций с воздействиями и переменными состояния, как в 3.2.3.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Уравнения связи были записаны в п. 1.
2. Одно из достоинств схемы, изложенной в 3.2.4, – значительная формализация расчета, хотя он во многом повторяет изложенное в 3.2.3 (так, самый «трудный» момент расчета – определение i_c и i_L из п. 4 в 3.2.3, фактически, перенесен в п. 1 в 3.2.4).
3. Аналогично (используя производные от уравнений состояния) рассчитывают цепи выше 2-го порядка.

3.2.5. Численный расчет переходных процессов по уравнениям состояния

В качестве примера используем данные из 3.2.4. Имеем уравнения состояния

$$\begin{cases} u'_C(t) = -6u_C - 3i_L + 6u_{01} - 6u_{02}; \\ i'_L(t) = 6u_C + 6u_{02} \end{cases}$$

при начальных условиях $u_C(0^-) = u_{C0} = -1; i_L(0^-) = i_{L0} = 6$ и свободной составляющей вида $f_{2\text{cb}}(t) = A_1 e^{-3t} \cos 3t + A_2 e^{-3t} \sin 3t$.

Допустим, в качестве численного метода расчета используется явная форма алгоритма Эйлера

$$\frac{[f_{2(n)}] - [f_{2(n-1)}]}{\Delta t} = [A][f_{2(n-1)}] + [B][f_{1(n-1)}],$$

причем шаг расчета рекомендуется выбирать как $\Delta t \leq \frac{1}{5} \min \left\{ \tau_{\min}, \frac{T_{\min}}{4} \right\}$, где τ_{\min}

и T_{\min} — минимальная постоянная времени и минимальный период колебаний в цепи. В примере такая информация имеется: $\tau_{\min} = 1/3; T_{\min} = 2\pi/3 \cong 2,1$, то есть $T_{\min}/4 \cong 0,525$. Выбираем $\Delta t = 0,07$ с.

Таким образом, для шага n численного расчета можно записать:

$$\begin{cases} u_{C(n)} = u_{C(n-1)} + \Delta t(-6u_{C(n-1)} - 3i_{L(n-1)} + 6u_{01} - 6u_{02}); \\ i_{L(n)} = i_{L(n-1)} + \Delta t(6u_{C(n-1)} + 6u_{02}). \end{cases}$$

Для $n = 1$ получим:

$$\begin{cases} u_{C1} = u_{C0} + \Delta t(-6u_{C0} - 3i_{L0} + 6u_{01} - 6u_{02}); \\ i_{L1} = i_{L0} + \Delta t(6u_{C0} + 6u_{02}), \end{cases}$$

или после подстановки численных значений:

$$\begin{cases} u_{C1} = -1 + 0,07((-6) \cdot (-1) - 3 \cdot 6 + 6 \cdot 12 - 6 \cdot 10) = -1; \\ i_{L1} = 6 + 0,07(6 \cdot (-1) + 6 \cdot 10) = 9,78. \end{cases}$$

На втором шаге ($n = 2$) численного расчета находим:

$$\begin{aligned} u_{C2} &= u_{C1} + \Delta t(-6u_{C1} - 3i_{L1} + 6u_{01} - 6u_{02}) = \\ &= -1 + 0,07((-6) \cdot (-1) - 3 \cdot 9,78 + 6 \cdot 12 - 6 \cdot 10) = \dots; \end{aligned}$$

$$i_{L2} = i_{L1} + \Delta t(6u_{C1} + 6u_{02}) = 9,78 + 0,07(6 \cdot (-1) + 6 \cdot 10) = \dots$$

и т. д.

Зная u_{Cn} и i_{Ln} , можно найти (по уравнениям связи) остальные переменные, как, фактически, указано в последнем пункте расчета в 3.2.4.

3.2.6. Численный расчет переходных процессов по дискретным резистивным схемам замещения

В качестве примера вновь используем данные из 3.2.4. В ВАХ накопителей $u_L(t) = L'i_L(t)$, $i_C(t) = Cu'_C(t)$, заменяя бесконечно малые приращения малыми, но конечными, получим для численного расчета на шаге n :

$$u_{L_n} = \frac{L}{\Delta t} i_{L_n} - \frac{L}{\Delta t} i_{L(n-1)}; u_{C_n}(t) = \frac{\Delta t}{C} i_{Cn} + u_{C(n-1)}.$$

Тогда схема примера 3.29 (см. 3.2.4) преобразуется к дискретной резистивной схеме замещения, то есть к эквивалентному виду (рис. 3.26, а), где (при $u_{01} = 12$; $u_{01} = 10$; $R = 0,5$; $C = 1/3$; $L = 1/6$) так называемые «дискретные» ИН и R -элементы $u_{C_d} = u_{C(n-1)}$; $u_{L_d} = Li_{L(n-1)}/\Delta t$; $R_{C_d} = \Delta t/C$; $R_{L_d} = L/\Delta t$.

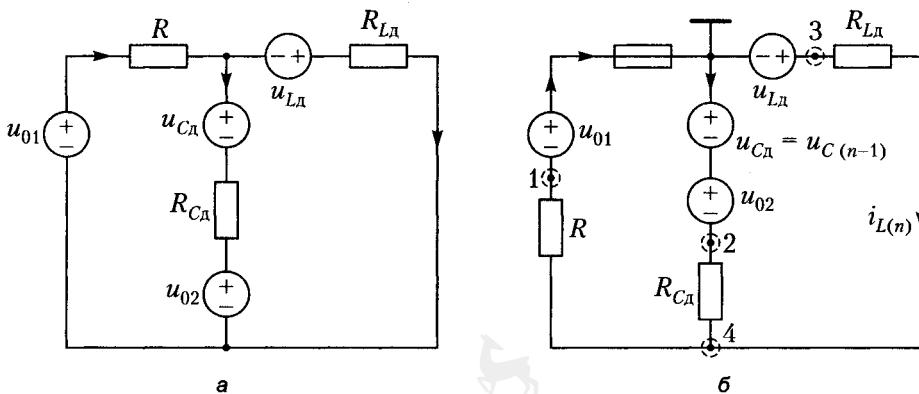


Рис. 3.26

Выведем общие расчетные формулы, воспользовавшись МУН. Эквивалентно преобразуем схему, приведенную на рис. 3.26, а, к виду, изображенному на рис. 3.26, б, уравнения МУН которой для «шага» n :

$$\begin{cases} u_{y1(n)} = -u_{01}; u_{y2(n)} = -(u_{C_d} + u_{02}) = -(u_{C(n-1)} + u_{02}); u_{y3(n)} = u_{L_d} = Li_{L(n-1)}/\Delta t; \\ \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{C_d}} + \frac{1}{R_{L_d}}\right)u_{y4(n)} - \frac{1}{R}u_{y1(n)} - \frac{1}{R_{C_d}}u_{y2(n)} - \frac{1}{R_{L_d}}u_{y3(n)} = 0. \end{cases}$$

После подстановки численных значений получим:

$$u_{y4(n)} \left(2 + \frac{1/3}{\Delta t} + \frac{\Delta t}{1/6} \right) - 2(-12) + \frac{1/3}{\Delta t}(-10 - u_{C(n-1)}) - i_{L(n-1)} = 0;$$

$$u_{y4(n)} = \left[-24 + \frac{1/3}{\Delta t}(10 + u_{C(n-1)}) + i_{L(n-1)} \right] / \left(2 + \frac{1/3}{\Delta t} + \frac{\Delta t}{1/6} \right).$$

Тогда на основании рис. 3.26, а и б, получим:

$$i_{L(n)} = \frac{u_{y3(n)} - u_{-4(n)}}{R_{L\Delta}} = \frac{\frac{1}{6} i_{L(n-1)} - u_{y4(n)}}{\frac{1}{(6\Delta t)}},$$

$$u_{C(n)} = u_{C(n-1)} + (u_{y2(n)} - u_{y4(n)}) = -10 - u_{y4(n)}.$$

Численный расчет по полученным формулам осуществляется аналогично описанному в 3.2.5 при шаге расчета $\Delta t = 0,07$ и НУ $u_C(0^-) = u_{C0} = -1$; $i_L(0^-) = i_{L0} = 6$.

ПРИМЕЧАНИЕ

В данном примере переходный процесс рассчитывается методами анализа R-цепей (вообще без составления дифференциальных уравнений).

3.2.7. Расчет семейства временных характеристик цепи. Переходная и импульсная характеристики

При расчете переходной характеристики $h_1(t)$ считают, что при нулевых НУ на вход цепи подается единичное ступенчатое воздействие $f_1(t) = F_{10}\delta_1(t)$, где F_{10} — коэффициент, выравнивающий размерность ($F_{10} = 1$ В или 1 А). При $t > 0$ рассчитывается переходный процесс для реакции цепи $f_2(t)$, которая определяет переходную характеристику цепи $h_1(t) = f_2(t)\delta_1(t)/F_{10} = h_1^*(t)\delta_1(t)$ (то есть цепь как бы «подключают» к источнику единичного постоянного уровня и находят реакцию). Импульсная характеристика цепи $h(t)$ как реакция на дельта-функцию $\delta(t) = \delta_1'(t)$ — это производная от ПХ: $h(t) = h_1'(t) = h_1(0^+)\delta(t) + \frac{dh_1^*(t)}{dt}\delta_1(t)$, при-

чем первое слагаемое трактуется как производная от скачка ПХ на $h_1(0^+)$ при $t = 0$ и при расчете ИХ выявляется автоматически по свойству выборки $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$.

Бесовая 2-го порядка характеристика цепи (то есть реакция на воздействие вида функции единичного наклона $\delta_2(t) = t\delta_1(t)$) определяется как

$$h_2(t) = \int_{-\infty}^t h_1(t) dt = \int_{-\infty}^t h_1^*(t)\delta_1(t) dt = \delta_1(t) \int_0^t h_1^*(t) dt.$$

Пример 3.30. Найти ПХ, ИХ и характеристику $h_2(t)$ цепи 1-го порядка (рис. 3.27, а), где i_1 — воздействие; u_2 — реакция; $R_2 = R_3 = 2$ Ом; $L = 8$ Гн.

Расчет ПХ $h_1(t)$ выполним согласно методике, предложенной в 3.2.1, при $i_L(0^-) = 0$ и $i_1(t) = 1$ для $t > 0$.

Очевидно в свободном режиме $i_1 = 0$, $R_s = R_2 + R_3 = 2 + 2 = 4$ Ом, $\tau = L/R_s = 8/4 = 2$ с. При $t \rightarrow \infty$ (то есть при расчете вынужденного режима) $i_1 = 1$ А, L -элемент эквивалентен КЗ, тогда

$$u_2 = i_1 R_{bx} = i_1 R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 1 = u_{2\text{вын}}.$$

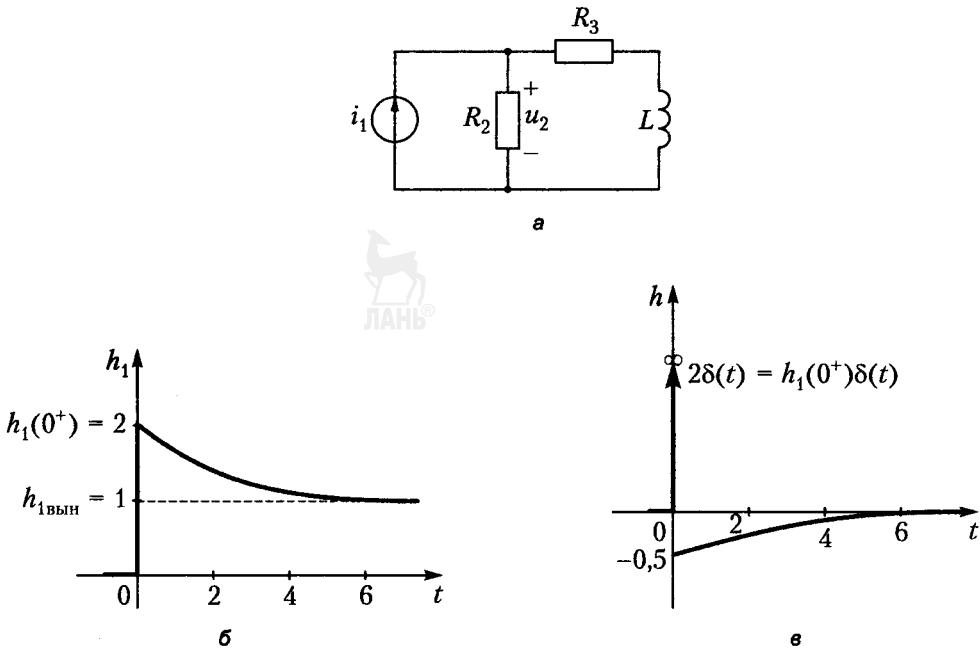


Рис. 3.27

При $t = 0^+$ ИТ $i_1 = 1$ А (поскольку ЕСФ $\delta_1(t) = 1$ при $t = 0^+$), а на основании принципа непрерывности $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$, то есть L -элемент эквивалентен ХХ (следовательно, R_3 «не работает»), тогда $u_2 = i_1 R_2 = 1 \cdot 2 = 2 = u_2(0^+)$. Решение имеет вид $u_2(t) = u_{2\text{вын}} + u_{2\text{св}}(t) = 1 + 1 \exp -t/\tau$ для $t > 0$.

Таким образом, переходная характеристика $h_1(t) = (1 + \exp(-0.5t))\delta_1(t)$ для $-\infty < t < +\infty$. Импульсная характеристика $h(t) = h'_1(t) = 2\delta(t) - 0.5 \exp(-0.5t)\delta_1(t)$. Весовая характеристика 2-го порядка $h_2(t) = (t - 2 \exp(-0.5t) + 2)\delta_1(t)$.

Графики ПХ и ИХ приведены на рис. 3.27, б и в соответственно, причем над импульсной функцией $2\delta(t)$, площадь которой равна 2 (то есть при ее интегрировании произойдет скачок до $h_1(0^+) = 2$), для наглядности изображен «бантик», то есть ее высота «бесконечна».

3.2.8. Использование интегралов наложения при расчете реакции цепи на входной сигнал произвольной формы

Интегралы наложения позволяют определить реакцию цепи $f_2(t)$ на произвольное воздействие $f_1(t)$ при известных ИХ (интеграл свертки) или ПХ (интеграл Дюамеля). В предположении $f_1(t) = 0$ при $t < 0$ интеграл свертки имеет вид $f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)h(t-\tau)d\tau$, причем можно опустить под интегралом все ЕСФ, считая их

равными единице. Иногда, для удобства обозначив через $h_0(t)$ часть ИХ, не содержащую ЕИФ, можно использовать расчетную формулу

$$f_2(t) = h_1(0+)f_1(t) + \int_0^t f_1(\tau)h_0(t-\tau)d\tau.$$

Интеграл Диомеля (если $f_1(t)$ — непрерывная функция при $t > 0$) имеет вид $f_2(t) = f_1(0+)h_1(t) + \int_0^t f'_1(\tau)h_1(t-\tau)d\tau$, причем в формуле можно для $t > 0$ опустить все ЕСФ.

Пример 3.31. Найти реакцию цепи (см. пример 3.30 в 3.2.7) на экспоненциальное воздействие $f_1(t) = i_1(t) = 2 \exp(-t)\delta_1(t)$.

Воспользуемся расчетной формулой интеграла свертки. После подстановки исходных данных получим для $t > 0$

$$\begin{aligned} f_2(t) &= i_2(t) = 2 \exp(-t) + \int_0^t 2 \exp(-\tau)(-0,5 \exp(-0,5(t-\tau)))d\tau = \\ &= 4 \exp(-t) - \exp(-0,5t) \int_0^t \exp(-0,5\tau)d\tau = \\ &= 4 \exp(-t) + 2 \exp(-0,5t)(\exp(-0,5t) - 1) = 6 \exp(-t) - 2 \exp(-0,5t), \end{aligned}$$

причем $f_{2\text{вын}}(t) = 6 \exp(-t)$ — вынужденная составляющая (соответствует математической форме воздействия), а $f_{2\text{св}}(t) = -2 \exp(-0,5t) = -2 \exp(-0,5t/\tau)$ — свободная составляющая.

3.2.9. Расчет реакции цепи на входной сигнал кусочно-линейной формы

Сигнал кусочно-линейной формы при наличии разрывов (скакков) описывается комбинацией функций δ_1 и δ_2 : $f_1(t) = \sum_{(k)} A_k \delta_1(t-t_k) + \sum_{(j)} B_j \delta_2(t-t_j)$.

Реакция цепи, согласно принципу суперпозиции (наложения), выражается через характеристики h_1 и h_2 и будет следующей:

$$f_2(t) = \sum_{(k)} A_k h_1(t-t_k) + \sum_{(j)} B_j h_2(t-t_j).$$

Коэффициенты A_k и B_j проще всего найти с помощью метода двойного дифференцирования.

Пример 3.32. Найти реакцию цепи (см. пример 3.30 в 3.2.7) на сигнал треугольной формы (рис. 3.28, *a*).

Графики первой и второй производных от $i_1(t)$ приведены на рис. 3.28, *b* и *c* соответственно, причем двойной стрелкой обозначена δ — производная от ЕИФ.

Рассмотрим аналитические описания $i_1''(t)$ и $i_1(t)$:

$$\begin{aligned} i_1''(t) &= 3\delta(t) - 3\delta(t-2) - 6\delta(t-4); \\ i_1(t) &= \int_{-\infty}^t \int [i_1''(t')dt']dt = 3\delta_2(t) - 3\delta_2(t-2) - 6\delta_1(t). \end{aligned}$$

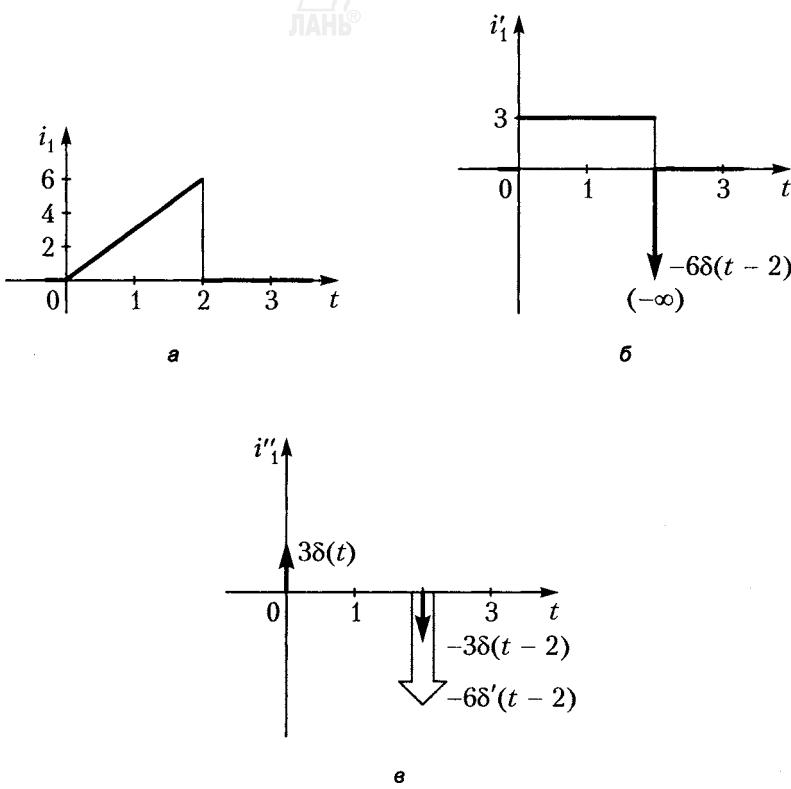


Рис. 3.28

Реакция цепи $u_2(t) = 3h_2(t) - 3h_2(t-2) - 6h_1(t-2)$. После подстановки данных из примера 3.30 получим:

$$u_2(t) = 3(t-2 \exp(-0,5t) + 2)\delta_1(t) - 3[(t-2) - 2 \exp(-0,5(t-2)) + 2]\delta_1(t-2) - 6[1 + \exp(-0,5(t-2))]\delta_1(t-2).$$

3.3. Анализ цепей при синусоидальных воздействиях

3.3.1. Расчет установившегося синусоидального режима методом комплексных амплитуд

Цель метода комплексных амплитуд (МКА) — анализировать установившийся (то есть вынужденный) синусоидальный режим (УСР) аналогично расчету R -цепей.

Пример 3.33. В цепи (рис. 3.29, *a*) УСР при $u(t) = 100 \cos(2t - 90^\circ)$; $R = 10 \Omega$; $L = 5 \text{ Гн}$; $C = 0,05 \text{ Ф}$. Найти токи.

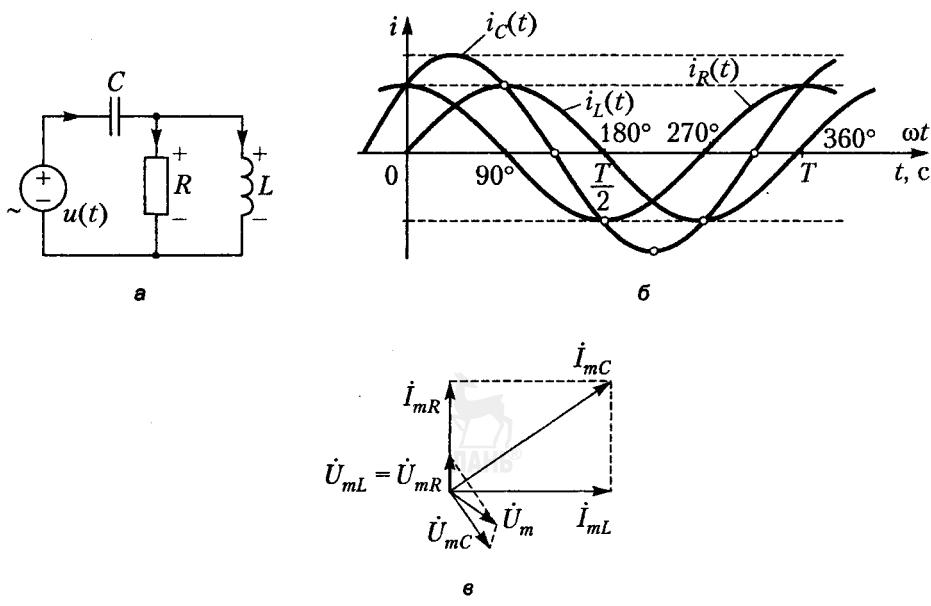


Рис. 3.29

На первом этапе осуществляют подготовку к расчету, выбрав вначале направления токов. Заменяют синусоидальное воздействие комплексной амплитудой (КА):

$$u(t) = U_m \cos(\omega t - 90^\circ); \quad \dot{U}_m = U_m e^{j\alpha_u} = 100e^{-j90^\circ} = -j100,$$

где U_m , ω , α_u — амплитуда, частота и начальная фаза сигнала соответственно. Записывают комплексные сопротивления элементов: $Z_R = R = 10$; $Z_L = j\omega L = j10$; $Z_C = 1/(j\omega C) = -j10$.

При расчете находят, например,

$$\begin{aligned} Z_{RL} &= RZ_L / (R + Z_L) = 10 \cdot j10 / (10 + j10) = j10 \cdot (1 - j) / [(1 + j)(1 - j)] = \\ &= 5 + j5 = r + jx = |Z| e^{j\phi} = 5\sqrt{2} e^{j45^\circ}. \end{aligned}$$

Контроль: сопротивление Z_{RL} «обязано» иметь индуктивный характер, то есть реактивная составляющая $x = \text{Im} Z > 0$, активная составляющая $r = \text{Re} Z > 0$, поскольку RL -соединение содержит R -элемент, фаза (аргумент) комплексного сопротивления всегда $|\phi| \leq 90^\circ$.

На втором этапе находим входное сопротивление $Z_{\text{вх}} = Z_C + Z_{RL} = 5 - j5$, входной ток (точнее, его комплексную амплитуду)

$$\dot{I}_{mC} = \dot{U}_m / Z_{\text{вх}} = -j100 / (5 - j5) = 10 - j10 = 10\sqrt{2} e^{-j45^\circ}$$

и по ФДТ $\dot{I}_{mR} = \dot{I}_{mC} Z_L / (Z_L + R) = 10 = 10e^{j0^\circ}$, а затем по ЗТК $\dot{I}_{mL} = \dot{I}_{mC} - \dot{I}_{mR} = -j10 = 10e^{-j90^\circ}$.

Третий этап анализа — возврат от КА к синусоидальным сигналам:

$$i_C(t) = 10\sqrt{2} \cos(2t - 45^\circ); i_R(t) = 10 \cos 2t; i_L(t) = 10 \cos(2t - 90^\circ).$$

При построении графиков (временных диаграмм) токов (рис. 3.29, б) важно правильно разметить ось абсцисс, либо рассматривая ее как ось времени t (тогда разметка идет в долях периода $T = 2\pi/\omega \approx 3$ с), либо как «ось углов» ωt (тогда разметку проводят в градусах, учитывая, что $T \div 360^\circ$). Максимум $i_C(t)$ будет при $\omega t = 2t + 45^\circ$, когда $i_C = 10\sqrt{2} \cos 0 = 10\sqrt{2}$. Далее через $90^\circ \div T/4$ размечают остальные характерные точки синусоиды.

3.3.2. Качественное построение векторных диаграмм

При расчете УСР широко используют качественно построенные векторные диаграммы (ВД) цепей (количественные ВД, в которых векторы соответствуют комплексным амплитудам переменных, строят на комплексной плоскости в масштабе по результатам расчета).

Правила построения качественных ВД:

1. Оси комплексной плоскости обычно не показывают.
2. Исходный вектор, как правило, направляют направо.
3. Последовательность построения векторов обычно соответствует последовательности расчета МПВ.
4. Длины векторов, как правило, любые, а фазовые сдвиги между током и напряжением пассивного элемента фиксированы, то есть \dot{U}_{mR} и \dot{I}_{mR} находятся в фазе, \dot{U}_{mL} опережает \dot{I}_{mL} на 90° , \dot{U}_{mC} отстает от \dot{I}_{mC} на 90° (что соответствует мнемоническому правилу *ULICU*).

Пример 3.34. Качественно построить ВД (рис. 3.29, в) цепи, описанной в 3.3.1 и изображенной на рис. 3.29, а.

Исходным вектором (направляем его направо) считаем \dot{I}_{mL} . Тогда \dot{U}_{mL} опережает его на 90° (направлен вверх). Поскольку L - и R -элементы соединены параллельно, то $\dot{U}_{mR} = \dot{U}_{mL}$, следовательно, \dot{I}_{mR} тоже направляем вверх. Суммируя (по правилу параллелограмма) векторы $\dot{I}_{mR} + \dot{I}_{mL} = \dot{I}_{mC}$, строим вектор, соответствующий входному току. По правилу *ULICU* вектор \dot{U}_{mC} отстает от \dot{I}_{mC} на 90° (что соответствует повороту \dot{U}_{mC} относительно \dot{I}_{mC} на 90° по часовой стрелке). В заключение на основании ЗНК определяем направление вектора входного напряжения $\dot{U}_m = \dot{U}_{mC} + \dot{U}_{mL}$.

Пример 3.35. Даны $I_{mL} = I_{mR} = 10$ А. Используя ВД примера 3.34, найти I_{mC} и φ_{RL} в цепи.

Из геометрии ВД получим:

$$I_{mC} = \sqrt{I_{mL}^2 + I_{mR}^2} = 10\sqrt{2} \text{ А};$$

$$\varphi_{RL} = \alpha_{u_{RL}} - \alpha_{i_{RL}} = \alpha_{u_{RL}} - \alpha_{i_C} = \arctg(I_{mL}/I_{mR}) = 45^\circ = \arg Z_{RL},$$

причем в формулах используются только длины векторов.

ПРИМЕЧАНИЕ

Угол ϕ на ВД указывают от вектора «тока» к вектору «напряжения».

3.3.3. Расчет мощностей в установившемся синусоидальном режиме

В УСР при расчете пассивного ДП с напряжением $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha_u)$ и током $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha_i)$ используются следующие виды мощностей: мгновенная $p(t) = P + P_S \cos(\omega t + \alpha_u + \alpha_i)$; активная $P = UI \cos \phi = rI^2$, измеряемая в ваттах [Вт]; реактивная $P_Q = UI \sin \phi = xI^2$, измеряемая в вольт-амперах реактивных [вар]; полная (кажущаяся, располагаемая) $P_S = UI = |Z|I^2 = \sqrt{P^2 + P_Q^2}$, измеряемая в вольт-амперах [В·А]; комплексная $\tilde{P}_S = \dot{U}\dot{I} = ZI^2 = P + jP_Q$, где $U = U_m/\sqrt{2}$, $I = I_m/\sqrt{2}$ — действующие значения напряжений и токов (которые меньше амплитудных значений в $\sqrt{2}$ раз); $\dot{U} = Ue^{j\alpha_u} = U_m/\sqrt{2}$, $\dot{I} = Ie^{j\alpha_i} = I_m/\sqrt{2}$ — комплексные (комплексные действующие) значения; $\dot{I}^* = Ie^{-j\alpha_i}$ — сопряженное комплексное значение тока; $\phi = \alpha_u - \alpha_i$ — сдвиг фаз синусоид напряжения и тока; $Z = |Z|e^{j\phi} = r + jx$ — комплексное сопротивление пассивного ДП.

В пассивном ДП всегда соблюдается баланс мощностей, то есть

$$\tilde{P}_{S_{\text{ДП}}} = \sum \tilde{P}_{S_k}; \quad P_{\text{ДП}} = \sum P_{R_k} = \sum R_k I_{R_k}^2 \geq 0;$$

$$P_{Q_{\text{ДП}}} = \sum P_{Q_{L_k}} + P_{Q_{C_k}} = \sum |Z_{L_k}| I_{L_k}^2 - \sum |Z_{C_k}| I_{C_k}^2,$$

где k — номер элемента в ДП. При этом $P_{Q_L} \geq 0$, $P_{Q_C} \leq 0$, $r = \operatorname{Re} Z \geq 0$, $|\phi| \leq 90^\circ$.

Пример 3.36. Найти мощности в цепи, описанной в 3.3.1 и представленной на рис. 3.29, а.

В результате расчета цепи имеем:

$$\dot{U}_m = 100e^{-j90^\circ}; \quad \dot{I}_{mC} = 10\sqrt{2}e^{-j45^\circ}; \quad \dot{I}_{mR} = 10; \quad \dot{I}_{mL} = 10e^{-j90^\circ};$$

$$Z_{\text{вх}} = 5 - j5 = 5\sqrt{2}e^{-j45^\circ}; \quad R = 10; \quad |Z_L| = \omega L = 10; \quad |Z_C| = 1/(\omega C) = 10;$$

$$\phi = \alpha_u - \alpha_i = \arg Z = -45^\circ; \quad \dot{U} = 50\sqrt{2}e^{-j90^\circ}; \quad \dot{I} = \dot{I}_C = 10e^{-j45^\circ}; \quad \dot{I}_R = 5\sqrt{2};$$

$$\dot{I}_L = 5\sqrt{2}e^{-j90^\circ}; \quad U = |\dot{U}| = 50\sqrt{2}; \quad I = I_C = |\dot{I}_C| = 10; \quad I_R = I_L = 50\sqrt{2}.$$

Проводим классический расчет мощностей пассивной ДП-цепи:

$$P = UI \cos \phi = 50\sqrt{2} \cdot 10 \cos(-45^\circ) = 500 \text{ Вт};$$

$$P_Q = UI \sin \phi = 50\sqrt{2} \cdot 10 \sin(-45^\circ) = -500 \text{ вар};$$

$$P_S = UI = 50\sqrt{2} \cdot 10 = 500\sqrt{2} \text{ (В· А)} = \sqrt{P^2 + P_Q^2};$$

$$p(t) = 500 + 500\sqrt{2} \cos(2\omega t - 90^\circ - 45^\circ).$$

Осуществляем контроль по комплексной полной мощности:

$$\tilde{P}_S = \dot{U}\dot{I} = 50\sqrt{2}e^{-j90^\circ} \cdot 10e^{+j45^\circ} = 500\sqrt{2}e^{-j45^\circ} = 500 - j500 = P + P_Q.$$

Производим контроль по балансу мощностей:

$$P_R = RI_R^2 = 10 \cdot (5\sqrt{2})^2 = 500 \text{ Вт} = P; P_{QL} = |Z_L|I_L^2 = 10 \cdot (5\sqrt{2})^2 = 500 \text{ вар};$$

$$P_{QC} = -|Z_C|I_C^2 = -10 \cdot 10^2 = -1000 \text{ вар}; P_Q = P_{QL} + P_{QC} = -500 \text{ вар}.$$

ПРИМЕЧАНИЕ

На основании баланса мощностей в цепи в целом (см. рис. 3.29, а) комплексная мощность источника определяется по формуле $\tilde{P}_{\text{ИИH}} = -\dot{U}\dot{I}$, так как полярность ИИH не согласована.

3.3.4. Резонанс в электрических цепях

Резонансом (на резонансной частоте ω_0) называют состояние пассивного ДП в УСР, при котором мнимая часть входного сопротивления (или проводимости) ДП равна нулю: $\text{Im}Z(j\omega_0) = 0$; $\text{Im}Y(j\omega_0) = 0$.

Из основных формул вытекает множество следствий (обозначения см. в 3.3.1–3.3.3) для пассивного ДП: 1) $\phi(\omega_0) = 0$; 2) $\alpha_u = \alpha_i$; 3) $\psi(\omega_0) = -\varphi = -\arg Y = \alpha_i - \alpha_u = 0$; 4) $Z = r = \text{Re}Z$; 5) $Z = |Z|$; 6) $P_Q = 0$; 7) $P_S = P$; 8) $\tilde{P}_S = \text{Re}\tilde{P}_S = P$; 9) $\tilde{P}_S = P_S$ и т. п.

Пример 3.37. Найти резонансную частоту в цепи, схема которой приведена на рис. 3.30, а, и построить ВД при резонансе.

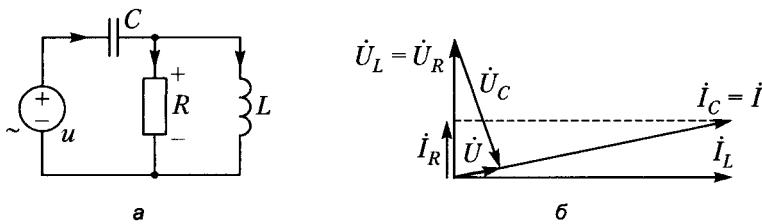


Рис. 3.30

Находим входное сопротивление цепи в общем виде:

$$Z_{\text{вх}} = Z_C + \frac{RZ_L}{R + Z_L} = -\frac{j}{\omega C} + \frac{Rj\omega L(R - j\omega L)}{(R + j\omega L)(R - j\omega L)}.$$

Выделяем мнимую часть и приравниваем ее нулю:

$$\text{Im}Z_{\text{вх}}(j\omega_0) = -\frac{1}{\omega C} + \frac{\omega_0 L R^2}{R^2 + \omega_0^2 L^2} = 0; -(R^2 + \omega_0^2 L^2) + \omega_0^2 L R^2 C = 0,$$

следовательно, формула для расчета резонансной частоты имеет вид

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R^2}{LR^2C - L^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC - (L/R)^2}}.$$

Контроль: 1. Проверяем размерность $[1/\sqrt{LC}] = [\omega_0] = \text{с}^{-1}$ (см. также 3.3.5); $[R/L] = [1/\tau] = \text{с}^{-1}$.

2. При $R \rightarrow \infty$ (то есть L - и C -элементы соединены последовательно и в цепи возможен ПРН (см. 3.3.5) при $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$).

3. При $R \rightarrow 0$ (то есть $R \equiv \text{КЗ}$) из цепи «исключается» L -элемент, и резонанс невозможен, что соответствует полученной формуле.

При резонансе ВД цепи (см. 3.30, а) в целом соответствует приведенной на рис. 3.29, б. Однако заканчивать ВД при резонансе необходимо так, чтобы $\phi = \alpha_u - \alpha_i = 0$, то есть чтобы векторы входного тока \vec{I} и напряжения \vec{U} были в фазе. Поэтому на ВД длина вектора \vec{U}_C подбирается соответствующей указанному условию, и суммировать вектора $\vec{U}_R + \vec{U}_C = \vec{U}$ проще по «правилу треугольника».

3.3.5. Особенности простейших резонансов в электрических цепях

Для возникновения в цепи простейшего резонанса напряжений (ПРН) должны выполняться два условия: 1) L - и C -элементы должны быть соединены последовательно; 2) модули их комплексных сопротивлений должны быть равны, то есть $|Z_L| = |Z_C|$, $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$, откуда резонансная частота $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

При ПРН сопротивление LC -участка $Z_{LC} = j\omega_0 L - j \cdot 1/(\omega_0 C) = |Z_L| - j|Z_C| = 0$, то есть он эквивалентен КЗ и расчет всей цепи упрощается.

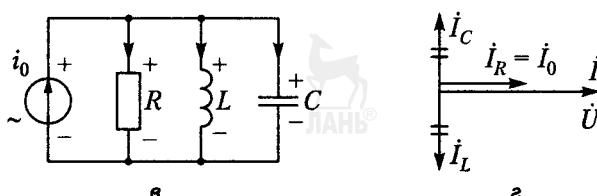
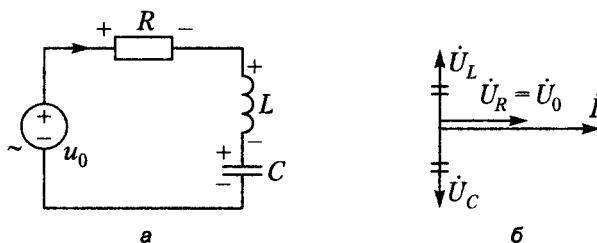


Рис. 3.31

Из характеристик ПРН в последовательной RLC -цепи (схема которой приведена на рис. 3.31, а, а ВД в режиме ПРН — на рис. 3.31, б) отметим следующие: 1) характеристическое сопротивление цепи — это сопротивление накопителя (реактивного элемента, то есть L - или C -элемента) при резонансе: $\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$; 2) добротность — это отношение характеристического сопротивления к сопротивлению потерь: $Q = \rho/R = U_{L0}/U_0 = U_{C0}/U_0$, где 0 — индекс резонанса. Следовательно, при высокой добротности $Q \gg 1$ (например, у радиотехнических контуров) с накопителя можно «снять» значительно большее напряжение, чем на входе; 3) из ВД следует, что «синусоиды» $u_L(t)$ и $u_C(t)$, имея одинаковые амплитуды, находятся в противофазе и поэтому полностью компенсируются, следовательно, LC -участок эквивалентен КЗ и входное сопротивление цепи $|Z_{bx}| = R = \min$.

Для возникновения в УСР простейшего резонанса токов (ПРТ) должны выполняться два условия: 1) L - и C -элементы должны быть «параллельны»; 2) модули их сопротивлений должны быть равны, то есть $|Z_L| = |Z_C|$, откуда $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

При ПРТ сопротивление LC -участка $Z_{LC} = Z_L Z_C / (j|Z_L| - j|Z_C|) = \infty$, то есть он эквивалентен ХХ и расчет всей цепи упрощается. Из характеристик ПРТ в параллельной RLC -цепи (схема которой приведена на рис. 3.31, в, а ВД в режиме ПРТ — на рис. 3.31, г) отметим следующие: 1) характеристическая проводимость цепи — это проводимость накопителя при резонансе: $1/\rho = \omega_0 C = 1/(\omega_0 L)$; 2) добротность цепи — это отношение характеристической проводимости к проводимости потерь: $Q = \rho^{-1}/G = R/\rho = I_{L0}/I_0 = I_{C0}/I_0$; 3) из ВД следует, что токи $i_L(t)$ и $i_C(t)$, имея одинаковую амплитуду, находятся в противофазе и поэтому полностью компенсируются, следовательно, LC -участок эквивалентен ХХ и входное сопротивление цепи $|Z_{bx}| = R = \max$.

ПРИМЕЧАНИЕ

В указанных цепях, кроме того, $Q = \omega_0/\Delta\omega$, где $\Delta\omega$ — полоса пропускания, определяемая по ЧХ цепей на уровне 0,707 = $1/\sqrt{2}$ от максимума АЧХ, который в последовательной RLC -цепи при резонансе равен $|Y_{max}| = I/U_0 = 1/R$, а в параллельной RLC -цепи — $|Z_{max}| = U/I_0 = R$.

3.3.6. Нестандартные решения задач установившегося синусоидального режима

При анализе УСР не всегда удается использовать описанный в 3.3.1 классический расчет МКА.

Пример 3.38. Схема цепи приведена на рис. 3.32, а: действующее значение напряжения источника $U = 220$ В, частота $f = 50$ Гц, $U_R = 127$ В, активная мощность $P_R = 40$ Вт. Необходимо найти C и U_{mC} (здесь рассматривается часто встречающаяся на практике задача, когда к ИН промышленной сети $U = 220$ В требуется подключить устройство, которое работало ранее от сети $U = 127$ В. Необходимо без активных потерь «погасить» излишек напряжения, определив параметры предназначеннного для этого конденсатора: емкость C и максимально допустимое напряжение U_{mC}).

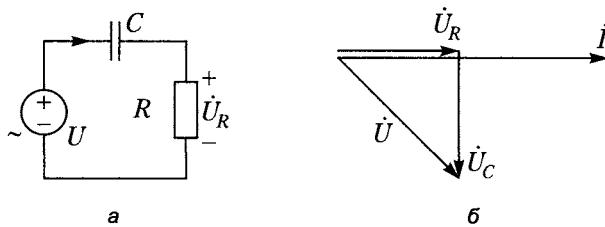


Рис. 3.32

Находим ток $I = P_R/U_R = 40/127 \cong 0,3$ А. Далее используем формулу закона Ома «в модулях» $|Z| = U/I = U_m/I_m$, которая вытекает из закона Ома для комплексного сопротивления пассивного ДП: $Z = \dot{U}/\dot{I} = \dot{U}_m/\dot{I}_m$ (см. 3.3.1–3.3.5). Находим $|Z_R| = R = U_R/I_R = 127/0,3 \cong 420$ Ом. Далее применяем нестандартные варианты решения:

1. Использование ВД.

На рис. 3.37, б приведена ВД цепи, из геометрии которой находим $U_C = \sqrt{U^2 - U_R^2} = \sqrt{220^2 - 127^2} \cong 180$ В. По закону Ома «в модулях» определяем $|Z_C| = U_C/I = 180/0,3 \cong 600$ Ом $= 1/(2\pi fC)$, откуда $C = 1/(2\pi f|Z_C|) = 1/(2\pi \cdot 50 \cdot 600) \cong 5 \cdot 10^{-6}$ Ф $= 5$ мкФ. Затем находим $U_{mC} = U_C \sqrt{2} = 180\sqrt{2} \cong 250$ В (следовательно, нужен конденсатор емкостью 5 мкФ на максимальное напряжение 250 В).

2. Использование баланса мощностей.

Полная мощность цепи $P_S = UI = 220 \cdot 0,3 = 66$ В·А. Тогда реактивная мощность

$$P_Q = P_{QC} = -\sqrt{P_S^2 - P^2} = -\sqrt{P_S^2 - P_R^2} = -\sqrt{66^2 - 40^2} \cong 53 \text{ вар} = -|Z_C| I^2,$$

откуда $|Z_C| = -P_{QC}/I^2 = 53/0,3^2 \cong 600$ Ом.

3. Использование закона Ома «в модулях».

Входное сопротивление цепи $|Z| = U/I = 220/0,3 \cong 710$ Ом. С учетом $Z = R - j|Z_C|$ находим $|Z_C| = \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \sqrt{710^2 - 420^2} \cong 600$ Ом.

4. Выбор произвольной начальной фазы и переход к МКА.

Примем $\alpha_i = 0$. Тогда $\dot{I} = I e^{j\alpha_i} = 0,3$; $\dot{U}_R = R\dot{I} = 127$; $\dot{U}_C = -j|Z_C|\dot{I} = -jU_C$; $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C = 127 - jU_C$, откуда $U = |\dot{U}| = \sqrt{127^2 + U_C^2} = 220$, следовательно, $U_C = \sqrt{220^2 - 127^2} \cong 180$ В, что и было получено в первом варианте решения.

3.3.7. Расчет переходных процессов во временной области при синусоидальных воздействиях

Последовательность анализа целиком соответствует изложенному в 3.2.1–3.2.3, однако при расчете установившегося (вынужденного) синусоидального режима используется МКА.

Пример 3.39. В цепи, схема которой приведена на рис. 3.33, *a*, ключ размыкается при $t = 0$; $u(t) = 10\sqrt{2} \cos(2t - 135^\circ)$; $R_1 = R_2 = 2 \Omega$; $L = 2 \text{ Гн}$. Найти $u_L(t)$.

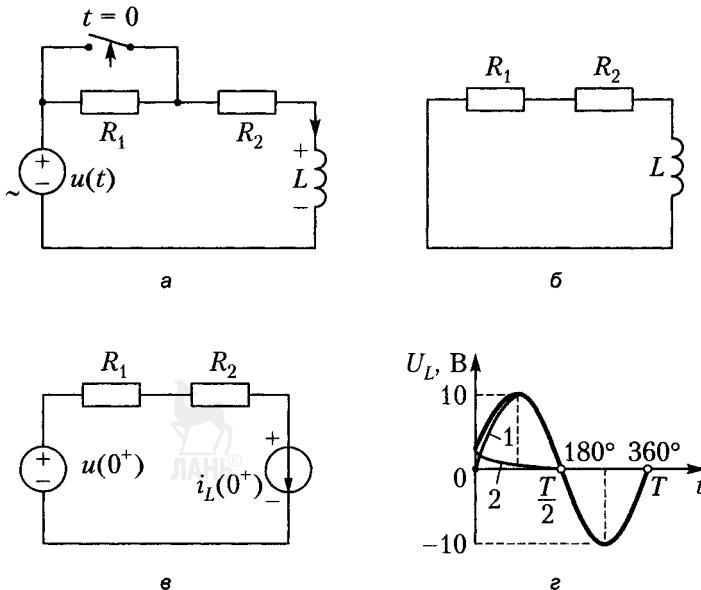


Рис. 3.33

1. Рассматривая в заданной цепи 1-го порядка свободный режим при $t > 0$ (рис. 3.33, *b*), находим эквивалентное сопротивление относительно накопителя $R_s = R_1 + R_2 = 4 \Omega$, а затем постоянную времени $\tau = L/R_s = 0,5 \text{ с}$. Записываем свободную составляющую решения $u_{L_{\text{св}}}(t) = Ae^{-t/\tau} = Ae^{-2t}$.
2. Анализируем УСР и находим вынужденную составляющую решения (условное обозначение пункта « $t \rightarrow \infty$ »). Используя МКА, записываем комплексную амплитуду воздействия $\dot{U}_m = 10\sqrt{2}e^{-j135^\circ}$ и комплексное сопротивление накопителя $Z_L = j\omega L = j2 \cdot 2 = j4$. Тогда по ФДН $\dot{U}_{mL} = \dot{U}_m Z_L / (Z_L + R_1 + R_2) = 10e^{-j90^\circ}$, следовательно, вынужденная составляющая $u_{L_{\text{вын}}}(t) = 10 \cos(2t - 90^\circ)$.
3. Рассматриваем УСР до коммутации (условное обозначение « $t < 0$; $t = 0^-$ ») и находим ННУ $i_L(0^-)$. На основании МКА находим (учитывая, что элемент R_1 при $t < 0$ «не работает»):

$$\dot{I}_{mL} = \dot{U}_m / (R_2 + Z_L) = (-10 - j10) / (2 + j4) = -3 + j \cong \sqrt{10}e^{j160^\circ},$$

то есть $i_L(t) \cong \sqrt{10} \cos(2t + 160^\circ)$, откуда $i_L(0^-) \cong \sqrt{10} \cos 160^\circ \cong -3$.
Контроль: $i_L(0^-) = \operatorname{Re} \dot{I}_{mL} = 3$ (аналогично в цепи с C -элементом $u_C(0^-) = \operatorname{Re} \dot{U}_{mC}$).

4. Определяем ЗНУ, то есть начальное значение реакции сразу же после коммутации (условное обозначение пункта: « $t = 0^+$ »). Схема замещения для расчета режима приведена на рис. 3.33, *c*; по принципу непрерывности (закону коммутации) $i_L(0^+) = i_L(0^-) = -3$. По главному следствию ЗНК находим: $u_L(0^+) = u(0^+) - (R_1 + R_2)i_L(0^+) = 10\sqrt{2} \cos(-135^\circ) - (2 + 2)(-3) = 2$.

ПРИМЕЧАНИЕ

МКА к расчету этого пункта не имеет никакого отношения.

5. Записываем решение $u_L(t) = 10 \cos(2t - 90^\circ) + Ae^{-2t}$. Постоянную интегрирования находим по ЗНУ $u_L(0^+) = 2 = 10 \cos(-90^\circ) + A$, то есть $A = 2$. Итак, $u_L(t) = 10 \cos(2t - 90^\circ) + 2e^{-2t}$.

При построении графика (рис. 3.33, *г*) главное — «стыковка» периода сигнала T и постоянной времени сигнала τ . Учитываем, что длительность переходного процесса $t_{\text{пер}} \cong 3\tau = 1,5$ с, а период $T = 2\pi/\omega \cong 3$ с $\div 360^\circ$. Тонкими линиями показаны вынужденная (3.4) и свободная (3.5) составляющие решения.

3.3.8. Применение метода комплексных амплитуд для расчета цепей при обобщенных воздействиях. Построение графика экспоненциальных колебаний

Рассчитывать вынужденную составляющую решения при обобщенном воздействии $f(t) = F_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \alpha)$ можно с использованием МКА. При этом КА $\dot{F}_m = F_m e^{j\alpha}$, а изменения касаются только комплексных сопротивлений накопителей $z_L = sL$, $z_C = 1/(sC)$, где $s = \sigma + j\omega$ — обобщенная частота.

Пример 3.40. Схема цепи приведена на рис. 3.34, *а*: $u(t) = 10 \cos(2t - 90^\circ)$; $R = 2$ Ом; $L = 2$ Гн; $C = 1$ Ф, ключ замыкается при $t = 0$. Для $t > 0$ найти $i_{\text{вын}}(t)$ — вынужденную составляющую; построить график $u(t)$.

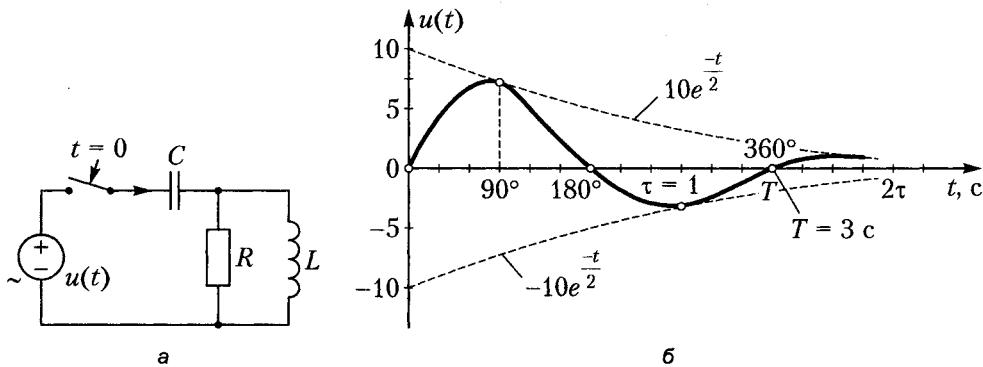


Рис. 3.34

При подготовке к расчету (аналогично описанному в 3.3.1) записываем:

$$\dot{U}_m = 10e^{-j90^\circ}; \quad s = \sigma + j\omega = -0,5 + j2; \quad Z_L = sL = -1 + j4;$$

$$Z_C = 1/(sC) = 1/(-0,5 + j2) = 2(-1 - j4)/17.$$

При расчете вначале определяем

$$Z_{RL} = \frac{RZ_L}{R + Z_L} = \frac{2(-1 + j4)}{2 + (-1 + j4)} = \frac{2(15 + j8)}{17},$$

а затем находим входное сопротивление:

$$Z_{\text{вх}} = Z_C + Z_{RL} = \frac{2(-1 - j4)}{17} + \frac{2(15 + j8)}{17} = \frac{4(7 + j2)}{17} \cong 1,7e^{j16^\circ},$$

тогда $\dot{I}_{mC} = \dot{U}_m / Z_{\text{вх}} = 10e^{-j90^\circ} / (1,7 \cdot e^{j16^\circ}) \cong 5,9e^{-j106^\circ}$.

Таким образом, вынужденная составляющая решения

$$i_{\text{свых}}(t) \cong 5,9e^{-t/2} \cos(2t - 106^\circ).$$

При построении графика затухающих колебаний $u(t) = 10e^{-t/2} \cos(2t - 90^\circ)$ важно оптимально разметить ось абсцисс: постоянная времени экспоненты $\tau = 2$ с; период колебаний $T = 2\pi/\omega = \pi \cong 3$ с $\div 360^\circ$, следовательно, $180^\circ \div 1,5$ с, $90^\circ \div 0,75$ с. Вначале строят экспоненты $\pm 10e^{-t/\tau}$ (обозначены штриховыми линиями на рис. 3.34, б), затем на «верхней» экспоненте указывают точку максимума синусоиды при $T/4 \div 90^\circ$. Далее через 90° размечают остальные характерные значения синусоиды (касаясь то «верхней», то «нижней» экспонент).

ПРИМЕЧАНИЕ

Данная методика может быть использована и при расчете переходных процессов в t -области.

3.3.9. Расчет трехфазной цепи при соединении нагрузки «звездой»

Расчет ТФЦ в целом соответствует методике расчета УСР с использованием МКА.

Пример 3.41. В ТФЦ (рис. 3.35, а) оборвана фаза C , нулевой (узловый) провод отсутствует, порядок следования фаз симметричного ТФ-источника — прямой (ABC). Найти U_{XX} и токи, если фазные напряжения источника $U_\Phi = 10$ В, а сопротивления фаз нагрузки $Z_\Phi = R = 1$ Ом.

При подготовке к расчету произвольно строят ВД ТФ-источника (рис. 3.35, б): указывают на ВД фазные напряжения U_Φ источника $\dot{U}_{A0}, \dot{U}_{B0}, \dot{U}_{C0}$ и линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$, которые образуют равносторонний треугольник. В силу симметрии ВД линейные напряжения $U_L = \sqrt{3} \cdot U_\Phi = 10\sqrt{3}$ В, тогда согласно ВД (рис. 3.35, б)

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB} \cdot e^{j120^\circ} = 10\sqrt{3} \cdot e^{j120^\circ};$$

$$\dot{U}_{BC} = U_{BC} = 10\sqrt{3}; \quad \dot{U}_{CA} = U_{CA} \cdot e^{-j120^\circ} = 10\sqrt{3} \cdot e^{-j120^\circ};$$

$$\dot{U}_{A0} = U_\Phi \cdot e^{j90^\circ} = 10 \cdot e^{j90^\circ}; \quad \dot{U}_{B0} = 10 \cdot e^{-j90^\circ}; \quad \dot{U}_{C0} = 10 \cdot e^{-j150^\circ}.$$

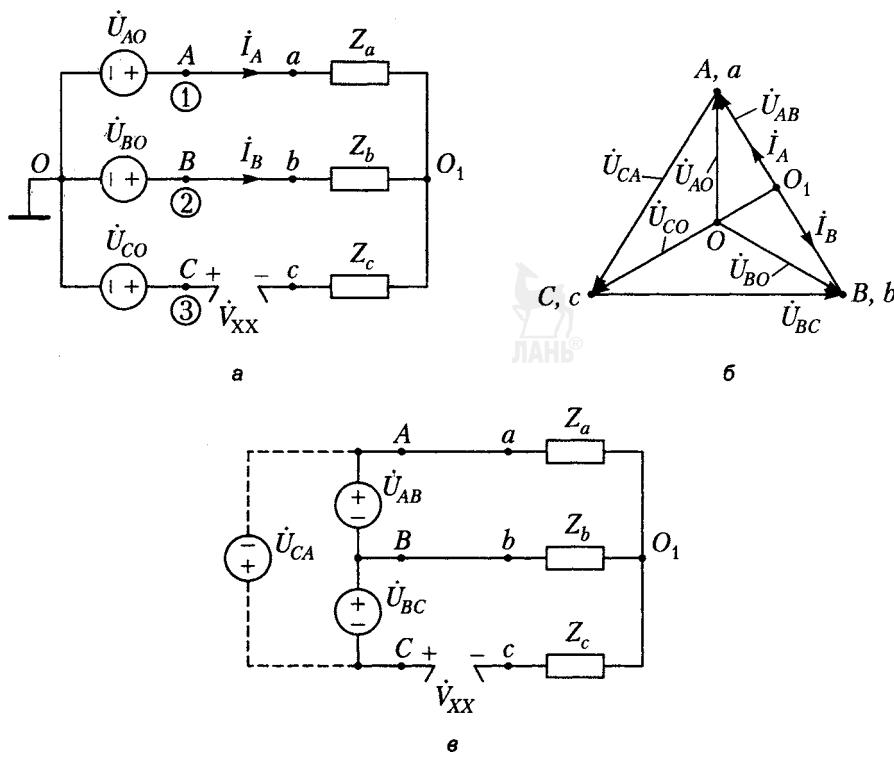


Рис. 3.35

При расчете ТФЦ обычно рекомендуется использовать МУН (реже – МКТ). Поэтому (хотя рассматриваемая цепь является простой одноконтурной) используем МУН, считая узел 0 базисным:

$$\dot{U}_{y_1} = \dot{U}_{AO}; \dot{U}_{y_2} = \dot{U}_{BO}; \dot{U}_{y_3} = \dot{U}_{CO}; (Y_a + Y_b) \dot{U}_{y_4} - Y_a \dot{U}_{y_1} - Y_b \dot{U}_{y_2} = 0,$$

при этом проводимость «оборванной» фазы C равна «нулю», а проводимости $Y_a = Y_b = 1/Z_\phi = 1$. Тогда

$$\dot{U}_4 = \dot{U}_{0_1 0} = \frac{\dot{Y}_a \dot{U}_{AO} + \dot{Y}_b \dot{U}_{BO}}{Y_a + Y_b} \cong \frac{10j + (8,6 - j5)}{2} = 4,3 + j2,5.$$

Находим фазные токи (они же линейные)

$$\dot{I}_A = (\dot{U}_{y_1} - \dot{U}_{y_4})/Z_a = 10j - (4,3 + j2,5) = -4,3 + j7,5 = -\dot{I}_B;$$

$$I_A = I_B = |\dot{I}_A| \cong 8,6 \text{ A}.$$

Контроль (по закону Ома для «верхней» ячейки схемы): $I_A = I_B = U_{AB}/(2Z_\phi) = 5\sqrt{3}$.

Далее определяем

$$\begin{aligned}\dot{U}_{xx} &= \dot{U}_{Cc} = \dot{U}_{C0_1} = \dot{U}_{y3} - \dot{U}_{y4} = \\ &= (-8,5 - j5) - (4,3 + j2,5) = -12,8 - j7,5 \cong 15 \cdot e^{-j150}; \\ U_{xx} &= U_{C0_1} = 15 = |\dot{U}_{xx}|.\end{aligned}$$

Контроль по ВД (при $Z_a = Z_b$ напряжение \dot{U}_{AB} делится пополам, и положение точки 0_1 на ВД очевидно): $U_{xx} = \sqrt{U_{CA}^2 - (U_{AB}/2)^2} = 15$ В.

ПРИМЕЧАНИЯ

- При заданных линейных напряжениях $U_l = 10\sqrt{3}$ В, например, в цепи, изображенной на рис. 3.35, *в*, можно на основании теоремы замещения ввести в схему два или три источника линейных напряжений (как показано штриховкой на рисунке) и аналогично примеру сделать расчет.
- Правила построения ВД, которые для ТФЦ являются «количественными» (строятся в масштабе): а) ВД являются потенциальными, то есть отображают условно положительный рост потенциала (напряжения), причем «стрелка» вектора напряжения, например, направляется к первому индексу (точке *A* на ВД); б) ВД являются топографическими, то есть строятся упорядоченно в соответствии с расположением элементов в цепи. При таком построении расстояние между двумя точками ВД дает напряжение между этими точками на схеме; в) токи ориентируют относительно соответствующих напряжений по обычным правилам (по *ULICU*).

3.3.10. Расчет трехфазной цепи при соединении нагрузки «треугольником»

Пример 3.42. Дано ТФЦ (рис. 3.36, *a*) при линейном напряжении $U_l = 100$ В и нагрузке, соединенной «треугольником», с фазными сопротивлениями $Z_\phi = R = 1$. Определить токи нагрузки.

При нагрузке, соединенной «треугольником», линейные напряжения источника равны фазным напряжениям нагрузки, то есть $U_{AB} = U_{ab} = 100$ В; $U_{BC} = U_{bc} = 100$ В; $U_{CA} = U_{ca} = 100$ В.

Комплексные значения этих напряжений находим по ВД, построенной, как указано в 3.3.9, в виде равностороннего треугольника (рис. 3.36, *б*), $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab} = 100 \cdot e^{j120^\circ}$; $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc} = 100$; $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca} = 100 \cdot e^{-j120^\circ}$ и учтываем их в виде трех ИН, показанных на рис. 3.36, *а* штриховкой. Тогда фазные токи нагрузки

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{ab}/Z_\phi = 100 \cdot e^{j120^\circ}; \dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc}/Z_\phi = 100; \dot{I}_{ca} = \dot{U}_{ca}/Z_\phi = 100 \cdot e^{-j120^\circ},$$

то есть $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 100$ А = I_ϕ .

Далее находим линейные токи ТФ-цепи по ЗТК для узлов *a*, *b*, *c*:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 100\sqrt{3} \cdot e^{j90^\circ}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 100\sqrt{3} \cdot e^{-j30^\circ};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 100\sqrt{3} \cdot e^{-j150^\circ},$$

следовательно, $I_A = I_B = I_C = 100\sqrt{3}$ А, что и отражено на ВД.

Таким образом, в симметричной ТФЦ при соединении «треугольником» линейные и фазные токи связаны соотношением $I_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi}$.

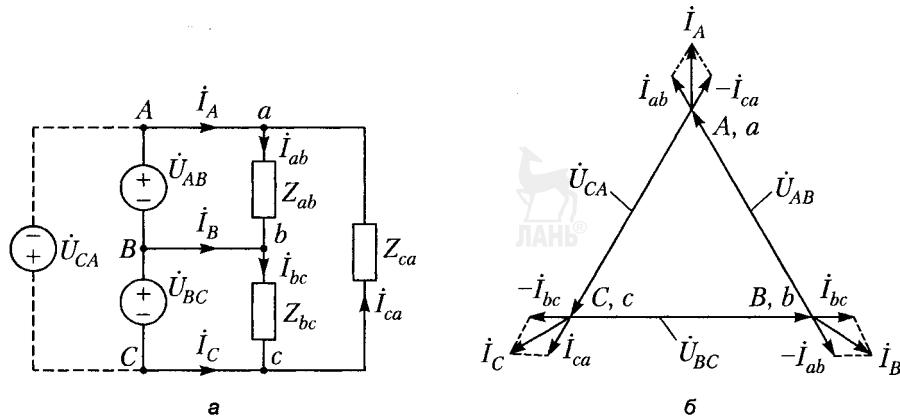


Рис. 3.36

3.4. Операторный и спектральный методы анализа цепей

3.4.1. Операторный метод расчета переходных процессов

При расчете переходных процессов операторным методом (ОМ) используется операторная схема замещения (ОСЗ), в которой все воздействия заменяются их изображениями по Лапласу, элементы цепи – операторными сопротивлениями $Z_R = R$, $Z_L = sL$, $Z_C = 1/(sC)$, а независимые начальные условия (ННУ) учитываются ИТ $I_{L_0}(s) = i_L(0^-)/s$, подключенным параллельно Z_L , и ИН $U_{C_0}(s) = u_C(0^-)/s$, подключенным последовательно с Z_C . Направление тока и полярность напряжения источников должны соответствовать току $i_L(0^-)$ и напряжению $u_C(0^-)$. Расчет реакций по ОСЗ осуществляется аналогично анализу R -цепей. При этом

$$U_C(s) = I_C(s)Z_C + U_{C_0}(s); I_L(s) = I_{L_0}(s) + U_L(s)/Z_L,$$

то есть каждому накопителю на ОСЗ соответствует два элемента. Расчет ОМ формализован и состоит всего из трех пунктов.

Пример 3.43. Для цепи (рис. 3.37, а) при $L = 1$ Гн; $C = 1/6$ Ф; $R_2 = 2$ Ом; $R_3 = 3$ Ом; $i_1 = 2$ А; $u_4(t) = 4e^{-t}\delta_1(t)$ В найти $u_C(t)$, $i_L(t)$ при $t > 0$.

Расчет ННУ при $t < 0$ по эквивалентной схеме, приведенной на рис. 3.37, б) дает $i_L(0^-) = i_1 = 2$, $u_C(0^-) = R_2 i_L(0^-) = 4$.

Для $t > 0$ ОСЗ приведена на рис. 3.37, в, где $Z_2 = R_2 = 2$; $Z_L = sL = s$; $Z_C = 1/sC = 6/s$; $I_1(s) = i_1/s = 2/s$; $U_4(s) = 4/(s+1)$; $I_{L_0}(s) = i_L(0^-)/s = 2/s$; $U_{C_0}(s) = u_C(0^-)/s = 4/s$.

По МКТ имеем

$$(R_2 + R_3 + Z_L + Z_C)I_{k3}(s) - (R_2 + Z_L)I_{k1}(s) - Z_L I_{k2}(s) = -U_{C_0}(s) - U_4(s),$$

где $I_{k1}(s) = I_1(s) = 2/s$; $I_{k2}(s) = I_{L_0}(s) = 2/s$.

Решая, получим:

$$I_{k3}(s) = -\frac{4s}{(s+1)(s+2)(s+3)}; \quad U_C(s) = Z_C I_{k3}(s) + U_{C_0}(s) = \frac{4s^3 + 24s^2 + 20s + 24}{s(s+1)(s+2)(s+3)};$$

$$I_L(s) = I_{k1}(s) - I_{k3}(s) = \frac{2s^3 + 16s^2 + 22s + 12}{s(s+1)(s+2)(s+3)}.$$

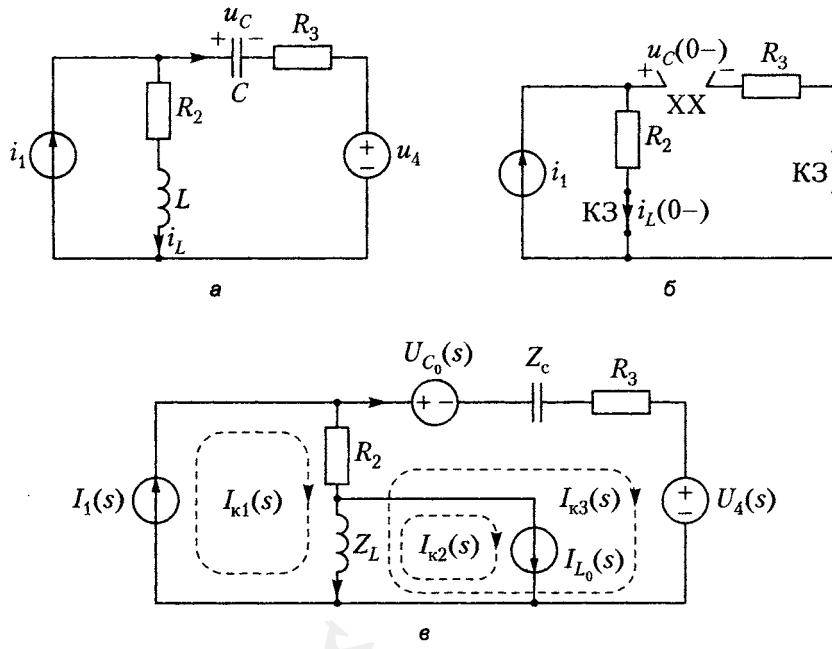


Рис. 3.37

Переходя от изображений к оригиналам, находим:

$$U_C(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+1} + \frac{A_3}{s+2} + \frac{A_4}{s+3} \div u_C(t) = (A_1 + A_2 e^{-t} + A_3 e^{-2t} + A_4 e^{-3t}) \delta_1(t),$$

где

$$A_1 = sU_C(s)|_{s=0} = 4; \quad A_2 = (s+1)U_C(s)|_{s=-1} = -12;$$

$$A_3 = (s+2)U_C(s)|_{s=-2} = 24; \quad A_4 = (s+3)U_C(s)|_{s=-3} = -12;$$

$$u_C(t) = (4 - 12e^{-t} + 24e^{-2t} - 12e^{-3t}) \delta_1(t).$$

Аналогично определяем: $i_L(t) = (2 - 2e^{-t} + 8e^{-2t} - 6e^{-3t})\delta_1(t)$.

Проверка по теореме о начальном значении: $i_L(0^+) = \lim[sI_L(s)]|_{s \rightarrow \infty} = 2 = i_L(0^-)$, $u_C(0^+) = \lim[sU_C(s)]|_{s \rightarrow \infty} = 4 = u_C(0^-)$.

3.4.2. Особенности операторного метода при отыскании оригиналов

При переходе к оригиналу (см. также 3.4.1) используют теорему разложения, то есть дробно-рациональную функцию изображения по Лапласу $F(s)$ заменяют суммой простых дробей:

$$F(s) = \frac{B(s)}{\prod_{(n)}(s - s_k)} = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{s - s_k} + A_0 \div f(t) = \sum A_k e^{s_k t} \delta_1(t) + A_0 \delta(t),$$

где s_k — корни знаменателя (полюса) $F(s)$; $B(s)$ — полином числителя; коэффициенты разложения проще всего находить по формулам $A_k = (s - s_k)F(s)$ при $s = s_k$, $A_0 = F(\infty)$, причем $A_0 = 0$, если степень n знаменателя $F(s)$ выше степени числителя; функции $\delta_1(t)$ и $\delta(t)$ — ЕСФ и ЕИФ. Теорема записана для случая любых простых (некратных) полюсов (нулевого, вещественных, комплексных). Если же имеется кратный полюс, запись теоремы усложняется. Например, при двукратном полюсе s_1 используется формула вида

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{B(s)}{(s - s_1)^2 \dots} = \frac{A_1}{(s - s_1)^2} + \frac{A_2}{(s - s_1)} + \sum_{k=3}^n \frac{A_k}{s - s_k} + A_0 \div \\ &\div f(t) = [A_1 t e^{s_1 t} + A_2 e^{s_1 t} + \sum_{k=3}^n A_k e^{s_k t}] \delta_1(t) + A_0 \delta(t). \end{aligned}$$

При расчетах ОМ широко используют основные формулы из таблицы соответствия оригиналов и изображений $f(t) \div F(s)$, учитывая, что $F(s)$ записывается в предположении $f(t) = 0$ при $t < 0$. Именно поэтому в строгой записи $f(t)$ в теореме разложения используется ЕСФ $\delta_1(t)$, которую часто опускают, имея в виду, что $t > 0$. Основные формулы: $\delta(t) \div 1$; $\delta_1(t) \div 1/s$, и для $t > 0$ $1 \div 1/s$; $t \div 1/s^2$; $e^{-\beta t} \div 1/(s + \beta)$; $te^{-\beta t} \div 1/(s + \beta)^2$; $\cos \omega_0 t \div s/(s^2 + \omega_0^2)$; $\sin \omega_0 t \div \omega_0/(s^2 + \omega_0^2)$.

Пример 3.44. Переход к оригиналу при наличии комплексного и нулевого полюсов изображения:

$$F(s) = \frac{20(s+1)}{(s^2 + 2s + 2)s} = \frac{20(s+1)}{s(s+1-j)(s+1+j)} = \left[\frac{A_1}{s+1-j} + * \right] + \frac{A_3}{s},$$

причем символ «*» означает составляющую, сопряженную к первому слагаемому в квадратной скобке (такая запись удобна, поскольку оригинал «обязан быть» вещественным, и сокращается количество расчетов). Коэффициенты A_k находят по обычным формулам:

$$A_1 = (s+1-j)F(s)|_{s=-1+j} = \frac{20(-1+j+1)}{(-1+j)(-1+j+1+j)} = \frac{j20}{\sqrt{2}e^{+j135^\circ}2j} = 5\sqrt{2}e^{-j135^\circ};$$

$$A_3 = sF(s)|_{s=0} = 20/2 = 10.$$

Оригинал имеет вид $f(t) = 10\sqrt{2}e^{-t} \cos(t - 135^\circ) + 10$.

Контроль: $f(0^+) = sF(s)|_{s \rightarrow \infty} = 0 = 10\sqrt{2} \cos(-135^\circ) + 10 = -10 + 10$.

Обоснование. На основании теоремы разложения и табличной формулы $1/(s + \beta) \div e^{-\beta t}$ следовало записать оригинал в виде

$$f(t) = [5\sqrt{2}e^{-j135^\circ} e^{(-1+j)t} + *] + 10e^{0t} = 5\sqrt{2}e^{-t} [e^{j(t-135^\circ)} + *] + 10,$$

что с учетом формулы Эйлера дает записанный ранее ответ.

Пример 3.45. Переход к оригиналу при наличии кратного полюса в изображении и равенства степеней числителя и знаменателя:

$$F(s) = \frac{2s^3 + 18s^2 + 32s + 24}{(s+2)^2 s} = \frac{A_1}{(s+2)^2} + \frac{A_2}{s+2} + \frac{A_3}{s} + A_0.$$

Коэффициенты A_3 и A_0 определяем по обычным формулам:

$$A_3 = sF(s)|_{s=0} = 24/4 = 6; A_0 = F(\infty) = 2.$$

Формула для расчета коэффициента при «старшей степени» кратного корня также очевидна (основная цель всех таких формул — уничтожить все коэффициенты, кроме искомого):

$$A_1 = (s+2)^2 F(s)|_{s=-2} = \frac{2(-2)^3 + 18(-2)^2 + 32(-2) + 24}{-2} = -8.$$

Классическая формула $A_2 = \frac{d}{ds} [(s+2)^2 F(s)]$ при $s = 2$ для расчетов трудоемка.

Поэтому чаще используется метод неопределенных коэффициентов (МНК), когда разложение справа приводят к общему знаменателю и приравнивают числители справа и слева:

$$A_1 s + A_2 s(s+2) + A_3(s+2)^2 + A_0(s+2)^2 s = 2s^3 + 18s^2 + 32s + 24,$$

причем это равенство справедливо при любых степенях и значениях s . Но в примере коэффициент A_2 найти очень просто, поскольку остальные уже определены. Так, при s^2 получим $A_2 + A_3 + 2A_0 = 18$, откуда $A_2 = 4$. Оригинал имеет вид $f(t) = [-8te^{-2t} + 4e^{-2t} + 6]\delta_1(t) + 2\delta(t)$.

3.4.3. Определение по передаточной функции дифференциального уравнения, импульсной и переходной характеристик цепи

Передаточная функция ($\Pi\Phi$), то есть отношение изображений по Лапласу реакции $f_2(t) = f_{\text{вых}}$ и воздействия $f_1(t) = f_{\text{вх}}(t)$ при нулевых НУ, описывается дробно-рациональной функцией обобщенной частоты s

$$H(s) = \frac{F_2(s)}{F_1(s)} = \frac{F_{\text{вых}}(s)}{F_{\text{вх}}(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{b_m \prod(s - s_{0k})}{a_n \prod(s - s_k)},$$

где s_{0k} — нули ПФ (корни числителя); s_k — полюса ПФ; $m \leq n$. При этом ПФ полностью определяет ДУ цепи:

$$a_n f_2^{(n)}(t) + \dots + a_1 f_2'(t) + a_0 f_2(t) = b_m f_1^{(m)}(t) + \dots + b_1 f_1'(t) + b_0 f_1(t),$$

то есть полюса s_k — это корни ХП цепи: $a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0 = 0$, а сам ХП — это знаменатель ПФ.

Импульсную $h(t)$ и переходную $h_1(t)$ характеристики цепи также легко определяют по ПФ: $h(t) \div H(s)$; $h_1(t) \div H_1(s) = H(s)/s$.

ПФ зависит только от параметров цепи и вычисляется по ОСЗ при нулевых НУ (то есть аналогично расчету R -цепей).

Пример 3.46. Схема цепи приведена на рис. 3.38, а: $R_2 = R_3 = 1$ Ом, $C = 2$ Ф. Найти ПФ $H(s) = I_1(s)/U_1(s)$, ИХ, ПХ, ДУ, построить графики $h_1(t)$, $h(t)$ и проанализировать расчет.

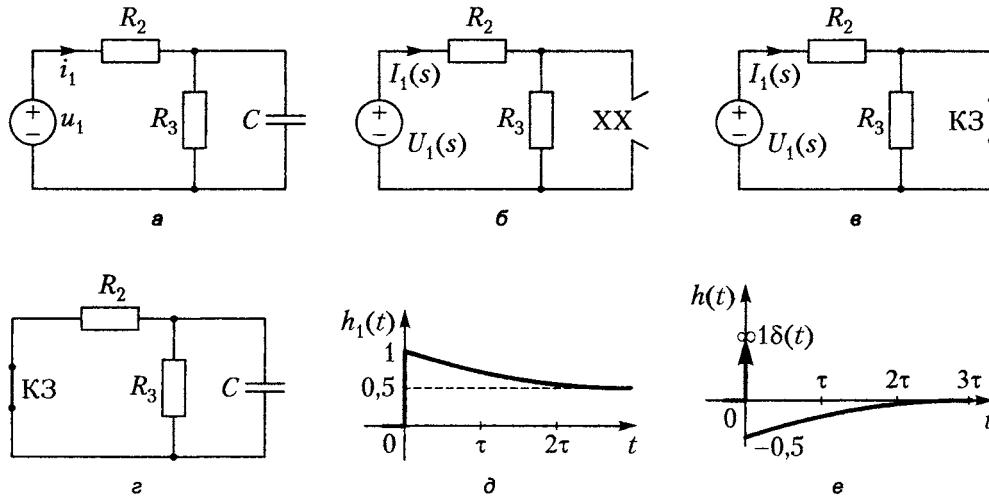


Рис. 3.38

Обычно ПФ в цепях лестничной структуры определяют МПВ, часто считая $F_2(s) = 1$ и находя $F_1(s)$. Однако в данном примере ПФ $H(s) = I_1(s)/U_1(s)$ — это входная проводимость,

$$H(s) = \frac{I_1}{U_1} = \frac{1}{Z_{\text{вх}}} = Y_{\text{вх}} = \frac{1}{R_2 + \frac{R_3 Z_C}{R_3 + Z_C}} = \frac{1}{1 + \frac{1 \cdot 1/(2s)}{1 + 1/(2s)}} = \frac{s + 0.5}{s + 1}.$$

Контроль: 1. Значение $H(0) = 0.5$ проверяют при $s = 0$ по эквивалентной схеме (рис. 3.38, б), в которой элемент $C \equiv XX$, поскольку операторное сопротивление $Z_C = 1/(Cs) \rightarrow \infty$ при $s \rightarrow 0$. Очевидно, при $U_1(s) = 1$ имеем $I_1 = U_1/(R_2 + R_3) = 1/2 = H(0)$.

2. Значение $H(\infty) = 1$ проверяют при $s \rightarrow \infty$ по эквивалентной схеме (рис. 3.38, в), в которой элемент $C \equiv K_3$, поскольку $Z_C \rightarrow 0$ при $s \rightarrow \infty$. Очевидно, при $U_1 = 1$ имеем $I_1 = U_1/R_2 = 1 = H(\infty)$.

3. Корень ХП цепи, то есть полюс знаменателя ПФ $s_1 = -1 = -1/\tau$, проверяют по схеме свободного режима (рис. 3.38, г), в которой эквивалентное сопротивление относительно накопителя $R_s = R_3 R_2 / (R_3 + R_2) = 0,5$, следовательно, постоянная времени $\tau = CR_s = 2 \cdot 0,5 = 1$ с.

Определяем ИХ:

$$H(s) = \frac{s + 0,5}{s + 1} = \frac{-0,5}{s + 1} + 1 \div h(t) = -0,5e^{-t} \delta_1(t) + 1 \cdot \delta(t),$$

а затем ПХ:

$$H_1(s) = \frac{H(s)}{s} = \frac{s + 0,5}{s(s + 1)} = \frac{0,5}{s} + \frac{0,5}{s + 1} \div h_1(t) = (0,5 + 0,5e^{-t}) \delta_1(t).$$

4. Для проверки используют связь ИХ с ПХ:

$$h(t) = h'_1(t) = -0,5e^{-t} \delta_1(t) + (0,5 + 0,5e^{-t}) \delta(t) = -0,5e^{-t} \delta_1(t) + 1 \cdot \delta(t),$$

причем последнее слагаемое получено по свойству выборки: $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$.

Графики ПХ и ИХ приведены на рис. 3.38, д и е. Записанное по ПФ $I_1(s)/U_1(s) = s + 0,5/s + 1$ ДУ цепи имеет вид $i'_1(t) + i_1(t) = u'_1(t) + 0,5u_1(t)$.

3.4.4. Расчет частотных характеристик по передаточной функции цепи и оценка частотных интервалов

По ПФ цепи могут быть найдены ее частотные характеристики (ЧХ):

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} = B(\omega) + jM(\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)} = \frac{\dot{F}_{m_2}}{\dot{F}_{m_1}} = \frac{F_{m_2} e^{j\alpha_2}}{F_{m_1} e^{j\alpha_1}},$$

где $H(j\omega)$ — обобщенная частотная характеристика (часто — «просто» ЧХ), определяющая отношение комплексных амплитуд реакции и единственного в цепи воздействия в УСР; $B(\omega)$ — вещественная частотная характеристика (ВЧХ); $M(\omega)$ — мнимая частотная характеристика (МЧХ); $A(\omega) = F_{m_2}/F_{m_1}$ — амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), полностью определяющая отношение амплитуд синусоид на выходе и входе цепи; $\Phi(\omega) = \alpha_2 - \alpha_1$ — фазочастотная характеристика (ФЧХ), полностью определяющая сдвиг фаз синусоид реакции и воздействия в УСР; при этом ВЧХ и АЧХ четные, а МЧХ и ФЧХ нечетные функции частоты ω . На практике ЧХ обычно рассматривают при $\omega \geq 0$.

Широко используется также амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) — годограф вектора $H(j\omega)$ на комплексной плоскости, то есть кривая, прочерченная концом вектора $H(j\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ .



В случае вещественных нулей и полюсов ПФ (существенно отличающихся друг от друга) АЧХ можно разбить на частотные интервалы (ЧИ), являющиеся асимптотами к АЧХ:

- Если на некотором ЧИ АЧХ приблизительно постоянна, то есть $A(\omega) \cong k = \text{const}$ (чему соответствует ПФ $H(s) = k$), то этот ЧИ называют полосой пропускания (ПП). Входной сигнал $f_1(t) = f_{\text{вх}}(t)$, частоты (спектр) которого находятся в ПП, проходит на выход цепи с небольшими искажениями, изменяясь в k раз по амплитуде.
- Если на некотором ЧИ АЧХ близка к линейной функции, то есть $A(\omega) \cong k\omega$ (чему соответствует ПФ $H(s) = ks$), то этот ЧИ называют полосой дифференцирования (ПД). Если частоты (спектр) $f_1(t)$ в основном сосредоточены в ПД, то $f_2(t) = f_{\text{вых}}(t) \cong kf'_{\text{вх}}(t)$.
- Если на некотором ЧИ АЧХ близка к гиперболе, то есть $A(\omega) = k/\omega$ (чему соответствует ПФ $H(s) = k/s$), то этот ЧИ называют полосой интегрирования (ПИ). Если частоты (спектр) входного сигнала в основном сосредоточены в ПИ, то выходной сигнал $f_2(t) = f_{\text{вых}}(t) \cong k \int_0^t f_{\text{вх}}(t') dt$.

ПРИМЕЧАНИЕ

В преобразовании Лапласа умножение изображения на s соответствует дифференцированию оригинала, а деление на s — интегрированию.

Полосой пропускания также называют диапазон частот в «районе» максимума АЧХ, в котором $A(\omega) \geq 0,707A_{\max} = A_{\max}/\sqrt{2}$. Границные частоты ПП при этом называют частотами среза $\omega_{\text{ср}}$.

ПРИМЕЧАНИЯ

- Если нули и полюса ПФ вещественны, то нарастающей АЧХ соответствует $\Phi(\omega) > 0$, а убывающей АЧХ соответствует $\Phi(\omega) < 0$.
- Контроль АЧХ $A(\omega) = F_{m_2}/F_{m_1}$ на характерных частотах в УСР абсолютно аналогичен контролю ПФ. Контроль ФЧХ $\Phi(\omega) = \alpha_2 - \alpha_1$ осуществить значительно сложнее.

Пример 3.47. Для изображенной на рис. 3.39, а цепи (при $R_2 = R_3 = 1$ Ом; $C = 0,1$ Ф) построить графики АЧХ, ФЧХ, АФХ для реакции u_3 и оценить ЧИ. ПФ находим по ФДН:

$$H(s) = \frac{U_3(s)}{U_1(s)} = \frac{R_3}{R_3 + R_2 + Z_C} = \frac{1}{1 + 1 + 10/s} = \frac{0,5s}{s + 5}.$$

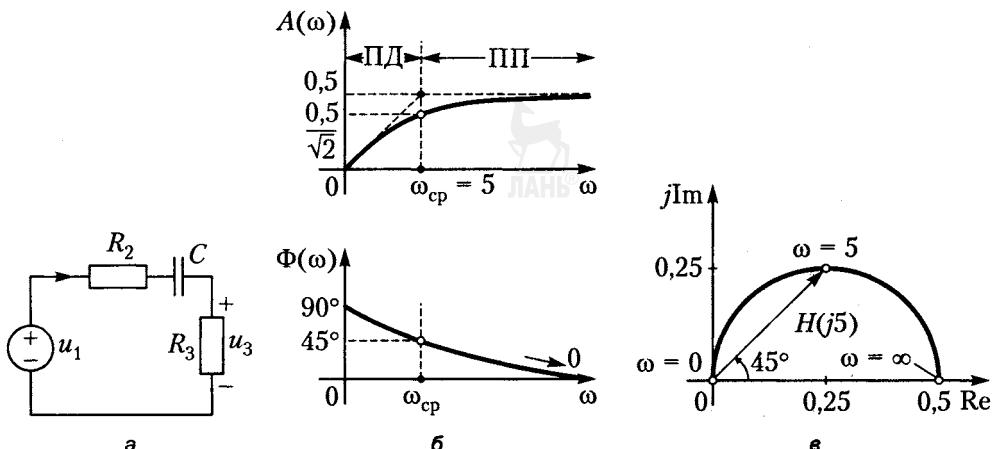


Рис. 3.39

Нули и полюса ПФ: $s_{01} = 0; s_1 = -5$ являются вещественными и существенно различными. Находим ЧХ: $H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} = \frac{0,5j\omega}{j\omega + 5}$, откуда АЧХ $A(\omega) = \frac{A_u}{A_s} = \frac{0,5\omega}{\sqrt{\omega^2 + 5^2}}$; ФЧХ $\Phi(\omega) = \Phi_u - \Phi_s = 90^\circ - \arctg \frac{\omega}{5}$, где A_u и A_s — модули числителя и знаменателя $H(j\omega)$, а Φ_u и Φ_s — фазы числителя и знаменателя. Построенные по этим формулам графики АЧХ и ФЧХ изображены на рис. 3.39, б жирными линиями.

На рис. 3.39, в показан график АФХ, который как бы прочерчен вектором $H(j\omega)$, построенным по значениям его модуля (то есть АЧХ) и фазы (то есть ФЧХ) при различных значениях ω .

Из анализа АЧХ и ПФ очевидно разбиение ЧХ на ЧИ:

- При $\omega < 5$ имеем асимптоту к АЧХ $A(\omega) \approx 0,1\omega$, что соответствует $H(s) \approx 0,1s$ и, следовательно, ПД.
- При $\omega > 5$ асимптота к АЧХ $A(\omega) \approx 0,5 = \text{const}$, что соответствует $H(s) \approx 0,5$ и, следовательно, ПП. Асимптоты к АЧХ, определяющие ЧИ, показаны на рис. 3.39, б штриховой линией.

Частота среза $\omega_{cp} = 5$, найденная по уровню 0,707 от максимального значения АЧХ, соответствует границе ЧИ.

Вывод: модули нулей и полюсов ПФ определяют границы ЧИ.

3.4.5. Применение теоремы запаздывания для расчета изображений сигналов

Рассмотрим, как представить сигнал или его производные суммой смещенных во времени элементарных «табличных» составляющих и записать изображение этой суммы с помощью теоремы запаздывания $f(t - t_3) \div F(s) e^{-t_3}$, где t_3 — время запаздывания.

Пример 3.48. Найти изображение одного полупериода синусоидального импульса тока (с амплитудой I_m и длительностью t_u).

Представим импульс суммой двух квазипериодических сигналов (рис. 3.40, *a*) с периодом $T = 2t_u$ и частотой $\omega = 2\pi/(2t_u)$:

$$i(t) = i_1 + i_2 = I_m \sin \frac{2\pi}{2t_u} t \delta_1(t) + I_m \sin \frac{2\pi}{2t_u} (t - t_u) \delta_1(t - t_u).$$

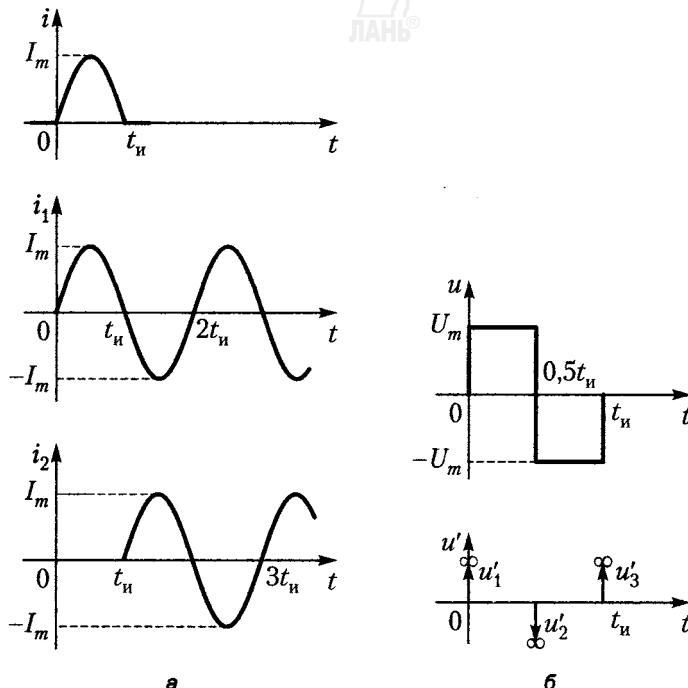


Рис. 3.40

Изображение импульса тока:

$$I(s) = I_1(s) + I_2(s) = \frac{I_m \pi / t_u}{s^2 + (\pi / t_u)^2} + \frac{I_m \pi / t_u}{s^2 + (\pi / t_u)^2} e^{-t_u s}.$$

ПРИМЕЧАНИЕ

Строго периодический сигнал $f(t) = f(t \pm T)$ при $-\infty < t < +\infty$, поэтому используется приставка «квази» (то есть «как бы»).

Пример 3.49. Найти изображение импульса напряжения типа «меандр» (рис. 3.40, *б*) с амплитудой U_m и длительностью t_u .

Первая производная импульса состоит из трех слагаемых:

$$u' = u'_1 + u'_2 + u'_3 = U_m \delta(t) - 2U_m \delta(t - 0.5t_u) + U_m \delta(t - t_u).$$

Изображение первой производной $U_m - 2U_m e^{-0.5t_n s} + U_m e^{-t_n s}$, откуда изображение заданного импульса

$$U(s) = \frac{1}{s} (U_m - 2U_m e^{-0.5t_n s} + U_m e^{-t_n s}).$$

ПРИМЕЧАНИЕ

1. Интегрированию оригинала $\int u'(t)$ соответствует деление изображения на s .

2. В случае использования сигналов кусочно-линейной формы используется метод двойного дифференцирования для получения суммы дельта-функций, тогда их изображение «приходится» делить на s^2 .

3.4.6. Использование передаточной функции для расчета реакции

Если $F_1(s)$ — изображение воздействия $f_1(t)$, а $H(s)$ — ПФ цепи, то реакция $f_2(t)$ может быть найдена по теореме свертки: $f_2(t) \div F_2(s) = H(s)F_1(s)$.

Пример 3.50. Найти реакцию цепи при $H(s) = 0,5/(s+1)$ и $f_1(t) = (2 + 4e^{-0.5t})\delta_1(t)$.

Находим изображение воздействия: $F_1(s) = \frac{2}{s} + \frac{4}{s+0,5}$, а затем изображение реакции и ее оригинал:

$$\begin{aligned} F_2(s) &= \frac{0,5}{s+1} \left(\frac{2}{s} + \frac{4}{s+0,5} \right) = \frac{A_1}{s+1} + \frac{A_2}{s} + \frac{A_3}{s+0,5} \div \\ &\div f_2(t) = (A_1 e^{-1t} + A_2 + A_3 e^{-0.5t})\delta_1(t) = (-5e^{-1t} + 1 + 4e^{-0.5t})\delta_1(t). \end{aligned}$$

Пример 3.51. Найти реакцию цепи, если ПФ $H(s) = 0,5/s + 1$, а воздействие $f_1(t)$ задано графически на рис. 3.41.

График производной воздействия, также приведенный на рис. 3.41, можно представить суммой трех составляющих:

$$f'_1(t) = 20\delta(t) - 10\delta_1(t) + 10\delta_1(t-2) \div 20 - \frac{10}{s} + \frac{10}{s} e^{-2s}.$$

Изображение воздействия: $F_1(s) = \frac{20}{s} - \frac{10}{s^2}(1 - e^{-2s})$.

Находим изображение выходного сигнала, а затем его оригинал:

$$\begin{aligned} F_2(s) &= H(s)F_1(s) = \frac{10}{s(s+1)} - \frac{5}{s^2(s+1)}(1 - e^{-2s}) = \\ &= \left(\frac{10}{s} + \frac{-10}{s+1} \right) - \left(\frac{5}{s^2} + \frac{-5}{s} + \frac{5}{s+1} \right)(1 - e^{-2s}) \div \\ &\div f_2(t) = (10 - 10e^{-t})\delta_1(t) - (5t - 5 + 5e^{-t})\delta_1(t) + \\ &+ [5(t-2) - 5 + 5e^{-(t-2)}]\delta_1(t-2). \end{aligned}$$

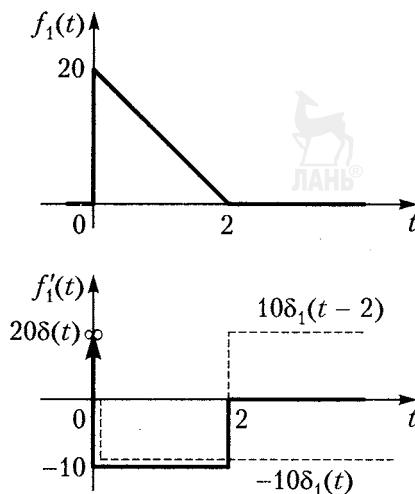


Рис. 3.41

3.4.7. Расчет особых случаев коммутации операторным методом

Пример 3.52. В цепи (рис. 3.42, а) $C_1 = 1 \Phi$; $C_2 = 1 \Phi$; $R = 1 \Omega$; $u = 3 \text{ e} = \text{const}$; $u_0 = 1 \text{ e} = \text{const}$. Ключ при $t = 0$ переключается из положения 2 в положение 1. Найти $i(t)$ при $t > 0$, а также $u_{C_1}(0^+)$, $u_{C_2}(0^+)$.

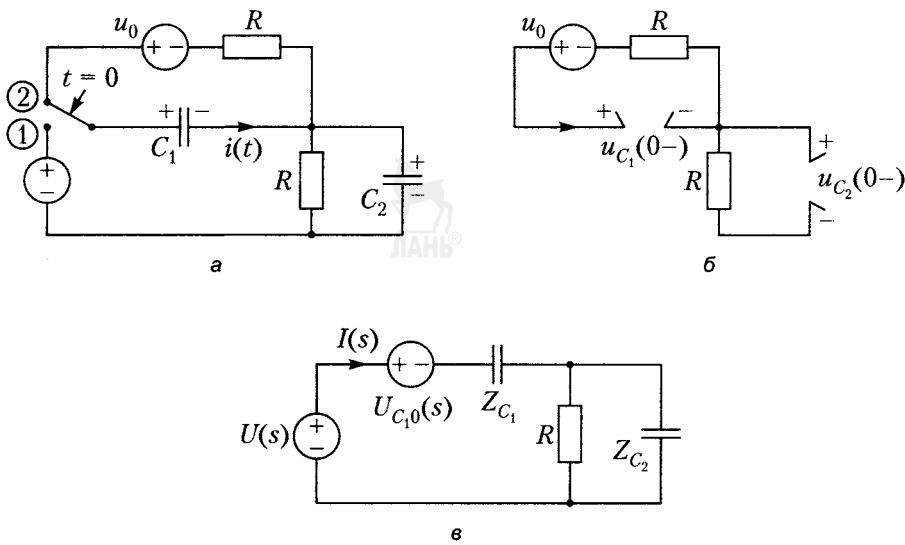


Рис. 3.42

1. Определяем ННУ при $t < 0$ по схеме, приведенной на рис. 3.42, б: $u_{C_1}(0^-) = u_0 = 1$; $u_{C_2}(0^-) = 0$.

2. ОСЗ цепи для $t > 0$ (рис. 3.42, в) составляем аналогично тому, как изложено в 3.4.1. Имеем $Z_R = 1$, $Z_{C_1} = Z_{C_2} = 1/s$, $U(s) = 3/s$, $U_{C_1}(s) = 1/s = u_{C_1}(0^-)/s$.

Находим:

$$Z_{RC_2} = \frac{Z_R Z_{C_2}}{Z_R + Z_{C_2}} = \frac{1}{s+1}; \quad Z_0 = Z_{C_1} + Z_{RC_2} = \frac{2s+1}{s(s+1)}.$$

Тогда

$$I(s) = [U(s) - U_{C_1}(s)]/Z_0 = \frac{s+1}{s+0,5} = A_0 + \frac{A_1}{s+0,5}.$$

Находим $A_0 = I(\infty) = 1$, $A_1 = (s+0,5)I(s)|_{s=-0,5} = 0,5$, следовательно, $i(t) = \delta(t) + 0,5e^{-0,5t}\delta_1(t)$, то есть при $t = 0$ по цепи протекает «бесконечный» ток мгновенно-го перезаряда C -элементов.

Далее определяем

$$U_{C_1}(s) = Z_{C_1} I(s) + U_{C_1}(s) = \frac{2s+1,5}{s(s+0,5)}; \quad U_{C_2}(s) = Z_{RC_2} I(s) = \frac{1}{s+0,5}.$$

Таким образом,

$$u_{C_1}(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} [sU_{C_1}(s)] = 2 \neq u_{C_1}(0^-) = 1;$$

$$u_{C_2}(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} [sU_{C_2}(s)] = 1 \neq u_{C_2}(0^-) = 0.$$

Вывод: расчет особых случаев коммутации (ОСК) производится по обычным правилам ОМ, изложенным в 3.4.1. При этом сверхтоки и перенапряжения (описываемые в идеале дельта-функциями), которые возникают при нарушении законов коммутации (принципов непрерывности), когда $u_C(0^+) \neq u_C(0^-)$ или $i_L(0^+) \neq i_L(0^-)$, выявляются автоматически, в то время как анализ ОСК в t -области очень сложен.

3.4.8. Использование преобразования Лапласа для расчета коэффициентов ряда Фурье и спектра периодического сигнала

Периодический сигнал $f(t)$ с периодом T , удовлетворяющий условиям Дирихле, может быть представлен сходящимся гармоническим рядом Фурье (РФ):

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_l t + \Phi_k); \quad \omega_l = \frac{2\pi}{T},$$

где $A_0/2 = f_{cp} = S_T/T$ — среднее значение (нулевая гармоника, постоянная составляющая) сигнала; S_T — площадь сигнала за период.

Коэффициенты РФ, то есть дискретный спектр (ДС) сигнала, можно определить из соотношения $\dot{A}_k = A_k e^{j\Phi_k} = \frac{2}{T} F_1(s)|_{s=jk\omega_l}$, где $F_1(s)$ — изображение по Лапласу $f(t)$ на интервале $0 < t < T$.

Пример 3.53. Построить ДС периодического сигнала $u(t)$ показанного на рис. 3.43, а при $T = 2t_u$. Записать РФ и проконтролировать результат.

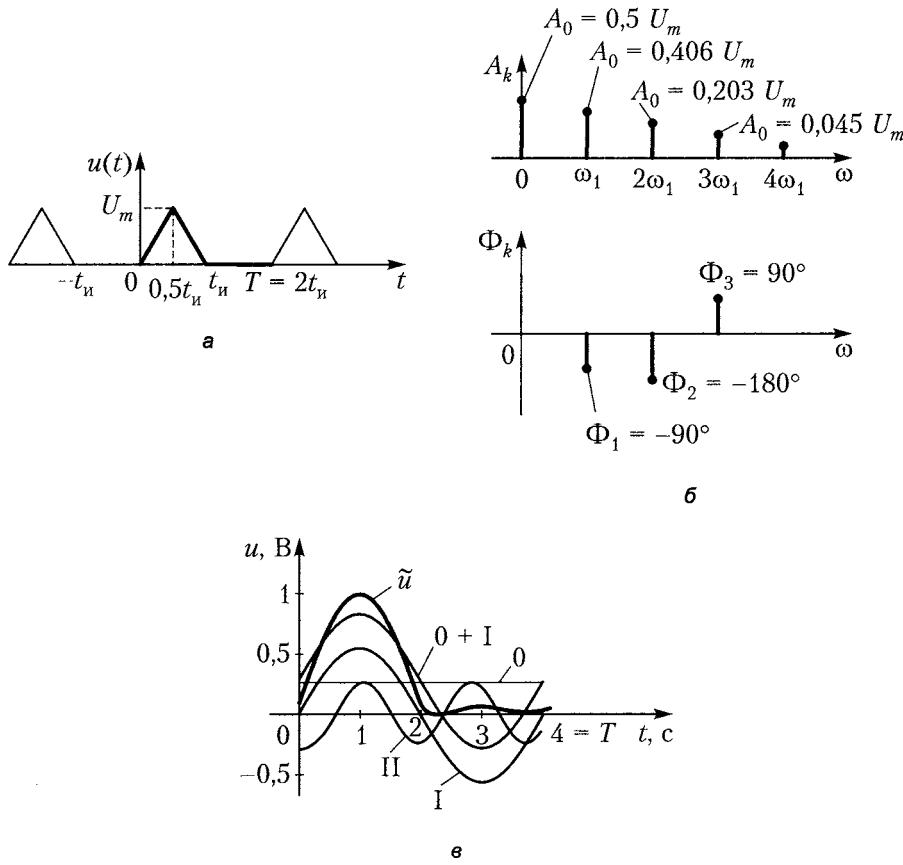


Рис. 3.43

Частота первой (основной) гармоники сигнала $\omega_1 = 2\pi/T = \pi/t_u$. Используя метод двойного дифференцирования (см. 3.4.5), находим $U_1(s)$, то есть изображение по Лапласу $u(t)$ на интервале $0 < t < T$: $U_1(s) = \frac{2U_m}{t_u s^2} (1 - 2e^{-0.5t_u s} + e^{-t_u s})$.

Затем находим коэффициенты РФ:

$$\begin{aligned} \dot{A}_k &= A_k e^{j\Phi_k} = \frac{2}{2t_u} \frac{2U_m}{(jk\pi/t_u)^2} e^{-j0.5\pi k} (e^{j0.5\pi k} - 2 + e^{-j0.5\pi k}) = \\ &= \frac{2U_m}{-k^2\pi^2} e^{-j0.5\pi k} (2j\sin 0.25\pi k)^2 = \frac{8U_m}{k^2\pi^2} e^{-j0.5\pi k} \sin^2 0.25\pi k, \end{aligned}$$

откуда амплитудный спектр (АС) $A_k = 8U_m \sin^2 0,25\pi k / (k^2\pi^2)$, а фазовый спектр $\Phi_k = -0,5\pi k$. Графики дискретных АС и ФС сигнала качественно показаны на рис. 3.43, б.

РФ сигнала при $U_m = 1$ В и $t_u = 2$ с (то есть при $T = 4$ с и $\omega_1 = \pi/2 \cong 1,6$ с⁻¹) запишем приближенно при учете только нулевой и трех первых гармоник:

$$\tilde{u}(t) = 0,25 + 0,406 \cos(\omega_1 t - 90^\circ) + 0,203 \cos(2\omega_1 t - 180^\circ) + 0,045 \cos(3\omega_1 t + 90^\circ).$$

Контроль: 1. Нулевая гармоника $A_0/2 = 0,25$ — это среднее значение сигнала.

2. Широко используется «синусно-косинусная» форма РФ:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t),$$

где $a_0/2 = A_0/2$, $\dot{A}_k = a_k - jb_k$. Если: 1) $f(t) = f(-t)$, то есть четный сигнал, то $b_k = 0$; 2) $f(t) = -f(-t)$, то есть нечетный сигнал, то $a_k = 0$; 3) $f(t) = -f(t \pm T/2)$, то есть сигнал «переворачивается» при сдвиге на $T/2$, то у РФ нет гармоник четных номеров ($k = 0, 2, 4, \dots$). В рассматриваемом примере сигнал не обладает этими свойствами симметрии.

График суммы РФ должен соответствовать сигналу $u(t)$. На рис. 3.43, в построен график $\tilde{u}(t)$ без учета малой третьей гармоники. Цифрами 0, I, II показаны отдельные гармоники, построение которых соответствует обычным правилам вычерчивания синусоид. Так, у первой гармоники $T_1 = T = 4$ с $\div 360^\circ$; $T_1/2 = 2$ с $\div 180^\circ$; $T_1/4 = 1$ с $\div 90^\circ$. У второй гармоники $T_2 = T_1/k = T_1/2 = 2$ с $\div 360^\circ$; $T_2/2 = 1$ с $\div 180^\circ$; $T_2/4 = 0,5$ с $\div 90^\circ$. Суммирование гармоник РФ проведено качественно (то есть приближенно — по характерным точкам). Видно, что в интервале $t_u < t < 2t_u = T$ сумма гармоник 0 + I практически компенсируется гармоникой II, что соответствует исходному сигналу (см. рис. 3.43, а).

3.4.9. Расчет установившегося периодического режима с использованием рядов Фурье

Если воздействие приближенно представлено «отрезком» РФ (из N первых гармоник)

$$\tilde{f}_1(t) = \frac{A_{10}}{2} + \sum_{k=1}^N A_{1k} \cos(k\omega_1 t + \alpha_{1k}),$$

то реакция

$$\tilde{f}_2(t) = \frac{A_{20}}{2} + \sum_{k=1}^N A_{2k} \cos(k\omega_1 t + \alpha_{2k}).$$

РФ реакции рассчитывают двумя способами: 1) методом наложения с использованием МКА на частоте каждой гармоники $\omega_k = k\omega_1$; 2) по ЧХ цепи $H(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)}$ при $\omega = \omega_k = k\omega_1$ по формулам $A_{2k} = A_{1k}A(k\omega_1)$, $\alpha_{2k} = \alpha_{1k} + \Phi(k\omega_1)$, то есть, фактически, тоже по МН.

Действующие значения переменных в УПР

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^N U_k^2} = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^N (U_{mk}/\sqrt{2})^2}; I = \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N I_{mk}^2},$$

а мощность в пассивном ДП

$$P = \sum_{k=0}^N P_k = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^N U_k I_k \cos(\alpha_{uk} - \alpha_{ik}),$$

где $U_0, I_0 = A_0/2$ – значения нулевых гармоник; $U_k, I_k = I_{mk}/\sqrt{2}$ – действующие значения, отдельных гармоник (с амплитудой A_k).

Пример 3.54. Приняв $N = 4$, найти реакцию u_2 цепи, схема которой приведена на рис. 3.44, а (при $C = 1/4 \Phi$; $R = 1 \Omega$), на воздействие $u_1(t)$, изображенное на рис. 3.43, а, при $U_m = 20 \text{ В}$; $T = 2t_u = 2\pi \cong 6,28 \text{ с}$.

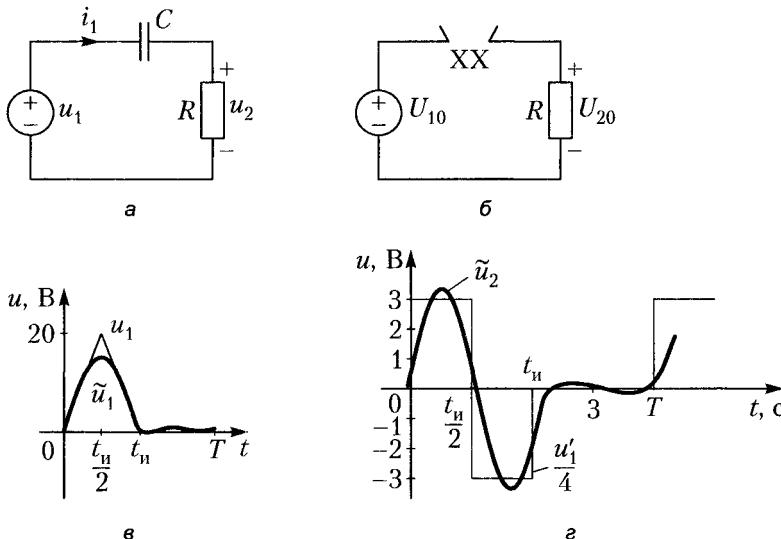


Рис. 3.44

На основании изложенного в 3.4.8 записываем РФ входного сигнала (при $\omega_1 = 2\pi/T = 1 \text{ с}^{-1}$):

$$\tilde{u}_1(t) = 5 + 8,12 \cos(1t - 90^\circ) + 4,06 \cos(2t - 180^\circ) + 0,9 \cos(3t + 90^\circ) + 0.$$

Используя МН, рассчитываем нулевую гармонику реакции (при $\omega = 0$) по эквивалентной схеме, приведенной на рис. 3.44, б, где элемент $C \equiv XX$ (поскольку $Z_C = 1/(j\omega C) \rightarrow \infty$). Очевидно $U_{20} = 0$ (при $U_{10} = 5 \text{ В}$).

Расчет остальных гармоник реакции при использовании МКА также очевиден:

$$1. k = 1; \omega_1 = 1; \dot{U}_{m11} = 8,12e^{-j90^\circ}; Z_{C1} = \frac{-j}{\omega_1 C} = -j4; \text{ по ФДН}$$

$$\dot{U}_{m21} = \frac{R}{R + Z_{C1}} \dot{U}_{m11} = \frac{1}{1-j4} \cdot 8,12e^{-j90^\circ} = 1,97e^{-j14^\circ};$$

$$2. \ k=2; \ \omega_2=k\omega_1=2; \ \dot{U}_{m12}=4,06e^{-j180^\circ}; \ Z_{C2}=-j/(\omega_2 C)=-j2; \text{ по ФДН } \dot{U}_{m22}=\\ =\dot{U}_{m12}R/(R+Z_{C2})=1,81e^{-j117^\circ};$$

$$3. \ k=3; \ \omega_3=k\omega_1=3; \ \dot{U}_{m13}=0,9e^{j90^\circ}; \ Z_{C3}=-j/(\omega_3 C)=-j4/3, \text{ тогда } \dot{U}_{m23}=\\ =0,54e^{j143^\circ}.$$

«Укороченный» РФ реакции («отрезок» РФ):

$$\tilde{u}_2(t)=1,97 \cos(1t-14^\circ)+1,81 \cos(2t-117^\circ)+0,54 \cos(3t+143^\circ).$$

Действующее значение реакции:

$$U_2=\sqrt{U_{20}^2+0,5(U_{m21}^2+U_{m22}^2+U_{m23}^2)}=\sqrt{0,5(1,97^2+1,81^2+0,54^2)}\cong 2 \text{ В.}$$

Поскольку мощность «потребляется» только R -элементом, то

$$P=P_R=\sum P_{Rk}=\frac{1}{R}(U_{20}^2+U_{21}^2+U_{22}^2+U_{23}^2)=U_R^2/R=U_2^2/R\cong 4 \text{ Вт.}$$

Проверка: поскольку $R=1 \text{ Ом}$, то входной ток цепи

$$i=i_1=i_2=u_2/R=1,97 \cos(1t-14^\circ)+1,81 \cos(2t-117^\circ)+0,54 \cos(3t+143^\circ),$$

тогда

$$P=U_{10}I_{10}+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^3 U_{m1k}I_{m1k} \cos(\alpha_{u1k}-\alpha_{i1k})=\\ =0+0,5[8,12 \cdot 1,97 \cos(-90^\circ+14^\circ)+4,06 \cdot 1,81 \cos(-180^\circ+117^\circ)+\\ +0,9 \cdot 0,54 \cos(90^\circ-143^\circ)]\cong 4 \text{ Вт.}$$

ПРИМЕЧАНИЕ

Аналогичный результат можно получить при расчете по ЧХ, рассчитанной на основании ФДН:

$$H(j\omega)|_{\omega=k\omega_1}=H(s)|_{s=jk\omega_1}=\frac{R}{R+1/(Cs)}\Bigg|_{s=jk\omega_1}=\frac{s}{s+4}\Bigg|_{s=jk\omega_1},$$

однако при этом (см. 3.4.4) выявляется важная дополнительная информация: ДС входного сигнала (при $\omega_k=0; 1; 2; 3$) попадает в полосу дифференцирования ($0 < \omega < 4 \text{ c}^{-1}$), следовательно, на выходе будет выражен эффект дифференцирования. Так как в ПД асимптотическая АЧХ цепи $A(\omega)\cong\omega/4$ (то есть ПФ $H(s)\cong s/4$), то реакция приближенно $u_2\cong 0,25u_1'(t)$, что и подтверждают графики воздействия и реакции, построенные на рис. 3.44, в и г.

3.4.10. Точный расчет установившегося периодического режима (ряд Фурье в «замкнутой» форме)

Вначале для $t > 0$ записывают изображение входного сигнала $f_1(t)$ в предположении, что $f_1(t)=0$ при $t < 0$: $F_1(s)=F_{11}(s)/(1-e^{-sT})$, где $F_{11}(s)\div f_1(t)$ в интервале $0 < t < T$ – изображение условного первого периода входного сигнала.

Далее находят изображение реакции цепи: $F_2(s) = F_1(s)H(s)$, где $H(s)$ – ПФ цепи. Реакцию представляют в виде суммы свободной и вынужденной составляющих: $F_2(s) = F_{2\text{св}}(s) + F_{2\text{вын}}(s)$. Вид $F_{2\text{св}}(s)$ определяется полюсами $H(s)$, то есть корнями ХП цепи, а изображение вынужденной составляющей записывают в виде $F_{2\text{вын}}(s) = F_{21}(s)/(1 - e^{-sT})$, где $F_{21}(s)$ – изображение условного первого периода искомой установившейся реакции.

Свободную составляющую отделяют от полной реакции и находят $F_{21}(s) = [F_2(s) - F_{2\text{св}}(s)](1 - e^{-sT})$. По изображению $F_{21}(s)$ вычисляют оригинал, то есть точное описание искомой периодической реакции $f_{2\text{вын}}(t)$ в интервале $0 < t < T$, причем слагаемые, содержащие множитель e^{-sT} , в расчет не принимаются: $f_{2\text{вын}}(t) = f_{21}(t) \div F_{21}(s)$, $0 < t < T$.

Пример 3.55. Найти установившуюся реакцию дифференцирующей цепи (рис. 3.45, а), где u_1 – периодическое воздействие; u_2 – реакция; $R = 1 \Omega$; $C = 1 \Phi$. График воздействия представлен на рис. 3.45, б.

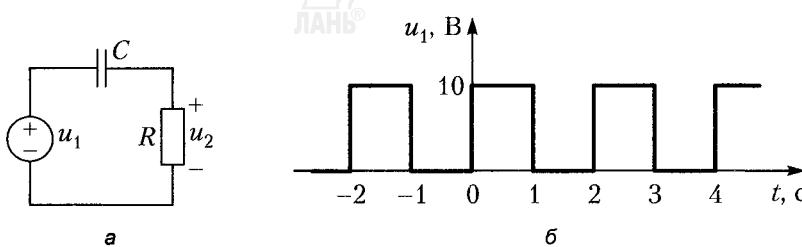


Рис. 3.45

Запишем для $t > 0$ изображение воздействия $U_1(s) = U_{11}(s)/(1 - e^{-2s})$, где $U_{11}(s) = (10/s)(1 - e^{-s}) \div u_1(t)$, $0 < t < 2$ – изображение $u_1(t)$ в пределах периода.

Определив ПФ цепи $H_U(s) = U_2(s)/U_1(s) = s/(s + 1)$, найдем реакцию:

$$U_2(s) = H_U(s)U_1(s) = 10 \frac{1 - e^{-s}}{(s + 1)(1 - e^{-2s})} = \frac{A_1}{s + 1} + \frac{U_{21}(s)}{1 - e^{-2s}},$$

причем в свободной составляющей

$$U_{2\text{св}}(s) = A_1/s + 1; A_1 = \lim_{s \rightarrow -1} (s + 1)U_2(s) = 10 \frac{1 - e}{1 - e^2} = 2,69.$$

Изображение одного периода установившейся реакции в интервале $0 < t < T = 2$

$$U_{21}(s) = [U_2(s) - U_{2\text{св}}(s)](1 - e^{-2s}) = 10 \frac{1 - e^{-s}}{s + 1} - 2,69 \frac{1 - e^{-2s}}{s + 1}.$$

Вычислим для $0 < t < 2$ точное описание периодической реакции (ряд Фурье в «замкнутой» форме), то есть всю сумму РФ:

$$u_{2\text{уст}}(t) = u_{2\text{вын}}(t) = 7,31e^{-t} \delta_1(t) - 10e^{-(t-1)} \delta_1(t-1) = u_{21}(t),$$

причем этот результат можно периодически продолжить для $-\infty < t < +\infty$.

3.4.11. Точный расчет переходных процессов при периодических несинусоидальных воздействиях

Основные действия при точном расчете переходных процессов при периодических несинусоидальных воздействиях совпадают с описанными в 3.4.10. В случае ненулевых независимых НУ расчет выполняется по ОСЗ цепи. Реакция определяется в виде суммы свободной и вынужденной составляющих для $t > 0$.

Пример 3.56. В цепи (рис. 3.46, а) при $t = 0$ замыкается ключ K; $R = R_2 = 1 \Omega$; $C = 1 \Phi$; u_1 — воздействие, показанное на рис. 3.45, б. Найти ток $i_2(t)$.

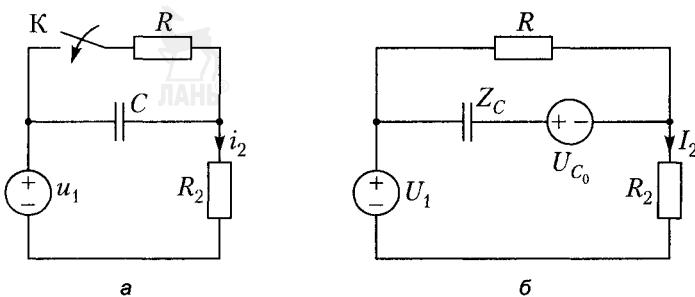


Рис. 3.46

Вначале определим независимое НУ. Так как схема цепи при $t < 0$ совпадает со схемой, изображенной на рис. 3.45, воспользуемся полученными данными и найдем в примере 3.55 (см. 3.4.10) $u_{21}(0^+) = 7,31$. Тогда, согласно ЗНК,

$$u_C(0^+) = u_1(0^+) - u_{21}(0^+) = 10 - 7,31 = 2,69 = u_C(0^-).$$

Составим ОСЗ цепи (рис. 3.46, б), где

$$U_1(s) = \frac{10(1-e^{-s})}{s(1-e^{-2s})}; \quad U_{C_0} = \frac{u_C(0^-)}{s} = \frac{2,69}{s}; \quad z_C = 1/s.$$

Выполнив по МН расчет цепи, получим изображение реакции:

$$I_2(s) = \frac{10(1-e^{-s})(s+1) - 2,69s(1-e^{-2s})}{s(s+2)(1-e^{-2s})} = I_{2\text{св}}(s) + I_{2\text{вын}}(s).$$

Из сопоставления изображений реакции и воздействия (и расчета постоянной времени $\tau = R_s C = 0,5 \text{ с}$) следует, что полюс $s = -2$ определяется ХП цепи, поэтому свободная составляющая решения $I_{2\text{св}}(s) = A_1/(s+2)$, причем при $s \rightarrow -2$ получим $A_1 = \lim(s+2)I_2(s) = -2,094$. Определив согласно методике, изложенной в 3.4.10, описание вынужденной составляющей для $0 < t < T = 2$

$$i_{21}(t) = (5 + 4,404e^{-2t})\delta_1(t) - (5 + 5e^{-2(t-1)})\delta_1(t-1),$$

периодически продолжаем его для остальных моментов времени $t > 0$, то есть $i_{2\text{вын}}(t) = i_{21}(t - (k-1)T); (k-1)T < t < kT; k = 1, 2, 3\dots$

Полная реакция (описание переходного процесса): $i_2(t) = i_{2\text{св}}(t) + i_{2\text{вын}}(t)$, где $i_{2\text{св}}(t) = -2,094e^{-2t}, t > 0$.

3.4.12. Основы спектрального метода анализа цепей

Если при анализе цепей в t -области по воздействию $f_1(t) = f_{\text{вх}}(t)$ и ИХ цепи $h(t)$ находят реакцию $f_2(t) = f_{\text{вын}}(t)$, применяя интеграл свертки, то в частотной области при использовании спектрального метода применяют соотношение $F_2(j\omega) = H(j\omega)F_1(j\omega)$, где $F_1(j\omega)$ — спектр аperiодического воздействия (то есть входного сигнала); $H(j\omega)$ — ЧХ цепи; $F_2(j\omega)$ — спектр реакции (то есть выходного сигнала). Спектр (правильнее — спектральная плотность) $F(j\omega) \div f(t)$ существует, если функция $f(t)$ удовлетворяет условию абсолютной интегрируемости (имеет конечную площадь). Вычисляют спектр как $F(j\omega) = F(s)$ при $s = j\omega$, где $F(s)$ — изображение сигнала $f(t)$ по Лапласу.

Важнейшие характеристики спектра: 1) начальное значение $F(j0) = F(j\omega)$ при $\omega = 0$ — это площадь сигнала $f(t)$; 2) узлы спектра — это частоты, при которых спектры аperiодических сигналов принимает нулевые значения; 3) чем короче и круче сигнал, тем шире его спектр, у самого короткого и крутого сигнала $f(t) = \delta(t)$ спектр $F(j\omega) = 1$ имеет бесконечную ширину.

При расчетах определяют ширину спектра сигнала $\Delta\omega_{\text{ен}}$, используя различные критерии: 1) «первого лепестка», когда за ширину спектра принимают значение ω_y ; 2) 10 %-ный амплитудный; 3) энергетический, основанный на формуле Рэлея, определяющей энергию сигнала $W_f = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega$.

Анализируют ЧХ цепи $H(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)}$. АЧХ и ФЧХ цепи позволяют оценить ширину полосы пропускания $\Delta\omega_{\text{п.п.}}$ (обычно как интервал частот, в пределах которого значения АЧХ не меньше 0,707 от максимума АЧХ), время запаздывания t_z проходящих через цепь сигналов (по наклону ФЧХ в области НЧ или по значению $\Phi'(0)$).

Амплитудный спектр реакции $A_2(\omega) = |F_2(j\omega)|$ находят как $A_2(\omega) = A(\omega)A_1(\omega)$, где $A(\omega)$ — АЧХ цепи; $A_1(\omega)$ — амплитудный спектр воздействия, поэтому значение АЧХ при $\omega = 0$ характеризует отношение площадей реакции и воздействия, а значение АЧХ при $\omega = \infty$ показывает, с каким коэффициентом скачок сигнала на входе проходит на выходе цепи.

ЧХ цепи часто можно приближенно разбить на частотные интервалы: 1) пропускания (искажения), если АЧХ $A(\omega) \cong \text{const}$; 2) интегрирования, если $A(\omega) \cong k/\omega$; 3) дифференцирования, если $A(\omega) \cong k\omega$; 4) двойного интегрирования, если $A(\omega) \cong k/\omega^2$, и т. д.

Оценивают, в каком частотном интервале располагается спектр воздействия, сравнивая ширину спектра сигнала $\Delta\omega_{\text{ен}}$ и ширину полосы пропускания $\Delta\omega_{\text{п.п.}}$. Это, как правило, позволяет предсказать ожидаемое изменение формы реакции.

3.4.13. Расчет спектра апериодического сигнала

На начальном этапе анализа цепей спектральным методом находят спектр воздействия. Для примера вычислим спектр сигнала $f(t)$, график которого приведен на рис. 3.47, а.

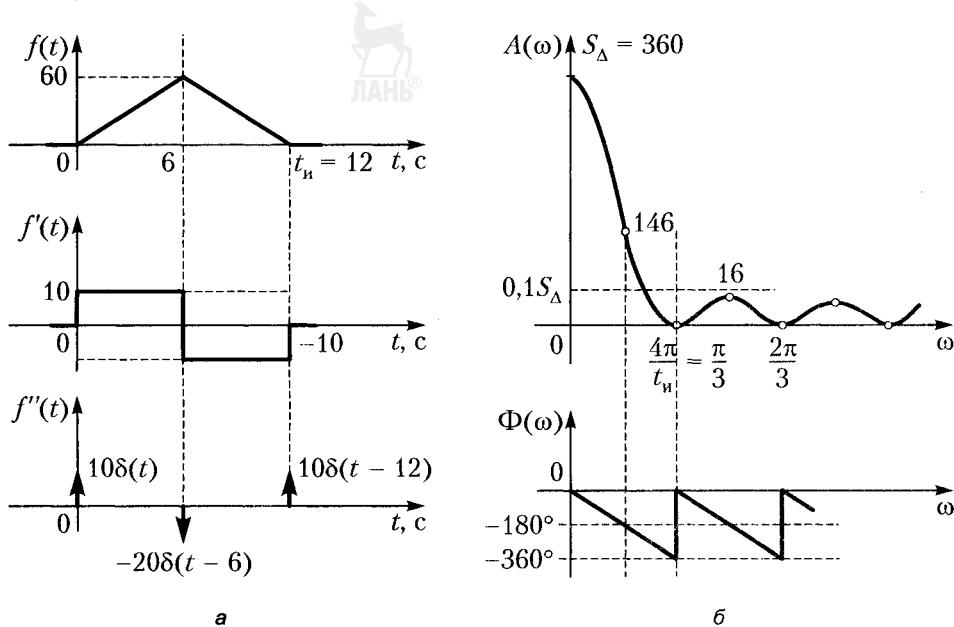


Рис. 3.47

Используя показанный на рис. 3.47, а метод двойного дифференцирования, представим сигнал $f(t)$ суммой стандартных: $f(t) = 10\delta_2(t) - 20\delta_2(t-6) + 10\delta_2(t-12)$. С учетом формулы $\delta_2(t-t_0) \div (1/s^2) e^{-st_0}$ находим его изображение по Лапласу

$$F(s) = \frac{10}{s^2} [1 - 2e^{-6s} + e^{-12s}],$$

а затем спектр — заменой $s = j\omega$:

$$F(j\omega) = \frac{10}{-\omega^2} e^{-j6\omega} [e^{+j6\omega} - 2 + e^{-j6\omega}] = \frac{40}{\omega^2} e^{-j6\omega} \sin^2 3\omega.$$

Далее определяем амплитудный спектр $A(\omega) = |F(j\omega)| = \frac{40}{\omega^2} \sin^2 3\omega$ и фазовый спектр (для $\omega > 0$) $\Phi(\omega) = \arg F(j\omega) = -6\omega$. По выражениям $A(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ на рис. 3.47, б построены графики амплитудного и фазового спектров. Начальное значение амплитудного спектра равно площади импульса $S_\Delta = 360$. Узлы (нули) амплитудного спектра равны $\omega_{y_k} = k4\pi/t_u = k\pi/3$. Фазовый спектр — это линейно изменяющаяся функция, которую изображают пилообразной, отбрасывая $2\pi \div 360^\circ$.

ПРИМЕЧАНИЯ

- Ширина спектра по критерию «первого лепестка» для треугольного импульса $\Delta\omega_{\Delta} = 4\pi/t_i$, для прямоугольного импульса $\Delta\omega_{ii} = 2\pi/t_i$, для меандра $\Delta\omega_m = 4\pi/t_i$.
- Ширина спектра по 10 %-ному амплитудному критерию приблизительно равна для треугольного импульса $\Delta\omega_{\Delta} \approx 4\pi/t_i$, для прямоугольника $\Delta\omega_{ii} \approx 6\pi/t_i$; для сигнала экспоненциальной формы $f(t) = f(t) = Ae^{-\beta t}\delta_l(t)$ имеем $\Delta\omega_{exp} \approx 10\beta$.

3.4.14. Оценка реакции методом сравнения спектра воздействия с частотными характеристиками цепи

Оценку выполним на примере прохождения треугольного импульса (рис. 3.48, *a* и 3.47, *a*) через дифференцирующую RC -цепь (рис. 3.48, *b*).

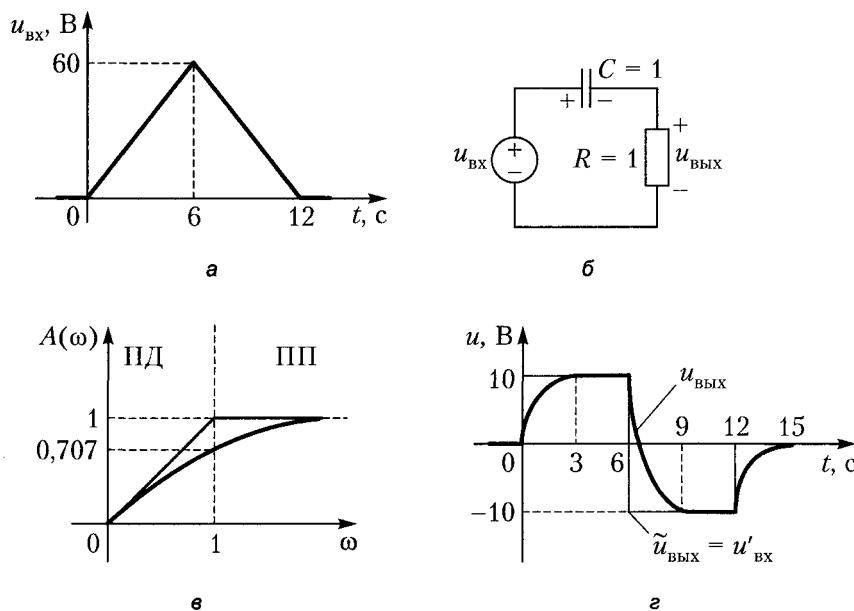


Рис. 3.48

Передаточную функцию цепи вычислим, используя ФДН:

$$H(s) = \frac{U_{вых}(s)}{U_{bx}(s)} = \frac{R}{R + Z_C} = \frac{RCs}{RCs + 1} = \frac{s}{s + 1}.$$

Комплексная ЧХ цепи $H(j\omega) = j\omega/(j\omega + 1)$, откуда при $\omega > 0$ АЧХ $A(\omega) = |H(j\omega)| = \omega/\sqrt{\omega^2 + 1^2}$, ФЧХ $\Phi(\omega) = 90^\circ - \arctg \omega/1$. Приближенно разобьем АЧХ на два частотных интервала: 1) полосу дифференцирования (ПД), так как при $0 < \omega < 1$ асимптота к АЧХ $A(\omega) \approx k\omega = \omega$, что соответствует прогнозу $\tilde{u}_{вых} \approx ku'_{bx}$; 2) полосу пропускания (ПП) при $1 < \omega < \infty$, так как при $\omega > 1$ асимптота к АЧХ

$A(\omega) \cong \text{const} = k = 1$ (что соответствует прогнозу $\tilde{u}_{\text{вых}} \cong ku_{\text{вх}}$). См. также 3.4.4 и 3.4.12.

На рис. 3.48, в АЧХ, построенная приближенно по ЧИ, показана тонкой линией, а уточненная (по выражению для АЧХ) — жирной линией. Сравнивая ширину спектра воздействия $\Delta\omega_{\text{eff}} = \pi/3 \approx 1$ (см. рис. 3.47, б) с ЧХ цепи, приходим к выводу, что спектр воздействия $u_{\text{вх}}(t) = f_1(t)$ располагается в ПД, и поэтому на выходе цепи будет ярко выражен «эффект дифференцирования» входного сигнала (прогноз $\tilde{u}_{\text{вых}} \cong u'_{\text{вх}}$; см. f' на рис. 3.47, а). Поскольку значение АЧХ на нулевой частоте $A(0) = 0$, то суммарная площадь реакции $u_{\text{вых}}(t) = f_2(t)$ должна быть нулевой. Поскольку $A(\infty) = 1$, то $u_{\text{вых}}(0^+) = A(\infty)u_{\text{вх}}(0^+) = u_{\text{вх}}(0^+)$.

Найдем точное решение операторным методом. С учетом изложенного в 3.4.13 имеем $U_{\text{вх}}(s) = F(s)$, поэтому изображение реакции

$$U_{\text{вых}}(s) = H(s), U_{\text{вх}}(s) = \frac{s}{s + 1} \frac{10}{s^2} (1 - 2e^{-6s} + e^{-12s}).$$

Переходя к оригиналу, получим:

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) = & [10 - 10e^{-t}] \delta_1(t) - \\ & - [20 - 20e^{-(t-6)}] \delta_1(t-6) + [10 - 10e^{-(t-12)}] \delta_1(t-12). \end{aligned}$$

На рис. 3.48, г жирной линией показан график точного решения, а тонкой — прогноз $\tilde{u}_{\text{вых}} = u'_{\text{вх}}$, что позволяет убедиться в справедливости приведенных ранее оценок.

3.4.15. Расчет реакции по ее спектру

Спектральный метод позволяет всегда хотя бы приближенно найти по спектру реакции $F_2(j\omega)$ сигнал $f_2(t)$.

На основании изложенного в 3.4.12 амплитудный спектр реакции $A_2(\omega) = A(\omega)A_1(\omega)$, где $A(\omega)$ — АЧХ цепи; фазовый спектр $\Phi_2(\omega) = \Phi_1(\omega) + \Phi(\omega)$, где $\Phi(\omega)$ — ФЧХ цепи; вещественный спектр $B_2(\omega) = A_2(\omega)\cos\Phi_2(\omega)$; мнимый $M_2(\omega) = A_2(\omega)\sin\Phi_2(\omega)$.

По формулам $f_2(\omega) = \frac{2}{\pi} \operatorname{Re} L[B_2(\omega)]_{s=jt} = \frac{2}{\pi} \operatorname{Im} L[M_2(\omega)]_{s=jt}$ находят сигнал по вещественному или мнимому спектрам. Основная трудность здесь — взятие изображения по Лапласу (L) от спектра. Обычно используют кусочно-линейную аппроксимацию $B_2(\omega)$ или $M_2(\omega)$.

Наиболее просто отыскать $f_2(t)$ по амплитудному и фазовому спектрам: для этого используют формулы связи спектра одиночного импульса f_2 с дискретным спектром периодического сигнала $f_{2n}(t)$, составленного из периодической последовательности импульсов f_2 :

$$A_{k2} = \frac{2}{T} A_2(k\omega_1); \quad \Phi_{k2} = \Phi_2(k\omega_1),$$

причем период $T = 2\pi/\omega_1$ выбирают довольно большим. Записывают ряд Фурье сигнала f_{2n} и строят график суммы РФ в пределах периода — это приближенный график $f_2(t)$; чем больше T , тем точнее расчет.

Для примера в таблице при $T = 24$ с приведены значения амплитуд и фаз дискретного спектра периодического сигнала $u_{2n}(t) = f_{2n}(t)$, рассчитанные по приведенным формулам с учетом данных из 3.4.13 и 3.4.14 (где $u_{\text{вх}} = f_1$, $u_{\text{вых}} = f_2$, A — АЧХ цепи, Φ — ФЧХ) для диапазона частот $0 \leq \omega \leq 1$, соответствующего ширине спектра входного сигнала.

k	ω_k	A_1	Φ_1	A	Φ	A_2	Φ_2	A_{k2}	Φ_{k2}
0	0	360	0°	0	90°	0	—	0	—
1	$\pi/12 \cong 0,25$	292	-90°	0,24	75°	70	-15°	5,8	-15°
2	$2\pi/12 \cong 0,5$	146	-180°	0,45	60°	66	-120°	5,6	-120°
3	$3\pi/12 \cong 0,75$	32	-270°	0,60	53°	19	-217°	1,6	-217°
4	$4\pi/12 \cong 1$	0	-360°	0,707	45°	0	—	—	—

По этим данным записываем РФ:

$$u_{\text{н}}(t) \cong 5,8 \cos\left(\frac{\pi}{12} t - 15^\circ\right) + 5,6 \cos\left(\frac{2\pi}{12} t - 120^\circ\right) + 1,6 \cos\left(\frac{3\pi}{12} t - 217^\circ\right).$$

На рис. 3.49 построены график суммы РФ $u_{\text{н}}(t)$ в пределах одного периода $0 < t < T = 24$ и график производной от входного импульса $u'_{\text{вх}}(t) = \tilde{u}_{\text{вых}}(t)$, то есть график прогноза (см. 3.4.14).

Приближенно полученный график $u_{\text{вых}}(t) \cong u_{\text{н}}(t)$ при $0 < t < T = 24$ с довольно хорошо согласуется с точным решением, рассмотренным в 3.4.14 (см. рис. 3.48, z).

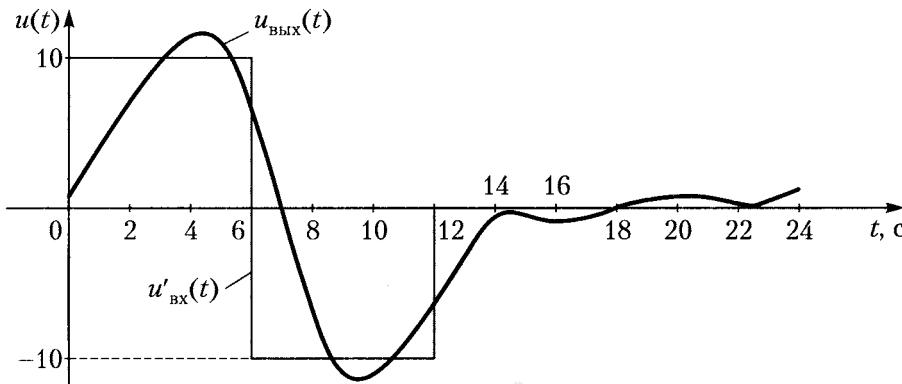


Рис. 3.49



3.5. Расчет цепей с многополюсными элементами и зависимыми источниками

3.5.1. Метод уравнений Кирхгофа при расчете индуктивно связанных цепей

При наличии в цепи индуктивно связанного элемента (ИСЭ), то есть двух идеализированных ИС-катушек, напряжение каждой катушки складывается из суммы напряжений самоиндукции и взаимной индукции. Например, на 1-й катушке $u_1 = u_{11} + u_{12} = L_1 i_1' + M i_2'$, где $M = \pm |M|$ — взаимная индуктивность. При согласном включении (когда токи ИС-катушек ориентированы одинаково относительно выводов, помеченных «звездочками») следует принять $M > 0$, при встречном — $M < 0$. Для цепи, изображенной на рис. 3.50, а, с учетом встречного включения система независимых уравнений Кирхгофа в t -области (для $t > 0$) будет следующей:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0; \\ R i_1 + \left(L_1 \frac{di_1}{dt} - |M| \frac{di_2}{dt} \right) + \left(L_2 \frac{di_2}{dt} - |M| \frac{di_1}{dt} \right) = u(t); \\ \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt + u_C(0^+) - \left(L_2 \frac{di_2}{dt} - |M| \frac{di_1}{dt} \right) = 0. \end{cases}$$

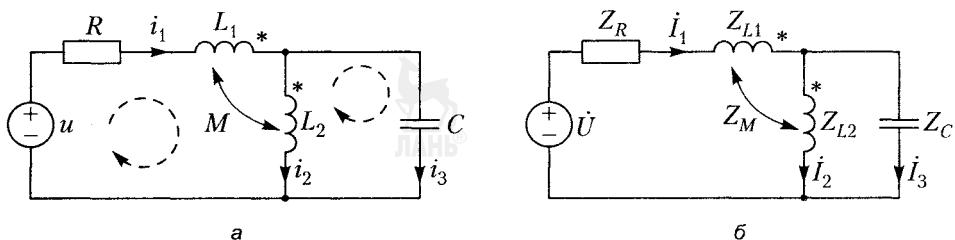


Рис. 3.50

Для УСР целесообразно составить комплексную схему цепи (рис. 3.50, б) и по ней записать уравнения Кирхгофа:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0; \\ Z_R \dot{I}_1 + (Z_{L1} \dot{I}_1 + Z_M \dot{I}_2) + (Z_{L2} \dot{I}_2 + Z_M \dot{I}_1) = \dot{U}; \\ Z_C \dot{I}_3 - (Z_{L2} \dot{I}_2 + Z_M \dot{I}_1) = 0, \end{cases}$$

где $Z_R = R$; $Z_L = j\omega L$; $Z_{L2} = j\omega L_2$; $Z_C = -j/(\omega C)$, а комплексное сопротивление взаимной индуктивности $Z_M = j\omega M = -j\omega |M|$, поскольку включение — встречное.

3.5.2. Метод эквивалентного исключения индуктивной связи при расчете индуктивно связанных цепей

Когда индуктивно связанные катушки имеют общий узел, можно преобразовать заданную цепь к эквивалентной схеме без индуктивной связи. Для расчета преобразованной цепи применимы любые методы анализа (МПВ, МКТ, МУН и т. д.).

На рис. 3.51, *a* и *б* приведены цепи с индуктивной связью и эквивалентные им – без индуктивной связи, причем отрицательная индуктивность $L_{\text{з3}}$ на рис. 3.51, *б* является чисто расчетной величиной. В установившемся синусоидальном режиме комплексное сопротивление в этом случае $Z_{\text{з3}} = -j\omega| M |$. Если общего узла у ИСЭ нет, исключить индуктивную связь невозможно.

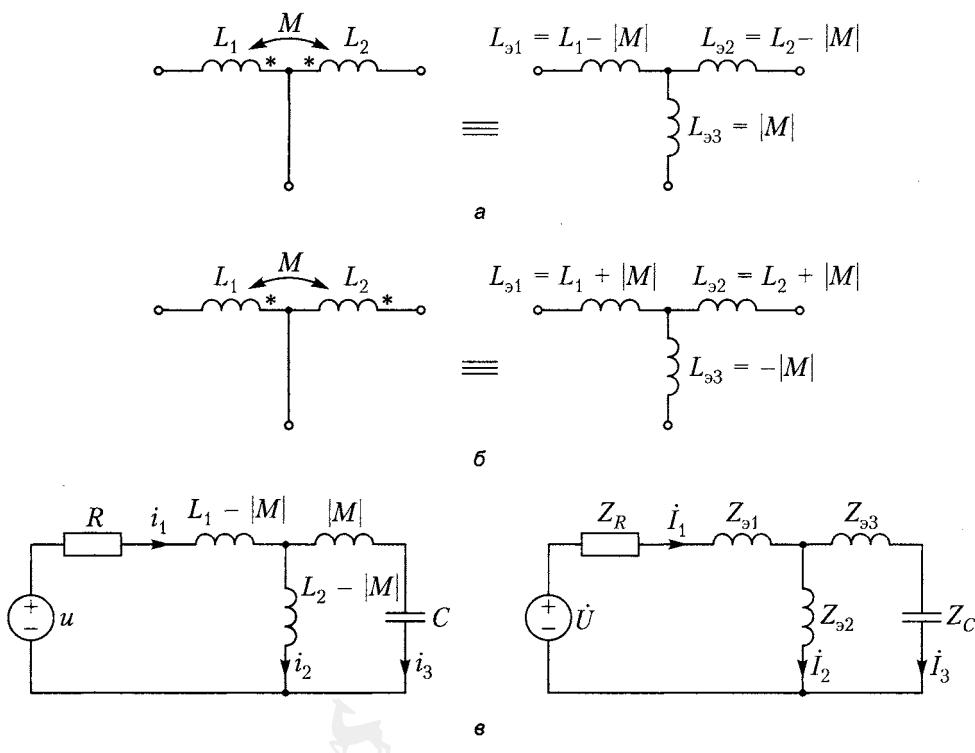


Рис. 3.51

Для цепи, изображенной на рис. 3.50, например, схема после исключения индуктивной связи и соответствующая ей комплексная схема приведены на рис. 3.51, *в*, где $Z_R = R$; $Z_{\text{з1}} = j\omega(L_1 - | M |)$; $Z_{\text{з2}} = j\omega(L_2 - | M |)$; $Z_{\text{з3}} = j\omega| M |$; $Z_C = -j/(\omega C)$.

3.5.3. Расчет цепи с трансформатором

Анализ цепи с трансформатором полностью соответствует описанным в 3.5.1 принципам расчета.

Пример 3.57. В установившемся синусоидальном режиме в цепи (рис. 3.52) наблюдается резонанс, причем $U_1 = 60$ В; $R_1 = 2$ Ом; Ом; $|Z_{L1}| = 10$ Ом; $|Z_{L2}| = 9$ Ом; $|Z_M| = 6$ Ом. Найти R_2 , I_1 , I_2 и коэффициент связи.

Предполагая $\alpha_{u1} = 0$, имеем $\dot{U}_1 = U_1 e^{j\omega u1} = 60$; при выбранных направлениях токов включение ИС-катушек встречное, следовательно, $Z_M = -j6$, кроме того, $Z_C = -j8$, $Z_{L1} = j10$, $Z_{L2} = j9$.

При резонансе $\text{Im } Z_{\text{bx}} = 0$, поэтому в начале расчета находим Z_{bx} . Записываем уравнения ЗНК: $Z_{11}\dot{I}_1 + Z_M\dot{I}_2 = \dot{U}_1$, $Z_{22}\dot{I}_2 + Z_M\dot{I}_1 = 0$, где $Z_{11} = R_1 + Z_{L1} + Z_C = 2 + j2$; $Z_{22} = R_2 + Z_{L2} = R_2 + j9$ — полные сопротивления цепей первичной и вторичной обмоток трансформатора.

Из второго уравнения находим функцию передачи по току $H_1 = \dot{I}_2/\dot{I}_1 = -z_M/z_{22}$, а затем из первого уравнения — входное сопротивление трансформатора $Z_{\text{bx}} = \dot{U}_1/\dot{I}_1 = Z_{11} - Z_M^2/Z_{22} = (2 + j2) + 36/(R_2 + j9)$. По условию резонанса $\text{Im } Z_{\text{bx}} = 2 - 36 \cdot 9/(R_2^2 + 81) = 0$, откуда находим $R_2 = 9$ Ом. Далее определяем: $Z_{\text{bx}} = 4$; $\dot{I}_1 = \dot{U}_1/Z_{\text{bx}} = 15$; $I_1 = |\dot{I}_1| = 15$ А; $\dot{I}_2 = -Z_M\dot{I}_1/Z_{22} = j6 \cdot 15/(9 + j9)$; $I_2 = |\dot{I}_2| = 5\sqrt{2}$ А.

Коэффициент связи ИС-катушек находим по формуле

$$k_{\text{св}} = k_{\mu} = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{|Z_M|}{\sqrt{|Z_{L1}| |Z_{L2}|}} = \frac{6}{\sqrt{90}}.$$

ПРИМЕЧАНИЕ

При условном КЗ, например, узлов A и B (ток в такой ветви $i_{AB} = 0$, что эквивалентно ХХ) можно для расчета использовать метод эквивалентного исключения индуктивной связи (см. 3.5.2), поскольку у ИС-катушек «искусственно появляется» общий узел.

3.5.4. Расчет переходных процессов в индуктивно связанных цепях

Переходные процессы в цепях с индуктивной связью, как правило, анализируются операторным методом; дифференциальные уравнения преобразуются по Лапласу с использованием теоремы о дифференцировании оригинала, например, $L_i'(t) \div sL_i(s) - L_i(0^-)$. Если у ИС-катушек имеется общий узел, целесообразно перейти к эквивалентной схеме без индуктивной связи и рассчитать переходный процесс, как в обычной цепи.

Пример 3.58. Проанализировать переходный процесс для цепи, изображенной на рис. 3.53, a , где $R = 3$ Ом; $L = 1$ Гн; $|M| = 0,5$ Гн; $u_0 = 6$ В = const.

Независимые НУ $i_1(0^-) = i_2(0^-) = u_0 / R = 2$ А. ДУ цепи, составленные для $t > 0$ по законам Кирхгофа при $M < 0$ (встречное включение).

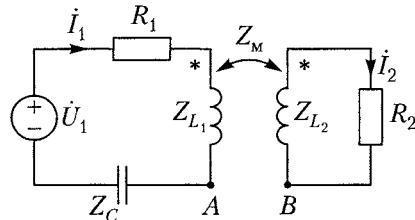


Рис. 3.52

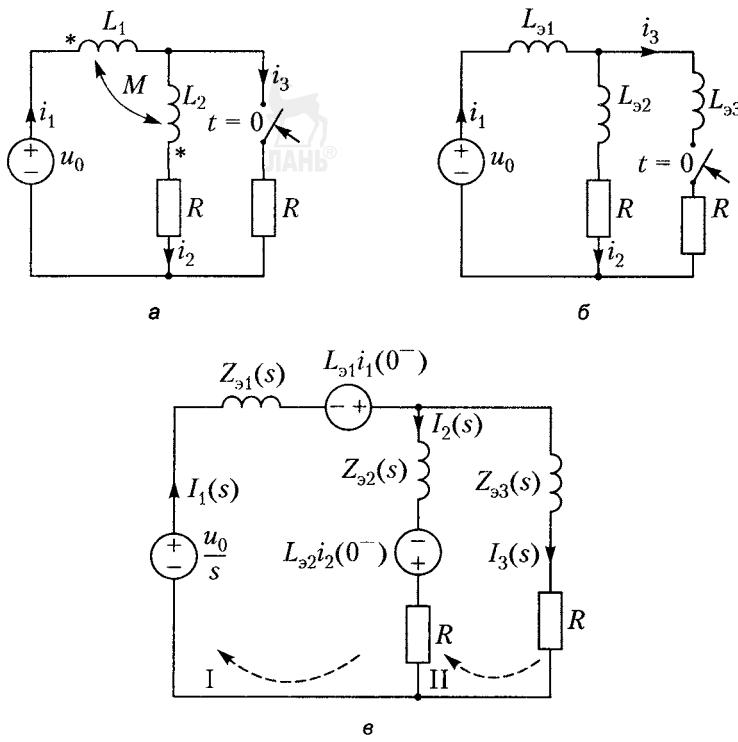


Рис. 3.53

$$\begin{cases} (L - |M|) \frac{di_1}{dt} + (L - |M|) \frac{di_2}{dt} + Ri_2 = u_0; \\ |M| \frac{di_1}{dt} - L \frac{di_2}{dt} - Ri_2 + Ri_3 = 0; \\ i_1 - i_2 - i_3 = 0. \end{cases}$$

Исключая из системы ток $i_2 = i_1 - i_3$ и подставляя численные значения параметров, получим:

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} + 3i_1 - 0,5 \frac{di_3}{dt} - 3i_3 = 6; \\ -0,5 \frac{di_1}{dt} - 3i_1 + \frac{di_3}{dt} + 6i_3 = 0. \end{cases}$$

Преобразуем систему по Лапласу с учетом $i_3(0^-) = 0$:

$$\begin{cases} (s + 3)I_1(s) - (3 + 0,5s)I_3(s) = \frac{6}{s} + 2; \\ -(0,5s + 3)I_1(s) + (s + 6)I_3(s) = -1. \end{cases}$$

Решая полученную систему, находим изображения, а по ним оригиналы $i_1(t)$ и $i_3(t)$:

$$I_1(s) = \frac{2s^2 + 20s + 48}{s(s+2)(s+6)} \div i_1(t) = 4 - 2e^{-2t};$$

$$I_3(s) = \frac{8s + 24}{s(s+2)(s+6)} \div i_3(t) = 2 - e^{-2t} - e^{-6t};$$

тогда $i_2(t) = i_1(t) - i_3(t) = 2 - e^{-2t} + e^{-6t}$.

Рассмотрим на этом же примере анализ переходного процесса с использованием эквивалентной схемы без индуктивной связи (рис. 3.53, б); ОСЗ цепи приведена на рис. 3.53, в, причем $L_{31} = L - |M| = 0,5$ Гн; $L_{32} = L - |M| = 0,5$ Гн; $L_{33} = |M| = 0,5$ Гн; $Z_{31}(s) = 0,5s = Z_{32}(s) = Z_{33}(s)$.

Используя МКТ, получим систему

$$\begin{cases} (s+3)I_{k1}(s) - (0,5s+3)I_{k2}(s) = \frac{6}{s} + 2; \\ -(0,5s+3)I_{k1}(s) + (6+s)I_{k2}(s) = -1, \end{cases}$$

которая полностью соответствует приведенной ранее с учетом $I_{k1}(s) = I_1(s)$, $I_{k2}(s) = I_3(s)$.

3.5.5. Расчет параметров четырехполюсников

Связь между входными и выходными токами и напряжениями ЧП (рис. 3.54, а) описывается шестью эквивалентными формами уравнений:

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2; \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2; \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2; \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2; \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}(-I_2); \\ I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}(-I_2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}(-I_1); \\ I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}(-I_1); \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2; \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2; \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2; \\ U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2. \end{cases}$$

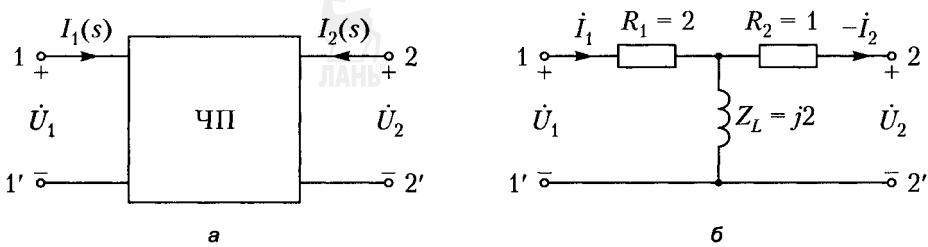


Рис. 3.54

Смысл и значение входящих в уравнения коэффициентов, то есть параметров ЧП, определяются из опытов ХХ и КЗ входных 11' и выходных 22' клемм ЧП.

У пассивных ЧП выполняются условия обратимости: $y_{12} = y_{21}$, $z_{12} = z_{21}$, $\Delta_a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1$; при симметрии ЧП к ним добавляются соотношения $y_{11} = y_{22}$, $z_{11} = z_{22}$, $a_{11} = a_{22}$.

Пример 3.59. Схема ЧП, находящегося в УСР, приведена на рис. 3.54, б, найти a -параметры ЧП.

Из опыта ХХ выхода ($\dot{I}_2 = 0$) определяем:

$$a_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1(R_1 + Z_L)}{\dot{I}_1Z_L} = 1 - j; a_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1Z_L} = -j0,5.$$

Из опыта КЗ выхода ($\dot{U}_2 = 0$) находим:

$$a_{12} = \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_1Z_{\text{вх}}}{\dot{I}_1 \frac{Z_L}{R_2 + Z_L}} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{Z_L} = 3 - j;$$

$$a_{22} = \frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 \frac{Z_L}{R_2 + Z_L}} = 1 + \frac{R_2}{Z_L} = 1 - j0,5.$$

Проверка: $\Delta_a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = (1 - j)(1 - j0,5) - (3 - j)(-j0,5) = 1$.

3.5.6. Пересчет параметров четырехполюсников

Поскольку один и тот же ЧП можно описать шестью способами (см. 3.5.5), то можно параметры одной формы уравнений выразить через параметры другой формы. Например, если уравнения через a -параметры разрешить относительно U_1 и U_2 , можно получить связь между a - и z -параметрами.

Это преобразование проще всего формализовать, записав искомые переменные в левой части уравнений:

$$\begin{cases} U_1 - a_{11}U_2 = a_{12}(-I_2); \\ 0U_1 + a_{21}U_2 = I_1 + a_{22}I_2, \end{cases}$$

откуда, используя определители, находим:

$$U_1 = \frac{1}{a_{21}} \begin{vmatrix} a_{12}(-I_2) & -a_{11} \\ I_1 + a_{22}I_2 & a_{21} \end{vmatrix} = \frac{1}{a_{21}} [a_{11}I_1 + a_{12}a_{21}(-I_2) + a_{11}a_{22}I_2];$$

$$U_2 = \frac{1}{a_{21}} \begin{vmatrix} 1 & a_{12}(-I_2) \\ 0 & I_1 + a_{22}I_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{a_{21}} [I_1 + a_{22}I_2].$$

Таким образом, искомая матрица z -параметров

$$[z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{a_{21}} & \frac{\Delta_a}{a_{21}} \\ \frac{1}{a_{21}} & \frac{a_{22}}{a_{21}} \end{bmatrix}.$$

Проверка: у симметричного ЧП при $\Delta_a = 1$ и $a_{11} = a_{22}$, естественно, получаем $z_{12} = z_{21}$ и $z_{11} = z_{22}$.

Аналогично можно получать соотношения для пересчета других параметров ЧП, используя также и опыты ХХ и КЗ, описанные в 3.5.5.

3.5.7. Расчет передаточных функций нагруженного четырехполюсника

Для нагруженного ЧП (рис. 3.55) уравнение нагрузки имеет вид $U_2 = Z_n(-I_2)$ или $-I_2 = Y_n U_2$.

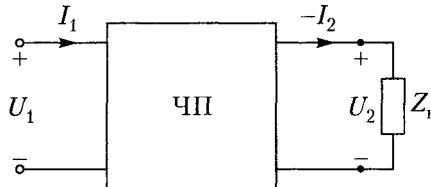


Рис. 3.55

Передаточные функции можно найти, используя любые параметры ЧП. К двум уравнениям ЧП добавляют уравнение нагрузки, то есть получаются три уравнения с переменными U_1, U_2, I_1, I_2 . Исключая две «лишние» переменные, находят уравнение связи воздействия с реакцией и определяют ПФ.

Пример 3.60. Найти ПФ по напряжению $H_U(s) = U_2(s)/U_1(s)$, используя z -параметры.

Систему уравнений ($U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2; U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2; -I_2 = Y_n U_2$) записываем в упорядоченной форме с воздействием в правой части:

$$\begin{cases} z_{11}I_1 + z_{12}I_2 + 0 \cdot U_2 = U_1; \\ z_{21}I_1 + z_{22}I_2 - U_2 = 0; \\ 0 \cdot I_1 + I_2 + Y_n U_2 = 0. \end{cases}$$

Решая систему определителями, получим искомое уравнение:

$$U_2 = \begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} & U_1 \\ z_{21} & z_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \Bigg/ \begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} & 0 \\ z_{21} & z_{22} & -1 \\ 0 & 1 & Y_n \end{vmatrix} = \frac{z_{21}U_1}{z_{11} + \Delta_z Y_n}; \quad H_U(s) = \frac{z_{21}}{z_{11} + \Delta_z Y_n}.$$

ПРИМЕЧАНИЕ

В отличие от рассмотренного общего случая расчет ПФ часто намного проще.

Пример 3.61. Найти H_U и входное сопротивление ЧП, используя a -параметры.

В первое уравнение a -формы подставляем уравнение нагрузки: $U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}Y_h U_2$, откуда $H_U = 1/(a_{11} + a_{12}Y_h)$. Входное сопротивление определяем, разделив первое уравнение a -формы на второе:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{a_{11}U_2 + a_{12}Y_h U_2}{a_{21}U_2 + a_{22}Y_h U_2} = \frac{a_{11} + a_{12}Y_h}{a_{21} + a_{22}Y_h}.$$

3.5.8. Расчет каскадного соединения четырехполюсников

При каскадном соединении ЧП (рис. 3.56, а) результирующая матрица a -параметров вычисляется перемножением матриц отдельных ЧП: $[a] = [a]_1 [a]_2$, причем следует помнить, что произведение матриц непереместительно ($[a] \neq [a]_2 [a]_1$).

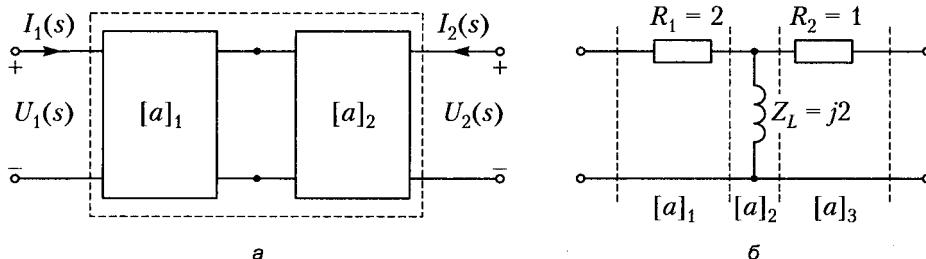


Рис. 3.56

Для определения a -параметров сложного ЧП лестничной структуры удобно представить его каскадным соединением n простейших ЧП. Тогда результирующая матрица $[a] = [a]_1 [a]_2 \cdots [a]_n$.

Пример 3.62. Определить a -параметры ЧП (рис. 3.56, б), находящегося в установившемся синусоидальном режиме.

Представим ЧП каскадным соединением трех простейших ЧП, матрицы a -параметров которых полезно помнить:

$$[a]_1 = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [a]_3 = \begin{bmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [a]_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_2 & 1 \end{bmatrix}$$

— это матрицы так называемых «продольных» (Z) и «поперечных» (Y) ЧП. В результате получим:

$$[a] = [a]_1 [a]_2 [a]_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -j0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-j & 3-j \\ -j0,5 & 1-j0,5 \end{bmatrix}.$$

Проверка: у пассивного ЧП $\Delta_a = (1-j)(1-j0,5) + j0,5(3-j) = 1$.

3.5.9. Расчет цепей с зависимыми (управляемыми) источниками

К системе уравнений выбранного метода расчета (уравнения Кирхгофа, состояния, контурные, узловые и др.) добавляется уравнение ЗИ. При этом токи (напряжения) ветвей управления ЗИ должны быть выражены через переменные системы.

Пример 3.63. Найти передаточную функцию цепи с ИТУТ (рис. 3.57), где u_1 — воздействие; u_3 — реакция; $R_2 = 1 \text{ Ом}$; $R_3 = 2 \text{ Ом}$; $C = 1 \Phi$; $i_4 = 0,5i_2$.

Применим МКТ. Выбрав контурные токи (см. рис. 3.57), составим систему МКТ в операторной форме ($U \equiv U(s)$; $I \equiv I(s)$):

$$(R_2 + R_3 + Z_C)I_{K1} - (R_3 + Z_C)I_{K2} = U_1; I_{K2} = I_4,$$

где $Z_C = 1/(sC)$. Выразим ток управления ЗИ I_2 через контурные токи: $I_2 = I_{K1}$. Подставив уравнение ЗИ $I_4 = 0,5I_{K1} = I_{K2}$ в систему, найдем:

$$I_{K1} = \frac{U_1}{R_2 + 0,5(R_3 + Z_C)} = \frac{2s}{4s+1}U_1; I_{K2} = \frac{I_{K1}}{2} = \frac{s}{4s+1}U_1.$$

Вычислим реакцию цепи: $U_3 = (I_{K1} - I_{K2})R_3 = 2sU_1(s)/(4s+1)$, откуда искомая передаточная функция цепи $H(s) = U_3(s)/U_1(s) = 0,5s/(s+0,25)$.

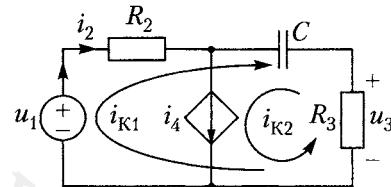


Рис. 3.57

3.5.10. Расчет цепей с обратимыми и необратимыми четырехполюсниками, замещенными схемами с ЗИ

Четырехполюсные элементы, описываемые уравнениями в z - или y -форме, заменяются схемами замещения с ЗИ (рис. 3.58, а и б). Рекомендуется при расчете цепей со схемами, приведенными на рис. 3.58, а, использовать МКТ, а для цепей со схемами, изображенными на рис. 3.58, б, — МУН, записывая уравнения в виде $[Z_{\text{МКТ}}][I_K] + [U_{\text{ЗИ}}] = [U_K]$ для МКТ и $[Y_{\text{МУН}}][U_y] + [I_{\text{ЗИ}}] = [I_y]$ — для МУН, где $[U_{\text{ЗИ}}]$ — матрица напряжений ИНУТ в схемах, соответствующих рис. 3.58, а; $[I_{\text{ЗИ}}]$ — матрица токов ИТУН в схемах, соответствующих рис. 3.58, б. Правило знаков при их вычислении обратно правилу знаков для контурных напряжений ИН $[U_K]$ и узловых токов ИТ $[I_y]$, при этом везде $I \equiv I(s)$, $U \equiv U(s)$.

Пример 3.64. Составить систему уравнений МУН для цепи (рис. 3.58, в) с ЧП, заданным матрицей $[y]$.

Схема замещения цепи приведена на рис. 3.58, г, где, согласно рис. 3.58, б, $I_{\text{ЗИ1}} = y_{12}U_{\text{ЧП2}}$; $I_{\text{ЗИ2}} = y_{21}U_{\text{ЧП1}}$; узел 3 — базисный.

Сформируем уравнения МУН:

$$\begin{cases} (y_{11} + G_2)U_{y1} - G_2U_{y2} + I_{\text{ЗИ1}} = I_1; \\ -G_2U_{y1} + (G_2 + y_{22} + G_3)U_{y2} + I_{\text{ЗИ2}} = 0. \end{cases}$$

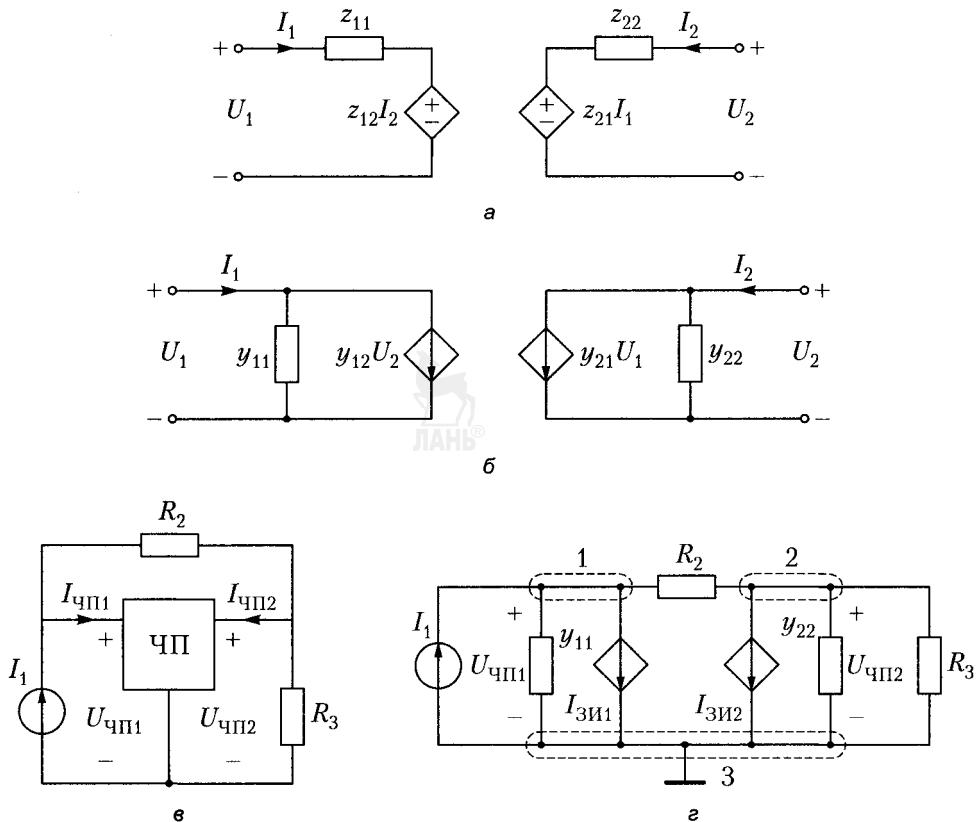


Рис. 3.58

Перепишем уравнения ЗИ с учетом $U_{\text{ЧП1}} = U_{y_1}$; $U_{\text{ЧП2}} = U_{y_2}$ и подставим их в систему. В итоге получим:

$$\begin{cases} (y_{11} + G_2)U_{y_1} + (y_{12} - G_2)U_{y_2} = I_1; \\ (y_{21} - G_2)U_{y_1} + (y_{22} + G_2 + G_3)U_{y_2} = 0. \end{cases}$$

При анализе рекомендуется так выбирать в МКТ независимые контуры (или базисный узел — в МУН), чтобы токи ЧП были контурными (а напряжения ЧП, по возможности, узловыми), и присваивать им «первые» номера (что и было сделано в примере).

3.5.11. Расчет цепей с операционными усилителями

Операционный усилитель (ОУ) — это ИНУН, изображенный на рис. 3.59, а, выходное напряжение которого пропорционально разности входных. Условное обозначение ОУ приведено на рис. 3.59, б. Входные токи ОУ равны нулю. Уравнение ОУ

$$U_{\text{OУвых}} = k(U_{\text{OУвх+}} - U_{\text{OУвх-}}). \quad (3.6a)$$

Идеальный ОУ имеет $k_{OY} \rightarrow \infty$. Входы идеального ОУ эквипотенциальны:

$$U_{OY_{BX+}} = U_{OY_{BX-}}. \quad (3.66)$$

При расчете цепей с ОУ в основном используется МУН; уравнения составляются для всех независимых узлов, кроме выходного узла ОУ. Система дополняется уравнением (3.6a) или, если ОУ идеальный, уравнением (3.66).

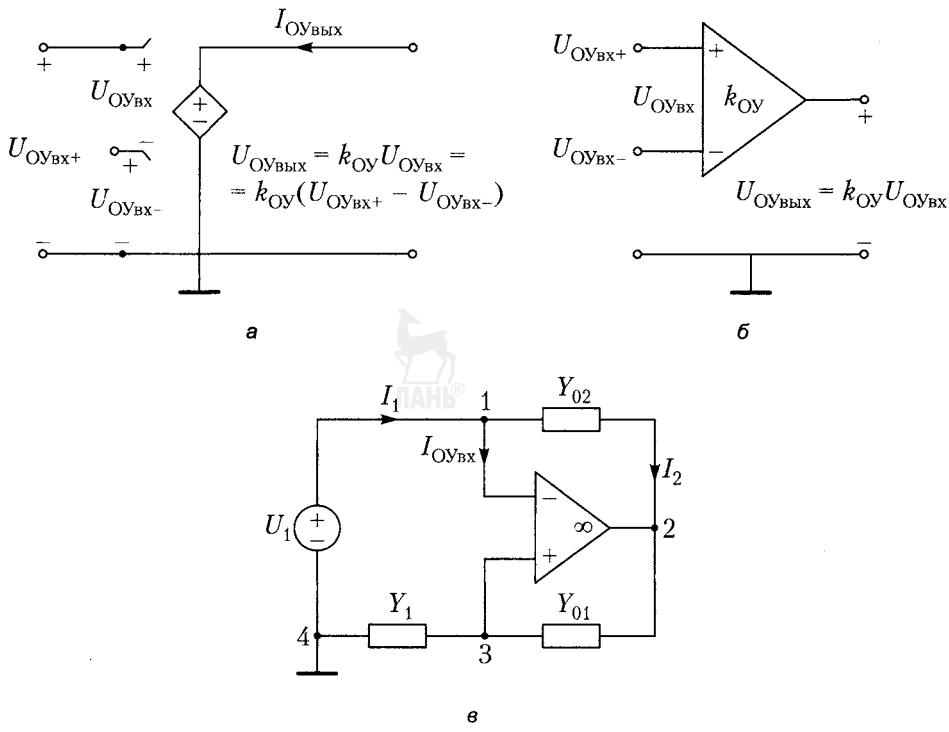


Рис. 3.59

Пример 3.65. Найти входное сопротивление цепи с идеальным ОУ (рис. 3.59, *в*). Определить назначение схемы при $Y_{01} = sC$; $Y_{02} = G_{02}$; $Y_1 = G_1$.

Приняв узел 4 базисным, запишем в операторной форме систему уравнений МУН для всех узлов, кроме узла 2 (то есть кроме выходного узла ОУ — это особенность МУН в цепях с ОУ):

$$U_{y1} = U_1; -Y_{01}U_{y2} + (Y_{01} + Y_1)U_{y3} = 0.$$

С учетом (3.66) дополнительное уравнение будет $U_1 = U_{y3}$. В результате получим:

$$U_{y1} = U_1; U_{y2} = (1 + Y_1/Y_{01})U_1.$$

Учитывая, что $I_{OY_BX} = 0$, найдем входной ток:

$$I_1 = I_2 = (U_{y1} - U_{y2})Y_{02} = -U_1 Y_{02} Y_1 / Y_{01},$$

откуда входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}} = \frac{U_1}{I_1} = -\frac{Y_{01}}{Y_{02} Y_1}.$$

Подставив исходные данные, получим $Z_{\text{вх}} = -sCR_{02}R_1 = -sL_s$, то есть схема реализует характеристики L -элемента с идеальной отрицательной индуктивностью.

ПРИМЕЧАНИЯ

- Если в цепи используются только R -элементы, то входное сопротивление $Z_{\text{вх}} = -G_{01}/(G_{02}G_1) = -R_s$, и схема реализует характеристики эквивалентного отрицательного сопротивления.
- Для формирования характеристик «положительной» индуктивности схема должна быть дополнена описанной ранее цепью, реализующей отрицательное сопротивление (например, вместо элемента Y_1).

3.5.12. Использование схем замещения с зависимыми источниками для расчета индуктивно связанных цепей

Индуктивно связанный элемент (ИСЭ), описываемый операторными уравнениями

$$U_1 = sL_1 I_1 + sMI_2; \quad U_2 = sMI_1 + sL_2 I_2,$$

можно рассматривать как ЧП с известными z -параметрами: $z_{11} = sL_1$; $z_{12} = z_{21} = sM$; $z_{22} = sL_2$, — или y -параметрами:

$$y_{11} = \frac{L_2}{s\Delta_L}; \quad y_{12} = y_{21} = -\frac{M}{s\Delta_L}; \quad y_{22} = \frac{L_1}{s\Delta_L},$$

где $\Delta_L = L_1 L_2 - M^2$ (причем при совершенной магнитной связи, когда $L_1 L_2 = M^2$, y -параметры не существуют). Все дальнейшие расчеты выполняются в соответствии с изложенным в 3.5.10.

Пример 3.66. Составить схему замещения ИСЦ (рис. 3.60, а).

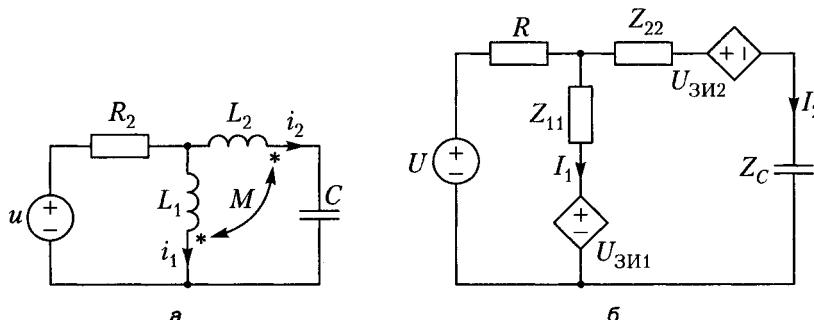


Рис. 3.60

Схема замещения приведена на рис. 3.60, б, где $U_{3И1} = sMI_2$; $U_{3И2} = sMI_1$; $z_{11} = sL_1$; $z_{22} = sL_2$; $z_C = 1/(Cs)$. Независимые начальные условия при составлении схемы считаем нулевыми. Везде принято $I \equiv I(s)$; $U \equiv U(s)$.

Использование схем замещения с ЗИ позволяет при анализе ИСЦ эффективно применять МКТ и МУН.

3.5.13. Расчет параметров Т- и П-образных эквивалентных схем замещения пассивных ЧП

На основании уравнений z - и y -форм ЧП

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2; \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2; \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2; \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases}$$

можно найти параметры пассивных ЧП, заданных Т- и П-образными схемами, изображенными на рис. 3.61, а и б соответственно.

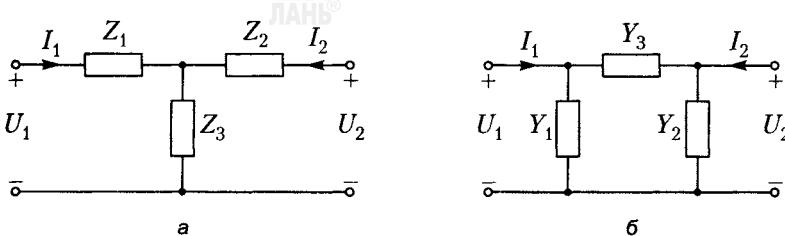


Рис. 3.61

В режиме ХХ ЧП при $I_2 = 0$ имеем $z_{11} = U_1/I_1 = Z_1 + Z_3$; $z_{21} = U_2/I_1 = Z_3$, а при $I_1 = 0$ получим $z_{12} = U_1/I_2 = Z_3 = z_{21}$; $z_{22} = Z_2 + Z_3$.

В режиме КЗ ЧП при $U_2 = 0$ находим $y_{11} = I_1/U_1 = Y_1 + Y_3$; $y_{21} = I_2/U_1 = -Y_3$, а при $U_1 = 0$ имеем $y_{12} = I_1/U_2 = -Y_3 = y_{21}$; $y_{22} = I_2/U_2 = Y_2 + Y_3$.

Таким образом, параметры Z_1, Z_2, Z_3 эквивалентной Т-образной и Y_1, Y_2, Y_3 эквивалентной П-образной схем замещения пассивного ЧП (рис. 3.61) определяются через его z - и y -параметры соответственно по формулам

$$\begin{cases} Z_1 = z_{11} - z_{12}; \\ Y_1 = y_{11} + y_{12}; \end{cases} \quad \begin{cases} Z_2 = z_{22} - z_{12}; \\ Y_2 = y_{22} + y_{12}; \end{cases} \quad \begin{cases} Z_3 = z_{12}; \\ Y_3 = -y_{12}. \end{cases}$$

Пример 3.67. Найти параметры Т- и П-образных схем замещения ЧП, заданного матрицей $[z] = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$.

Вычислим $Z_1 = z_{11} - z_{12} = 1$; $Z_2 = z_{22} - z_{12} = 2$; $Z_3 = z_{12} = 2$.

Чтобы найти параметры П-образной схемы замещения, найдем вначале y -параметры ЧП:

$$y_{11} = \frac{z_{22}}{\det[z]} = 0,5; y_{12} = -\frac{z_{12}}{\det[z]} = -0,25; y_{22} = \frac{z_{11}}{\det[z]} = 0,375.$$

Вычислим $Y_1 = y_{11} - y_{12} = 0,25$; $Y_2 = y_{22} - y_{12} = 0,125$; $Y_3 = -y_{12} = 0,25$.

ПРИМЕЧАНИЕ

Для перехода от Т-образной схемы замещения к П-образной (и наоборот) можно использовать также формулы преобразования «звезда» — «треугольник» и «треугольник» — «звезда».

3.5.14. Расчет симметричного ЧП в согласованном режиме

Характеристическое сопротивление симметричного ЧП Z_c (то есть такое сопротивление нагрузки Z_h , при котором входное сопротивление $Z_{bx} = Z_h$), рассчитывается по формуле $Z_c = (z_{11}/y_{11})^{1/2} = (a_{12}/a_{21})^{1/2} = (Z_{XX}Z_{K3})^{1/2}$, где Z_{XX} — сопротивление холостого хода (то есть входное сопротивление ЧП при ХХ на выходе); Z_{K3} — сопротивление короткого замыкания (то есть входное сопротивление ЧП при КЗ на выходе). При $Z_h = Z_c = Z_{bx}$ режим нагрузки ЧП называют согласованным.

Передаточные функции ЧП в этом случае одинаковы:

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{I_h(s)}{I_1(s)} = H_U(s) = H_I(s) = \frac{1}{a_{11} + (a_{12}a_{21})^{1/2}} = \left(\frac{Z_{XX} - Z_c}{Z_{XX} + Z_c} \right)^{1/2}.$$

Пример 3.68. Схема симметричного ЧП приведена на рис. 3.62 при $R_1 = R_2 = 1 \Omega$; $C_3 = 0,5 \Phi$; Z_h — сопротивление согласованной нагрузки. В цепи установившийся синусоидальный режим; $\omega = 2$ рад/с. Считая сопротивление нагрузки пассивным, найти характеристическое сопротивление и значение ЧХ цепи в УСР на указанной частоте ($s = j\omega = j2$), то есть $H_U(j2) = H_I(j2)$.

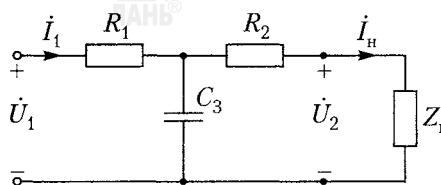


Рис. 3.62

Найдем $Z_3 = -j \frac{1}{\omega C_3} = -j$. Так как внутренняя структура ЧП известна, определим Z_{XX} и Z_{K3} :

$$Z_{XX} = R_1 + Z_3 = 1 - j; \quad Z_{K3} = R_1 + \frac{R_2 Z_3}{R_2 + Z_3} = \frac{1 - 2j}{1 - j}.$$

Определим характеристическое сопротивление

$$Z_c = \pm\sqrt{Z_{XX}Z_{K3}} = \pm\sqrt{1-2j} \cong \pm\sqrt{\sqrt{5}e^{-j63.4^\circ}},$$

то есть имеем два решения: $Z_{c1} = 1,27 - 0,786j \cong 1,5e^{-j31.7^\circ}$, $Z_{c2} = -1,27 + 0,786j$. Второе решение не удовлетворяет условию пассивности нагрузки (так как $\operatorname{Re} Z < 0$) и потому отбрасывается. Итак, $Z_c = 1,27 - 0,786j = Z_h$.

Значение ЧХ цепи в указанной схеме ЧП (рис. 3.62) проще всего найти по ФДТ:

$$H_I|_{s=j^2} = \frac{Z_3}{Z_3 + R_2 + Z_h} = \frac{-j}{-j + 1 + (1,27 - j0,786)} = 0,214 - j0,242 \cong 0,35e^{-j52^\circ},$$

то есть на указанной частоте АЧХ $A(\omega) \cong 0,35$, ФЧХ $\Phi(\omega) \cong -52^\circ$.

ПРИМЕЧАНИЕ

В примере намеренно отражены неудобства и сложности, которые могут возникнуть при решении задачи: 1) характеристическое сопротивление и сопротивление C -элемента обозначаются почти одинаково (Z_c и Z_C); 2) при вычислении квадратного корня необходимо учитывать оба знака в формулах и характеристического сопротивления, и ЧХ, при этом взаимное соответствие получаемых результатов не является очевидным, поэтому значения ЧХ проще находить по схеме ЧП (как в примере); 3) если ЧП задан не схемой, а, например, a -параметрами, целесообразно каждый из них в УСР записать в показательной форме (например, $(-1)^{1/2} = (e^{\pm j180^\circ})^{1/2} = \pm j$, и оба результата могут оказаться реализуемыми).

3.5.15. Определение параметров однородной длинной линии

Рассмотрим довольно сложную задачу определения параметров длинной линии (ДЛ) по измеренным ее сопротивлениям холостого хода и короткого замыкания.

Пример 3.69. Для воздушной однородной ДЛ длиной $l = 100$ км на частоте $f = 1/T = 10^4$ Гц в УСР измерены сопротивления ее ХХ и КЗ: $Z_{XX} = 1128e^{j17.6^\circ}$, $Z_{K3} = 264e^{-j20^\circ}$. Определить первичные и вторичные параметры ДЛ, длину волны λ , фазовую скорость движения волн в ДЛ v_ϕ и проконтролировать полученные результаты.

При определении в УСР параметров и характеристик ДЛ (которая является симметричным ЧП) используют следующие формулы:

$$Z_b = Z_c = (Z_{XX}Z_{K3})^{1/2} = \sqrt{Z_0/Y_0} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)/(G_0 + j\omega C_0)};$$

$$e^{-\gamma} = e^{-\gamma_0 l} = \sqrt{(Z_{XX} - Z_b)/(Z_{XX} + Z_b)}; \gamma_0 = \sqrt{Z_0 Y_0} = \alpha_0(\omega) + j\beta_0(\omega); Z_0 = Z_b \gamma_0;$$

$$Y_0 = \gamma_0/Z_b; \lambda = 2\pi/\beta_0 = v_\phi T = v_\phi/f; v_\phi = \lambda/T = \omega/\beta_0; Z_{XX} = Z_b / \operatorname{th} \gamma_0 l;$$

$$Z_{K3} = Z_b \operatorname{th} \gamma_0 l,$$

где $Z_b = Z_c$ — волновое (характеристическое) сопротивление; $L_0, R_0, C_0, G_0, Z_0, Y_0$ — погонные (первичные) параметры ДЛ (как цепи с распределенными параметрами) на единицу длины ДЛ; $\gamma_0 = \gamma/l = (\alpha + j\beta)/l$ коэффициент распространения, то есть погонная характеристическая мера передачи ДЛ; $\alpha_0 = \alpha/l, \beta_0 = \beta/l$ — погонные коэффициенты затухания и фазы; $\omega = 2\pi f$ — частота сигнала.

Находим $Z_b = (Z_{xx} Z_{k3})^{1/2} = (1128e^{j17.6^\circ} 264e^{-j20^\circ})^{1/2} = 546e^{-j1.2^\circ}$.

Контроль: фаза, то есть $|\arg Z_b| = 1,2^\circ$, не превышает 90° .

Далее определяем

$$e^{\gamma_0 l} = e^\gamma = e^{(\alpha+j\beta)} = e^{(\alpha_0+j\beta_0)l} = \left(\frac{Z_{xx} + Z_b}{Z_{xx} - Z_b} \right)^{1/2} = [(1621 + j330)/(529 + j352)]^{1/2}.$$

ПРИМЕЧАНИЯ

- Формальный результат $e^{\gamma_0 l} = 1,61e^{-j11^\circ} = e^{0,476}e^{-j11^\circ}$ неприемлем, поскольку суммарный коэффициент фазы (который характеризует «набег фазы» при движении волны сигнала в ДЛ) $\beta = \beta_0 l = -11^\circ$ не может быть отрицательным.
- Учитывая «второй знак перед корнем квадратным», увеличиваем фазу на 180° и записываем $e^{\gamma_0 l} = e^{0,476}e^{j169^\circ}$, однако и этот результат требует корректировки.
- При прохождении волной в ДЛ расстояния, равного половине длины волны $\lambda/2$, «набег фазы» составляет $180^\circ = \pi$ рад. Поэтому необходимо оценить количество таких интервалов $k = l/(0,5\lambda) = 2l/\lambda$ и добавить к принятому значению $\beta = 169^\circ$ еще $k180^\circ$.
- Учитывая, что априори в воздушных ДЛ v_ϕ близка к скорости света v_∞ , оцениваем $\lambda \approx v_\infty T = 3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-4} = 30$ км, $k = 2l/\lambda = 200/30 = 6,7$. Принимаем $k = 6$ и уточняем коэффициент фазы $\beta_l = \beta_0 l = 169^\circ + k180^\circ = 1249^\circ = 21,8$ рад.
- Для «страховки» используем также $k = 7$ и второй вариант $\beta_{ll} = 169^\circ + 7 \cdot 180^\circ = 1429^\circ = 24,9$ рад.

Итак, имеем

$$\gamma_{01} = \gamma_1 / l = (\alpha + j\beta_1) / l = (0,476 + j21,8) / 100 = 0,218e^{j88,7^\circ} = \alpha_0 + j\beta_{01};$$

$$\gamma_{0ll} = 0,249e^{j88,9^\circ}.$$

По найденным вторичным параметрам (Z_b и γ_0) определяем первичные:

$$Z_{01} = Z_b \gamma_{01} = 546e^{-j1.2^\circ} 0,218e^{j88,7^\circ} = 119e^{j87.5^\circ} = R_0 + j\omega L_0;$$

$$Y_{01} = \gamma_{01} / Z_b = 0,218e^{j88,7^\circ} / 546e^{-j1.2^\circ} = 3,99 \cdot 10^{-4} e^{j88,9^\circ} = G_0 + j\omega C_0.$$

Второй вариант:

$$Z_{0ll} = Z_b \gamma_{0ll} = 546e^{-j1.2^\circ} 0,249e^{j88,9^\circ}; Y_{0ll} = \gamma_{0ll} / Z_b = 0,249e^{j88,9^\circ} / 546e^{-j1.2^\circ}.$$

Контроль: второй вариант неприемлем, так как фаза $\arg Y_{0ll} = 90,1^\circ > 90^\circ$ и погонная проводимость G_0 ДЛ получается отрицательной.

Уточняем первичные параметры ДЛ:

$$R_0 = 119 \cos 87,5^\circ = 5,19 \text{ Ом/км};$$

$$L_0 = 119 \sin 87,5^\circ / (2\pi f) = 119 / (2\pi \cdot 10^4) = 1,89 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/км};$$

$$G_0 = 3,99 \cdot 10^{-4} \cos 89,9^\circ = 6,96 \cdot 10^{-7} \text{ См/км};$$

$$C_0 = 3,99 \cdot 10^{-4} \sin 89,9^\circ / \omega = 0,635 \cdot 10^{-8} \text{ Ф/км}.$$

Определяем также $\alpha_0 = \alpha/l = 0,00476 \text{ Нп/км}$; $\beta_0 = 0,218 \text{ рад/км}$; $\lambda = 2\pi/\beta_0 = 2\pi/0,218 = 28,8 \text{ км}$; $v_\phi = \lambda/T = 28,8/10^{-4} = 2,88 \cdot 10^5 \text{ км/с} < v_c$.

Контроль: определяем «набег фазы» по длине ДЛ: $k = 2l/\lambda = 200/28,8 = 6,94$. Это соответствует $\beta = 180^\circ k = 180^\circ \cdot 6,94 = 1249^\circ = \beta_0 l = 0,218 \cdot 100 = 21,8 \text{ рад}$, что было получено ранее.

ПРИМЕЧАНИЕ

При использовании в расчетах для «страховки» $k = 5$ тоже получили бы неприемлемый результат $v_\phi > v_c$.

Вывод. Рассчитывать параметры ДЛ необходимо с высокой точностью, непрерывно оценивая получаемые данные.

3.5.16. Расчет установившегося синусоидального режима в цепях с распределенными параметрами

При анализе УСР в однородных ДЛ используется либо гиперболическая форма уравнений ДЛ как симметричного ЧП

$$\dot{U}_x = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma_0 x + \dot{I}_2 Z_b \operatorname{sh} \gamma_0 x; \quad \dot{I}_x = \dot{U}_2 \operatorname{sh} \gamma_0 x / Z_b + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma_0 x, \quad (3.7a)$$

либо уравнения ДЛ с записью падающей и отраженной волн:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_{nx} + \dot{U}_{ox} = \dot{U}_{n2} e^{\gamma_0 x} + \dot{U}_{o2} e^{-\gamma_0 x}; \\ \dot{I}_x &= \dot{I}_{nx} - \dot{I}_{ox} = \dot{I}_{n2} e^{\gamma_0 x} - \dot{I}_{o2} e^{-\gamma_0 x}, \end{aligned} \quad (3.7b)$$

где x -координата ДЛ, отсчитанная от нагрузки Z_n (то есть от конца ДЛ длиной l), причем в начале ДЛ при $x = l$ имеем $\dot{U}_l = \dot{U}_1$, $\dot{I}_l = \dot{I}_1$; $Z_b = \sqrt{Z_0/Y_0} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)/(G_0 + j\omega C_0)} = Z_c$ — это волновое (то есть характеристическое) сопротивление ДЛ; $\gamma_0(j\omega) = \sqrt{Z_0 Y_0} = \alpha_0 + j\beta_0$ — коэффициент распространения, то есть погонная характеристическая мера передачи ДЛ как симметричного ЧП $\gamma_0 = \gamma/l = (\alpha + j\beta)/l$; $R_0, L_0, C_0, G_0, Z_0, Y_0$ — погонные первичные параметры ДЛ; $\alpha_0 = \alpha/l$, $\beta_0 = \beta/l$ — погонные коэффициенты затухания и фазы; \dot{U}_{nx} , \dot{U}_{ox} , \dot{I}_{nx} , \dot{I}_{ox} — падающие и отраженные волны напряжения и тока, причем в конце ДЛ при $x = 0$ имеем $\dot{U}_2, \dot{I}_2, \dot{U}_2 = Z_n \dot{I}_2$; $n = (Z_n - Z_b)/(Z_n + Z_b) = \dot{U}_{o2}/\dot{U}_{n2} = \dot{I}_{o2}/\dot{I}_{n2}$ — коэффициент отражения; $\dot{U}_{nx}/\dot{I}_{nx} = \dot{U}_{ox}/\dot{I}_{ox} = Z_b$.

В случае использования системы (3.7а) к уравнениям ДЛ как ЧП добавляют уравнение нагрузки $\dot{U}_2 = Z_n \dot{I}_2$ и вначале, зная воздействие на входе ДЛ, например, \dot{U}_1 (при $x = l$) определяют \dot{U}_2 , \dot{I}_2 , \dot{I}_1 , а затем \dot{U}_x , \dot{I}_x в любой точке ДЛ.

При согласованной нагрузке $Z_n = Z_b$, когда отраженные волны отсутствуют (поскольку $n = 0$), предпочтительнее использовать систему (3.7б). При ХХ нагрузки (при $\dot{I}_2 = 0$) или КЗ нагрузки (при $\dot{U}_2 = 0$) могут быть использованы оба варианта уравнений ДЛ.

Для анализа УСР в ДЛ удобен МПВ. Допустим, например, $\dot{U}'_{n2} = 1$, тогда $\dot{U}'_{o2} = n\dot{U}'_{n2} = n$, и по уравнениям (3.7б) определяем $\dot{U}'_1 = e^{\gamma_0 l} + ne^{-\gamma_0 l}$; $\dot{I}'_1 = (e^{\gamma_0 l} - ne^{-\gamma_0 l})/Z_b$, после чего может быть найден коэффициент пропорциональности, например, $k = \dot{U}_1/\dot{U}'_1$, и дальнейший расчет очевиден.

Пример 3.70. В разомкнутой на конце линии без потерь ($R_0 = 0$, $G_0 = 0$) длиной $l = 60$ км при УСР заданы $U_1 = 10$ В; $\omega = 5 \cdot 10^3$ рад/с; $L_0 = 0,24 \cdot 10^{-2}$ Гн/км; $C_0 = 0,667 \cdot 10^{-8}$ Ф/км. Найти U_2 , I_1 , а также фазовую скорость v_ϕ и длину волны λ в ДЛ.

Вначале находим вторичные параметры ДЛ: $Z_b = \sqrt{Z_0/Y_0} = \sqrt{L_0/C_0} = 600$ Ом; $\gamma_0(\omega) = \alpha_0(\omega) + j\beta_0(\omega) = \sqrt{Z_0 Y_0} = j\omega\sqrt{L_0 C_0} = j2 \cdot 10^{-2}$, то есть погонный коэффициент затухания $\alpha_0 = 0$, а коэффициент фазы $\beta_0 = 2 \cdot 10^{-2}$ рад/км.

Далее используем систему (3.7а) при $x = l$ и $\dot{I}_2 = 0$ (поскольку $Z_n = \infty$). Принимая в МКА начальную фазу входного напряжения нулевой (то есть $\dot{U}_1 = U_1 = 10$), получим из первого уравнения $\dot{U}_2 = \dot{U}_1/\text{ch}\gamma_0 l = \dot{U}_1/\cos\beta_0 l = 27,6$, следовательно, $U_2 = 27,6$ В. Далее, используя второе уравнение, находим $\dot{I}_1 = \dot{U}_2 \text{sh}\gamma_0 l/Z_b = j\dot{U}_2 \sin\beta_0 l/Z_b = j0,043$, откуда $I_1 = 43$ мА. Используя формулы из 3.5.15, определяем $v_\phi = \omega/\beta_0 = 2,5 \cdot 10^5$ км/с (что меньше скорости света); $\lambda = 2\pi/\beta_0 = 314$ км.

3.5.17. Расчет переходных процессов в линии без потерь

Для расчета переходных процессов в ДЛ используют операторные уравнения и расчетные приемы, аналогичные описанным в 3.5.16.

Пример 3.71. К линии без потерь при $t = 0$ подключается ИН $u_{bx} = 10$ В = const. Длина линии $l = 50$ км, погонные первичные параметры $L_0 = 0,24 \cdot 10^{-2}$ Гн/км; $C_0 = 0,667 \cdot 10^{-8}$ Ф/км, сопротивление нагрузки ДЛ $Z_n = 3Z_b$. Определить напряжение $u_2(t)$ в конце ДЛ (на нагрузке).

Решая задачу операторным методом при нулевых НУ, вначале выполним обычные подготовительные расчеты. Волновое сопротивление

$$Z_b(s) = \sqrt{Z_0(s)/Y_0(s)} = \sqrt{sL_0/sC_0} = \sqrt{L_0/C_0} = 600,$$

следовательно, $Z_n = 3Z_b = 1800$ Ом. Коэффициент распространения $\gamma_0(s) = \sqrt{Z_0 Y_0} = s\sqrt{L_0 C_0} = 0,4 \cdot 10^{-5}s$. Операторные уравнения ДЛ:

$$\begin{cases} U_x(s) = U_{n2}(s)e^{\gamma_0 x} + U_{o2}(s)e^{-\gamma_0 x} = U(s)e^{st_3 x} + U(s)e^{-st_3 x}; \\ I_x(s) = I_{n2}(s)e^{st_3 x} - I_{o2}(s)e^{-st_3 x}, \end{cases}$$

где U_{n2} , U_{o2} , I_{n2} , I_{o2} — изображения по Лапласу падающей и отраженной волн напряжения тока и в конце ДЛ (при $x = 0$), а время запаздывания при движении этих волн между концом ДЛ и точкой x линии составляет $t_{3x} = x\sqrt{L_0 C_0}$, то есть при $x = l$ полное время задержки линии (запаздывания волны) при движении в ДЛ $t_{3,l} = l\sqrt{L_0 C_0} = 50 \cdot 0,4 \cdot 10^{-5} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ с.

Контроль: скорость (фазовая скорость) движения волны в ДЛ $v_\phi = l/t_{3,l} = 1/\sqrt{L_0 C_0} = 2 \cdot 10^5$ км/с, что меньше скорости света.

Коэффициент отражения волн от нагрузки

$$n = U_{o2}/U_{n2} = I_{o2}/I_{n2} = (Z_n - Z_b)/(Z_n + Z_b) = 0,5.$$

Подготовительные вычисления закончены.

Для расчета используем МПВ и первое из уравнений ДЛ. Предполагаем $U'_{n2}(s) = 1$, тогда $U'_{o2} = n$; при $x = 0$ в конце ДЛ имеем $U'_2 = 1 + n$. При $x = l$, то есть на входе ДЛ, получим $U'_1 = 1 \cdot e^{-st_{3,l}} + ne^{-st_{3,l}} = e^{-st_{3,l}}(1 + ne^{-s2t_{3,l}})$.

Поскольку при $t > 0$ имеем $U_{bx}(s) = 10/s = U_1(s)$, находим коэффициент пропорциональности $k = U_1(s)/U'_1(s) = 10e^{-st_{3,l}}/[s(1 + ne^{-s2t_{3,l}})]$.

Таким образом, изображение искомой реакции $U_2(s) = kU'_2(s) = \frac{10(1+n)e^{-st_{3,l}}}{s(1+ne^{-s2t_{3,l}})}$.

Рассматривая полученное выражение как сумму убывающей геометрической прогрессии с множителем $(-ne^{-s2t_{3,l}})$, можем окончательно записать:

$$U_2(s) = \frac{10(1+n)e^{-st_{3,l}}}{s} [1 - ne^{-s2t_{3,l}} + n^2 e^{-s4t_{3,l}} - n^3 e^{-s6t_{3,l}} + \dots] \div u_2(t) = 10(1+n) \times \\ \times [\delta_1(t - t_{3,l}) - n\delta_1(t - 3t_{3,l}) + n^2\delta_1(t - 5t_{3,l}) - n^3\delta_1(t - 7t_{3,l}) + \dots],$$

причем $n = 0,5$; $t_{3,l} = 2 \cdot 10^{-3}$ с.

ПРИМЕЧАНИЕ

При необходимости можно было использовать второе уравнение ДЛ и определять МПВ токи в ДЛ.

3.6. Расчет фильтров и синтез цепей

3.6.1. Расчет полосы пропускания классического реактивного симметричного фильтра

Классическим называется симметричный LC -фильтр, находящийся в режиме согласованной нагрузки $Z_n = Z_c$ на любой частоте в УСР. У классических фильтров АЧХ в ПП $A(\omega) = 1$ (или $A = k = \text{const}$), а ПП определяется как диапазон частот, в котором сопротивления ХХ и КЗ фильтра имеют различный характер реактивности.

Пример 3.72. Схема классического фильтра приведена на рис. 3.63, *a* при $L_1 = L_3 = 1 \text{ Гн}$; $C_2 = 1 \text{ Ф}$. Найти полосу пропускания.

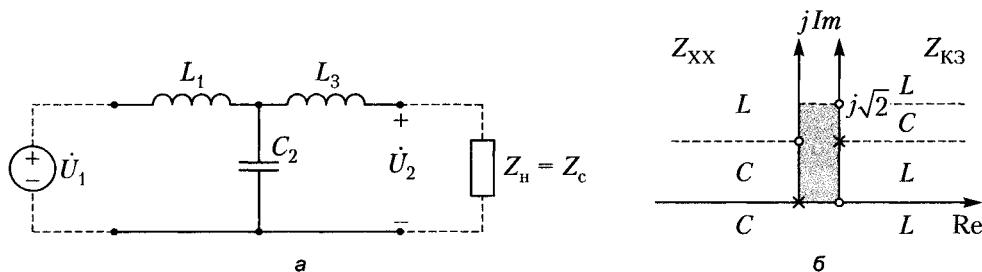


Рис. 3.63

- Находим операторные сопротивления фильтра в режимах ХХ и КЗ его нагрузки:

$$Z_{XX} = sL_1 + \frac{1}{sC_2} = \frac{s^2 L_1 C_2 + 1}{sC_2} = \frac{s^2 + 1}{s}; Z_{K3} = sL_1 + \frac{sL_3(1/sC_2)}{sL_3 + (1/sC_2)} = \frac{s(s^2 + 2)}{s^2 + 1}.$$

- Определяем нули и полюса Z_{XX} и Z_{K3} , размечаем их («ноликами и крестиками») на мнимой оси комплексной плоскости отдельно для Z_{XX} и Z_{K3} , как изображено на рис. 3.63, б. У Z_{XX} нули $s_{01,02} = \pm j$; полюса $s_1 = 0, s_2 = \infty$. У Z_{K3} нули $s_{01} = 0, s_{02,03} = \pm j\sqrt{2}$, полюса $s_{1,2} = \pm j, s_3 = \infty$.
- Размечаем (символами L и C , как показано на рис. 3.63, б) характер реактивности в каждом ЧИ, учитывая, что после каждого нуля и полюса (каждой резонансной частоты, не считая, естественно, $\omega=0$) реактивность LC -ДП меняется на противоположную. Контроль выполняем на очевидных частотах $\omega=0$ (где $L \equiv K3, C \equiv XX$) и $\omega \rightarrow \infty$ (где $L \equiv XX, C \equiv K3$). В примере на НЧ Z_{XX} имеет емкостный характер ($Z_{XX} \rightarrow \infty$ при $\omega=0$, так как $C_2 \equiv XX$), а Z_{K3} имеет индуктивный характер ($Z_{K3} = 0$ при $\omega=0$, так как режим определяется «закороченными» L_1 и L_3).
- Заштриховываем ПП, то есть указываем ЧИ, где Z_{XX} и Z_{K3} «разнореактивны». Таким образом, цепь — это ФНЧ с частотой среза $\omega_{cp} = \sqrt{2} \text{ c}^{-1} = \sqrt{2}/(L_1 C_2)$.

3.6.2. Расчет фильтров типа k

Ограничимся рассмотрением ФНЧ, поскольку ФВЧ, ППФ и ПЗФ можно проектировать МПЧ по ФНЧ-прототипу (см. 3.6.5). Фильтр типа k — это согласованно нагруженный ($Z_H = Z_c = Z_{bx}$) Т- или П-образный симметричный LC -ЧП (рис. 3.64, а и б), у которого на любой частоте $Z_1(j\omega)Z_2(j\omega) = k^2 = \text{const}$. Характеристическое сопротивление фильтра $Z_c (Z_{XX} Z_{K3})^{1/2}$, а ЧХ функции передачи по напряжению и току одинаковы:

$$H_U(j\omega) = H_I(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)} = \sqrt{(Z_{XX} - Z_c)/(Z_{XX} + Z_c)} = \\ = e^{-\gamma(j\omega)} = e^{-\alpha(\omega) - j\beta(\omega)},$$

где γ — характеристическая мера передачи; $\alpha(\omega) = \ln(U_1/U_2)$ — коэффициент затухания; $\beta(\omega) = \alpha_{u1} - \alpha_{u2} = -\Phi(\omega)$ — коэффициент фазы (характеризующий разность фаз синусоид на входе и выходе); $A(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ — АЧХ и ФЧХ фильтра.

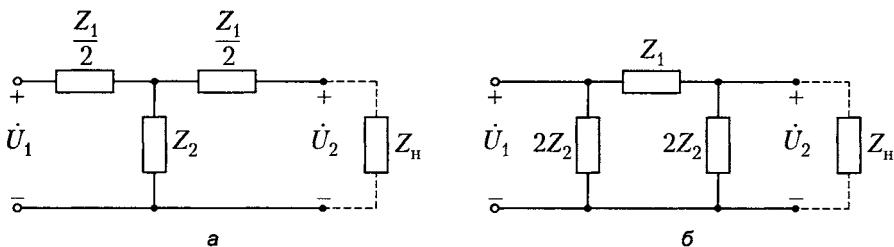


Рис. 3.64

Пример 3.73. Дан ФНЧ типа k (см. рис. 3.63, а) при $L_1 = L_3 = 1 \text{ Гн}$; $C_2 = 1 \text{ Ф}$. Найти: 1) значение k , ПП и частоту среза $\omega_{\text{ср}}$; 2) $Z_c = Z_n$ и ЧХ, определить их значения при $\omega = 0, \infty, \omega_{\text{ср}}$.

1. Параметр

$$k = (Z_1 Z_2)^{1/2} = \left(j2\omega L_1 \frac{1}{j\omega C_2} \right)^{1/2} = \sqrt{2L_1/C_2} = \sqrt{2},$$

а расчет ПП и частоты среза $\omega_{\text{ср}} = \sqrt{2/(L_1 C_2)} = \sqrt{2}$ был приведен в 3.6.1.

2. Определяем Z_c , используя данные, приведенные в 3.6.1:

$$Z_c(j\omega) = (Z_{xx} Z_{K3})^{1/2} = \left(\frac{s^2 + 1}{s} \frac{s(s^2 + 2)}{s^2 + 1} \right)^{1/2} = (2 - \omega^2)^{1/2} = k [1 - (\omega/\omega_{\text{ср}})^2]^{1/2},$$

то есть $Z_c(j0) = \sqrt{2} = k > 0$, что соответствует требованию положительности Z_c в ПП, $Z_c(j\sqrt{2}) = 0$, $Z_c(j\infty) = j\omega \rightarrow \infty$ (контроль: из схемы ФНЧ (см. рис. 3.63) очевидно, что в согласованном режиме при $\omega \rightarrow \infty$ входное сопротивление $Z_{bx} \rightarrow Z_{L1} = j\omega L_1 = j\omega$).

3. ЧХ функции передачи по напряжению (при $s = j\omega$)

$$H_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \left(\frac{Z_{xx} - Z_c}{Z_{xx} + Z_c} \right)^{1/2} = \left[\frac{(s^2 + 1)/s - (s^2 + 2)^{1/2}}{(s^2 + 1)/s + (s^2 + 2)^{1/2}} \right]^{1/2} = \\ = \left[\frac{(1 - \omega^2) - j\omega(2 - \omega^2)^{1/2}}{(1 - \omega^2) + j\omega(2 - \omega^2)^{1/2}} \right]^{1/2},$$

при этом $H_U(j0) = 1$ и $H_U(j\sqrt{2}) = 1$, что соответствует АЧХ $A(\omega) = 1$ в ПП у классических симметричных фильтров (к которым относятся и фильтры типа k); $H_U(j\infty) = \left[\frac{s - s}{s + s} \right]^{1/2} = 0$ при $s \rightarrow \infty$, что соответствует ПЗ.

Пример 3.74. Спроектировать ФНЧ типа k при нагрузке $R_n = Z_c(j0) = \sqrt{2}$ и $\omega_{\text{ср}} = \sqrt{2}$.

Используем схемы, изображенные на рис. 3.64, а и 3.63, а) при $L_1 = L_3$, а также формулы $\omega_{\text{cp}} = \sqrt{2}/(L_1 C_2)$ и $Z_c(j0) = k = \sqrt{2L_1/C_2}$, приведенные в примере 3.73. Находим $R_n \omega_{\text{cp}} = 2/C_2 = 2$, откуда $C_2 = 1 \Phi$. Далее определяем $L_1 = R_n^2 C_2 / 2 = 1 \text{ Гн}$.

3.6.3. Расчет фильтров Баттервортса

Фильтры Баттервортса — это полиномиальные фильтры, у которых ПФ (например, по напряжению) для ФНЧ: $H(s) = k/A(s) = k/(1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n)$, причем (при нормированных нагрузке $R_n = 1 = \text{const}$ и частоте среза $\omega_{\text{cp}*} = 1$) АЧХ имеет вид $A(\omega) = k/\sqrt{1 + \omega^{2n}}$ (здесь и далее индекс нормировки «*» в основном опущен для простоты записи), а в ПФ используются полиномы Баттервортса: $A(s) = (1 + s)$ при $n = 1$; $(1 + \sqrt{2}s + s^2)$ при $n = 2$; $(1 + 2s + 2s^2 + s^3)$ при $n = 3$ и т. д. Порядок фильтра n определяют по требуемому значению АЧХ $A(2)$ в ПЗ, то есть на удвоенной частоте среза. На частоте среза АЧХ $A(1) = k/\sqrt{2} = 0,707 A_{\max}$.

ПРИМЕЧАНИЕ

При базисных значениях $R_b = R_n$, $\omega_b = \omega_{\text{cp}}$ формулы нормировки имеют вид $R_* = R/R_n$; $L_* = \omega_{\text{cp}} L/R_n$; $C_* = \omega_{\text{cp}} C R_n$. Эти же формулы используются для денормировки параметров нормированного фильтра.

Пример 3.75. Спроектировать фильтр Баттервортса (ФНЧ) 3-го порядка при $k = 1$; $R_n = \sqrt{2}$ Ом; $\omega_{\text{cp}} = \sqrt{2}$ с⁻¹. Оценить значение АЧХ в ПЗ на частоте $2\omega_{\text{cp}}$.

ПФ нормированного фильтра Баттервортса при $n = 3$ и $k = 1$ будет $H(s) = 1/(1 + 2s + 2s^2 + s^3)$, АЧХ $A(\omega) = 1/\sqrt{1 + \omega^6}$, следовательно, $A(2) = 1/\sqrt{1 + 2^6} \cong 1/2^3 = 1/8$, то есть сигнал на частоте $2\omega_{\text{cp}}$ затухает по амплитуде более чем в 8 раз.

Поскольку ПФ имеет трехкратный нуль при $s \rightarrow \infty$, а $k = 1$, то простейший вариант фильтра — это LC -ЧП лестничной структуры, схема которого приведена на рис. 3.65.

Найдя ПФ схемы и приравнивая ее к заданной ПФ, можно определить параметры схемы. При $U_2(s) = 1$ и нормированной нагрузке $R_n = 1$ по МПВ получим:

$$I_n = I_3 = 1; U_{L3} = sL_3; U_{C2} = 1 + sL_3; I_{C2} = sC_2 + s^2 L_3 C_2;$$

$$I_{L1} = 1 + sC_2 + s^2 L_3 C_2; U_{L1} = sL_1(1 + sC_2 + s^2 L_3 C_2);$$

$$U_1(s) = 1 + s(L_3 + L_1) + s^2 L_1 C_2 + s^3 L_1 L_3 C_2.$$

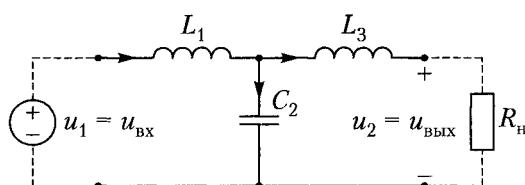


Рис. 3.65

Отсюда ПФ

$$H_U = \frac{1}{1 + s(L_3 + L_1) + s^2 L_1 C_2 + s^3 L_1 L_3 C_2} = \frac{1}{1 + 2s + 2s^2 + s^3},$$

следовательно, $L_3 = 1/2$; $L_1 = 3/2$; $C_2 = 4/3$ — нормированные параметры.

Используя формулы денормировки, получим параметры искомой схемы ФНЧ:

$$R = R_s R_u = 1 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ Ом}; \quad L_1 = L_{1*} R_u / \omega_{cp} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{2} / \sqrt{2} = \frac{3}{2} \text{ Гн};$$

$$L_3 = \frac{1}{2} \text{ Гн}; \quad C_2 = \frac{C_{2*}}{R_u \omega_{cp}} = \frac{4/3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2}{3} \text{ Ф.}$$

3.6.4. Расчет фильтров Чебышева

Фильтры Чебышева — это полиномиальные фильтры, у которых ПФ (например, по напряжению) для ФНЧ $H(s) = k/A(s) = k/(1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \dots + a_n s^n)$, причем (при нормированных нагрузке $R_{u*} = 1 = \text{const}$ и частоте среза $\omega_{cp*} = 1$) АЧХ имеет вид $A(\omega) = k / \sqrt{1 + \varepsilon^2 D_n^2(\omega)}$ (здесь и далее для простоты записи индекс нормировки «*» опущен), где полиномы Чебышева $\{D_0 = 1; D_1 = \omega; D_2 = 2\omega^2 - 1; D_3 = 4\omega^3 - 3\omega; \dots; D_n = 2\omega D_{n-1} - D_{n-2} \dots\}$. Порядок фильтра n определяют по требуемому значению АЧХ в ПЗ: $A(2) = k / \sqrt{1 + \varepsilon^2 D_n^2(2)} \cong \frac{k}{\varepsilon^2 D_n^2(2)}$, при-

чем малые коэффициенты $\varepsilon \cong 2\Delta$, где Δ — неравномерность (перепад колебаний) АЧХ в ПП; при этом на границе ПП $A(1) = k(1 - \Delta) = k / \sqrt{1 + \varepsilon^2}$.

При расчете фильтров Чебышева используют ПФ и следующую формулу для описания АЧХ полиномиальных фильтров:

$$A(\omega) = k / \sqrt{(1 - 2a_2 \omega^2 + a_2^2 \omega^4 + \dots) + (a_1^2 \omega^2 - 2a_1 a_3 \omega^4 + a_3^2 \omega^6 + \dots)}.$$

Пример 3.76. Спроектировать фильтр Чебышева (ФНЧ) 2-го порядка при $k = 1$; $\Delta = 0,05$; $R_u = 1 \text{ Ом}$; $\omega_{cp} = 1$.

Записываем АЧХ фильтра Чебышева 2-го порядка (при $\varepsilon^2 \cong 2\Delta = 0,1$):

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 D^2(\omega)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,1(2\omega^2 - 1)^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1,1 - 0,4\omega^2 + 0,4\omega^4}} \cong \frac{0,95}{\sqrt{1 - 0,36\omega^2 + 0,36\omega^4}} \end{aligned}$$

и приравниваем ее к АЧХ полиномиального фильтра:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 (-2a_2 + a_1^2) + \omega^4 a_2^2}},$$

откуда находим $a_2 \cong 0,6$; $a_1 \cong 0,9$; $k = 0,95$, то есть ПФ фильтра Чебышева

$$H(\omega) = \frac{0,95}{1 + 0,9s + 0,6s^2}.$$

Поскольку ПФ имеет двукратный нуль при $s \rightarrow \infty$, то одним из вариантов реализации может быть схема, приведенная на рис. 3.66, причем на выходе фильтра использован делитель напряжения из R -элементов, обеспечивающий $k = 0,95$. По МПВ при $I_n = 1$ получим $U_2 = 0,95R$; $U_C = R$; $I_C = sCR$; $I_L = 1 + sCR$; $U_L = sL + s^2LCR$; $U_1 = U_L + U_C = R + sL + s^2LCR$. Тогда

$$H(s) = U_2 / U_1 = 0,95R / (R + sL + s^2LCR) = 0,95 \left/ \left(1 + s \frac{L}{R} + s^2 CL \right) \right..$$

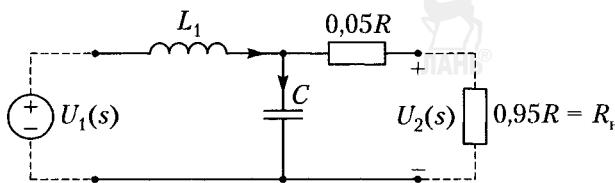


Рис. 3.66

Поскольку $R = R_n / 0,95 = 1 / 0,95 \cong 1,05$, то $L = 0,9 \cdot R \cong 0,945 \text{ Гн}$; $C = 0,6 / L = 0,63 \Phi$.

ПРИМЕЧАНИЯ

- Если $R_n \neq 1$, $\omega_{cp} \neq 1$, то необходимо использовать приведенные в 3.6.3 формулы денормировки.
- Проектирование ФВЧ, ППФ, ПЗФ производится МПЧ по ФНЧ-прототипу.

3.6.5. Метод преобразования частоты при проектировании ФВЧ, ППФ, ПЗФ по ФНЧ-прототипу

При известных параметрах ФНЧ-прототипа (фильтров Баттервортса, Чебышева, классических) при проектировании фильтров других классов используют стандартный пересчет.

- ФВЧ проектируют на основании формул $s = \omega_0^2 / p$; $\omega_0^2 = \omega_{cp} \Omega_{cp}$; $C_{Bq} = (\omega_0^2 L_{Hq})^{-1}$; $L_{Bq} = (\omega_0^2 C_{Hq})^{-1}$, где $s = j\omega$ и $p = j\Omega$ — обобщенные частоты ФНЧ и ФВЧ, при этом элемент L_{Hq} заменяют на C_{Bq} , а C_{Hq} — на L_{Bq} .
- ППФ проектируют на основании формул $s = (p^2 + \omega_0^2) / (ap)$; $a = (\Omega_{cp2} - \Omega_{cp1}) / \omega_{cp}$; $\omega_0^2 = \Omega_{cp1} \Omega_{cp2}$; элементы $L_{1pp} = L_{Hq} / a$ и $C_{1pp} = a / (\omega_0^2 L_{Hq})^{-1}$, заменяющие L_{Hq} , соединяют последовательно; элементы $C_{2pp} = C_{Hq} / a$ и $L_{2pp} = a / (\omega_0^2 C_{Hq})^{-1}$, заменяющие C_{Hq} , — параллельно.
- ПЗФ проектируют на основании формул $s = ap / (p^2 + \omega_0^2)$; $\omega_0^2 = \Omega_{cp1} \Omega_{cp2}$; $a = (\Omega_{cp2} - \Omega_{cp1}) \omega_{cp}$, элементы $C_{1pz} = (aL_{Hq})^{-1}$ и $L_{1pz} = aL_{Hq} / \omega_0^2$, заменяющие

- $L_{\text{НЧ}}$, соединяют параллельно, элементы $L_{2\text{ПЗ}} = (aC_{\text{НЧ}})^{-1}$ и $C_{2\text{ПЗ}} = aC_{\text{НЧ}}/\omega_0^2$, заменяющие $C_{\text{НЧ}}$, — последовательно.
4. Если сопротивление нагрузки $R_{\text{н}}$ проектируемого фильтра $R_{\text{н}}/R_{\text{нНЧ}} = n$, то расчеты необходимо скорректировать, взяв nL и C/n (поскольку при изменении всех операторных сопротивлений в n раз не изменяется ПФ по напряжению и току).

Пример 3.77. Рассчитать ППФ (при $\Omega_{\text{cp1}} = 1 \text{ c}^{-1}$, $\Omega_{\text{cp2}} = 4 \text{ c}^{-1}$, $R_{\text{ПФ}} = 2 \text{ Ом}$) по ФНЧ-прототипу (фильтру Баттерворт), рассмотренному в 3.6.3 (см. рис. 3.65), где сопротивление нагрузки $R_{\text{НЧ}} = \sqrt{2}$, частота среза $\omega_{\text{cp}} = \sqrt{2}$, $k = 1$, $L_{1\text{НЧ}} = 3/2 \text{ Гн}$, $L_{3\text{НЧ}} = 1/2$, $C_{2\text{НЧ}} = 2/3 \Phi$.

Используя приведенные формулы, вначале определяем $\omega_0^2 = \Omega_{\text{cp1}}\Omega_{\text{cp2}} = 4$; $a = (\Omega_{\text{cp2}} - \Omega_{\text{cp1}})/\omega_{\text{cp}} = (4 - 1)/\sqrt{2} = 3/\sqrt{2}$. Затем находим параметры ППФ, схема которого приведена на рис. 3.67:

$$L_{1\text{ПП}} = L_{1\text{НЧ}}/a = 1/\sqrt{2}; C_{1\text{ПП}} = a(\omega_0^2 L_{1\text{НЧ}})^{-1} = \frac{1}{2\sqrt{2}}; L_{3\text{ПП}} = L_{3\text{НЧ}}/a = \sqrt{2}/6;$$

$$C_{3\text{ПП}} = a(\omega_0^2 L_{3\text{НЧ}})^{-1} = \frac{3}{2\sqrt{2}}; C_{2\text{ПП}} = C_{2\text{НЧ}}/a = 2\sqrt{2}/9; L_{2\text{ПП}} = a(\omega_0^2 C_{2\text{НЧ}})^{-1} = \frac{9}{8\sqrt{2}}.$$

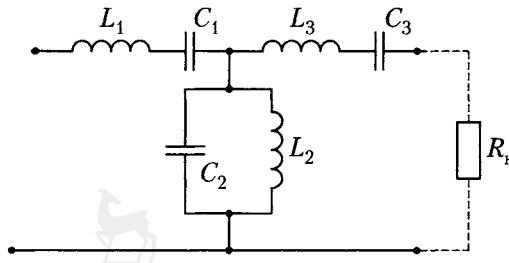


Рис. 3.67

Поскольку сопротивления нагрузки ФНЧ и ППФ различны ($n = R_{\text{ПП}}/R_{\text{НЧ}} = 2/\sqrt{2} = \sqrt{2}$), все найденные L увеличиваем в $\sqrt{2}$, а C уменьшаем в $\sqrt{2}$, то есть $L_{1\text{ПП}} = 1$; $C_{1\text{ПП}} = 1/4$; $L_{3\text{ПП}} = 1/3$; $C_{3\text{ПП}} = 3/4$; $C_{2\text{ПП}} = 2/9$; $L_{2\text{ПП}} = 9/8$.

3.6.6. Синтез реактивных двухполюсников

Пример 3.78. Входную функцию

$$Z(s) = \frac{2(s^2 + 1)(s^2 + 3)}{s(s^2 + 2)}$$

следует реализовать реактивным ДП $Z_{LC}(s)$.

Вначале проверяем $Z(s)$ на соответствие основному свойству $Z_{LC}(s)$, то есть $Z(s)$ — это дробно-рациональная функция, степени полинома числителя и знаменателя которой различаются на единицу, нули $s_{01,02} = \pm j$, $s_{03,04} = \pm j\sqrt{3}$ и полюса

$s_1 = 0$, $s_{2,3} = \pm j\sqrt{2}$, $s_4 = \infty$ — простые, мнимые, чередуются; в начале координат в данном примере — полюс. Таким образом, $Z(s)$ удовлетворяет основному свойству $Z_{LC}(s)$ и может быть реализована как LC -ДП. Разложим $Z(s) = Z_{LC}(s)$ на простые дроби (так называемый вариант реализации по Фостеру), то есть представим $Z(s)$ схемой с последовательным соединением простых ДП:

$$\begin{aligned} Z(s) &= \frac{2(s^2 + 1)(s^2 + 3)}{s(s^2 + 2)} = A_\infty s + \frac{A_0}{s} + \frac{A_1 s}{s^2 + 2} = \\ &= 2s + \frac{3}{s} + \frac{1}{(s/A_1) + (2/A_1 s)} = Z_1 + Z_2 + \frac{1}{Y_{31} + Y_{32}}, \end{aligned}$$

где

$$A_\infty = \left. \frac{Z_{LC}(s)}{s} \right|_{s \rightarrow \infty} = 2; A_0 = sZ_{LC}(s)|_{s=0} = 3; A_1 = \left. \frac{s^2 + 2}{s} Z_{LC}(s) \right|_{s^2=-2} = 1.$$

Схема реализации приведена на рис. 3.68, а: $L_1 = 2$ Гн; $C_2 = 1/3 \Phi$; $L_{32} = 1/2$ Гн; $C_{31} = 1 \Phi$.

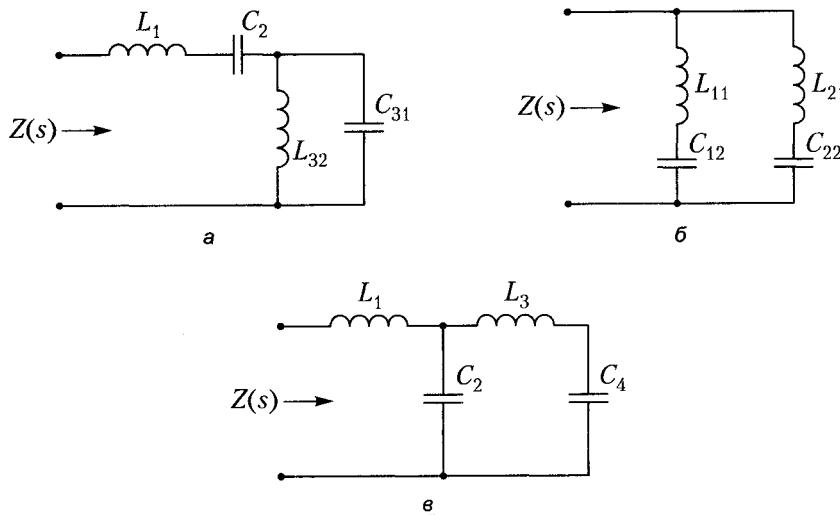


Рис. 3.68

Можно реализовать $Z_{LC}(s)$ и по его проводимости:

$$Y_{LC}(s) = \frac{s(s^2 + 2)}{2(s^2 + 1)(s^2 + 3)} = \frac{0,25s}{s^2 + 1} + \frac{0,25s}{s^2 + 3} = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{4s + (4/s)} + \frac{1}{4s + (12/s)},$$

то есть схемой с параллельным соединением проводимостей, как показано на рис. 3.68, б, при $L_{11} = 4$ Гн; $C_{12} = 1/4 \Phi$; $L_{21} = 4$ Гн; $C_{22} = 1/12 \Phi$.

Так называемая реализация $Z_{LC}(s)$ по Кауэру предполагает выделение у Z_{LC} (или Y_{LC}) только полюса при $s = \infty$ (или только при $s = 0$); остаток Z_{II} обращает-

ся, опять реализуется только полюс остатка $Y_{\text{II}}(s)$ при $s = \infty$; остаток Y_{III} вновь обращается, и вновь выделяется полюс остатка Z_{III} при $s = \infty$ и т. д. В результате формируется схема ДП лестничной структуры. Так, в примере

$$Z_{LC}(s) = \frac{2s^4 + 8s^2 + 6}{s^3 + 2s} = 2s + \frac{4s^2 + 6}{s^3 + 2s} = Z_1 + Z_{\text{II}};$$

$$Y_{\text{II}} = \frac{s^3 + 2s}{4s^2 + 6} = \frac{1}{4}s + \frac{0,5s}{4s^2 + 6} = Y_2 + Y_{\text{III}}; \quad Z_{\text{III}} = \frac{4s^2 + 6}{0,5s} = 8s + \frac{6}{0,5s} = Z_3 + Z_{\text{IV}};$$

$$Y_{\text{IV}} = s/12 = Y_4.$$

Схема реализации $Z_{LC}(s)$ приведена на рис. 3.68, в, где $L_1 = 2 \text{ Гн}$; $C_2 = 1/4 \Phi$; $L_3 = 8 \text{ Гн}$; $C_4 = 1/12 \Phi$.

3.6.7. Синтез резистивно-емкостных двухполюсников

Пример 3.79. Требуется реализовать RC -двусполюсником входную функцию $Z(s) = 2(s+2)/[(s+1)(s+3)]$.

Вначале проверяем $Z(s)$ на соответствие основному свойству $Z_{RC}(s)$, то есть $Z(s)$ – это дробно-рациональная функция, которая имеет простые чередующиеся отрицательные нули ($s_{01} = -2, s_{02} = \infty$) и полюса ($s_1 = -1, s_2 = -3$), причем ближайший к началу координат – полюс. Таким образом, $Z(s)$ удовлетворяет основному свойству $Z_{RC}(s)$ и может быть реализована как RC -ДП.

Используя связь RC - и LC -ДП одинаковой структуры (при $R = L$ – численно), найдем сопротивление LC -ДП:

$$Z_{LC}(p) = pZ_{RC}(s) \Big|_{s=p^2} = \frac{2p(p^2 + 2)}{(p^2 + 1)(p^2 + 3)}.$$

Реализация $Z_{LC}(p)$ может быть выполнена любым из методов, описанных в 3.6.6. Используем, например, разложение на простые дроби:

$$Z_{LC}(p) = A_\infty p + \frac{A_0}{p} + \frac{A_1 p}{p^2 + 1} + \frac{A_2 p}{p^2 + 3} = A_\infty p + \frac{A_0}{p} + \frac{1}{p + \frac{1}{pA_1}} + \frac{1}{p + \frac{3}{pA_2}} =$$

$$= Z_\infty + Z_0 + Z_1 + Z_2; A_\infty = \frac{Z_{LC}(p)}{p} \Big|_{p \rightarrow \infty} = 0; \quad A_0 = pZ_{LC}(p) \Big|_{p=0} = 0;$$

$$A_1 = \frac{p^2 + 1}{p} Z_{LC}(p) \Big|_{p^2=-1} = 1; \quad A_2 = \frac{p^2 + 3}{p} Z_{LC}(p) \Big|_{p^2=-3} = 1.$$

Обозначив $Z_1 = (Y_{11} + Y_{12})^{-1}$, $Z_2 = (Y_{21} + Y_{22})^{-1}$, получим $C_{11} = 1/\Phi$; $L_{12} = 1/\Gamma\text{н}$; $C_{21} = 1/\Phi$; $L_{22} = 1/3\text{ Гн}$.

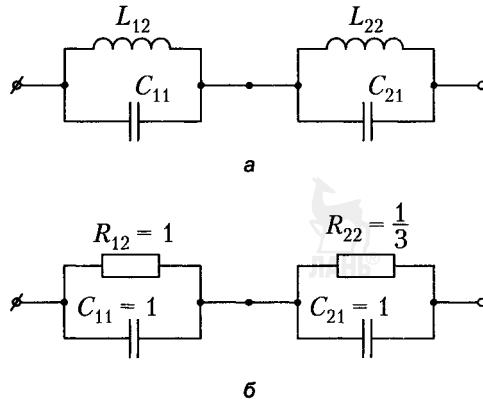


Рис. 3.69

Схема реализации LC -двуухполюсника приведена на рис. 3.69, *a* — это последовательное соединение сопротивлений Z_1 и Z_2 . После замены L_{12} на R_{12} , L_{22} на R_{22} получим (см. рис. 3.69, *б*) реализацию заданной функции RC -двуухполюсником.

3.6.8. Использование схем с операционными усилителями для реализации передаточных функций с отрицательными нулями и полюсами

Для синтеза ПФ с отрицательными нулями и полюсами используют «решающие схемы» на ОУ. Схема, приведенная на рис. 3.70, *а*, реализует ПФ

$$H(s) = \frac{U_{\text{вых}}(s)}{U_{\text{вх}}(s)} = -\frac{Y_1(s)}{Y_2(s)},$$

а схема на рис. 3.78, *б* реализует ПФ

$$H(s) = \frac{U_{\text{вых}}(s)}{U_{\text{вх}}(s)} = \frac{Y_3(s)Y_5(s)}{Y_4(s)Y_6(s)},$$

причем $Y_k(s)$ — проводимости RC -ДП, реализация которых описана в 3.6.7.

Для примера преобразуем ПФ 4-го порядка с отрицательными нулями и полюсами к виду, соответствующему рис. 3.70, *б*:

$$H(s) = \frac{5(s+1)(s+2)(s+6)}{(s+3)(s+4)(s+5)^2} = \frac{Y_3(s)Y_5(s)}{Y_4(s)Y_6(s)},$$

где $Y_3(s) = 5(s+1)(s+6)/(s+3)$; $Y_5(s) = (s+2)/(s+5)$; $Y_4(s) = s+4$; $Y_6(s) = s+5$, причем все проводимости удовлетворяют основному свойству $Y_{RC}(s)$, указанному в 3.6.7 (ближайший к началу координат — нуль), и могут быть реализованы RC -ДП.

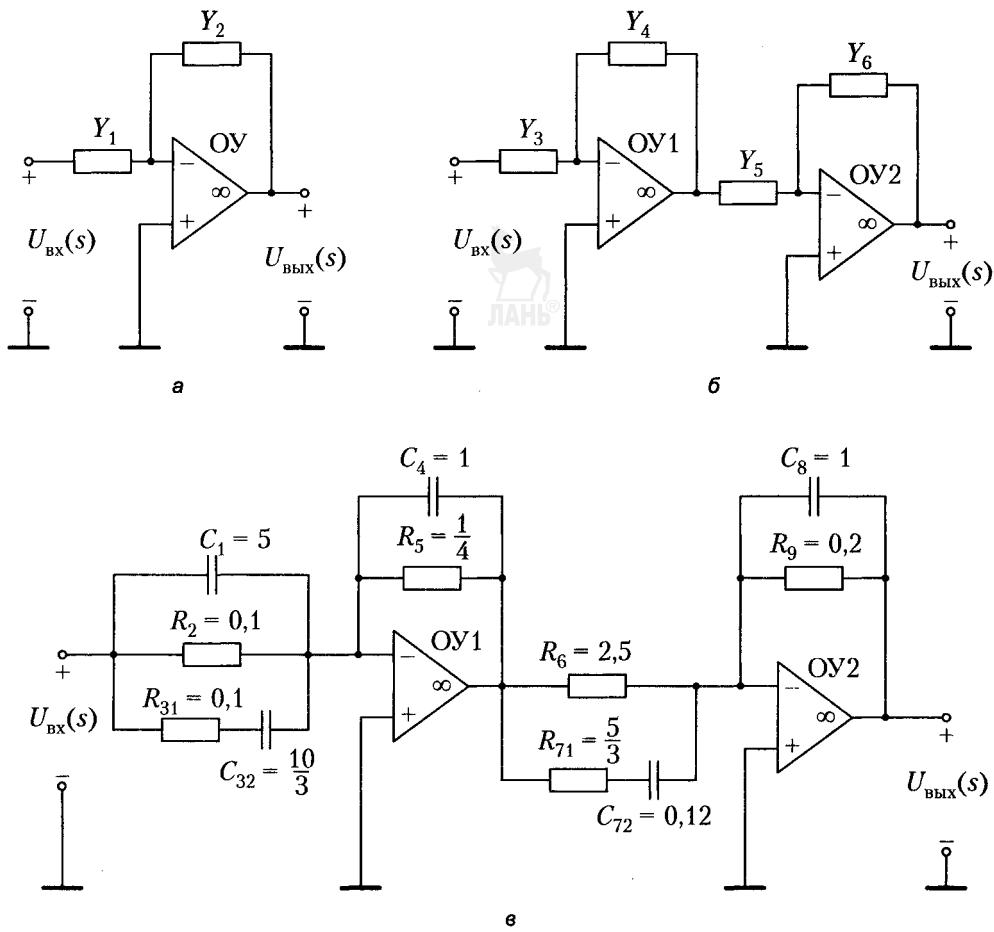


Рис. 3.70

Используем связь между RC - и LC -двуухполюсниками одинаковой структуры:

$$Y_{3LC}(p) = \frac{1}{p} Y_3(s) \Big|_{s=p^2} = \frac{5(p^2 + 1)(p^2 + 6)}{p(p^2 + 3)},$$

и разложим $Y_{3LC}(p)$ на простые дроби:

$$Y_{3LC}(p) = 5p + \frac{10}{p} + \frac{1}{(p/10) + (3/10p)} = Y_1 + Y_2 + Y_3,$$

то есть с учетом $Y_3 = 1/Z_3 = 1/(Z_{31} + Z_{32})$ можем записать: $C_1 = 5 \Phi$; $L_2 = 1/10 \text{ Гн}$; $L_{31} = 1/10$; $C_{32} = 10/3 \Phi$.

Аналогично, $Y_{4LC}(p) = \frac{1}{p} Y_4(s) \Big|_{s=p^2} = \frac{p^2 + 4}{p} = p + \frac{4}{p} = Y_4 + Y_5$, то есть $C_4 = 1 \Phi$; $L_5 = 1/4 \text{ Гн}$.

Далее находим:

$$\begin{aligned} Y_{5LC}(p) &= \frac{1}{p} Y_5(s) \Big|_{s=p^2} = \frac{p^2 + 2}{p(p^2 + 5)} = \frac{2/5}{p} + \frac{1}{(5p/3) + (25/3p)} = \\ &= Y_6 + Y_7 = Y_6 + \frac{1}{Z_{71} + Z_{72}}, \end{aligned}$$

то есть $L_6 = 5 / 2 \text{ Гн}$; $L_{71} = 5/3 \text{ Гн}$; $C_{72} = 3/25 \Phi$.

Затем записываем $Y_{6LC}(p) = \frac{1}{p} Y_6(s) \Big|_{s=p^2} = \frac{p^2 + 5}{p} = p + \frac{5}{p} = Y_8 + Y_9$, то есть $C_8 = 1 \Phi$; $L_9 = 1/5 \text{ Гн}$.

После замен $R_k = L_k$ (численно) получим цепь (рис. 3.70, в), которая реализует заданную ПФ схемой на ОУ с двумя каскадами.

3.6.9. Использование уравнений состояния для реализации на операционных усилителях передаточных функций с произвольными нулями и полюсами

При реализации (синтезе) ПФ используется основная формула «решающей схемы» на ОУ с несколькими входами

$$U_{\text{вых}}(s) = -\sum U_{k\text{вх}}(s) * Y_k(s)/Y_o(s), \quad (3.8a)$$

где Y_k — входные проводимости схемы; Y_o — проводимость обратной связи. Основная задача — преобразовать реализуемые уравнения состояния (УС), описывающие ПФ, к виду (3.8a), что сделать несложно.

Пример 3.80. Реализовать УС цепи 2-го порядка, описанной в самом общем виде при $HU = 0$:

$$f'_1(t) = a_{11}f_1(t) - a_{12}f_2(t) + b_1(t); f'_2(t) = a_{21}f_1(t) + a_{22}f_2(t) + b_2(t),$$

причем один из коэффициентов для примера задан со знаком «-».

Преобразовав УС по Лапласу, получим систему уравнений, близкую к требуемой:

$$\begin{cases} F_1(s) = [a_{11}F_1(s) - a_{12}F_2(s) + B_1(s)]/s; \\ F_2(s) = [a_{21}F_1(s) + a_{22}F_2(s) + B_2(s)]/s. \end{cases} \quad (3.8b)$$

Возможный вариант схемы на ОУ для реализации уравнений (3.8b) приведен на рис. 3.71, где указаны нормированные проводимости входных R -ветвей и емкости в цепи обратной связи ОУ. На рисунке штриховыми линиями показаны необходимые соединения входных и выходных клемм отдельных схем на ОУ в соответствии с нумерацией переменных в уравнениях.

ПРИМЕЧАНИЕ

В примере, естественно, имеются в виду ПФ с полюсами в левой полуплоскости, описывающие устойчивые цепи.

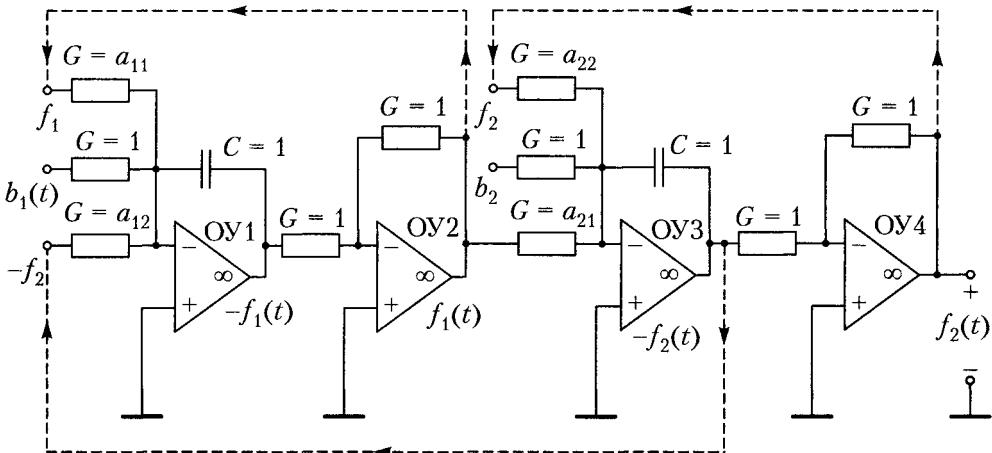


Рис. 3.71

3.6.10. Составление уравнений состояния цепи по заданной передаточной функции

Передаточной функции общего вида, например

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}, \quad (3.9a)$$

соответствует дифференциальное уравнение (ДУ)

$$\begin{aligned} a_n f_2^{(n)}(t) + a_{n-1} f_2^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 f_2'(t) + a_0 f_2(t) = \\ = b_m f_1^{(m)}(t) + b_{m-1} f_1^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 f_1'(t) + b_0 f_1(t). \end{aligned} \quad (3.9b)$$

Переход от уравнений состояния (или другой системы ДУ цепи) к ПФ очевиден и прост: достаточно ДУ преобразовать по Лапласу и решить относительно реакции. В то же время процедура перехода от (3.9a) к УС неоднозначна и довольно сложна. Поэтому рассмотрим самый трудный вариант, когда степени числителя и знаменателя (3.9a) одинаковы ($m = n$). Преобразуем (3.9b), группируя члены при производных одного порядка:

$$\begin{aligned} \{ \dots [(a_n u_2 - b_n u_1)' + (a_{n-1} u_2 - b_{n-1} u_1)']' + \dots + (a_1 u_2 - b_1 u_1)' + \\ + (a_0 u_2 - b_0 u_1) = 0. \end{aligned} \quad (3.9c)$$

Комбинации переменных в фигурных, квадратных и «специальных» скобках в (3.9c) считаем переменными состояния x_1, \dots, x_{n-1}, x_n . В результате получим систему УС

$$\begin{aligned} x'_1 = b_0 u_1 - a_0 u_2, \quad x'_2 = x_1 + (b_1 u_1 - a_1 u_2), \dots, \\ x'_n = x_{n-1} + (b_{n-1} u_1 - a_{n-1} u_2). \end{aligned} \quad (3.9d)$$

Реализация УС схемами на ОУ описана в 3.6.9. Остается реализовать, как очевидно из рассмотрения выражений (3.9в) и (3.9г), алгебраическое уравнение $a_n u_2 - b_n u_1 = x_n$, которое определяет уравнение связи

$$u_2 = x_n / a_n + u_1 b_n / a_n. \quad (3.9\delta)$$

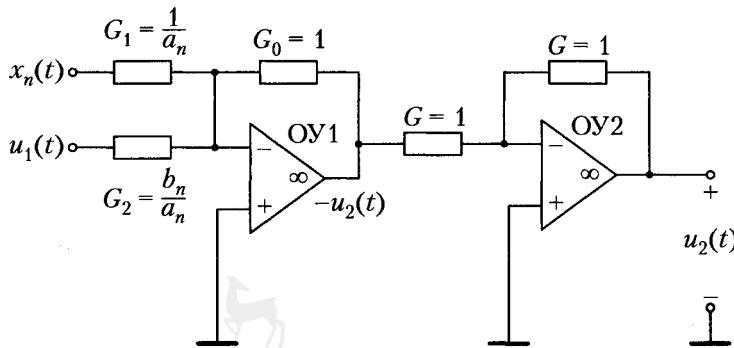


Рис. 3.72

На рис. 3.72 приведен возможный вариант реализации выражения (3.9δ) схемой на ОУ с указанием нормированных проводимостей R -элементов.

3.6.11. Определение параметров синтезируемого реактивного четырехполюсника по заданной передаточной функции в режимах ХХ или КЗ нагрузки

Пример 3.81. Необходимо реализовать LC -четырехполюсником ПФ вида

$$H_{UXX}(s) = \frac{kB(s)}{A(s)} = -\frac{Y_{12}}{Y_{22}} = \frac{k(s^2 + 4)}{s^2 + 1}.$$

Перед определением параметров ЧП проверим заданную ПФ на реализуемость: 1) условие Фиалкова выполняется, то есть коэффициенты числителя ПФ при $k \leq 1/4$ не превышают коэффициентов знаменателя при соответствующих степенях s ; 2) нули и полюса ПФ мнимые, причем полюса $s_{1,2} = \pm j$ — простые.

Далее определяем параметры ЧП Y_{12} и Y_{22} , учитывая, что синтез выполняется по Y_{22} . Для того чтобы проводимость $Y_{22}(s)$ отвечала основному свойству LC -ДП (то есть Z_{LC}), делим числитель и знаменатель ПФ на произвольно выбранный (в данном примере нечетный) полином $D(s)$, корни которого должны быть мнимыми, простыми и должны чередоваться с корнями $A(s)$.

Выбираем, например, $D(s) = s(s^2 + 2)$, тогда

$$-Y_{12} = kB(s)/D(s) = k(s^2 + 4)/[s(s^2 + 2)]; Y_{22} = (s^2 + 1)/[s(s^2 + 2)].$$

Проверяем, что Y_{22} удовлетворяет основному свойству $Z_{LC}(s)$, то есть нули и полюса у $Y_{22}(s)$ мнимые, простые и чередуются.

Процедура непосредственной реализации LC -ЧП по найденным параметрам ЧП описана в 3.6.15–3.6.17.

ПРИМЕЧАНИЕ

Абсолютно аналогично определяют параметры ЧП в режиме КЗ его нагрузки по ПФ вида $H_{IKZ}(s) = Z_{12}/Z_{22}$.

3.6.12. Определение параметров синтезируемого реактивного четырехполюсника по передаточной функции при наличии нагрузки

Пример 3.82. Найти параметры LC -ЧП при нормированной нагрузке $R_n = 1$ по ПФ фильтра Баттервортса 3-го порядка: $H_I(s) = \frac{kB(s)}{A(s)} = \frac{Z_{12}}{1 + Z_{22}} = \frac{k}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$.

Учитываем, что из параметров LC -ЧП Z_{12} и Z_{22} непосредственно реализуется Z_{22} в виде лестничной структуры, а Z_{12} реализуется при этом попутно.

Вначале проверим заданную ПФ на соответствие условиям реализуемости: при $k \leq 1$ коэффициенты числителя ПФ не превышают коэффициентов знаменателя при соответствующих степенях s (условие Фиалкова).

Далее для определения параметров Z_{12} и Z_{22} разбиваем полином $A(s)$ на сумму двух полиномов: $A(s) = A_{\text{чт}}(s) + A_{\text{нч}}(s)$, где $A_{\text{чт}}(s) = 2s^2 + 1$ — полином четных степеней s ; $A_{\text{нч}}(s) = s(s^2 + 2)$ — полином нечетных степеней s .

При «четном» полиноме числителя ПФ $B(s) = 1$ делим числитель и знаменатель ПФ на $A_{\text{нч}}(s)$ (при «нечетном» полиноме числителя ПФ делят на $A_{\text{чт}}(s)$):

$$H_I(s) = \frac{kB(s)/A_{\text{нч}}(s)}{1 + A_{\text{чт}}(s)/A_{\text{нч}}(s)} = \frac{Z_{12}}{1 + Z_{22}},$$

откуда параметры ЧП

$$Z_{12} = kB(s)/A_{\text{нч}}(s) = k/[s(s^2 + 2)]; Z_{22} = 2(s^2 + 1/2)/[s(s^2 + 2)].$$

Затем проверяем Z_{22} на соответствие основному свойству $Z_{LC}(s)$: нули и полюса — мнимые, простые, чередуются, и в начале координат (в данном примере) — полюс.

Дополнительная проверка: при найденных параметрах Z_{12} и Z_{22} передаточная функция $H_I(s) = Z_{12}/Z_{22} = k/(2s^2 + 1)$ удовлетворяет условию Фиалкова.

Таким образом, ПФ может быть реализована (см. 3.6.15–3.6.17).

ПРИМЕЧАНИЕ

Абсолютно аналогично определяют параметры ЧП при нормированной нагрузке по заданной ПФ вида $H_U(s) = -Y_{12}/(1 + Y_{22})$.

3.6.13. Определение параметров синтезируемого резистивно-емкостного четырехполюсника по заданной передаточной функции в режимах ХХ или КЗ нагрузки

Пример 3.83. Задана ПФ ЧП $H_{UXX}(s) = \frac{kB(s)}{A(s)} = \frac{k(s+1)}{s+2} = \frac{-Y_{12}(s)}{Y_{22}(s)}$ в режиме ХХ

нагрузки. Необходимо реализовать ее RC -четырехполюсником.

Вначале проверим заданную ПФ на реализуемость: 1) условие Фиалкова выполняется при $k \leq 1$; 2) нули и полюса ПФ отрицательные, причем полюса — простые.

Далее определяем параметры ЧП $Y_{22}(s)$ и $-Y_{12}(s)$. Для этого делим $Y_{22}(s)$ и $-Y_{12}(s)$ на одинаковый вспомогательный полином $D(s) = s + 3$, выбранный так, чтобы проводимость $Y_{22}(s)$ удовлетворяла основному свойству $Y_{RC}(s)$: нули и полюса — отрицательные, чередуются, и у Y_{RC} ближайший к началу координат — нуль. Действительно,

$$-Y_{12}(s) = \frac{kB(s)}{D(s)} = \frac{k(s+1)}{s+3}; Y_{22}(s) = \frac{A(s)}{D(s)} = \frac{s+2}{s+3} = Y_{RC}(s).$$

Таким образом, заданная ПФ может быть реализована RC -ЧП.

Пример 3.84. Необходимо реализовать ПФ вида $H_{IKZ}(s) = \frac{kB(s)}{A(s)} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}} = \frac{ks}{s+2}$ в режиме короткого замыкания RC -ЧП (при $Z_n = 0$).

Проверка ПФ на реализуемость: 1) нули и полюса ПФ расположены на отрицательной полуоси (причем полюс $s_1 = -2$ — простой); 2) коэффициенты числителя ПФ при малых k не превышают коэффициентов знаменателя при одинаковых степенях s , следовательно, ПФ может быть реализована RC -четырехполюсником.

Определяем параметры Z_{12} и Z_{22} , для чего делим числитель и знаменатель ПФ на выбранный полином $D(s) = s$. Получим

$$Z_{12}(s) = kB(s)/D(s) = k; Z_{22}(s) = A(s)/D(s) = (s+2)/s = Z_{RC}(s).$$

Сопротивление $Z_{22} = Z_{RC}(s)$, так как соответствует основному свойству RC -ДП: ближайший к началу координат — полюс при $s = 0$ (естественно, нули и полюса — отрицательные, чередуются, простые).

Реализация RC -ЧП описана в 3.6.18.

3.6.14. Определение параметров синтезируемого резистивно-емкостного четырехполюсника по заданной передаточной функции при наличии нагрузки

Пример 3.85. По ПФ

$$H_U(s) = kB(s)/A(s) = k(s+1/2)^2 / [(s+1)(s+2)] = -Y_{12}/(1+Y_{22})$$

определить параметры ЧП и проверить их.

Проверка ПФ на реализуемость (см. 3.6.13 и 3.6.18) выполняется. Определяем параметры ЧП Y_{22} и Y_{12} . Для этого знаменатель ПФ $A(s)$ представляем в виде суммы двух произвольно выбранных полиномов с отрицательными простыми чередующимися корнями $A(s) = A_{\text{пп}}(s) + A_{\text{лв}}(s)$, причем корни $A_{\text{лв}}(s)$ располагаются левее, а корни $A_{\text{пп}}(s)$ — правее соответствующих корней полинома $A(s)$, то есть корни $A_{\text{пп}}(s)$ и $A_{\text{лв}}(s)$ чередуются, и ближайшим к началу координат является корень $A_{\text{пп}}(s)$.

В примере при $A(s) = (s+1)(s+2) = s^2 + 3s + 2$ выбираем

$$A_{\text{пп}}(s) = (s+1/2)(s+3/2) = s^2 + 2s + 3/4; A_{\text{лв}}(s) = A(s) - A_{\text{пп}}(s) = s + 5/4.$$

Чтобы параметр $Y_{22}(s)$ соответствовал основному свойству Y_{RC} (то есть ближайшим к началу координат был нуль), делим числитель и знаменатель ПФ на полином $A_{\text{лв}}(s)$. Тогда

$$H_U(s) = \frac{kB(s)}{A_{\text{пп}}(s) + A_{\text{лв}}(s)} = \frac{kB(s)/A_{\text{лв}}(s)}{1 + A_{\text{пп}}(s)/A_{\text{лв}}(s)} = \frac{-Y_{12}}{1 + Y_{22}}.$$

Находим $Y_{22}(s) = A_{\text{пп}}(s)/A_{\text{лв}}(s) = (s+1/2)(s+3/2)/(s+5/4)$, что удовлетворяет основному свойству $Y_{RC}(s)$; $-Y_{12}(s) = kB(s)/A_{\text{лв}}(s) = k(s+1/2)^2/(s+5/4)$.

Дополнительная проверка ПФ $H_{UXX}(s) = -Y_{12}/Y_{22} = k(s+1/2)/(s+3/2)$ на реализуемость также выполняется.

Реализация RC -ЧП описана в 3.6.18.

3.6.15. Синтез реактивных четырехполюсников лестничной структуры (основная процедура)

Основной процедурой синтеза LC -ЧП лестничной структуры является реализация так называемых нулей 2-й категории (то есть нулей ПФ, которые совпадают с нулями остатков от реализации Z_{22} и Y_{22}) путем обращения остатка и полного выделения соответствующего полюса обращенного остатка.

Пример 3.86. Подлежит реализации при нормированной нагрузке $R_h = 1$ ПФ фильтра Баттервортса

$$\begin{aligned} H_U(s) &= k/(s^3 + 2s^2 + 2s + 1) = kB(s)/A(s) = Y_{12}/(1 + Y_{22}) = \\ &= (kB/A_{\text{пп}})/(1 + A_{\text{пп}}/A_{\text{лв}}), \end{aligned}$$

где $A_{\text{пп}} = 2s^2 + 1$; $A_{\text{лв}} = s^3 + 2s$. 1. Проверка на реализуемость выполняется, так как: а) выполняется условие Фиалкова; б) нули ПФ (трехкратный нуль $s_{01,2,3} = \infty$) — мнимые. 2. Находим параметры ЧП:

$$Y_{22} = 2(s^2 + 0,5)/[s(s^2 + 2)] \div Y_{LC}, \quad -Y_{12} = k/[s(s^2 + 2)].$$

3. Записываем нули ПФ на основании параметров ЧП: а) нули $-Y_{12}$ — это $s_{01,2,3} = \infty$; б) частных полюсов у Y_{22} нет. 4. Нулей первой категории (частных полюсов Y_{22}) нет. 5. Остаток от реализации Y_{22} (в данном случае сама проводимость $Y_1 = Y_{22}$) имеет нуль, совпадающий с нулем ПФ $s_{01} = \infty$. Обращаем остаток:

$$Z_1 = 1/Y_1 = s(s^2 + 2)/[2(s^2 + 0,5)] = 0,5s + 0,75s/(s^2 + 0,5) = Z_1 + Z_{II}$$

и реализуем полностью выделенный полюс (при $s_{01} = \infty$) как $Z_1 = 0,5s$ в виде «продольного» элемента $L_1 = 0,5$ (рис. 3.73).

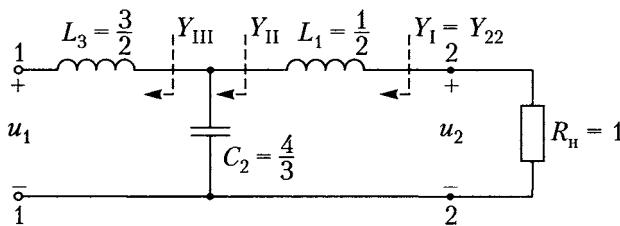


Рис. 3.73

Остаток Z_{II} имеет нуль, совпадающий с нулем ПФ $s_{02} = \infty$. Обращаем остаток, $Y_{II} = 1/Z_{II} = (s^2 + 0,5)/(0,75s) = 4s/3 + 2/(3s) = Y_2 + Y_{III}$, и реализуем полностью выделенный полюс (при $s_{02} = \infty$) в виде «поперечного» элемента $C_2 = 4/3$. Последний остаток, Y_{III} , имеет нуль, совпадающий с «последним» нулем ПФ при $s_{03} = \infty$. Обращаем остаток, $Z_{III} = 1/Y_{III} = 3s/2 = Z_3$, и реализуем полностью выделенный полюс (при $s_{03} = \infty$) в виде «последнего» продольного элемента $L_3 = 3/2$. 6. Реализация ЧП завершена. 7. «Последний» элемент соответствует «свидетельству правильного окончания синтеза». 8. Осталось, используя МПВ, проверить, что схема рис. 3.73 реализует заданную ПФ, и определить коэффициент k .

3.6.16. Синтез реактивных четырехполюсников лестничной структуры (процедура синтеза с выделением частных полюсов)

Пример 3.87. Подлежит реализации (в режиме холостого хода ЧП) ПФ $H_{UXX}(s) = -ks^2/(s^2 + 1) = -Y_{12}/Y_{22} = kB(s)/A(s)$. 1. Проверка ПФ на реализуемость выполняется, так как: а) выполнено условие Фиалкова; б) нули и полюса у ПФ мнимые, причем полюса простые. 2. Определяем параметры ЧП делением числителя и знаменателя на произвольный полином $D(s)$, но так, чтобы $Y_{22} = Y_{LC}$. Выбираем $D(s) = s$. Тогда $Y_{22} = A/D = (s^2 + 1)/s = s + 1/s$, $-Y_{12} = kB/D = ks$. 3. Записываем s_{0k} , то есть нули ПФ на основании параметров ЧП: а) нуль у $-Y_{12}$ при $s_{01} = 0$; б) частный полюс у Y_{22} при $s_{02} = 0$. 4. Вначале реализуем частный полюс Y_{22} (то есть нуль 1-й категории у ПФ ЧП), выделяя его полностью ($Y_{22} = (s^2 + 1)/s = 1/s + s = Y_1 + Y_{II}$) в виде первой со стороны 2–2 поперечной проводимости $Y_1 = 1/s$, то есть в виде «поперечного элемента» $L_1 = 1$, как показано на рис. 3.74. 5. Остаток $Y_{II} = s$ имеет нуль, совпадающий с еще не реализованным нулем ПФ при $s_{01} = 0$. Обращаем остаток: $Z_{II} = 1/Y_{II} = 1/s = Z_2$, и реализуем этот нуль ПФ как полностью выделенный полюс обратной функции (см. основную процедуру синтеза в 3.6.15) в виде «продольного элемента» $C_2 = 1$.

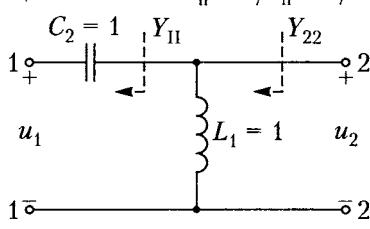


Рис. 3.74

6. Реализация Y_{II} завершена. 7. Последним элементом синтеза является продольное сопротивление, то есть выполняется «свидетельство правильного окончания синтеза». 8. Осталось вывести ПФ схемы (рис. 3.74) и найти k .

3.6.17. Синтез реактивных четырехполюсников лестничной структуры (процедура реализации нуля III категории)

Пример 3.88. Подлежит реализации (в режиме холостого хода ЧП) ПФ $H_{UXX}(s) = k(s^2 + 4)/(s^2 + 1) = kB(s)/A(s) = -Y_{12}/Y_{22}$. 1. Проверка ПФ на реализуемость: а) выполнено условие Фиалкова; б) нули и полюса у ПФ мнимые, причем полюса простые. 2. Определяем параметры ЧП делением числителя и знаменателя ПФ на произвольный полином $D(s)$, но так, чтобы $Y_{22} \neq Y_{LC}$. Аналогично 3.6.16 выбираем $D(s) = s$. Тогда

$$Y_{22} = A/D = (s^2 + 1)/s \neq Y_{LC}; \quad -Y_{12} = k(s^2 + 4)/s.$$

3. Записываем нули ПФ s_{0k} на основании параметров ЧП: а) нули у $-Y_{12}$ при $s_{01,2} = \pm j2$; б) частных полюсов у Y_{22} нет. 4. Поскольку нули ПФ $s_{01,2}$ не совпадают с корнями Y_{22} (здесь — случай самых трудных в реализации нулей ПФ — нулей III категории), используем метод проб и ошибок. Пытаемся частично выделить какой-либо полюс Y_{22} (или $Z_1 = 1/Y_{22}$) так, чтобы в остатке был искомый нуль. Попытка выделить частично полюс Y_{22} при $s = 0$ оказывается неудачной. Действительно, при условии $s^2 = -4$ (то есть $s = \pm j2$) имеем

$$Y_{22}(s) = \frac{s^2 + 1}{s} = \frac{k_q}{s} + Y_{II} = Y_1 + Y_{II},$$

и в предположении $Y_{II}(\pm j2) = 0$ получим $(-4 + 1) = k_q$, то есть $k_q = -3$. Условие $0 < k_q < k_n$ (то есть частичный коэффициент $k_q > 0$, но меньше полного $k_n = 1 = sY_{22}(s)$ при $s = 0$) не выполняется. Поэтому «пробуем» частично выделить полюс Y_{22} при $s = \infty$, то есть

$$Y_{22}(s) = \frac{s^2 + 1}{s} = k_q s + Y_{II} = Y_1 + Y_{II}.$$

В предположении $Y_{II}(\pm j2) = 0$ при $s^2 = -4$ находим: $k_q = (-4 + 1)/(-4) = 3/4 < k_n = 1$, то есть $Y_1 = 3s/4$, и в реализуемом ЧП первым со стороны 2–2 (рис. 3.75) является поперечный элемент $C_1 = 3/4$. Остаток

$$Y_{II} = Y_{22} - Y_1 = (s^2 + 1)/s - 3s/4 = (s^2 + 4)/(4s)$$

действительно имеет требуемый нуль $s_{01,2} = \pm j2$.

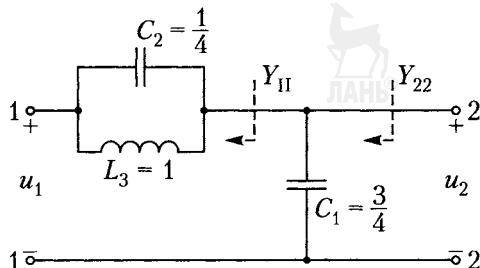


Рис. 3.75

Реализуем его полностью выделенным полюсом при $s^2 = -4$ у обратной функции: $Z_{II} = 1/Y_{II} = 4s/(s^2 + 4) = 1/(s/4 + 1/s) = 1/(Y_2 + Y_3)$. Продольное сопротивление Z_{II} на рис. 3.75 представлено параллельным соединением $C_2 = 1/4$ и $L_3 = 1/5$. Реализация ЧП закончена правильно — продольным сопротивлением Z_{II} . Осталось вывести ПФ схемы и определить k .

3.6.18. Реализация резистивно-емкостных четырехполюсников

Пример 3.89. Необходимо реализовать RC -четырехполюсником ПФ $H_U(s) = k(s+2)/(s+1) = k B(s)/A(s) = -Y_{12}/(1+Y_{22})$ при нормированной единичной нагрузке. 1. Выполняют общую проверку на реализуемость: а) условие Фиалкова выполняется; б) нули и полюса ПФ отрицательные, причем полюса простые. 2. Определяем параметры ЧП. Для этого представляем $A(s)$ суммой полиномов:

$$A(s) = A_{np}(s) + A_{nb}(s) = 0,75(s+2/3) + 0,25(s+2),$$

причем корни A_{np} расположены правее, а корни A_{nb} — левее корней $A(s)$. Находим параметры $-Y_{12}(s) = kB/A_{nb} = 4k$; $Y_{22}(s) = A_{np}/A_{nb} = 3(s+2/3)/(s+2)$, причем $Y_{22} \neq Y_{RC}(s)$, то есть удовлетворяет условию реализуемости RC -ДП, так как нули и полюса отрицательные, простые, чередуются и ближайшим к началу координат является нуль. 3. Находим параметры соответствующего LC -ЧП:

$$Y_{22}(p) = Y_{22}(s = p^2)/p = 3(p^2 + 2/3)/[p(p^2 + 2)] \div Y_{LC}(p); -Y_{12}(p) = 4k/p.$$

Определяем нули ПФ LC -ЧП по его параметрам: а) от $-Y_{12}$ нуль при $p_{01} = \infty$; б) от Y_{22} частные полюса при $p_{02,3} = \pm j\sqrt{2}/5$. При синтезе LC -ЧП вначале реализуем частные полюса:

$$Y_{22}(p) = \frac{3(p^2 + 2/3)}{p(p^2 + 2)} = \frac{2p}{p^2 + 2} + \frac{1}{p} = Y_1 + Y_{II},$$

то есть реализуем поперечную проводимость

$$Y_1 = 2p/(p^2 + 2) = 1/(p/2 + 1/p) = 1/(Z_{L1} + Z_{C1}),$$

состоящую, как показано на рис. 3.76, а, из последовательного соединения элементов $L_1 = 1/2$ и $C_1 = 1$.

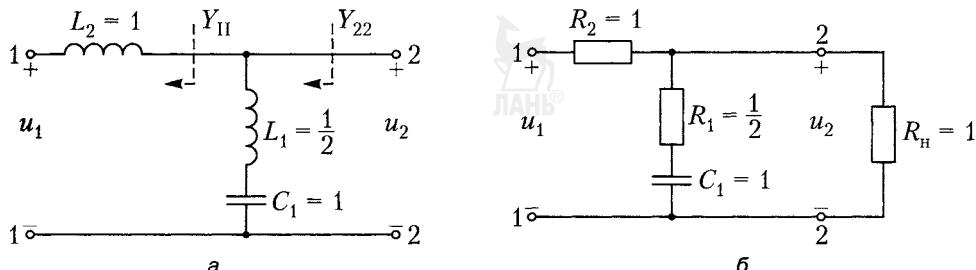


Рис. 3.76

Остаток $Y_{II} = 1/p$ имеет нуль, совпадающий с нулем ПФ при $p_{01} = \infty$. Реализуем его как полностью выделенный полюс обратной функции $Z_{II} = p = Z_2$ в виде «продольного элемента» $L_2 = 1$, то есть реализация LC -ЧП завершена правильно. 6. Возвращаемся (формальной заменой $L = R$) к искомому RC -ЧП с нормированной нагрузкой $R_n = 1$ (рис. 3.76, б). Осталось проверить ПФ цепи и определить коэффициент k .

3.7. Расчет дискретных и нелинейных цепей

3.7.1. Определение передаточной функции дискретной цепи по аналоговому прототипу

ПФ ДЦ называют отношение z -преобразования реакции к z -преобразованию единственного в цепи воздействия, когда предначальные условия равны нулю: $H(z) = F_2(z)/F_1(z) = F_{\text{вых}}(z)/F_{\text{вх}}(z)$. ПФ ДЦ — это z -преобразование ИХ ДЦ $H(z) \div h(nT)$, причем ИХ ДЦ численно равна реакции ДЦ на воздействие вида дискретной дельта-функции $f_{\text{вх}}(nT) = \delta_0(nT) \div F_{\text{вх}}(z) = 1$, то есть дискретного импульса единичной высоты, существующего только при $t = 0$.

Используют различные методы перехода к ДЦ от прототипа-аналога, требующие предварительного расчета ПФ, или ЧХ, или ПХ аналоговой цепи (АЦ).

Пример 3.90. На рис. 3.77 приведена схема прототипа-аналога при $L = 1/2$; $C = 1$; $R = 1/3$; $f_2 = f_{\text{вых}} = u_R$. Найти ПФ соответствующей ДЦ.

Делаем предварительный расчет АЦ (в первую очередь с целью определения периода, то есть шага дискретизации $T = \Delta t$). Находим ПФ, используя МПВ.

При $U_{\text{вых}}(s) = 1$ имеем

$$I_R = 3; U_C = U_{\text{вых}} = 1; I_C = U_C/Z_C = s; I_L = I_C + I_R = s + 3;$$

$$U_L = Z_L I_L = s(s + 3)/2; U_{\text{вх}} = U_L + U_C = ((s^2 + 3s)/2) + 1 = (s^2 + 3s + 2)/2,$$

тогда ПФ

$$H(s) = \frac{U_{\text{вых}}(s)}{U_{\text{вх}}(s)} = \frac{2}{s^2 + 3s + 2} = \frac{2}{(s+1)(s+2)}.$$

Находим ПХ АЦ:

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{H(s)}{s} = \frac{2}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s} + \frac{-2}{(s+1)} + \frac{1}{(s+2)} \div h_1(t) = \\ &= [1 - 2e^{-t} + e^{-2t}] \delta_1(t). \end{aligned}$$

Рассчитываем ЧХ цепи: $H(j\omega) = \frac{2}{(\omega + 1)(j\omega + 2)}$, тогда АЧХ

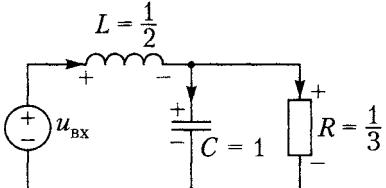


Рис. 3.77

$$A(\omega) = \frac{2}{\sqrt{(\omega^2 + 1^2)(\omega^2 + 2^2)}}.$$

По теореме Котельникова частота дискретизации $\omega_d = 2\pi/T \gg 2\omega_m$, причем ширина спектра воздействия $\Delta\omega_{\text{пп}} = \omega_m$ обычно определяется по «жесткому» амплитудному критерию (1 или 0,5 % от A_{\max}). Так как воздействие $f_1 = f_{\text{вх}}$ не задано, приходится использовать обобщенную ЧХ $H(j\omega)$, которая является спектром ИХ $h(t)$. Тогда

$$0,01A_{\max} = 0,01 = \frac{2}{\sqrt{(\omega_m^2 + 1^2)(\omega_m^2 + 2^2)}},$$

откуда приближенно находим $0,01 \cong 2 / \omega_m^2$, то есть $\omega_m \cong 14$. Следовательно, $\omega_d \gg 2\omega_m = 28$.

Выбирая «удобную» частоту $\omega_d = 628$, получим $\Delta t = T = 2\pi/628 = 0,01$ с, что согласуется с рекомендацией из 3.2.5 по выбору шага численного расчета: $\Delta t < 0,2 \min\{\tau_{\min}; T_{\min}/4\} = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1$ с. Рассмотрим различные варианты перехода к ДЦ:

1. Расчет ПФ ДЦ при использовании *явной формы* алгоритма Эйлера для численного расчета АЦ. Формула пересчета ПФ имеет вид

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{T}} = \frac{2}{(s+1)(s+2)} \Big|_{s=100(z-1)} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{(z-0,99)(z-0,98)}.$$

2. Расчет при использовании *неявной формы* алгоритма Эйлера:

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{T}} = \frac{2}{\left(100 \frac{z-1}{z} + 1\right) \left(100 \frac{z-1}{z} + 2\right)} \cong \frac{1,94137 \cdot 10^{-4} z^2}{(z-0,99010)(z-0,98039)}.$$

2. Расчет при использовании *смешанной формы* алгоритма Эйлера:

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{T}} \cdot z = \frac{2}{(s+1)(s+2)} \Big|_{s=100(z-1)} \cdot z = \frac{2 \cdot 10^{-4} z}{(z-0,99)(z-0,98)}.$$

3. Расчет при использовании *билинейного преобразования*:

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}} = \frac{2}{\left(200 \frac{z-1}{z+1} + 1\right) \left(200 \frac{z-1}{z+1} + 2\right)} \cong \frac{0,49259 \cdot 10^{-4} (z+1)^2}{(z-0,99005)(z-0,98020)}.$$

4. Расчет ПФ ДЦ *методом полного соответствия* (инвариантности) переходных характеристик ДЦ и АЦ (в дискретные моменты времени $t = nT \geq 0$):

$$\begin{aligned}
 h_1(t) \Big|_{t=0,01n} &= (1 - 2e^{-t} + e^{-2t}) \Big|_{t=0,01n} = 1 - 2e^{-0,01n} + e^{-0,02n} \cong \\
 &\cong 1^n - 2 \cdot 0,99005^n + 0,98020^n \div \\
 \div H_1(z) &= \frac{z}{z-1} - \frac{2}{z-0,99005} + \frac{z}{z-0,98020} \div h_1(nT),
 \end{aligned}$$

причем ПХ ДЦ $h_1(nT) \div H_1(z)$ численно равна реакции ДЦ на воздействие вида единичной ступенчатой последовательности $f_{\text{вх}}(nT) = \delta_1(nT) = 1^n = 1 \div z/(z-1) = F_{\text{вх}}(z)$, то есть дискретных импульсов единичной высоты при $n \geq 0$.

ПРИМЕЧАНИЕ

В преобразованиях использовалась формула z -преобразования: $a^n \div z/(z-a)$.

Переход к ПФ ДЦ осуществляется следующим образом:

$$H(z) = \frac{z-1}{z} H_1(z) = 1 - \frac{2(z-1)}{z-0,99005} + \frac{z-1}{z-0,98020} \cong \frac{10^{-4}z + 0,9701 \cdot 10^{-4}}{(z-0,99005)(z-0,98020)}.$$

3.7.2. Определение разностного уравнения и схемы дискретной цепи по известной ее передаточной функции

В 3.7.1 была найдена ПФ ДЦ. Рассмотрим, например, $H(z)$, полученную для случая использования явной формы алгоритма Эйлера (при численном расчете соответствующей АЦ), и преобразуем ее следующим образом:

$$H(z) = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{z^2 - 1,97z + 0,9702} = \frac{2 \cdot 10^{-4}z^{-2}}{1 - 1,97z^{-1} + 0,9702z^{-2}} = \frac{F_2(z)}{F_1(z)} = \frac{F_{\text{вых}}(z)}{F_{\text{вх}}(z)},$$

где $F_1(z)$, $F_2(z)$ – z -преобразования входной и выходной последовательностей в ДЦ. Отсюда $[1 - 1,97z^{-1} + 0,9702z^{-2}]F_2(z) = 2 \cdot 10^{-4}z^{-2}F_1(z)$.

Перейдя к дискретным последовательностям и используя теорему запаздывания $z^{-m}f(z) \div f(nT-mT)$, получим разностное уравнение ДЦ:

$$f_2(nT) - 1,97f_2(nT-T) + 0,9702f_2(nT-2T) = 2 \cdot 10^{-4}f_1(nT-2T).$$

Решаем его относительно реакции ДЦ $f_2(nT) = f_{\text{вых}}(nT)$:

$$f_2(nT) = 2 \cdot 10^{-4}f_1(nT-2T) + 1,97f_2(nT-T) - 0,9702f_2(nT-2T).$$

Схема ДЦ, изображенная на рис. 3.78, содержит операторы сдвига на один шаг (z^{-1}), операторы умножения на постоянный коэффициент («треугольники») и оператор суммирования; переменные ДЦ указаны в узлах схемы; стрелки определяют направление «прохождения» сигналов в ДЦ.

По РУ обратным преобразованием можно очевидным образом получить ПФ ДЦ.

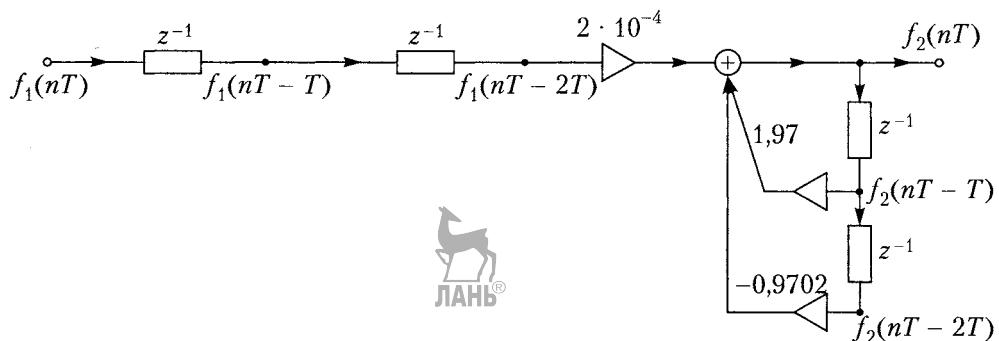


Рис. 3.78

3.7.3. Расчет импульсной и переходной характеристик дискретной цепи по ее передаточной функции

Рассмотрим ПФ ДЦ, полученную в 3.7.1 (в п. 1):

$$H(z) = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{(z - 0,99)(z - 0,98)} = \frac{A_1 z}{z - 0,99} + \frac{A_2 z}{z - 0,98} + A_0,$$

причем здесь ПФ $H(z)$ разложена на сумму простейших составляющих с учетом известных корней знаменателя. Вычислим коэффициенты по очевидным формулам:

$$A_0 = H(z)|_{z=0} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{0,99 \cdot 0,98} = 2,06143 \cdot 10^{-4};$$

$$A_1 = \frac{z - 0,99}{z} H(z)|_{z=0,99} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{0,99 \cdot 0,01} = 0,02020;$$

$$A_2 = \frac{z - 0,98}{z} H(z)|_{z=0,98} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{0,98 \cdot (-0,01)} = -0,02041;$$

получим ИХ $h(nT) = (A_1 \cdot 0,99^n + A_2 \cdot 0,98^n) \delta_1(nT) + A_0 \cdot \delta_0(nT)$.

Для расчета ПХ ДЦ $h_1(nT)$ используем соотношение

$$H_1(z) = \frac{z}{z - 1} H(z) = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{(z - 1)(z - 0,99)(z - 0,98)} = \frac{A_1 z}{z - 1} + \frac{A_2 z}{z - 0,99} + \frac{A_3 z}{z - 0,98} + A_0;$$

аналогично рассчитав A_0 , A_1 , A_2 и A_3 , получим:

$$H_1(z) = \frac{z}{z - 1} + \frac{-2z}{z - 0,99} + \frac{z}{z - 0,98} \div h_1(nT) = (1^n - 2 \cdot 0,99^n + 0,98^n) \delta_1(nT).$$

ПРИМЕЧАНИЯ

1. В дискретные моменты времени $t = nT = 0,01n$ ПХ АЦ и ПХ ДЦ почти совпадают (см. п. 5 из 3.7.1).
2. В преобразованиях использованы формулы z -преобразования $\delta_0(nT) \div 1$; $\delta_1(nT) \div z/(z - 1)$; $a^n \delta_1(nT) \div z/(z - a)$; если по условию задачи рассматривают $n \geq 0$, то множитель $\delta_1(nT)$ опускают.

3.7.4. Аналитический расчет реакции дискретной цепи

Пример 3.91. Используем ПФ ДЦ, полученную в 3.7.1 (в п. 1), и воздействие вида $f_1(nT) = 3 \cdot 0,5^n \delta_1(nT)$.

Найдем выходную последовательность $f_2(nT)$, используя обычную формулу (теорему свертки в z -области):

$$\begin{aligned} F_2(z) &= F_1(z)H(z) = \frac{3z}{(z-0,5)} \frac{2 \cdot 10^{-4}}{(z-0,99)(z-0,98)} = \\ &= \frac{A_1 z}{z-0,5} + \frac{A_2 z}{z-0,99} + \frac{A_3 z}{z-0,98} + A_0. \end{aligned}$$

Определив коэффициенты A_1 , A_2 , A_3 и A_0 , получим

$$F_2(z) \cong \frac{2,55 \cdot 10^{-3} z}{(z-0,5)} + \frac{0,122 z}{z-0,99} + \frac{-0,125 z}{z-0,98},$$

откуда (с учетом $A_0 = 0$)

$$f_2(nT) = (2,55 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5^n + 0,122 \cdot 0,99^n - 0,125 \cdot 0,98^n) \delta_1(nT).$$

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Для перехода к оригиналу (дискретной последовательности) здесь использована теорема разложения на простейшие дроби дробно-рациональной функции $F(z) = B(z)/A(z)$ по ее полюсам z_k :

$$F(z) = \frac{B(z)}{\prod(z-z_k)} = \sum \frac{A_k z}{z-z_k} + A_0 \div f(nT) = \sum A_k z_k^n \delta_1(nT) + A_0 \delta_0(nT).$$

2. Возможен еще один вариант разложения при использовании теоремы запаздывания и разложения $F(z)$ аналогично преобразованию Лапласа: $F(z) = \sum \frac{A_k}{z-z_k} + A_0 \div f(nT) = \sum A_k z_k^{n-1} \delta_1(nT - T) + A_0 \delta_0(nT)$.

3. В случае кратных корней процедура разложения также похожа на использованную в преобразовании Лапласа (с учетом табличной формулы $na^n \div az/(z-a)^2$).

4. Контроль осуществляют по теореме о начальном значении: $f(0) = F(z)$ при $z \rightarrow \infty$.

Пример 3.92. Найти оригинал в случае $F(z) = \frac{10}{(z-1)(z-0,5)^2}$.

При использовании второго варианта теоремы разложения (то есть полной аналогии с преобразованием Лапласа) получим:

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{40}{(z-1)} + \frac{-20}{(z-0,5)^2} + \frac{-40}{(z-0,5)} \div \\ \div f(nT) &= [40 \cdot 1^{(n-1)} - \frac{20}{0,5} (n-1) \cdot 0,5^{(n-1)} - 40 \cdot 0,5^{(n-1)}] \delta_1(nT-T). \end{aligned}$$

Пример 3.93. Найти оригинал при наличии комплексных полюсов у z -преобразования:

$$F(z) = \frac{10}{z^2 + z + 1,25} = \frac{10}{(z + 0,5 - j)(z + 0,5 + j)} = \frac{A_1 z}{z + 0,5 - j} + \frac{A_2 z}{z + 0,5 + j} + A_0.$$

В целом процедура решения соответствует примеру 3.92, но требует определенной математической аккуратности. Находим коэффициенты разложения:

$$A_0 = F(0) = 8;$$

$$A_1 = \frac{z + 0,5 - j}{z} F(z) \Big|_{z=-0,5+j} = \frac{10}{z(z + 0,5 + j)} \Big|_{z=-0,5+j} = \frac{10}{(-0,5 + j)(2j)} \cong 2\sqrt{5}e^{-j210^\circ};$$

$$A_2 = \dot{A}_1 = 2\sqrt{5}e^{+j210^\circ}.$$

Искомая дискретная последовательность:

$$\begin{aligned} f(nT) &= [2\sqrt{5}e^{-j210^\circ}(-0,5 + j)^n + 2\sqrt{5}e^{+j210^\circ}(-0,5 - j)^n] \delta_1(nT) + 8\delta_0(nT) = \\ &= 2\sqrt{5}[e^{-j210^\circ}(\sqrt{1,25})^n(e^{j120^\circ})^n + e^{+j210^\circ}(\sqrt{1,25})^n(e^{-j120^\circ})^n] \delta_1(nT) + 8\delta_0(nT) = \\ &= 4\sqrt{5}(\sqrt{1,25})^n \cos(n \cdot 120^\circ - 210^\circ) \delta_1(nT) + 8\delta_0(nT). \end{aligned}$$

3.7.5. Численный расчет реакции дискретной цепи

Пример 3.94. Для численного расчета ДЦ используем разностное уравнение, полученное в 3.7.2, и воздействие $f_1(nT) = 3 \cdot 0,5^n \delta_1(nT)$, заданное в 3.7.4. При численном расчете первым из двух методов РУ ДЦ приводится к виду $f_2(nT) = 2 \cdot 10^{-4} f_1(nT - 2T) + 1,97 f_2(nT - T) - 0,9702 f_2(nT - 2T)$, предначальные условия $f_1(-T), f_1(-2T), f_2(-T), f_2(-2T)$ являются нулевыми.

Осуществляем последовательно, шаг за шагом, численный расчет значений реакции $f_2(nT)$ для $n \geq 0$ по РУ (первый метод расчета):

- ◆ при $n = 0$ имеем $f_2(0) = 2 \cdot 10^{-4} f_1(-2T) + 1,97 f_2(-T) - 0,9702 f_2(-2T) = 0$;
- ◆ при $n = 1$ имеем $f_2(T) = 2 \cdot 10^{-4} f_1(-T) + 1,97 f_2(0) - 0,9702 f_2(-T) = 0$;
- ◆ при $n = 2$ имеем

$$\begin{aligned} f_2(2T) &= 2 \cdot 10^{-4} f_1(0) + 1,97 f_2(T) - 0,9702 f_2(0) = \\ &= 2 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 0,5^0 + 1,97 \cdot 0 - 0,9702 \cdot 0 = 6 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

Аналогично находим:

$$\begin{aligned}f_2(3T) &= 2 \cdot 10^{-4} f_1(T) + 1,97 f_2(2T) - 0,9702 f_2(T) = \\&= 2 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 0,5 + 1,97 \cdot 6 \cdot 10^{-4} - 0,9702 \cdot 0 = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 2,47;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_2(4T) &= 2 \cdot 10^{-4} f_1(2T) + 1,97 f_2(3T) - 0,9702 f_2(2T) = \\&= 2 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 0,5^2 + 1,97 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 2,47 - 0,9702 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cong 6 \cdot 10^{-4} \cdot 4,14;\end{aligned}$$

$$f_2(5T) = 2 \cdot 10^{-4} f_1(3T) + 1,97 f_2(4T) - 0,9702 f_2(3T) \cong 6 \cdot 10^{-4} \cdot 5,89$$

и т. д.

При численном расчете вторым методом используется разложение в ряд Лорана z -преобразования реакции $F_2(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_2(nT)z^{-n}$, то есть коэффициенты ряда Лорана при z^{-n} (в записанной формуле прямого z -преобразования) как раз определяют численные значения реакции.

В 3.7.4 (в п. 1) было получено

$$F_2(z) = F_1(z)H(z) = \frac{3z}{(z-0,5)} \frac{2 \cdot 10^{-4}}{(z^2 - 1,97z + 0,9702)} \cong \frac{6 \cdot 10^{-4} z}{z^3 - 2,47z^2 + 1,955z - 0,485}.$$

Деление числителя $F_2(z)$ на знаменатель по старшим степеням z обычным «уголком» сразу дает ряд Лорана:

$$F_2(z) = 6 \cdot 10^{-4} (z^{-2} + 2,47z^{-3} + 4,14z^{-4} + 5,89z^{-5} + \dots),$$

следовательно, $f_2(0) = 0$; $f_2(T) = 0$; $f_2(2T) = 6 \cdot 10^{-4}$; $f_2(3T) = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 2,47$ и т. д.

3.7.6. Использование метода эквивалентных источников при расчете нелинейных цепей с одним нелинейным элементом

При единственном НЭ в НЦ можно использовать для расчета МЭИ (например, теорему Тевенена), что существенно упрощает анализ НЦ.

Пример 3.95. В цепи, схема которой изображена на рис. 3.79, a , $u_0 = 4$ В; $i_0 = 4$ А; $R_1 = 0,25$ Ом; $R_2 = 0,5$ Ом. ВАХ НЭ $R_{\text{НЭ}}$ задана четырьмя значениями: $\{i_{\text{НЭ}}, u_{\text{НЭ}}\}: (0; 0); (1; 3/4); (2; 3); (3; 15/4)$. Составить расчетную схему.

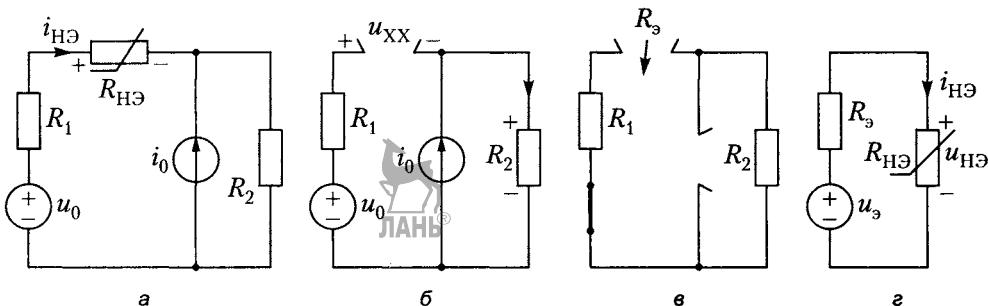


Рис. 3.79

- Найдем напряжение эквивалентного источника $u_s = u_{XX}$ по схеме (рис. 3.79, б). По ЗНК имеем $u_{XX} + R_2 i_0 - u_0 = 0$, откуда $u_{XX} = u_0 - R_2 i_0 = 4 - 0,5 \cdot 2 = 3$ В.
- По схеме без источников, приведенной на рис. 3.79, в, определяем эквивалентное сопротивление: $R_s = R_1 + R_2 = 0,75$ Ом.
- Для расчета НЦ имеем схему (рис. 3.79, г) эквивалентного ИН $u_s = u_{XX} = 3$ В с выходным (эквивалентным, внутренним) сопротивлением $R_s = 0,75$ Ом, которые соединены последовательно с НЭ.

3.7.7. Графический расчет резистивной нелинейной цепи с одним нелинейным элементом

Пример 3.96. Схема замещения НЦ, полученная по МЭИН, приведена на рис. 3.79, г при $u_s = 3$ В; $R_s = 0,75$ Ом, а ВАХ НЭ $u_{H\bar{E}}(i_{H\bar{E}})$, заданная в четырех точках (см. пример 3.95 в 3.7.6), изображена на рис. 3.80, а. Найти $u_{H\bar{E}}$ и $i_{H\bar{E}}$.

В случае единственного НЭ широко используют отраженный на рис. 3.80, а вариант графического метода, базирующийся на графическом решении уравнения ЗНК цепи: $u_{H\bar{E}}(i_{H\bar{E}}) = u_s - R_s i_{H\bar{E}} = 3 - 0,75 i_{H\bar{E}}$. Характеристика $u(i)$ линейной части ($u_s - R_s i_{H\bar{E}}$) построена в виде прямой линии по двум точкам в виде прямой линии: $u_{XX} = u_s = 3$ В и $i_{KZ} = u_s/R_s = 4$ А. Точка пересечения характеристик линейной и нелинейной частей НЦ есть решение задачи — рабочая точка (точка А), в которой $u_{H\bar{E}} \approx 1,8$ В; $i_{H\bar{E}} \approx 1,5$ А.

ПРИМЕЧАНИЕ

Недостаток графического метода очевиден — невысокая точность расчетов; достоинство — простота и наглядность.

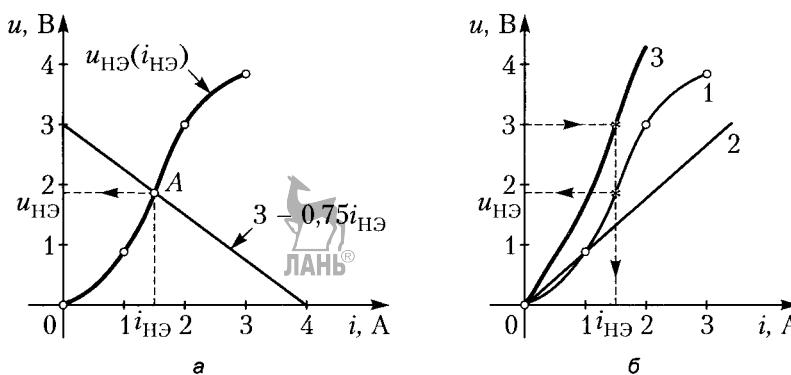


Рис. 3.80

Второй вариант графического метода, отраженный на рис. 3.80, б, базируется на построении результирующей ВАХ цепи. В последовательном соединении в примере имеем по ЗНК $u = u_{H\bar{E}}(i_{H\bar{E}}) + R_s i_{H\bar{E}}$, то есть результирующая ВАХ (кривая 3 на рис. 3.80, б) получена суммированием напряжений ВАХ НЭ (кривая 1) и ВАХ $R_s i_{H\bar{E}}$ линейного элемента (кривая 2) при одинаковых токах. По

известному напряжению эквивалентного ИН $u_s = 3$ В определяем показанные «звездочками» рабочие точки на ВАХ № 3 и 1. Последовательность определения рабочих точек и значений $u_{H\bar{E}}$ и $i_{H\bar{E}}$ показана штриховыми линиями со стрелками. Находим $u_{H\bar{E}} \approx 1,8$ В, $i_{H\bar{E}} \approx 1,5$ А.

3.7.8. Расчет резистивной нелинейной цепи методом кусочно-линейной аппроксимации (кусочно-линейных схем)

Пример 3.97. Используем схему НЦ из примеров 3.95 (см. 3.7.6, рис. 3.79, г) и 3.96 (см. 3.7.7, рис. 3.80, а).

- Представим ВАХ НЭ трехзвенной ломаной (рис. 3.81, а), проходящей через заданные в примере 3.96 точки.
- На каждом из участков аппроксимации (I, II, III) ВАХ НЭ изменяется по линейному закону $u_{H\bar{E}} = R_k i_{H\bar{E}} + u_{0k}$, где R_k — сопротивление НЭ на участке номер k ; величина u_{0k} определяется значением $u_{H\bar{E}}$ при $i_{H\bar{E}} = 0$ (см. штриховые линии на рис. 3.81, а).
- При таком представлении расчетная схема замещения цепи, изображенная на рис. 3.81, б, является линейной (причем $u_s = 3$ В, $R_s = 0,75$ Ом, согласно 3.7.7).

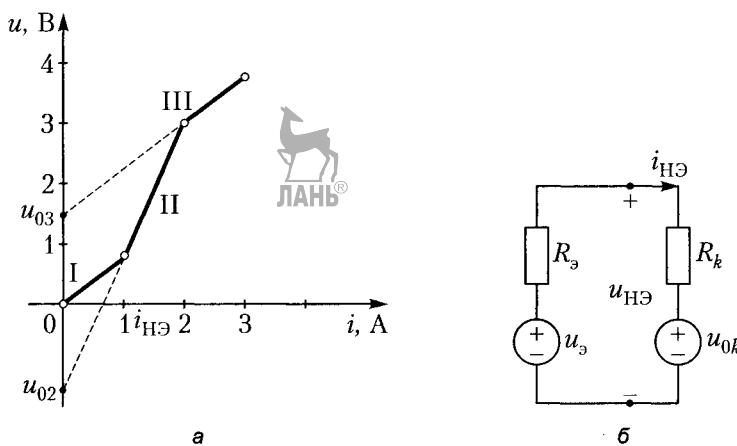


Рис. 3.81

Найдем R_k и u_{0k} для всех участков

$$R_k = (u_{k \max} - u_{k \min}) / (i_{k \max} - i_{k \min}); \quad u_{0k} = u_{k \min} - R_k i_{k \min} = u_{k \max} - R_k i_{k \max};$$

- участку I ($0 < i < 1$; $0 < u < 0,75$) соответствуют $R_1 = (0,75 - 0)/(1 - 0) = 0,75$ Ом; $u_{01} = 0 - 0,75 \cdot 0 = 0$;
- участку II ($1 < i < 2$; $0,75 < u < 3$) соответствуют $R_2 = 2,25$ Ом; $u_{02} = 0,75 - 2,25 \cdot 1 = -1,5$ В;

- участку III ($2 < i < 3$; $3 < u < 3,75$) соответствуют $R_3 = 0,75 \text{ Ом}$;
 $u_{03} = 3 - 0,75 \cdot 2 = 1,5 \text{ В}$.
5. Из графического анализа, представленного в 3.7.7, следует, что в рассматриваемом примере рабочая точка A находится на участке II и является единственной. На основании расчета схемы, изображенной на рис. 3.81, б, определяем

$$i_{\text{НЭ}} = (u_3 - u_{02}) / (R_3 + R_2) = (3 + 1,5) / (0,75 + 2,25) = 1,5 \text{ А};$$

$$u_{\text{НЭ}} = R_2 i_{\text{НЭ}} + u_{02} = 2,25 \cdot 1,5 + (-1,5) = 1,875 \text{ В.}$$

ПРИМЕЧАНИЯ

1. В сложных НЦ (например, с несколькими НЭ, с неоднозначными ВАХ) следует в п. 4, используя какой-либо метод расчета линейных цепей, вывести общую формулу для расчета реакции и перебором всех участков аппроксимации всех НЭ определить рабочую точку.
2. Очевидное достоинство метода — возможность использования приемов линейного анализа цепей.
3. Предварительное графическое решение задачи позволяет уточнить «рабочий» участок аппроксимации.

3.7.9. Полиномиальная аппроксимация вольт-амперных характеристик нелинейных резистивных элементов

При приближенных аналитических расчетах НЦ иногда характеристику НЭ аппроксимируют степенным многочленом, проходящим через заданные точки. Можно для этой цели решать линейную систему уравнений, например, четырех уравнений вида $u(i) = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + a_3 i^3$, используя четыре указанные точки ВАХ R -НЭ $\{i_k, u_k\}$ для определения неизвестных коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_3 . Однако проще использовать формулу Лагранжа, которая сразу дает требуемое уравнение полинома, проходящего через n заданных точек ВАХ:

$$u(i) = \sum_{k=1}^n u_k \frac{A(i)}{A(i_k)}; \quad A(i) = (i - i_1) \cdots (i - i_{k-1})(i - i_{k+1}) \cdots (i - i_n).$$

Пример 3.98. Аппроксимировать полиномом ВАХ R -НЭ, рассмотренную в примерах 3.95 и 3.96 (см. 3.7.6 и 3.7.7 соответственно), проходящую через четыре точки $\{(i, u): (0; 0), (1; 0,75), (2; 3), (3; 3,75)\}$.

Используем для расчета формулу Лагранжа:

$$\begin{aligned} u = & u_1 \frac{(i - i_2)(i - i_3)(i - i_4)}{(i_1 - i_2)(i_1 - i_3)(i_1 - i_4)} + u_2 \frac{(i - i_1)(i - i_3)(i - i_4)}{(i_2 - i_1)(i_2 - i_3)(i_2 - i_4)} + \\ & + u_3 \frac{(i - i_1)(i - i_2)(i - i_4)}{(i_3 - i_1)(i_3 - i_2)(i_3 - i_4)} + u_4 \frac{(i - i_1)(i - i_2)(i - i_3)}{(i_4 - i_1)(i_4 - i_2)(i_4 - i_3)} = \end{aligned}$$

$$= 0 \cdot \frac{(i-1)(i-2)(i-3)}{(0-1)(0-2)(0-3)} + 0,75 \cdot \frac{(i-0)(i-2)(i-3)}{(1-0)(1-2)(1-3)} + \\ + 3 \cdot \frac{(i-0)(i-1)(i-3)}{(2-0)(2-1)(2-3)} + 3,75 \cdot \frac{(i-0)(i-1)(i-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)} = -0,5i^3 + 2,25i^2 - i.$$

Найдем теперь «обращенный» полином («целых степеней») $i(u)$, используя те же точки аппроксимации, в виде $b_3u^3 + b_2u^2 + b_1u + b_0 = i(u)$. Получим приближенно

$$i \approx 0,158u^3 - 0,889u^2 + 1,911u.$$

Построим оба графика (рис. 3.82). Из двух ВАХ предпочтительнее выбирать $i(u)$, поскольку эта зависимость не имеет экстремумов на участке аппроксимации.

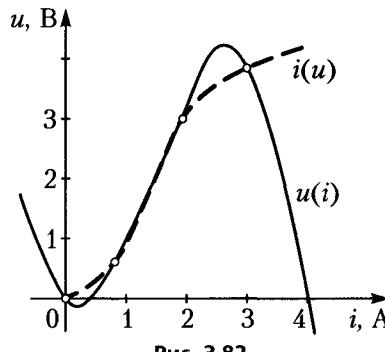


Рис. 3.82

ПРИМЕЧАНИЕ

Из примера видны как особенности «обращения» степенных многочленов, так и «неконтролируемость их поведения» между точками аппроксимации.

3.7.10. Расчет нелинейных резистивных цепей методом полиномиальной аппроксимации. Решение нелинейных функциональных уравнений

Процедура расчета приблизительно одинакова для всех аналитических методов:

1. Производят аппроксимацию ВАХ R -НЭ.
2. Записывают систему независимых уравнений Кирхгофа и подставляют в нее аппроксимированные характеристики.
3. Исключают лишние переменные, находят нелинейное функциональное уравнение (НФУ) для расчета реакции и решают НФУ.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. При исключении переменных иногда приходится «обращать» аппроксимированные характеристики, что усложняет расчет.
2. Необходимо также уметь решать НФУ.

Для решения НФУ вида $F(x) = 0$ часто используют итерационные методы (методы последовательных приближений). Самым быстрым по сходимости считается метод Ньютона — Рафсона, расчетная формула которого имеет вид $x_k = x_{k-1} - F(x_{k-1})/F'(x_{k-1})$, причем рекомендуется исходное (нулевое) приближение x_0 выбирать на основании решения НФУ графическим методом.

Пример 3.99. Используя данные примеров 3.95 и 3.98, найти $u_{\text{НЭ}}$ и $i_{\text{НЭ}}$ методом полиномиальной аппроксимации ВАХ НЭ.

Используем для расчета схему МЭИН, изображенную на рис. 3.79, ε , при $u_s = 3 \text{ В}$; $R_s = 0,75 \text{ Ом}$. Уравнения Кирхгофа такой цепи очевидны: $i = i_{\text{НЭ}}$; $R_s i + u_{\text{НЭ}}(i) - u_s = 0$, или $0,75i + u_{\text{НЭ}}(i) - 3 = 0$, то есть сразу же получаем НФУ вида $F(i) = 0$, если используем полученную в 3.7.9 полиномиальную аппроксимацию $u_{\text{НЭ}}(i) = u_{\text{НЭ}}(i_{\text{НЭ}})$.

Однако в 3.7.9 указано, что аппроксимационная характеристика $i_{\text{НЭ}}(u_{\text{НЭ}}) = i(u_{\text{НЭ}})$ предпочтительнее, так как она является монотонной (см. рис. 3.82), без экстремумов в заданном диапазоне $\{i_{\text{НЭ}}, u_{\text{НЭ}}\}$. Поэтому из уравнения схемы желательно исключить переменную i , считая искомой реакцией $u_{\text{НЭ}}$. В результате получим $R_s i(u_{\text{НЭ}}) + u_{\text{НЭ}} - u_s = 0$, или $F(u_{\text{НЭ}}) = 0,75i(u_{\text{НЭ}}) + u_{\text{НЭ}} - 3 = 0$.

Подставляя полученную в 3.7.9 «обращенную» характеристику $i(u_{\text{НЭ}})$, получим НФУ вида $F(u) = 0,75(0,158u^3 - 0,889u^2 + 1,911u) + u - 3 = 0$, где для краткости принято $u \equiv u_{\text{НЭ}}$. Окончательно

$$\begin{cases} F(u) = 0,1185u^3 - 0,667u^2 + 2,433u - 3 = 0; \\ F'(u) = 0,356u^2 - 1,33u + 2,43. \end{cases}$$

На основании графического метода и метода кусочно-линейных схем (см. 3.3.7, 3.3.8) было получено значение $u_{\text{НЭ}} \cong 1,875 \text{ В}$, которое следовало бы считать исходным (нулевым) приближением u_0 . Однако попробуем принять $u_0 = 0$ (что не выходит за пределы задания ВАХ НЭ). Тогда по формуле Ньютона–Рафсона первое приближение $u_1 = u_0 - F(u)/F'(u) = 0 - (-3)/2,43 = 1,23$, то есть результат уже значительно приблизился к искомому. Вторая итерация дает $u_2 = u_1 - F(u_1)/F'(u_1) = 1,23 - (-0,78)/1,33 = 1,82$, что уже очень близко к данным из 3.3.8. Третье приближение, $u_3 = u_2 - F(u_2)/F'(u_2) = 1,88$; так продолжается до достижения итерационным процессом требуемой точности.

ПРИМЕЧАНИЕ

1. Итерационный расчет иногда расходится в зависимости от вида НФУ, выбранного метода и «неудачного» нулевого приближения.
2. В примере у НФУ три корня. В общем случае имеет значение, от какой величины x_0 следует начать итерационный расчет. Решение должно находиться внутри аппроксимируемого диапазона.

3.7.11. Особенности расчета нелинейных резистивных цепей с несколькими нелинейными элементами

Трудности, которые возникают при использовании аналитических методов расчета НЦ с несколькими НЭ, во многом были отражены в 3.7.8–3.7.10.

Усложнение графического расчета НЦ с несколькими НЭ в первую очередь определяется структурой схемы. Если же НЦ имеет лестничную структуру, анализ выполняется довольно просто построением результирующей ВАХ НЦ, как опи-

сано в 3.7.7. В чем-то последовательность процедуры построения ВАХ напоминает МПВ или МОВ.

Пример 3.100. Найти токи и напряжения всех элементов НЦ, схема которой приведена на рис. 3.83, а. Дано $u_1 = 4$ В; $i_4 = 2$ А, а ВАХ НЭ R_2 и R_3 на рис. 3.83, б обозначены 2 и 3 соответственно.

Цифрой 4 на рис. 3.83, б отметим ВАХ ИТ. Вначале построим ВАХ параллельного соединения элементов 3 и 4, суммируя значения токов ($i_{34} = i_3 + i_4$) при одинаковых напряжениях ($u_{34} = u_3 = u_4$), получим кривую 34.

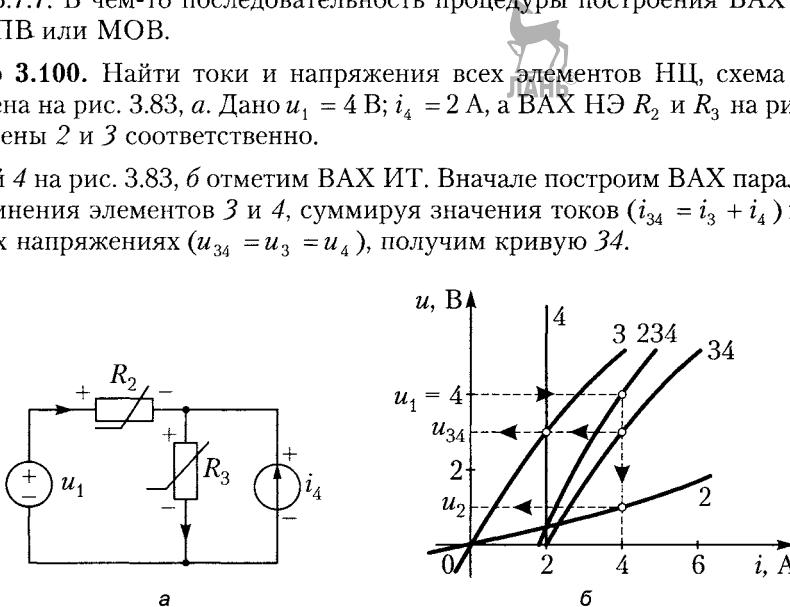


Рис. 3.83

После этого находим результирующую ВАХ последовательно соединенных участков 2 и 34, суммируя напряжения ($u_{234} = u_2 + u_{34}$) при одинаковых токах ($i_{234} = i_2 = i_{34}$), в результате получим характеристику 234.

Находим рабочие точки всех элементов, учитывая, что по условию $u_1 = 4 = u_{234}$. Последовательность определения рабочих точек указана стрелками. Получим $i_2 = i_1 = i_{34} \cong 4$ А; $u_2 \cong 1$ В; $u_{34} \cong 3$ В, а затем найдем $i_3 \cong 2$ А.

3.7.12. Реализация нарастающих вольт-амперных характеристик кусочно-линейными диодными моделями

При расчетах обычно используют характеристики идеального диода (ИД), причем открытый ИД считают КЗ, а закрытый (запертый) – ХХ. Из четырех типов кусочно-линейных диодных моделей для реализации нарастающих ВАХ в квадранте I достаточно использовать два (модели 1 и 4).

Модель 1, схема и характеристики которой приведены на рис. 3.84, а, реализует ВАХ 1, показанную штриховой линией. Характеристики элементов (ИН, R , ИД в прямом включении) изображены жирными линиями. Так как соединение последовательное, ВАХ 1 получена суммированием напряжений элементов при одинаковых токах.

Модель 4, схема и характеристики которой приведены на рис. 3.84, б, реализует ВАХ 4; показаны также характеристики элементов ИТ, R , ИД в обратном включении. Так как соединение параллельное, ВАХ 4 получена суммированием токов элементов при одинаковых напряжениях.

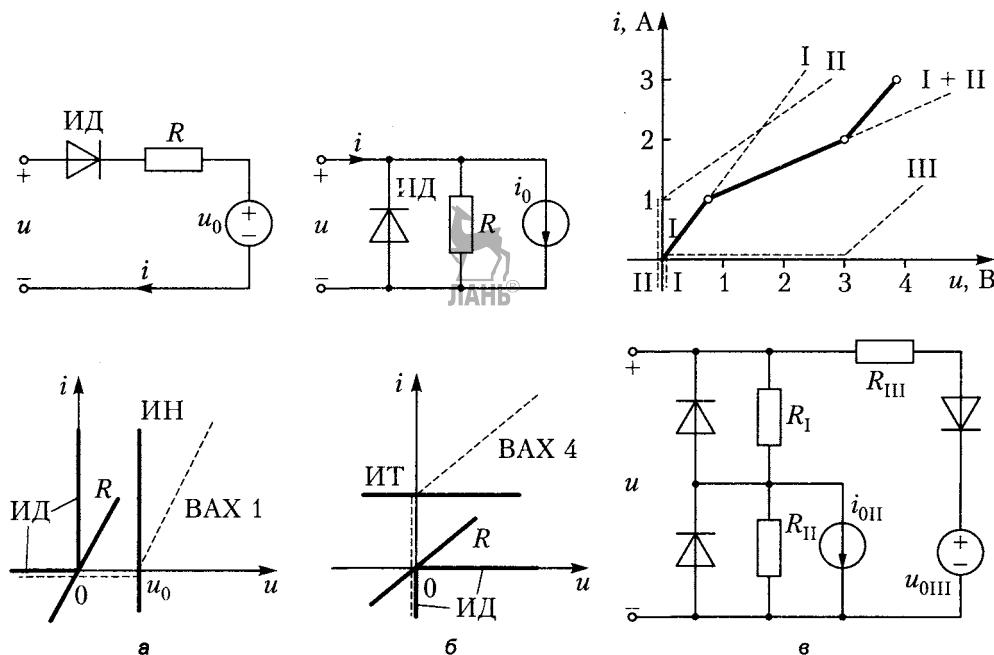


Рис. 3.84

Пример 3.101. Необходимо реализовать ВАХ (точнее, ампер-вольтную характеристику, как это обычно принято в диодных схемах), изображенную на рис. 3.84, в, проходящую через точки $\{(i; u): (0; 0), (1; 0,75), (2; 3), (3; 3,75)\}$.

Для реализации первого участка ВАХ используем характеристику I, которая соответствует модели 4 при $u_{0I} = 0; R_I = (0,75 - 0)/(1 - 0) = 0,75 \text{ Ом}$.

Второй участок заданной ВАХ (см. участок «I + II») реализуется добавлением к ВАХ I характеристики II, которая является моделью 4 с ИТ $i_{0II} = 1 \text{ А}$, а результирующее сопротивление второго участка $R_{I,II} = (3 - 0,75)/(2 - 1) = 2,25 \text{ Ом}$. Поскольку суммирование ВАХ I и II осуществляется «по напряжению», что соответствует последовательному соединению, то $R_{II} = R_{I,II} - R_I = 2,25 - 0,75 = 1,5 \text{ Ом}$.

Третий участок соответствует добавлению к «I + II» характеристики III, которая реализуется моделью 1 с ИН $u_{0III} = 3 \text{ В}$. Результирующее сопротивление участка $R_{I,II,III} = (3,75 - 3)/(3 - 2) = 0,75 \text{ Ом}$. Так как ВАХ III добавляется к «I + II» суммированием «по току», то это — параллельное соединение, следовательно, $G_{I,II,III} = G_{I,II} + G_{III}$, откуда $G_{III} = G_{I,II,III} - G_{I,II} = 4/3 - 4/9 = 8/9$, тогда $R_{III} = 1,125 \text{ Ом}$. Полная схема цепи изображена на рис. 3.84, в.

3.7.13. Составление уравнений состояния в динамических нелинейных цепях

Процедура формирования уравнений состояния в НЦ практически аналогична используемой в линейных цепях (отличие — уравнения нелинейны). В качестве

независимых переменных (переменных состояния) выбирают заряды (или напряжения) емкостей и потокосцепления (или токи) индуктивностей.

Система уравнений должна удовлетворять следующим условиям: 1) в левую часть каждого уравнения входит первая производная одной из переменных состояния; 2) в правой части могут быть только сами переменные состояния и источники, остальные переменные должны быть выражены через переменные состояния; 3) число дифференциальных уравнений равно числу переменных состояния.

Пример 3.102. В цепи, изображенной на рис. 3.85, $i_L(0^-) = 0$; $\Psi(i) \cong ki^{1/3}$. Составить уравнения состояния для $t > 0$.

Для $t > 0$ по ЗНК $u_L = -Ri + u_0 = \frac{d\Psi}{di}$, где $u_L = \psi'$. Отсюда

уравнение состояния $\frac{d\Psi}{di} = -Ri(\psi) + u_0$, если зависимость

$\psi(i)$ задана таблично, или $\frac{d\Psi}{di} = -R(\psi / k)^3 + u_0$, если $\psi(i)$

задана аналитически, как в условии примера.

Если же переменной состояния считать ток $i = i_L$, то $u_L = -Ri + u_0 = \frac{d\Psi}{di} \frac{di}{dt}$, при чем дифференциальная индуктивность $L_\pi = \frac{d\Psi}{di} = \frac{k}{3} i^{-2/3} = L_\pi(i)$. Тогда $\frac{di}{dt} = \frac{1}{L_\pi(i)} (-Ri + u_0)$ или $\frac{di}{dt} = -\frac{3R}{k} i^{5/3} + \frac{3}{k} i^{2/3} u_0$, то есть во всех случаях в правой части уравнений состояния имеем нелинейные соотношения.

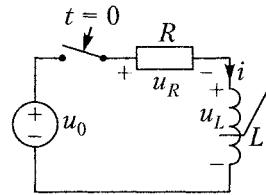


Рис. 3.85

3.7.14. Расчет переходных процессов в нелинейных цепях методом кусочно-линейной аппроксимации

На каждом участке кусочно-линейной аппроксимации характеристик НЭ расчет выполняют методами анализа линейных цепей; на «стыке» участков определяют граничные условия, которые являются независимыми начальными для расчета процессов на следующем участке.

Пример 3.103. Схема цепи приведена на рис. 3.85; дано $u_0 = 2$ В = const; $R = 1$ Ом; $i_L(0^-) = 0$; аппроксимация основной кривой намагничивания L -НЭ изображена на рис. 3.86. Определить $i_L(t)$ и $u_L(t)$ после коммутации.

Имеем три участка аппроксимации кривой $\psi(i)$. На участке $-1 < i < 1$ имеем линейное уравнение $\psi = 1 \cdot i = L_1 i$, следовательно, $L_1 = 1$ Гн; на участке $1 < i < 2$ (и $-2 < i < -1$) имеем $\psi = 0,5i + 0,5$ (и $\psi = 0,5i - 0,5$), то есть дифференциальная индуктивность $L_2 = \psi' = 0,5$ Гн.

В примере ИН $u_0 > 0$, следовательно, при НУ $i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+)$ ток при $t > 0$ бу-

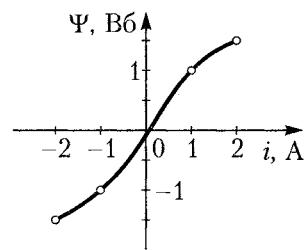


Рис. 3.86

дет положительным. На первом участке имеем очевидное решение ДУ в виде суммы свободной и вынужденной составляющих:

$$i(t) = i_{\text{вын}} + i_{\text{св}} = \frac{u_0}{R} + \left[i_L(0^+) - \frac{u_0}{R} \right] \exp\left(-\frac{R}{L_1} t\right),$$

то есть $i(t) = i_L(t) = 2 - 2e^{-t}$; $u_L(t) = L_1 \frac{di_L}{dt} = 2e^{-t}$.

Найдем момент времени t_1 , когда ток на границе участка достигнет значения 1 А: $i(t_1) = 2 - 2 \exp(-t_1) = 1$, откуда $\exp(-t_1) = 0,5$, то есть $t_1 = -\ln(0,5) = 0,693$ с.

Напряжение L -НЭ при этом $u_L(t_1) = 2 \exp(-t_1) = 1$ В.

Для второго участка имеем ННУ $i_L(t_1^+) = i_L(t_1^-) = 1$ А. При этом уравнение цепи $u_L = u_0 - Ri = \frac{d\psi(i)}{dt} = L_2 i'(t)$ является обычным линейным, решение которого для $t > t_1$

$$i(t) = \frac{u_0}{R} + \left[i_L(t_1) - \frac{u_0}{R} \right] \exp\left[-\frac{R}{L_2}(t - t_1)\right] = 2 - \exp[-2(t - t_1)].$$

Напряжение индуктивности при этом $u_L(t) = L_2 i'(t) = \exp[-2(t - t_1)]$.

ПРИМЕЧАНИЕ

Результат $u_L(t_1^+) = 1 = u_L(t_1^-)$ оказывается неожиданным, поскольку производная тока i_L при $t = t_1$ увеличивается в два раза скачком. Но при этом в два раза уменьшается дифференциальная индуктивность.

3.7.15. Метод гармонического баланса

Метод гармонического баланса (МГБ) — это приближенный метод расчета установившихся периодических режимов (УПР) для НЦ с нечетными симметричными характеристиками НЭ. МГБ предполагает равенство слева и справа в ДУ цепи для каждой гармоники УПР.

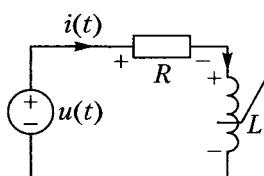


Рис. 3.87

Пример 3.104. Схема цепи изображена на рис. 3.87; $u(t) = 10 \cos(\omega t + \alpha_u)$; $R = 1$ Ом; $\omega = 4$ с⁻¹; $\alpha_u = 60^\circ$. Вебер-амперная характеристика L -НЭ $\psi(i)$ задана значениями $\{(\psi; i): (-2; -3), (-1; -1), (0; 0), (1; 1), (2; 3)\}$. Рассчитать первую гармонику тока в УПР.

1. Аппроксимируем характеристику $\psi(i)$ кубическим полиномом, проходящим через указанные значения:

$\psi(i) = a_1 i + a_3 i^3$. Получим систему

$$1a_1 + 1^3 a_3 = 1; 3a_1 + 3^3 a_3 = 2,$$

решение которой $a_1 = 25/24 = 1,0417$; $a_3 = -1/24 = -0,0417$, следовательно,

$$\psi(i) = 1,0417i - 0,0417i^3.$$

2. Составляем уравнения цепи: $i = i_R = i_L$; $u_L + u_R = u_o$, или $\psi' + Ri = u_o$.
3. Считаем, что периодический ток, то есть реакция, в основном определяется первой гармоникой: $i(t) = I_m \cos(\omega t + \alpha_i)$. Применяя формулу $\cos^3 \gamma = 0,75 \cos \gamma + 0,25 \cos 3\gamma$, можем записать выражение

$$\psi(i) = a_1 I_m \cos(\omega t + \alpha_i) + 0,75 a_3 I_m^3 \cos(\omega t + \alpha_i) + 0,25 a_3 I_m^3 \cos(3\omega t + 3\alpha_i),$$

в котором ограничимся основной гармоникой УПР с частотой ω .

4. Используя полученные данные, получим уравнение для расчета реакции:

$$\omega I_m (a_1 + 0,75 a_3 I_m^2) \cos(\omega t + \alpha_i + 90^\circ) + RI_m \cos(\omega t + \alpha_i) = U_m \cos(\omega t + \alpha_u).$$

5. Для решения такого уравнения обычно применяют МКА:

$$\omega I_m (a_1 + 0,75 a_3 I_m^2) e^{j(\alpha_i + 90^\circ)} + RI_m e^{j\alpha_i} = U_m e^{j\alpha_u},$$

откуда

$$[j\omega I_m (a_1 + 0,75 a_3 I_m^2) + RI_m] e^{j\alpha_i} = U_m e^{j\alpha_u},$$

или $A(I_m) e^{j(\alpha_i + \phi)} = U_m e^{j\alpha_u}$, то есть при решении уравнения необходимо обеспечить баланс (равенство) амплитуд и фаз слева и справа.

6. Решаем нелинейное функциональное уравнение (НФУ) баланса амплитуд:

$$A(I_m) = \sqrt{\omega^2 I_m^2 (a_1 + 0,75 a_3 I_m^2)^2 + R^2 I_m^2} = U_m,$$

или, переходя к числовым значениям:

$$I_m^2 [16(1,0417 - 0,75 \cdot 0,0417 I_m^2)^2 + 1^2] = 100.$$

Решая НФУ графически (см. 3.7.7) или методом Ньютона – Рафсона (см. 3.7.10) с учетом $I_m^2 > 0$, можем найти $I_m \approx 2,6$ А.

Далее определяем начальную fazу тока из баланса faz:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \alpha_u - \phi = \alpha_u - \arctg \frac{\omega I_m (a_1 + 0,75 a_3 I_m^2)}{RI_m} = \\ &= 60^\circ - \arctg \frac{4(1,0417 - 0,75 \cdot 0,0417 \cdot 2,6^2)}{1} = 60^\circ - 73^\circ = -13^\circ. \end{aligned}$$

Итак, $i(t) \approx 2,6 \cos(4t - 13^\circ)$.

3.7.16. Расчет автоколебаний в релейной цепи

Пример 3.105. Определить автоколебания $x(t)$ в цепи со структурной схемой, приведенной на рис. 3.88, а, где РЭ имеет симметричную гистерезисную характеристику с единичными высотой ($y_m = 1$) и шириной ($d = 1$) полупетли, а ЛЧ описывается ПФ $H(s) = -10/[(s+1)(s+2)]$.

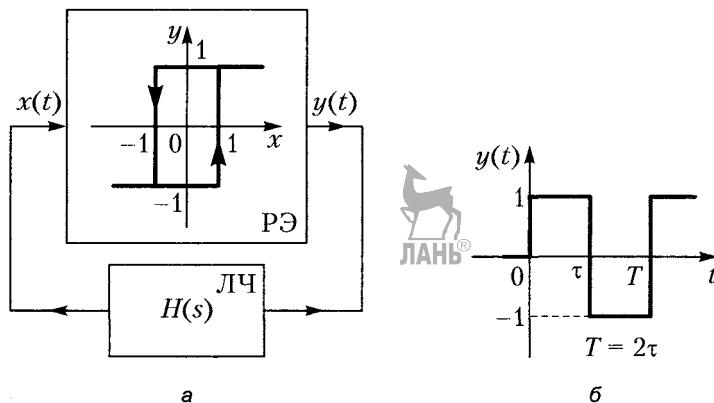


Рис. 3.88

Применим следующую методику расчета. Вначале найдем полную реакцию ЛЧ на условный периодический сигнал на выходе ПЭ (рис. 3.88, б):

$$X_n(s) = H(s)Y(s) = \frac{-10(1-e^{-s\tau})}{s(s+1)(s+2)(1+e^{-s\tau})} = X_{cb}(s) + X_{vyn}(s).$$

Полюсы $H(s)$ простые, поэтому изображение свободной составляющей

$$X_{cb}(s) = \frac{A_1}{s+1} + \frac{A_2}{s+2}; \quad A_1 = \lim_{s \rightarrow -1} (s+1)X_n(s) = \frac{10(1-e^{\tau})}{1+e^{\tau}} = A_1(\tau);$$

$$A_2 = \lim_{s \rightarrow -2} (s+2)X_n(s) = \frac{-5(1-e^{2\tau})}{1+e^{2\tau}} = A_2(\tau).$$

Определим описание изображения вынужденной составляющей реакции $X_{vyn}(s)$ на полупериоде $0 < t < \tau = T/2$, то есть $X_1(s) = (1+e^{-s\tau})X_{vyn}(s)$. Получим:

$$X_1(s) = [X_n(s) - X_{cb}(s)](1+e^{-s\tau}) =$$

$$= \left[\frac{-10(1-e^{-s\tau})}{s(s+1)(s+2)(1+e^{-s\tau})} - \frac{A_1(\tau)}{s+1} - \frac{A_2(\tau)}{s+2} \right] (1+e^{-s\tau}) = X_1(s, \tau).$$

Согласно теореме о начальном значении оригинала, $x_1(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sX_1(s, \tau) = -A_1(\tau) - A_2(\tau) = x(0)$.

С учетом порога срабатывания ПЭ (см. рис. 3.88, а) при $d = 1$ получим НФУ для расчета полупериода АК:

$$x(0) = F(\tau) = -A_1(\tau) - A_2(\tau) = -\frac{10(1-e^{\tau})}{1+e^{\tau}} + \frac{5(1-e^{2\tau})}{1+e^{2\tau}} = 1 = d.$$

В общем случае для решения нелинейного функционального уравнения применяют приближенные методы — графический расчет или итерационные процедуры (последовательных приближений), например метод Ньютона—Рафсона. Однако данное НФУ $F(\tau) = 1$ решается в радикалах, то есть точное значение полупериода $\tau = \ln 3$. Вычисляем $A_1 = -5$ и $A_2 = 4$. Переходим к оригиналу $x(t) = x_1(t)$ в интервале $0 < t < \tau$, причем в силу ограничения $t < \tau$ слагаемые с множителями e^{-st} в расчет не принимаем. Искомые автоколебания $x(t) = -5 + 15e^{-t} - 9e^{-2t}$ при $0 < t < \tau = \ln 3$.

Контрольные значения $x(0) = 1$; $x(\tau) = -1$; $x'(0^+) = 3 > 0$; $x'(\tau^-) = -3 < 0$.

Полученное решение с учетом симметрии АК $x(t) = -x(t \pm \tau)$ периодически продолжаем для остальных моментов времени t .





4

КАТАЛОГ ОТВЕТОВ

на основные
контрольные
вопросы
по теории
электрических цепей



Введение

Цель этого раздела — помочь студентам технических вузов выделять важнейшее из того обилия материала, которое на них «обрушивает» современная теория электрических цепей (дать студентам своеобразную краткую «шпаргалку»).

Вначале (до отметки «***») в каждой теме изложены сжатые до предела ответы на простейшие вопросы, незнание любого из которых практически сразу приводит к неудаче на экзамене. Затем идут более трудные вопросы, глубокое знание ответов на которые, как правило, обеспечивает успех на экзамене, а также чувство удовлетворенности как своими знаниями, так и изучаемой дисциплиной, являющейся важнейшей и фундаментальной во многих технических вузах.

Основы теории цепей, используемые в ней термины, методы решения задач и принципы контроля результатов анализа зачастую применяются в инженерных расчетах технических систем любой физической природы.

4.1. Основные понятия и законы теории цепей

1. Что такое согласованная полярность? Какая полярность у источников и какая — у пассивных элементов?

Ответ. У пассивных элементов R , L и C полярность принята согласованной, то есть ток направлен к элементу от узла, которому присвоена положительная полярность напряжения. Для источников ИН и ИТ полярность в общем случае можно выбирать как согласованной, так и несогласованной.

2. Что такое КЗ и ХХ?

Ответ. ХХ — идеализированный элемент, у которого $R_{XX} = \infty$, $G_{XX} = 0$, $i_{XX} = 0$, а напряжение u_{XX} зависит от остальной цепи. КЗ — идеализированный элемент, у которого $R_{KZ} = 0$, $G_{KZ} = \infty$, $u_{KZ} = 0$, а ток i_{KZ} зависит от остальной цепи.

3. Как записать ВАХ R --, L --, C -элементов?

Ответ. $u_R = Ri_R$; $i_R = Gu_R$; $u_L = Li'_L$; $i_C = Cu'_C$.

4. Каковы свойства последовательного и параллельного соединений ДП?

Ответ. При последовательном соединении ДП их ток одинаков, если одинаковым выбрано его направление во всех ДП. При параллельном соединении ДП их напряжение одинаково, если одинаковой выбрана их полярность.

5. Поясните запись уравнений ЗТК и ЗНК?

Ответ. В уравнениях ЗТК ($\sum i_k = 0$ в узле) со знаком «минус» учитывают втекающие токи, а в уравнениях ЗНК ($\sum u_k = 0$ в контуре) со знаком «минус» — напряжения элементов, полярность которых не согласована с обходом контура.

6. Что такое ИН и ИТ?

Ответ. ИН — идеализированный элемент, напряжение которого задано и не зависит от тока. ИТ — идеализированный элемент, ток которого задан и не зависит от напряжения.



* * *

7. Что такое ток, напряжение, мощность ДП?

Ответ. Ток равен скорости прохождения зарядов через поперечное сечение проводника. Напряжение u_{12} численно равно энергии по переносу единичного положительного заряда $q = +1$ Кл от узла 1 к узлу 2. Мощность ДП — скорость поступления энергии в ДП: $p(t) = \pm u(t)i(t) = w'(t)$, причем « \pm » соответствует несогласованной полярности.

8. Что такое баланс мощностей в цепи?

Ответ. Сумма мощностей ($p_k = \pm u_k i_k$) всех элементов цепи равна нулю.

9. Сколько независимых уравнений можно составить по ЗТК и ЗНК?

Ответ. Число независимых уравнений $n_{\text{ЗТК}} = n_y - 1$, где n_y — число узлов цепи; $n_{\text{ЗНК}} = n_b - (n_y - 1) = n_{\text{яч}}$, где n_b — число всех ветвей цепи; $n_{\text{яч}}$ — число ячеек в плоской цепи.

10. Что такое контур, ячейка, узел, устранимый узел?

Ответ. Контур — замкнутая последовательность ветвей схемы. Ячейка — простейший контур плоской цепи (то есть контур без «обрывов» и без пересечения ветвей). Узел — место соединения двух и более ветвей. Место соединения только двух ветвей — устранимый узел.

11. Сформулируйте следствия, вытекающие из основных формулировок ЗТК и ЗНК?

Ответ. Следствие из ЗТК: сумма токов, втекающих в узел (сечение), равна сумме вытекающих токов. Следствие из ЗНК: напряжение $u_{AB}(t)$ между любыми узлами A и B цепи равно алгебраической сумме напряжений по любому пути из A в B.

12. Что такое дуальные элементы и цепи?

Ответ. Два элемента дуальны, если вольт-амперные характеристики одного математически аналогичны ампер-вольтным характеристикам другого. Элементы R и G, L и C, ИН и ИТ, КЗ и ХХ дуальны. Две цепи называют дуальными, если уравнения ЗТК одной дуальны уравнениям ЗНК другой.

4.2. Анализ резистивных цепей

1. К зажимам источника (напряжения или тока) подключен R -элемент. Можно ли считать, что они соединены последовательно? Параллельно? Найдите напряжение и ток каждого элемента?

Ответ. Соединение можно считать и последовательным, и параллельным. У элементов одинаковы и ток i , и напряжение u (при соответствующем их выборе), причем $u = iR$.

2. Запишите ФДТ и ФДН.

Ответ. При логичных направлениях i и полярностях u для последовательного соединения сопротивлений R_m и R_q (где R_m — «мое», R_q — «чужое», то есть остальное сопротивление последовательной цепи) $u_m = u_0 R_m / (R_m + R_q)$, где u_0 — общее напряжение. ФДТ для параллельного соединения $i_m = i_0 R_q / (R_m + R_q)$, где i_0 — общий ток; R_q — «чужое», то есть остальное сопротивление параллельной цепи.

3. Последовательно (параллельно) соединены элементы R_1 и R_2 (R и ХХ, R и КЗ). Найдите входное сопротивление (проводимость).

Ответ. При последовательном соединении входное сопротивление $R_{bx} = R_1 + R_2$; $R + R_{xx} = R + \infty = \infty$, $R + R_{kz} = R + 0 = R$, а при параллельном соединении входная проводимость $G_{bx} = G_1 + G_2$; $G + G_{xx} = G + 0 = G$; $G + G_{kz} = G + \infty = \infty$, то есть в последнем случае соединение эквивалентно КЗ и элемент R «не работает».

4. Как рассчитывают цепь МН?

Ответ. Реакция цепи при действии нескольких источников равна алгебраической сумме реакций от действия каждого источника в отдельности.

5. Что такое МПВ?

Ответ. МПВ основан на свойстве пропорциональности воздействия и реакции: если в цепи с единственным источником воздействие изменить в k раз, то и реакция также изменится в k раз.

6. Как выполняется эквивалентное преобразование «ИН — ИТ»?

Ответ. ИН u_0 с последовательным сопротивлением R_0 можно эквивалентно преобразовать к ИТ $i_0 = u_0 / R_0$ с параллельным сопротивлением R_0 (и наоборот).

7. Как записывают уравнения МКТ в цепи с ИН (с ИТ)?

Ответ. Уравнения МКТ имеют стандартный вид $R_{11}i_{k1} + R_{12}i_{k2} + R_{13}i_{k3} + \dots = u_{k1}$ и т. п., причем контурное напряжение ИН u_{k1} равно взятой со знаком «минус» сумме напряжений ИН в первом контуре (то есть правило знаков ЗНК для ИН «обратное»). ИТ в цепи можно преобразовывать к эквивалентным ИН. Если остались непреобразованные ИТ, например $i_{01}, i_{02} \dots$, то независимые контуры выбирают так, чтобы $i_{k1} = i_{01}, i_{k2} = i_{02}$ и т. п.

8. Как записывают уравнения МУН в цепи с ИТ (с ИН)?

Ответ. Уравнения МУН имеют стандартный вид $G_{11}u_{y1} + G_{12}u_{y2} + G_{13}u_{y3} + \dots = i_{y1}$ и т. п., причем узловый ток ИТ i_{y1} равен взятой со знаком «минус»

сумме токов ИТ в первом узле (то есть правило знаков ЗТК для ИТ «обратное»). ИН в цепи следует преобразовать (как правило) к эквивалентным ИТ. Если первый элементарно непреобразуемый ИН или несколько ИН ($u_{01}, u_{02} \dots$) имеют общий узел, то можно его считать базисным, и следует записать вырожденные (упрощенные) уравнения МУН (вида, например, $u_{y1} = u_{01}, u_{y2} = u_{02}$ и т. д.).

* * *



- 9.** ИН $u_1 = 10$ В и резистор $R_2 = 2$ Ом соединены параллельно. Найдите мощности p_1 и p_2 , если ток в цепи направлен по часовой стрелке (против часовой стрелки).

Ответ. Если у ИН выбрана несогласованная полярность, то $i_1 = i_2 = u_1/R_2 = 5$ А; $p_1 = -u_1 i_1 = -50$ Вт; $p_2 = u_1 i_2 = 50$ Вт. Если направление тока выбрано «нефизично» (нелогично) и у ИН выбрана согласованная полярность, то по ЗНК $u_2 = -u_1 = -10$ В; $i_1 = i_2 = u_2/R_2 = -5$ А; $p_1 = u_1 i_1 = -50$ Вт; $p_2 = R i_2^2 = 50$ Вт, следовательно, мощности элементов и истинное направление движение зарядов q_+ неизменны.

- 10.** Поясните ФДТ и ФДН, записанные с использованием сопротивлений (проводимостей) цепи.

Ответ. В ответе на вопрос 2 следует учесть физический смысл терминов «сопротивление» (то, что «мешает» движению зарядов) и «проводимость» (то, что «помогает» ему).

- 11.** Чем отличается входное сопротивление от эквивалентного?

Ответ. Входное сопротивление — это эквивалентное сопротивление R -цепи относительно единственного источника (то есть «входа», воздействия, источника входных сигналов).

- 12.** Что такое теорема замещения?

Ответ. По теореме замещения любой ДП с током i_k и напряжением u_k можно заменить либо ИТ i_k , либо ИН u_k ; если $i_k = 0$, то $\text{ДП} \equiv \text{ХХ}$; если $u_k = 0$, то $\text{ДП} \equiv \text{КЗ}$.

- 13.** Как записывают уравнения МУН, если в цепи содержится один элементарно непреобразуемый ИН (несколько ИН, имеющих общий узел)?

Ответ. См. ответ на аналогичный вопрос 8¹.

- 14.** Что такое эквивалентное преобразование участка цепи?

Ответ. При эквивалентном преобразовании токи и напряжения в непреобразованной части цепи не изменяются.

- 15.** Как выглядит эквивалентная схема МЭИН (МЭИТ)? Как определяют эквивалентное сопротивление R_s ? Что такое выходное (внутреннее) сопротивление схем?

Ответ. Любую линейную цепь с источниками по отношению к нагрузке R_n можно заменить схемой МЭИН из последовательного соединения эквивалент-

¹ Здесь и везде в дальнейшем ссылки даются только на вопросы из данного подраздела. — *Прим. ред.*

ного ИН $u_s = u_{xx}$ и эквивалентного сопротивления R_s или схемой МЭИТ из эквивалентного ИТ $i_s = i_{K3}$ и эквивалентного сопротивления R_s . Эквивалентное сопротивление R_s можно найти как входное сопротивление исходной цепи без источников относительно R_h ; $u_s = u_{xx}$ — напряжение на «оборванной нагрузке» в исходной цепи; $i_s = i_{K3} = u_{xx} / R_s$. Часто R_s называют внутренним (выходным) сопротивлением исходной цепи с источниками относительно нагрузки.

4.3. Анализ переходных процессов в линейных цепях во временной области при постоянных воздействиях

- Что такое воздействие и реакция, вход и выход цепи, входной и выходной сигналы?

Ответ. Воздействие — входной сигнал (сигнал источника), вход — источник, а реакция — выходной сигнал (искомая переменная, то есть напряжение или ток на выходе цепи).

- Что такое принцип пропорциональности, дифференцируемости, наложения?

Ответ. Принцип пропорциональности: если единственное в цепи воздействие изменить в k раз, реакция изменится во столько же раз. Принцип дифференцируемости: если «новое» воздействие (единственное в цепи) является производной или интегралом от предыдущего, то «новая» реакция является производной или интегралом от предыдущей реакции. Принцип наложения: при нескольких воздействиях реакция равна сумме элементарных реакций от каждого из воздействий в отдельности.

- Чему эквивалентен замкнутый (разомкнутый) идеальный ключ?

Ответ. Замкнутый идеальный ключ эквивалентен КЗ, а разомкнутый — ХХ.

- Что такое свободный режим в цепи и свободная составляющая решения?

Ответ. Свободный режим — это режим в цепи без источников. Свободная составляющая — это общее решение однородного дифференциального уравнения, она аналогична решению уравнений цепи в свободном режиме.

- Почему у корней ХП цепи $\operatorname{Re} p_k < 0$?

Ответ. Свободный процесс и свободная составляющая решения имеют одну и ту же форму $f_{cb}(t) = \sum A_k e^{p_k t}$. Поэтому, когда источники отсутствуют, переходный процесс обусловлен только начальной энергией накопителей, которая с течением времени необратимо расходуется в R -элементах, поэтому свободный процесс затухает. Но экспоненты в свободной составляющей необратимо затухают лишь при выполнении условия $\operatorname{Re} p_k < 0$.

- Как определить R_s в цепях 1-го порядка в свободном режиме?

Ответ. В цепях 1-го порядка эквивалентное сопротивление R_s находят по схеме свободного режима относительно выводов накопителя.

7. Что такое принципы непрерывности, законы коммутации, независимые начальные условия?

Ответ. При коммутации (в момент $t = 0$) выполняются законы коммутации $u_C(0^-) = u_C(0^+)$ и $i_L(0^-) = i_L(0^+)$, которые вытекают из непрерывности (принципов непрерывности) $u_C(t)$ и $i_L(t)$. Поэтому значения $u_C(0^+)$ и $i_L(0^+)$ называют независимыми начальными условиями (они не могут измениться скачком при коммутации).

8. Назовите характерные значения экспоненты $\exp(-t/\tau)$ в моменты $t = 0, \tau, 2\tau, 3\tau, \infty$.

Ответ. Характерные значения равны 1; 0,37; 0,14; 0,05; 0 при $t = 0, \tau, 2\tau, 3\tau, \infty$ соответственно.

9. Постройте график $u(t) = 2 + 3\exp(-10t)$ для $t > 0$.

Ответ. График строят от значения $u(0^+) = 5$ к значению $u(\infty) = 2$ с постоянной времени $\tau = 0,1$, то есть к моменту $t = 3\tau = 0,3$ процесс практически заканчивается. См. также ответ 8.

10. Что такое уравнения состояния? Как они выглядят?

Ответ. Уравнения состояния имеют вид $[f'_{n,c}(t)] = [A][f_{n,c}(t)] + [B][f_i(t)]$, где $[f_{n,c}(t)]$ и $[f_i(t)]$ — матрицы переменных состояния и источников (воздействий); $[A]$, $[B]$ — матрицы коэффициентов. В качестве переменных состояния проще всего выбирать непрерывные переменные $u_C(t)$ и $i_L(t)$.

11. Цепь 6-го порядка имеет корни ХП $p_1 = -5$; $p_2 = -6$; $p_{3,4} = -3 \pm j4$; $p_{5,6} = -2$. Запишите свободную составляющую $f_{2cb}(t)$ в общем виде.

Ответ. $f_{2cb}(t) = A_1 e^{-5t} + A_2 e^{-6t} + A_3 e^{-3t} \cos 4t + A_4 e^{-3t} \sin 4t + A_5 e^{-2t} + A_6 t e^{-2t}$.

12. Что такое апериодический режим в последовательной RLC-цепи? Колебательный? Критический? Незатухающий колебательный?

Ответ. Апериодический режим возникает при относительно больших потерях в контуре ($R/2L > 1/\sqrt{LC}$), когда корни ХП цепи отрицательные. Затухающий колебательный режим имеет место при относительно небольших потерях в контуре ($R/2L < 1/\sqrt{LC}$), когда корни ХП цепи комплексные. Критический режим имеет место при $R/2L = 1/\sqrt{LC}$, когда у ХП кратные корни. Незатухающий колебательный режим наблюдается при отсутствии активных потерь в контуре, когда $R = 0$ (у ХП мнимые корни).

13. Как выглядит эквивалентная схема для расчета установившегося режима ($t \rightarrow \infty$) при постоянных воздействиях?

Ответ. Эквивалентная схема для расчета установившегося режима ($t \rightarrow \infty$) при постоянных воздействиях — это резистивная схема замещения цепи, в которой L -элемент заменен КЗ, а C -элемент — на ХХ.

14. Когда в эквивалентной схеме для момента $t = 0^+$ заменяют L -элемент на ХХ, а C -элемент — на КЗ?

Ответ. При нулевых независимых начальных условиях.

* * *

- 15.** Что такое переходный процесс в цепи?

Ответ. Переходный процесс возникает в динамических цепях после коммутации и описывает переход цепи из одного режима (перед коммутацией, при $t = 0^-$) к другому (в идеале, при $t \rightarrow \infty$), когда свободная составляющая решения НДУ цепи затухнет.

- 16.** Как выглядит схема свободного режима?

Ответ. Схема свободного режима — это схема цепи без источников.

- 17.** Почему частное решение неоднородного дифференциального уравнения (НДУ) называют вынужденной составляющей $f_{2\text{вын}}$?

Ответ. Частное решение НДУ обычно должно (как бы вынуждено) иметь математическую форму воздействия и им обусловлено.

- 18.** Что такое установившийся режим в цепи?

Ответ. Вынужденный режим при постоянных и периодических воздействиях называют установившимся.

- 19.** Почему расчет установившегося режима обозначают $\langle t \rightarrow \infty \rangle$?

Ответ. При $\langle t \rightarrow \infty \rangle$ свободная составляющая затухает и в цепи (при постоянных и периодических воздействиях) будет вынужденный режим, который называют установившимся.

- 20.** Как определить порядок цепи?

Ответ. Порядок цепи обычно равен суммарному числу накопителей и определяется по схеме свободного режима.

- 21.** Как составляют эквивалентную схему цепи для момента $t = 0^+$?

Ответ. Все C -элементы заменяют источниками напряжения значения $u_C(0^-)$, L -элементы — источниками тока $i_L(0^-)$.

- 22.** Как найти постоянную интегрирования в цепи 1-го порядка?

Ответ. Постоянную интегрирования A определяют по начальному условию: $f_2(0^+) = f_{2\text{вын}}(0^+) + A$, то есть вынужденная составляющая реакции $f_{2\text{вын}}(t)$ тоже должна быть найдена.

- 23.** Какова практическая длительность переходного процесса в цепи?

Ответ. Обычно это временной интервал в три максимальных постоянных времени — $3\tau_{\max}$, причем $\tau = -1/(\text{Re } p_k)$.

- 24.** Как составить уравнения состояния? Сформулируйте основные этапы процедуры.

Ответ. Вначале для $t > 0$, используя метод вспомогательных источников, в исходной цепи заменяют C -элемент на ИН u_C , а L -элемент на ИТ i_L , то есть рассматривают R -схему замещения. Далее любыми методами расчета R -цепей выражают i_C и u_L схемы через все источники, то есть переменные состояния



u_C , i_L и воздействия. Затем, используя ВАХ накопителей, записывают уравнения состояния.

25. Составьте уравнения состояния последовательной RLC -цепи с ИН.

Ответ. Для последовательной RLC -цепи по схеме со вспомогательными источниками можно записать систему: $i_C = i_L$; $u_L = -u_C + u_{\text{ин}} - Ri_L$. Далее с учетом ВАХ накопителей запишем уравнения состояния:

$$u'_C(t) = 0u_C(t) + \frac{1}{C}i_L(t) + 0u_{\text{ин}}; \quad i'_L(t) = -\frac{1}{L}u_C(t) - \frac{R}{L}i_L(t) + \frac{1}{L}u_{\text{ин}}.$$

26. Найдите корни ХП параллельной LC -цепи в свободном режиме, запишите $f_{\text{св}}(t)$. Почему здесь $\text{Re } p_k = 0$?

Ответ. Дуально последовательной RLC -цепи корни ХП параллельной RLC -цепи:

$$p_{1,2} = -\frac{G}{2C} \pm \sqrt{\left(\frac{G}{2C}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = \pm \sqrt{-\frac{1}{LC}} = \pm j\omega_0,$$

то есть в LC -цепи корни ХП мнимые, поскольку проводимость $G = 0$ (в цепи нет потерь энергии).

27. Как по уравнениям состояния найти начальные значения производных переменных состояния для момента $t = 0^+$?

Ответ. Начальные значения производных переменных состояния для момента $t = 0^+$ находят непосредственно по уравнениям состояния.

28. Как по уравнениям состояния найти корни ХП?

Ответ. Записывают ХП как $\det([A] - p[E]) = 0$, то есть из элементов главной диагонали матрицы $[A]$ вычтывают p (поскольку $[E]$ — единичная матрица) и, вычисляя определитель полученной матрицы, находят корни p_k ХП.

29. Как по уравнениям состояния найти установившиеся значения переменных состояния при постоянных воздействиях?

Ответ. При постоянных воздействиях $f_1 = \text{const}$ установившиеся значения переменных состояния тоже постоянны, поэтому производная матрицы переменных состояния равна 0, и тогда установившиеся значения находят из уравнения $[0] = [A][f_{\text{не.уст}}] + [B][f_1]$.

4.4. Применение обобщенных функций для анализа переходных процессов при воздействиях произвольной формы

1. Что такое единичная ступенчатая функция $\delta_1(t)$?

Ответ. Единичной ступенчатой функцией называется обобщенная функция $\delta_1(t)$, которая равна 0 при отрицательном аргументе ($t < 0$) и равна 1 при положительном аргументе ($t > 0$).

2. Что такое единичная импульсная функция (дельта-функция) $\delta(t)$?

Ответ. Единичной импульсной функцией (дельта-функцией) $\delta(t)$ называется обобщенная функция единичной площади, которая равна «бесконечности» при нулевом значении аргумента ($t = 0$) и равна 0 при остальных значениях t .

3. Как связаны $\delta(t)$ и $\delta_1(t)$?

Ответ. Единичная импульсная функция (дельта-функция) $\delta(t)$ является производной от единичной ступенчатой функции $\delta_1(t)$.

4. Чему равно произведение $f(t)\delta_1(t-6)$ для любых t ?

Ответ. Произведение равно 0 при $t < 6$ и равно $f(t)$ при $t > 6$.

5. Что «хотят сказать», когда функцию $f(t)$ умножают на $\delta_1(t)$?

Ответ. Имеют в виду, что сигнал начинается в момент времени $t = 0$ (то есть равен 0 при $t < 0$).

6. Почему формула $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$ называется свойством выборки дельта-функций?

Ответ. Из всех значений функции $f(t)$ выбирается только значение $f(0)$, а при $t \neq 0$ произведение равно 0.

7. Что такое ПХ $h_1(t)$ и как ее найти?

Ответ. Переходная характеристика (ПХ) $h_1(t)$ численно равна реакции при нулевых начальных условиях на единственное в цепи воздействие вида $\delta_1(t)$, то есть цепь как бы «подключают» к источнику единичного постоянного уровня и рассчитывают переходный процесс.

8. Что такое ИХ $h(t)$ и как ее найти?

Ответ. Импульсная характеристика (ИХ) $h(t)$ численно равна реакции при нулевых начальных условиях на единственное в цепи воздействие вида $\delta(t)$. ИХ находят как производную от ПХ.

9. ПХ $h_1(t) = (5 - 2e^{-4t})\delta_1(t)$. Найдите ИХ и постройте графики $h_1(t)$ и $h(t)$ для любых t .

Ответ. ИХ $h(t)) = h'_1(t) = 8e^{-4t}\delta_1(t) + 3\delta(t)$. График ПХ (при $t > 0$) «идет» от значения $h_1(0^+) = 3$ к значению $h_1(\infty) = 5$; график ИХ содержит импульсную функцию $3\delta(t)$ и затухающую экспоненту (причем $h(0^+) = 8$ и $h(\infty) = 0$); постоянная времени $\tau = 0,25$; при $t < 0$ ПХ и ИХ равны нулю.

10. Почему запись $h_1(t) = 5 - 2e^{-4t}$ является некорректной?

Ответ. Не учтено, что $h_1(t) = 0$ при $t < 0$. Корректная запись приведена в вопросе 9.

11. Что такое особый случай коммутации? Приведите простейший пример.

Ответ. Особый случай коммутации — нарушение принципа непрерывности в идеализированных цепях в момент коммутации. Например, схема мгновенного заряда C -элемента, подключаемого при $t = 0$ к ИН $u_0 = \text{const}$. В этом случае $u_C(t) = u_0\delta_1(t)$, следовательно, $i_C(t) = Cu'_C(t) = Cu_0\delta(t)$, то есть действительно происходит мгновенный заряд C -элемента бесконечным током.

* * *

12. Чем различаются графики функций $f_1(t) = 10t\delta_1(t-2)$ и $f_2(t) = 10(t-2)\delta_1(t-2)$?

Ответ. При $t = 2$ скачок у $f_1(t)$ на 20; при $t < 2$ имеем $f_1 = f_2 = 0$; при $t > 2$ имеем $f_1 = 10t$, $f_2 = 10(t-2)$.

13. Почему формула $f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$ называется фильтрующим свойством дельта-функции?

Ответ. Свойство выборки, или фильтрующее свойство дельта-функции, следует из того, что произведение $f(t_0)\delta(t-t_0)$ равно 0 при любых t , кроме $t = t_0$, то есть из всех значений $f(t)$ выбирается лишь одно значение $f(t_0)$.

14. Что такое функция единичного наклона $\delta_2(t)$, и как она связана с $\delta_1(t)$ и $\delta(t)$?

Ответ. Функция единичного наклона (ФЕН) $\delta_2(t) = t\delta_1(t)$ является интегралом от единичной ступенчатой функции $\delta_1(t)$ и является двойным интегралом от единичной импульсной функции $\delta(t)$, то есть ФЕН $\delta_2 = 0$ при $t < 0$ и равна t при $t > 0$.

15. Почему при расчете ПХ независимые начальные условия равны нулю? Как это коррелирует с видом воздействия?

Ответ. ПХ $h_1(t)$ численно равна реакции цепи при нулевых независимых НУ на единственное в цепи воздействие $\delta_1(t)$, которое равно нулю при $t < 0$ (то есть воздействие в цепи отсутствует при $t < 0$).

16. Чему равны $f_{\text{вх}}(t)$ и $f_{\text{вых}}(t)$ при расчете ПХ и ИХ?

Ответ. При расчете ПХ $f_{\text{вх}}(t) = F_{10}\delta_1(t)$ и $f_{\text{вых}}(t) = F_{10}h_1(t)$, а при расчете ИХ $f_{\text{вх}}(t) = F_{10}\delta(t)$ и $f_{\text{вых}}(t) = F_{10}h(t)$; назначение единичных по значению коэффициентов F_{10} — обеспечить заданную размерность $f_{\text{вх}}(t)$ и $f_{\text{вых}}(t)$.

17. Почему ИХ содержит слагаемое $h_1(0^+)\delta(t)$? Когда оно равно нулю?

Ответ. Единичному скачку при его дифференцировании соответствует ЕИФ $\delta(t)$, поэтому скачку ПХ $h_1(0^+)$ при его дифференцировании будет соответствовать слагаемое $h_1(0^+)\delta(t)$ в ИХ. Слагаемое $h_1(0^+)\delta(t) = 0$, когда $h_1(0^+) = 0$, то есть скачок в ПХ равен 0 (ПХ является непрерывной функцией).

18. Как найти характеристику $h_2(t)$?

Ответ. Характеристика $h_2(t)$ может быть найдена интегрированием переходной характеристики $h_1(t)$.

19. Как найти реакцию при воздействии произвольной формы?

Ответ. Знание ИХ (или ПХ) позволяет найти реакцию цепи при воздействии произвольной формы путем использования интеграла свертки (или интеграла Диамеля).

20. Как описать входной сигнал кусочно-линейной формы (рекомендуется использовать метод двукратного дифференцирования)?

Ответ. Входной сигнал кусочно-линейной формы можно описать суммой односторонних линейных функций $\delta_2(t+k)$ с некоторыми коэффициентами A_k , определение которых упрощается, если использовать метод двойного

дифференцирования, поскольку вторая производная входного сигнала представляется суммой смещенных дельта-функций: $f_1''(t) = \sum A_k \delta(t - t_k)$. Следовательно, само воздействие $f_1(t) = \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t (f_1''(t') dt') dt = \sum_{k=1}^n A_k \delta_2(t - t_k)$.

21. Как записывается реакция в случае воздействия кусочно-линейной формы?

Ответ. С учетом ответа 20 реакция по методу наложения $f_2(t) = \sum_{k=1}^n A_k h_2(t - t_k)$.

22. Как определить в записи $h_2(t)$ свободную и вынужденную составляющие решения?

Ответ. Свободная составляющая в $h_2(t)$ определяется корнями ХП (то есть описывается обычно суммой экспонент), а вынужденная — должна иметь математическую форму воздействия $\delta_2(t) = t \delta_1(t)$, то есть должна описываться полиномом первого порядка при $t > 0$.

4.5. Анализ линейных цепей при синусоидальных и экспоненциальных воздействиях

1. Что такое мгновенное, амплитудное и действующее значения сигналов синусоидальной формы, а также их частота и период?

Ответ. Мгновенным является значение сигнала в каждый момент времени, амплитудным — значение максимума, действующим — амплитудное значение, деленное на $\sqrt{2}$. Угловая частота ω — скорость увеличения фазы; период — наименьший временной интервал повторения сигнала; циклическая частота f — число периодов в секунду.

2. Чему равны действующее и амплитудное значения напряжения в промышленной сети? Чему в такой сети равна частота?

Ответ. В промышленной сети действующее значение напряжения 220 В, а амплитудное — $220\sqrt{2} = 311$ В. Частота $f = 50$ Гц, а $\omega = 2\pi f = 314$ рад/с.

3. Как выглядят графики функций $u = 10 \cos \omega t$; $u = 10 \cos(\omega t - 135^\circ)$; $u = 10 \cos(\omega t + 135^\circ)$?

Ответ. Графики приведены на рис. 4.1.

4. Что такое комплексная амплитуда \dot{U}_m , и как по ней найти U_m , U , $u(t)$?

Ответ. Для вектора $\dot{U}_m = U_m e^{j\alpha_u}$ длина (модуль) равна U_m , действующее значение $U = |\dot{U}_m|/\sqrt{2}$, а мгновенное значение $u(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_u)$.

5. Как найти $i(t)$, если $\dot{I} = -5 + j5$, $\omega = 30$?

Ответ. Необходимо, представив вектор \dot{I} в комплексной плоскости, найти его длину (модуль) по формуле $I = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$, фазу $\alpha = \arctg \frac{5}{-5} = 135^\circ$, амплитуду синусоиды $I_m = I\sqrt{2} = 10$; тогда $i = 10 \cos(30t + 135^\circ)$.

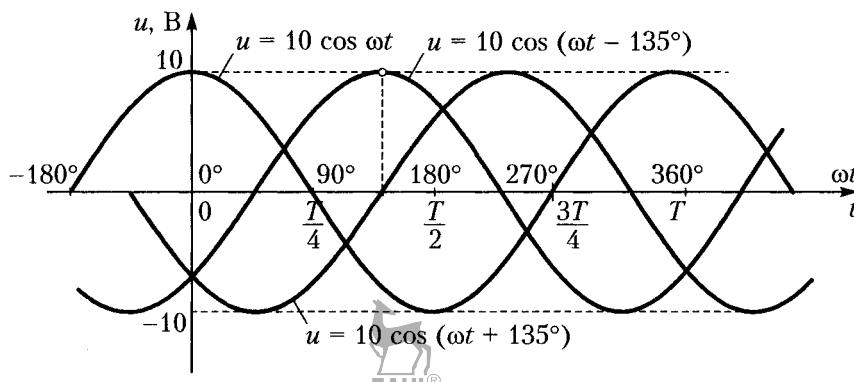


Рис. 4.1

6. Как записать комплексные сопротивления R --, L - и C -элементов?

Ответ. Комплексные сопротивления элементов $Z_R = R$; $Z_L = j\omega L$; $Z_C = 1/(j\omega C) = -j/(\omega C)$.

7. Запишите комплексные сопротивления элементов, если $|Z_R| = |Z_L| = |Z_C| = 10$.

Ответ. Комплексные сопротивления $Z_R = 10$; $Z_L = j10$; $Z_C = -j10$.

8. Что определяет mnemonicическое правило *ULICU*? Как строят ВД простых цепей?

Ответ. Правило *ULICU* «подсказывает», что у L -элемента синусоида (вектор) напряжения опережает синусоиду (вектор) тока на 90° , а у C -элемента ток опережает напряжение на тот же угол. При построении ВД (последовательность которого аналогична последовательности расчета МПВ) необходимо учесть, что у R -элемента ток и напряжение находятся в фазе, а «исходный вектор» ВД обычно направляют направо.

9. Что такое ПРН в последовательной RLC -цепи? Почему при этом участок $LC \equiv \text{КЗ}$?

Ответ. При ПРН $U_{mL} = U_{mC}$, причем эти напряжения в противофазе и $|Z_L| = |Z_C|$, при этом $LC \equiv \text{КЗ}$, так как $Z_L + Z_C = 0$ и $\dot{U}_{mL} + \dot{U}_{mC} = 0$.

10. Что такое ПРТ в параллельной RLC -цепи? Почему при этом участок $LC \equiv \text{ХХ}$?

Ответ. При ПРТ $I_{mL} = I_{mC}$, причем эти токи в противофазе и $|Z_L| = |Z_C|$, при этом $LC \equiv \text{ХХ}$, так как $Y_L + Y_C = 0$ и $\dot{I}_{mL} + \dot{I}_{mC} = 0$.

11. Запишите формулы P , P_Q , P_S , \tilde{P}_S и дайте им пояснения.

Ответ. $P = UI \cos \phi$ — активная (средняя, потребляемая) мощность, $P_Q = UI \sin \phi$ — реактивная мощность, $P_S = UI$ — полная (кажущаяся) мощность, $\tilde{P}_S = \dot{U}\dot{I} = P + jP_Q$ — комплексная мощность пассивного ДП.

12. Почему у пассивного ДП $P \geq 0$; $|\phi| \leq 90^\circ$; $r = \operatorname{Re} Z \geq 0$?

Ответ. У пассивного ДП активная мощность P равна сумме мощностей его R -элементов, то есть $P = UI \cos \phi = nI^2 = \sum P_{Rk} = \sum R_k I_{Rk}^2 \geq 0$, следовательно, $|\phi| \leq 90^\circ$, а $r \geq 0$.

13. Что такое резонанс в ДП произвольной структуры?

Ответ. Резонанс на частоте ω_0 в ДП произвольной структуры возникает, когда мнимая часть его комплексного сопротивления или проводимости равна нулю: $\text{Im} Z(j\omega_0) = 0$ или $\text{Im} Y(j\omega_0) = 0$.

14. Что такое обобщенная частотная характеристика $H(j\omega)$?

Ответ. Обобщенной ЧХ называют отношение комплексных амплитуд выходного и входного сигналов в УСР.

15. Как получить экспериментально АЧХ? 

Ответ. В УСР на различных частотах ω измеряют отношение амплитудных (или действующих) значений сигналов на выходе и входе, так как АЧХ $A(\omega) = |H(j\omega)| = F_{\text{вых}} / F_{\text{вх}}$.

16. Как получить экспериментально ФЧХ?

Ответ. В УСР на различных частотах ω измеряют разность фаз синусоид на выходе и входе, поскольку $\Phi(\omega) = \arg H(j\omega) = \alpha_{\text{вых}} - \alpha_{\text{вх}}$.

17. Как проконтролировать АЧХ при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ по схеме?

Ответ. Для контроля АЧХ при $\omega \rightarrow 0$ заменяют L -элемент на КЗ, а C -элемент — на ХХ. При $\omega \rightarrow \infty$ наоборот. Реакция на выходе $F_{\text{вых}}$ (при $F_{\text{вх}} = 1$) должна совпадать с рассчитанной АЧХ.

18. Какие виды нормировки вы знаете, и что она дает?

Ответ. Обычно используют три вида нормировки: по времени (или по частоте), по уровню сопротивления и по уровню сигнала. Нормировка «делает» параметры близкими к «единице» и уменьшает количество варьируемых параметров в цепи.

19. Как выглядят АЧХ идеальных ФНЧ, ФВЧ, ППФ, ПЗФ?

Ответ. АЧХ идеальных фильтров приведены на рис. 4.2 с указанием полос пропускания, задерживания и частот среза ($k = \text{const}$).

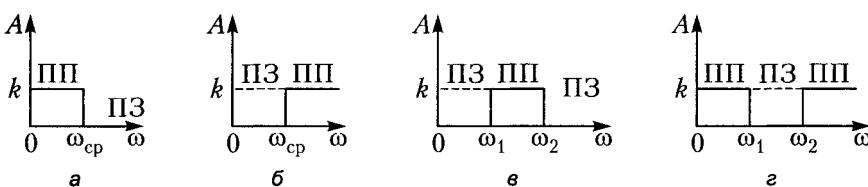


Рис. 4.2

20. Приведите примеры схем ФНЧ, ППФ, ПЗФ и ФВЧ и дайте трактовку их АЧХ на характерных частотах.

Ответ. Симметричные Т-схемы фильтров приведены на рис. 4.3. Трактовка АЧХ (см. ответы 9, 10 и 17) проводится по эквивалентным схемам на ха-

терных частотах: 1) при $\omega \rightarrow 0$ элементы $L \equiv \text{КЗ}$, $C \equiv \text{XX}$; 2) при $\omega \rightarrow \infty$ элементы $L \equiv \text{XX}$, $C \equiv \text{КЗ}$; 3) при ПРН участок $LC \equiv \text{КЗ}$; 4) при ПРГ участок $LC \equiv \text{XX}$.

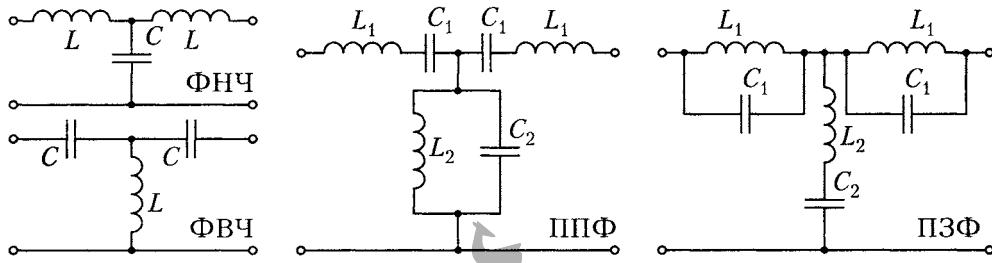


Рис. 4.3
ЛАНЬ®

21. Как обычно определяют ПП фильтра?

Ответ. Обычно ПП определяется как диапазон частот, где $A(\omega)$ не меньше 0,707 от максимума АЧХ.

* * *

22. Почему запись $u = 220 \cos(314t - 135^\circ)$ некорректна?

Ответ. Запись некорректна, так как одно слагаемое фазы измеряется в радианах, а второе — в градусах.

23. Как разметить ось абсцисс графика $u = 220\sqrt{2} \cos(314t - 150^\circ)$ в секундах, градусах, радианах?

Ответ. Периоду $T = 2\pi / \omega = 0,02$ с соответствуют по оси абсцисс 360° , или 2π радиан ($T \div 360^\circ = 2\pi$ рад).

24. Что такое комплексное действующее значение \dot{U} ? Как по \dot{U} найти U_m , \dot{U}_m , U , $u(t)$?

Ответ. $\dot{U} = U e^{j\alpha_u} = \dot{U}_m / \sqrt{2}$, следовательно, $U_m = \sqrt{2} \cdot |\dot{U}|$, $\dot{U}_m = \sqrt{2} \cdot \dot{U}$, $U = |\dot{U}|$, $u(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_u)$.

25. Что такое МКА?

Ответ. МКА — это метод расчета УСР, аналогичный по форме расчету R -цепей: синусоидальные сигналы заменяют их комплексными амплитудами, а R -, L -, C -элементы — комплексными сопротивлениями.

26. Что такое закон Ома в комплексной форме? В модулях?

Ответ. Закон Ома в комплексной форме для сопротивления пассивного ДП

$$Z = |Z| e^{j\varphi} = \dot{U}_m / \dot{I}_m = \dot{U} / \dot{I} = U e^{j\alpha_u} / (I e^{j\alpha_i})$$

в модулях имеет вид $|Z| = U_m / I_m = U / I$.

27. Постройте ВД последовательной RLC -цепи.

Ответ. Схема цепи и ее качественная ВД (при $U_L > U_C$) приведены на рис. 4.4.

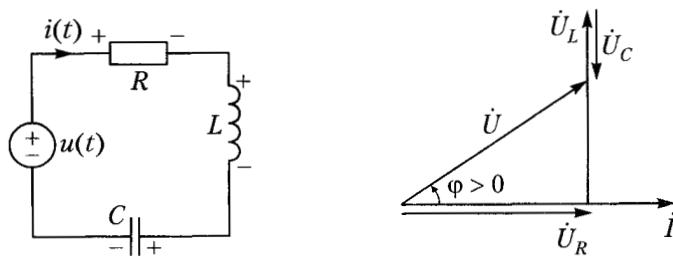


Рис. 4.4

28. Постройте ВД параллельной RLC -цепи.

Ответ. Схема цепи и ее качественная ВД (при $I_C > I_L$) приведены на рис. 4.5.

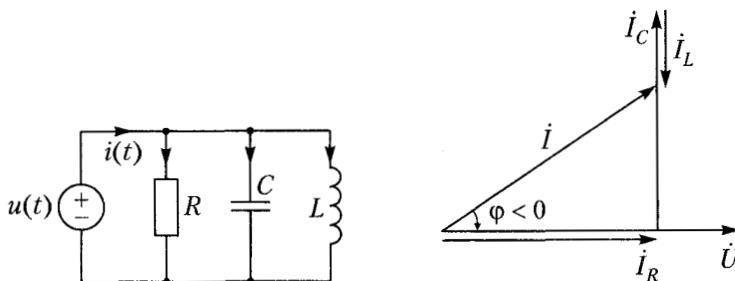


Рис. 4.5

29. Что определяет угол φ ? Когда пассивный ДП имеет индуктивный характер? Емкостный? Когда в двухполюснике наблюдается резонанс? Поясните на примере и ВД RLC -цепи.

Ответ. Из ответа 26 следует, что $\varphi = \alpha_u - \alpha_i = \arg Z = \text{Фаза } Z$. В примерах, если $Z_1 = 2 + j2$, то ДП имеет индуктивный характер ($\varphi > 0$ и $U_L > U_C$ на рис. 4.4); если $Z_2 = 2 - j2$, то ДП имеет емкостный характер ($\varphi < 0$ и $I_C > I_L$ на рис. 4.5); если $Z_3 = 2$, то в ДП резонанс ($\varphi = 0$ и $U_L = U_C$ на рис. 4.4); если $Z_4 = j2$, то ДП имеет чисто индуктивный характер ($\varphi = 90^\circ$ и напряжение на 90° опережает ток); если $Z_5 = -j2$, то ДП имеет чисто емкостный характер ($\varphi = -90^\circ$).

30. Как записывается баланс мощностей в пассивном ДП?

Ответ (см. также ответы 11 и 12). У пассивного ДП $P = \sum P_{R_k} = \sum R_k I_{R_k}^2$; $P_Q = \sum P_{Q_k} = \sum |Z_{I_k}| I_{I_k}^2 - \sum |Z_{C_k}| I_{C_k}^2$; $\tilde{P}_S = \sum \tilde{P}_{S_k}$.

31. Перечислите признаки резонанса в пассивном ДП.

Ответ. При резонансе в пассивном ДП $\text{Im } Z = 0$; $\text{Im } Y = 0$; $\varphi = 0$; $\alpha_u = \alpha_i$; $\psi = -\varphi = 0$; $Z = \text{Re } Z = r$; $|Z| = Z$; $\tilde{P}_Q = 0$; $\tilde{P}_S = \text{Re } \tilde{P}_S$; $P_S = \sqrt{P^2 + P_Q^2} = P$...

32. Перечислите возможные способы настройки последовательной RLC -цепи в резонанс.

Ответ. На практике при $U_{\max} = \text{const}$ обычно используют три способа: в первом и втором случаях, изменяя значения L или C , добиваются $I = \max$, в третьем случае, изменяя частоту ω входного сигнала, добиваются $I = \max$.

33. Что такое АФХ цепи?

Ответ. АФХ — это кривая, прочерченная вектором $H(j\omega)$ на комплексной плоскости при изменении частоты ω от 0 до ∞ .

34. Чему равна ЧХ цепи, если реакцией является ток входного ИН?

Ответ. Так как $H(j\omega) = \dot{F}_{\text{вых}} / \dot{F}_{\text{вх}} = \dot{I}_{\text{вых}} / \dot{U}_{\text{вх}} = Y_{\text{вх}} = 1/Z_{\text{вх}}$, то это — входная проводимость цепи.

35. Какие виды ЧХ вы знаете?

Ответ. Различают обобщенную ЧХ $H(j\omega)$, АЧХ $A(\omega) = |H|$; ФЧХ $\Phi(\omega) = \text{Фаза } H$; ВЧХ $B(\omega) = \text{Re } H$; МЧХ $M(\omega) = \text{Im } H$; АФХ — годограф H на комплексной плоскости (см. ответ 33).

36. Как выглядит АЧХ последовательной RLC -цепи? Как проконтролировать ее при $\omega \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$, $\omega = 1/\sqrt{LC}$?

Ответ. АЧХ $A(\omega) = |Y_{\text{вх}}| = 1 / \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}$ соответствует ППФ. При $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ АЧХ равна 0, при $\omega = 1/\sqrt{LC}$ АЧХ равна $1/R = A_{\max}$. Проконтролировать можно по ответу 20.

37. Почему при расчете переходных процессов в цепи при синусоидальных воздействиях нельзя при вычислении независимых НУ заменять L -элемент на КЗ, а C -элемент — на ХХ (при $t < 0$)?

Ответ. В УСР L - и C -элементы имеют комплексные сопротивления $Z_L = j\omega L$ и $Z_C = 1/(j\omega C)$. Поэтому только при $\omega = 0$ (то есть на постоянном токе) $L \equiv \text{КЗ}$, $C \equiv \text{ХХ}$.

38. Почему можно записывать $i_L(0^-) = \text{Re } \dot{I}_{mL}$ и $u_C(0^-) = \text{Re } \dot{U}_{mC}$?

Ответ. При $t < 0$, например, $i_L(t) = I_{mL} \cos(\omega t + \alpha_{il})$, откуда НУ $i_L(0^-) = I_m \cos \alpha_{il} = \text{Re } I_{mL} e^{j\alpha_{il}}$

39. Как разметить ось времени при качественном построении графика $u = 10 \cos(3t - 90^\circ) + 5e^{-0.5t}$?

Ответ. Постоянная времени $\tau = 2$ с, период колебаний $T = 2\pi/\omega \approx 2$ с $\div 360^\circ$. Поэтому экспонента «затухнет» за $3\tau = 6$ с. Наилучшая разметка оси: $\tau = T = 2$ с, что соответствует четырем «тетрадным» клеткам, то есть одна клетка соответствует 90° .

40. Почему солдатам не разрешается ходить в ногу по мосту? Поясните это на примере подключения LC -цепи к ИН резонансной частоты.

Ответ. В случае попадания конструкции моста в резонанс мост может разрушиться, если амплитуда его раскачивания превысит допустимое значение. Если LC -цепь подключить к ИН резонансной частоты ω_0 , то в УСР имеем ПРН и МКА для расчета применять нельзя, так как вынужденная составляющая

имеет слагаемое $A t \cos \omega_0 t$, амплитуда которого с каждым разом будет увеличиваться, «пока цепь не сгорит».

41. Почему идеальный фильтр реализовать невозможно?

Ответ. Обобщенная ЧХ $H(j\omega)$ идеального фильтра не является дробно-рациональной функцией частоты $j\omega$, как это должно быть у RLC -цепей.

42. Почему граничную частоту ПП фильтра называют частотой среза?

Ответ. Поскольку на АЧХ идеального фильтра ПЗ как бы отрезана от ПП, граничную частоту ПП называют частотой среза.

43. Как связана ПП с добротностью RLC -контура?

Ответ. Чем уже ПП $\Delta\omega$, тем выше добротность $Q = \omega_0 / \Delta\omega$, где ω_0 — резонансная частота.

44. Как выглядит условие передачи максимума мощности к нагрузке?

Ответ. К нагрузке в УСР поступает максимальная мощность, если сопротивление нагрузки является сопряженным выходному (внутреннему, эквивалентному) сопротивлению источника.

4.6. Применение преобразования Лапласа для анализа переходных процессов в цепях

1. Какие формулы из таблицы преобразования Лапласа вы знаете?

Ответ. $\delta(t) \div 1$; $\delta_1(t) \div 1/s$; $1 \div 1/s$; $t \div 1/s^2$; $e^{-\beta t} \div 1/(s + \beta)$; $te^{-\beta t} \div 1/(s + \beta)^2$; $\sin \omega_0 t \div \omega_0 / (s^2 + \omega_0^2)$; $\cos \omega_0 t \div s / (s^2 + \omega_0^2)$.

2. Как найти сигнал $f(t)$, если его изображение $F(s) = 10/[(s+2)(s+4)]$?

Ответ. Раскладываем $F(s)$ на простейшие дроби: $F(s) = A_1/(s+2) + A_2/(s+4)$, где $A_1 = (s+2)F(s) = 5$ при $s = -2$, $A_2 = (s+4)F(s) = -5$ при $s = -4$. Тогда $f(t) = (5e^{-2t} - 5e^{-4t})\delta_1(t)$.

3. Как найти сигнал $f(t)$, если его изображение $F(s) = 10e^{-6s}/[s(s+2)]$?

Ответ. Раскладываем дробно-рациональную часть $F(s)$ на простейшие дроби: $F(s) = [5/s - 5/(s+2)]e^{-6s}$. Тогда по теореме запаздывания $f(t) = (5 - 5e^{-2(t-6)})\delta_1(t-6)$.

4. Оригинал $f(t)$ — это прямоугольный импульс высотой 10, действующий в интервале от 0 до $t_u = 2$. Как найти $F(s)$?

Ответ. Заменяем $f(t)$ простейшими составляющими — суммой двух смешенных ЕСФ: $f(t) = 10\delta_1(t) - 10\delta_1(t-2)$. Тогда по теореме запаздывания $F(s) = 10/s - (10/s)e^{-2s}$.

5. Как выглядит ОСЗ L -элемента?

Ответ. В ОСЗ операторное сопротивление $Z_L = Ls$ соединено параллельно с ИТ $i_L(0^-)/s$.

6. Как выглядит ОСЗ C -элемента?

Ответ. В ОСЗ операторное сопротивление $Z_C = 1/(sC)$ соединено последовательно с ИН $u_C(0^-)/s$.

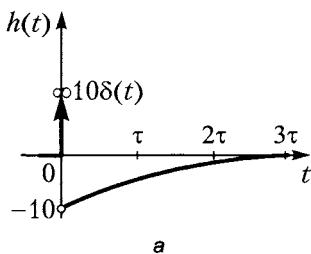
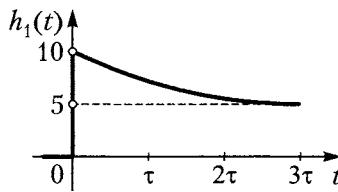


7. Что такое ПФ цепи? Как, зная ПФ, найти $h(t)$, $h_1(t)$, $H(j\omega)$?

Ответ. ПФ цепи — это отношение изображений по Лапласу выходного сигнала к входному при ННУ, равных 0. ИХ $h(t)$ является оригиналом ПФ цепи. ПХ $h_1(t)$ — это оригинал от $H_1(s) = H(s)/s$. Частотная характеристика $H(j\omega) = H(s)$ при замене $s = j\omega$.

8. $H(s) = 10(s + 1)/(s + 2)$. Найдите характеристики $h(t)$, $h_1(t)$ и постройте их графики.

Ответ. Так как степени числителя и знаменателя $H(s)$ равны, выделяем целую часть: $H(s) = 10 - 10/(s + 2)$. Тогда $h(t) = -10e^{-2t}\delta_1(t) + 10\delta(t)$; $h_1(t) = (5 + 5e^{-2t})\delta_1(t)$. Графики приведены на рис. 4.6 при $\tau = 1/2$ с.

**a****b****Рис. 4.6**

9. Как найти изображение сигнала кусочно-линейной формы методом двойного дифференцирования?

Ответ. Графически продифференцировав два раза сигнал $f(t)$, получают набор смещенных дельта-функций $f''(t) = \sum A_k \delta(t - t_k) \div \sum A_k e^{-st_k}$, где A_k — коэффициенты при ЕИФ; t_k — время запаздывания (смещения) ЕИФ. Операция интегрирования в t -области соответствует делению на s в области изображений, то есть $F(s) = \sum A_k e^{-st_k} / s^2$.

* * *

10. $F(s) = 10/(s + 2)$. Какая форма записи оригинала является корректной, $f(t) = 10e^{-2t}$ или $f(t) = 10e^{-2t}\delta_1(t)$? Почему?



Ответ. Корректной является вторая форма записи, так как рассматриваются сигналы вида $f(t) \equiv 0$ при $t < 0$.

11. Как записываются следующие теоремы преобразования Лапласа: дифференцирования, интегрирования, запаздывания, о начальном значении оригинала?

Ответ. Теорема дифференцирования $f'(t) \div sF(s) - f(0^-)$; интегрирования $\int_0^t f(t)dt \div F(s)/s$; запаздывания $f(t - t_3) \div F(s)e^{-st_3}$; о начальном значении $f(0^+) = \lim sF(s)$ при $s \rightarrow \infty$.

12. В каких задачах оригинал может содержать дельта-функцию?

Ответ. Дельта-функция появляется, если степень числителя равна степени знаменателя изображения.



- 13.** Оригинал $f(t)$ – это импульс в форме положительной полуволны (полупериода) синусоиды амплитудой 10, действующий в интервале от 0 до $t_u = \pi/2$. Как найти $F(s)$?

Ответ. Заменяем $f(t)$ суммой составляющих:

$$\begin{aligned}f(t) &= 10 \sin \omega_0 t \delta_1(t) + 10 \sin \omega_0 (t - t_u) \delta_1(t - t_u) \div \\&\div F(s) = 20/(s^2 + 4) + [20/(s^2 + 4)] e^{-s\pi/2},\end{aligned}$$

причем $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi/(2t_u) = 2$.

- 14.** $F(s) = 10/[s^2(s+2)]$. Как найти $f(t)$?

Ответ. По теореме разложения $F(s) = A_1/s^2 + A_2/s + A_3/(s+2)$, причем $A_1 = 5$, $A_3 = 2,5$; $A_2 = -2,5$ находим по МНК. Тогда $f(t) = (-2,5 + 5t + 2,5e^{-2t})\delta_1(t)$. Контроль: $f(0^+) = -2,5 + 2,5 = 0 = sF(s)$ при $s \rightarrow \infty$.

- 15.** $F(s) = 10/[s(s+2)^2]$. Как найти $f(t)$?

Ответ. По теореме разложения $F(s) = A_1/s + A_2/(s+2) + A_3/(s+2)^2$, причем $A_1 = 2,5$; $A_3 = (s+2)^2 F(s) = -5$ при $s = -2$; $A_2 = -2,5$ по МНК. Тогда $f(t) = (2,5 - 2,5e^{-2t} - 5te^{-2t})\delta_1(t)$. Контроль по теореме о начальном значении: $f(0^+) = 2,5 - 2,5 = 0 = sF(s)$ при $s \rightarrow \infty$.

- 16.** Обоснуйте дуальность ОСЗ L - и C -элементов.

Ответ. В ОСЗ дуальны (см. ответы на вопросы 5 и 6) сопротивление $Z_L = Ls$ и проводимость $Y_C = Cs$, ИТ $i_L(0^-)/s$ и ИН $u_C(0^-)/s$, а также параллельное соединение Z_L и ИТ дуально последовательному соединению Z_C и ИН.

- 17.** Какую информацию содержит знаменатель ПФ цепи?

Ответ. Знаменатель ПФ является ХП цепи, то есть содержит информацию о свободной составляющей решения.

- 18.** Изображение реакции в цепи 6-го порядка

$$F(s) = 60/[(s+5)(s+6)(s+2)^2(s^2 + 6s + 25)].$$

Как связана форма сигнала $f(t)$ с полюсами его изображения?

Ответ. $f(t) = A_1 e^{-5t} + A_2 e^{-6t} + A_3 e^{-2t} + A_4 t e^{-2t} + A_5 e^{-3t} \cos(4t + A_6)$, то есть вещественным полюсам (корням знаменателя изображения) соответствуют в оригинале экспоненты, в случае кратного полюса в оригинале появляется множитель t , а комплексным полюсам соответствуют затухающие гармонические колебания.

4.7. Анализ установившихся периодических режимов в цепи



- 1.** Что такое РФ, и какие сигналы он описывает?

Ответ. РФ – это представление «реального» периодического сигнала бесконечной суммой гармоник (то есть синусоид).

- 2.** Как найти постоянную составляющую (нулевую гармонику) РФ? Что она характеризует?

Ответ. Постоянная составляющая (нулевая гармоника) РФ равна среднему значению сигнала за период.

3. Как найти частоту и период первой (основной) гармоники периодического сигнала? Чем принципиально отличается первая гармоника РФ от третьей?

Ответ. Период первой (основной) гармоники равен периоду сигнала ($T_1 = T$). Частота первой гармоники $\omega_1 = 2\pi/T_1$. Первая гармоника принципиально отличается от третьей частотой ($\omega_3 = 3\omega_1$) и периодом ($T_3 = T_1/3$).

4. Почему спектр периодического сигнала называется линейчатым и дискретным?

Ответ. Спектр периодического сигнала — это набор амплитуд и фаз, соответствующих разным гармоникам. Амплитудный и фазовый спектры изображают отрезками прямых линий на дискретных частотах $\omega_k = k\omega_1$, где k — целое число.

5. Как выглядит формула действующего значения периодического сигнала?

Ответ. $F = \sqrt{F_0^2 + F_{m1}^2/2 + F_{m2}^2/2 + \dots} = \sqrt{F_0^2 + F_1^2 + F_2^2 + \dots}$, где F_k и F_{mk} — действующие и амплитудные значения k -й гармоники сигнала $f(t)$.

6. Как найти РФ на выходе цепи в УПР?

Ответ. РФ выходного сигнала можно найти МН или по формулам $\dot{A}_{k\text{вых}} = \dot{A}_{k\text{вх}} H(j\omega)$, то есть $A_{k\text{вых}} = A_{k\text{вх}} A(\omega_k)$, $\Phi_{k\text{вых}} = \Phi_{k\text{вх}} + \Phi(\omega_k)$, где $\dot{A}_k = A_k e^{j\Phi_k}$ — комплексная амплитуда k -й гармоники РФ; $H(j\omega) = A(\omega) e^{j\Phi(\omega)}$ — ЧХ цепи.

* * *

7. Каковы особенности РФ симметричных сигналов?

Ответ. РФ четного сигнала не содержит синусоид (так как синусоиды — нечетные функции); РФ нечетного сигнала не содержит косинусоид (поскольку они — четные функции). Если сигнал симметричен относительно оси времени при сдвиге на полпериода, то он не содержит гармоник четных номеров.

8. Как найти коэффициенты РФ периодического сигнала?

Ответ. Коэффициенты РФ периодического сигнала $\dot{A}_k = \frac{2}{T} F_1(s)$ при $s = jk\omega_1$,

где $F_1(s)$ — изображение по Лапласу условного первого импульса сигнала (при $0 < t < T$).

9. Что такое спектр периодического сигнала, и как он выглядит? Каков интервал между гармониками спектра?

Ответ. Спектр периодического сигнала — это амплитуды A_k и фазы Φ_k гармоник соответствующих частот $\omega_k = k\omega_1$. Он выглядит как набор вертикальных отрезков высоты A_k и Φ_k на частотах ω_k . Интервал между гармониками спектра равен частоте первой гармоники ω_1 .

10. Как выглядит формула активной мощности пассивного ДП в УПР?

Ответ. Формула имеет следующий вид:

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \dots = I_0 U_0 + I_1 U_1 \cos(\alpha_{u1} - \alpha_{i1}) + I_2 U_2 \cos(\alpha_{u2} - \alpha_{i2}) + \dots$$

то есть мощность равна сумме мощностей отдельных гармоник.

11. Является ли постоянный сигнал периодическим? Чему равны его мгновенное, среднее, амплитудное и действующее значения? Как выглядит его спектр?

Ответ. Постоянный сигнал можно считать периодическим с любым периодом. Его мгновенное, среднее, амплитудное и действующее значения равны значению сигнала. Его спектр выглядит как единственный отрезок двойной амплитуды при $\omega = 0$.

12. Является ли синусоидальный сигнал периодическим? Чему равны его РФ, мгновенное, среднее, амплитудное и действующее значения? Как выглядит его спектр?

Ответ. Синусоидальный сигнал — периодический с единственной гармоникой РФ. Мгновенное значение $f(t) = F_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$, среднее значение за период равно 0, амплитудное значение равно F_m , действующее значение $F = F_m / \sqrt{2}$. Амплитудный спектр — единственный отрезок высоты F_m на частоте ω_0 (при $\omega \geq 0$); фазовый спектр — отрезок, равный α на частоте ω_0 .

4.8. Спектральный метод анализа цепей

1. Как найти спектр $F(j\omega)$ апериодического сигнала $f(t)$?

Ответ. Спектр апериодического абсолютно интегрируемого сигнала (площадь которого $|f|$ конечна) находят по формуле: $F(j\omega) = F(s)$ при замене $s = j\omega$.

2. Чему равно значение спектра на нулевой частоте $F(j0)$?

Ответ. Начальное значение спектра $F(j0)$ равно площади сигнала.

3. Какие виды спектральных характеристик вы знаете?

Ответ. Спектр $F(j\omega) = B(\omega) + jM(\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)}$. Здесь $B(\omega)$ — вещественный спектр, $M(\omega)$ — мнимый, $A(\omega)$ — амплитудный, $\Phi(\omega)$ — фазовый, причем $B(\omega), A(\omega)$ — четные функции; $M(\omega), \Phi(\omega)$ — нечетные.

4. Что такое ширина спектра? Какие ее критерии вы знаете?

Ответ. Ширина спектра — диапазон частот, в котором сосредоточена основная часть спектра. Критерии ширины спектра: 1) по значению «первого лепестка» (то есть нуля) амплитудного спектра; 2) амплитудный критерий; 3) энергетический критерий.

5. Поясните, как связана ширина спектра с длительностью и крутизной сигнала?

Ответ. Чем короче сигнал, тем шире его спектр; чем круче сигнал, тем шире его спектр.

6. Как выглядит спектр дельта-функции, и чему равна его ширина?

Ответ. Дельта-функция — самый короткий и крутой сигнал; ее спектр, равный 1, имеет бесконечную ширину.

7. Как найти спектр сигнала на выходе цепи?

Ответ. Спектр выходного сигнала находят, зная спектр входного сигнала $F_{\text{вх}}(j\omega)$ и частотные характеристики $H(j\omega)$ цепи: $F_{\text{вых}}(j\omega) = F_{\text{вх}}(j\omega)H(j\omega)$.



8. Спектром какого сигнала является ЧХ цепи?

Ответ. ЧХ цепи являются спектром ИХ — реакции на единственное воздействие вида ЕИФ $\delta(t)$.

9. Что определяют значения АЧХ цепи при $\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \infty$?

Ответ. При $\omega = 0$ АЧХ показывает, во сколько раз площадь реакции отличается от площади воздействия, а при $\omega \rightarrow \infty$ — во сколько раз изменяется скачок воздействия, приведенный к выходу цепи.

10. Что такое идеальная неискажающая цепь? Каковы ее временные и частотные характеристики?

Ответ. У идеальной неискажающей цепи $f_{\text{вых}}(t) = kf_{\text{вх}}(t - t_3)$; $H(j\omega) = ke^{-j\omega t_3}$; $A(\omega) = k = \text{const}$; $\Phi(\omega) = -\omega t_3$, то есть выходной сигнал изменяется в k раз по сравнению с входным и смещается на время запаздывания t_3 , которое можно оценить по наклону ФЧХ (а величину k — по АЧХ).

11. Что такое идеальная дифференцирующая (интегрирующая) цепь? Каковы ее временные и частотные характеристики?

Ответ. У идеальной дифференцирующей цепи $f_{\text{вых}}(t) = kf'_{\text{вх}}(t)$; $H(j\omega) = k\omega$; $A(\omega) = k\omega$; $\Phi(\omega) = +90^\circ$ для $\omega > 0$. У идеальной интегрирующей цепи

$$f_{\text{вых}}(t) = k \int_0^t f_{\text{вх}}(t') dt; H(j\omega) = k/(j\omega); A(\omega) = k/\omega; \Phi(\omega) = -90^\circ$$

для $\omega > 0$.

12. Как выглядят схемы дифференцирующей и интегрирующей RC-цепей?

Ответ. ИН и $u_{\text{вх}}(t)$, R - и C -элементы соединены последовательно. У дифференцирующей цепи выходное напряжение снимают с R -элемента, у интегрирующей — с C -элемента.

13. Какие выводы можно сделать о реакции из сравнения спектра входного сигнала с ЧХ цепи?



Ответ. Если ЧХ цепи удалось приблизенно разбить на полосы пропускания (неискажения), дифференцирования, интегрирования, а спектр воздействия в основном сосредоточен в одной из них, то можно предсказать форму выходного сигнала.

14. Что такое амплитудно-модулированный сигнал, видеоимпульс, радиоимпульс, несущая? Какова связь между спектрами видеоимпульса и радиоимпульса?

Ответ. Амплитудно-модулированный (АМ) сигнал (радиоимпульс) $f_{\text{AM}}(t) = f(t) \cos \omega_0 t$, где $f(t)$ — закон изменения амплитуды синусоиды — видеоимпульс; ω_0 — несущая, то есть частота АМ-сигнала. Если видеоимпульс — абсолютно интегрируемая функция, то спектр радиоимпульса $F_{\text{AM}}(j\omega) = 0,5 [F(j(\omega - \omega_0)) + F(j(\omega + \omega_0))]$. Спектр видеоимпульса $F(j\omega)$ группируется относительно нулевой частоты, а спектр радиоимпульса, имея ту же форму, группируется относительно несущей $\pm \omega_0$.

* * *

15. Какие сигналы имеют спектр?

Ответ. Спектр имеют абсолютно интегрируемые сигналы (площадь модуля которых конечна).

16. Как связано одностороннее преобразование Фурье с преобразованием Лапласа?

Ответ. Одностороннее преобразование Фурье (для сигналов $f \equiv 0$ при $t < 0$) является частным случаем преобразования Лапласа:

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} \Big|_{s=j\omega} dt = F(s) \Big|_{s=j\omega}.$$

17. Что такое спектр $F(j\omega)$?

Ответ. Спектр $F(j\omega) = A(\omega) e^{j\Phi(\omega)}$ сигнала $f(t)$ — это преобразование Фурье:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt;$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cos[\omega t + \Phi(\omega)] d\omega,$$

которое, фактически, заменяет сигнал бесконечной суммой элементарных гармоник бесконечно малых амплитуд $A(\omega) d\omega / (2\pi)$.

18. Как связан спектр одиночного импульса со спектром периодической последовательности импульсов?

Ответ. Сплошной спектр одиночного импульса с точностью до коэффициента является огибающей дискретного спектра периодической последовательности импульсов той же формы.

19. Чем различаются спектры кусочно-постоянных, кусочно-линейных и кусочно-параболических сигналов?

Ответ. Спектр кусочно-постоянного сигнала содержит сомножитель $1/(j\omega)$, спектр более гладкого кусочно-линейного сигнала — $1/(j\omega)^2$, еще более гладкого кусочно-параболического — $1/(j\omega)^3$, то есть спектр с ростом ω быстро убывает, причем интенсивнее — у более гладких сигналов (чем круче сигнал, тем спектр шире).

20. Как найти сигнал, если его изображение $F(s) = 10/(s+2)^{3/4}$?

Ответ. Так как нет «табличного» оригинала для такого изображения по Лапласу, то можно найти сигнал, используя приближенные методы расчета сигнала по его спектру $F(j\omega) = F(s)$ при $s = j\omega$.

21. Почему невозможно реализовать идеальный ФНЧ? Что такое условие физической реализуемости (осуществимости)?

Ответ. ЧХ RLC -цепей описываются дробно-рациональными функциями, а ЧХ идеального ФНЧ дробно-рациональной функцией не является. Кроме того,

ИХ идеального ФНЧ $h(t) \neq 0$ при $t < 0$, что противоречит условию физической реализуемости (осуществимости): следствие не может возникнуть раньше причины, а реакция — раньше воздействия.

22. Чему равна ширина спектра прямоугольного и треугольного импульсов, если исходить из критерия «первого лепестка»? В чем некорректность этой оценки?

Ответ. Ширина спектра прямоугольного импульса по критерию «первого лепестка» равна $2\pi/t_u$, а треугольного импульса — $4\pi/t_u$, где t_u — длительность импульса. По более строгому 10 %-ному амплитудному критерию ширина спектра прямоугольного импульса $6\pi/t_u$, а треугольного — $4\pi/t_u$, что соответствует следующему свойству: чем круче сигнал, тем шире спектр.

23. В чем сходство и различие между спектральными и частотными характеристиками?

Ответ. Спектральные характеристики используют для описания сигналов «суммой синусоид», а ЧХ показывают, как «синусоиды» различных частот проходят через цепь. Сходство в том, что частотные характеристики цепи — это спектр ИХ.

24. Какова четность спектральных (частотных) характеристик?

Ответ. АЧХ и ВЧХ (амплитудный и вещественный спектры) — четные, ФЧХ и МЧХ (фазовый и мнимый спектры) — нечетные функции частоты.

25. К какому типу фильтров относятся дифференцирующая и интегрирующая RC -цепи?

Ответ. Дифференцирующая RC -цепь — это ФВЧ, а интегрирующая — ФНЧ.

26. Спектры каких сигналов не существуют?

Ответ. Не существуют спектры (в обычном понимании) у сигналов, не являющихся абсолютно интегрируемыми.

27. Поясните идею радиопередачи на основе связи спектров видео- и радиоимпульсов.

Ответ. Для передачи АМ-сигналов в радиотехнике используется эффект переноса частоты спектров, при этом несущая ω_0 — это частота передающей станции, а видеоимпульс — «звуковой» сигнал.

28. Каким сигналам приписывается нулевая частота? А чему условно приписывается бесконечная частота?

Ответ. Нулевую частоту приписывают постоянному сигналу, а бесконечную частоту условно приписывают моменту коммутации, или «скакчу воздействия», что согласуется, например, с «поведением» L - и C -элементов при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$, при « $t \rightarrow \infty$ » и « $t \rightarrow 0^+$ » при расчете ПХ $h_i(t)$.

4.9. Цепи с взаимной индукцией

- Как записать формулу напряжения на индуктивно связанный катушке в t -области (в установившемся синусоидальном режиме)?

Ответ. Напряжение $u_{L_1} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$; в УСР $\dot{U}_{L_1} = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$, причем взаимная индуктивность $M > 0$ при согласном включении, $M < 0$ при встречном включении.

2. Что такое взаимная индуктивность?

Ответ. Взаимная индуктивность — это коэффициент пропорциональности между потокосцеплением взаимной индукции и током, его создающим.

3. Что такое согласное (встречное) включение индуктивно связанных катушек?

Ответ. Включение ИС-катушек называется согласным (встречным), если при положительных токах катушек потоки взаимной индукции катушек суммируются (вычитываются). 

4. Как определить на схеме вид включения индуктивно связанных катушек?

Ответ. Если направления токов ИС-катушек выбраны одинаковыми по отношению к однополярным выводам катушек («звездочкам»), то это — согласное включение, в противном случае — встречное.

5. Каковы свойства идеального трансформатора?

Ответ. У идеального трансформатора при любой нагрузке и на любой частоте $u_1/u_2 = i_2/i_1 = N_1/N_2$, где N_1 и N_2 — числа витков первичной и вторичной его обмоток.

6. Что характеризуют элементы схемы трансформатора?

Ответ. Обычно элементы R_1 и R_2 характеризуют активные потери в проводах первичной и вторичной обмоток, L_1 и L_2 — потоки самоиндукции, M — потоки взаимной индукции. 

7. Что такое входное и вносимое сопротивления трансформатора?

Ответ. Входное сопротивление складывается из сопротивления цепи первичной обмотки и вносимого сопротивления, которое учитывает влияние вторичной обмотки.

8. Что такое однополярные выводы индуктивно связанных катушек?

Ответ. Одноково маркированные выводы (однополярные выводы — «звездочки») ИС-катушек позволяют установить вид включения ИСЭ при выбранных направлениях токов (без выяснения направления намотки катушек).

* * *

9. Что такое совершенная магнитная связь, индуктивность рассеяния, коэффициент связи?

Ответ. Совершенная магнитная связь имеет место при отсутствии потоков рассеяния. Индуктивность рассеяния — отношение потокосцепления рассеяния к току, который его создал. Коэффициент связи — отношение взаимной индуктивности к среднему геометрическому из индуктивностей ИС-катушек.

- 10.** Что такое эквивалентное исключение магнитной связи?

Ответ. Это преобразование ИС-катушек, имеющих общий узел, в эквивалентную цепь без индуктивной связи.

- 11.** Почему эквивалентное исключение индуктивной связи не зависит от вида включения индуктивно связанных катушек?

Ответ. Вид включения зависит от произвольно выбранного направления токов, а эквивалентное исключение индуктивной связи — это схема, которая от направлений токов не зависит.

- 12.** Что такое коэффициент трансформации?

Ответ. Коэффициент трансформации равен отношению числа витков обмоток трансформатора.

- 13.** Почему реальный трансформатор «не работает» на нулевой частоте?

Ответ. Для получения напряжения на вторичной обмотке ее витки должны пересекаться переменным во времени магнитным потоком.

- 14.** Как приблизить реальный трансформатор к идеальному?

Ответ. Необходимо сопротивления проводов и индуктивности рассеяния обмоток сделать минимально возможными, а индуктивности обмоток — максимально возможными.

- 15.** Как на практике найти взаимную индуктивность?

Ответ. Следует измерить напряжение на разомкнутой второй ИС-катушке при известном токе первой катушки; тогда $|Z_M| = \omega |M| = U_2 / I_1$.

- 16.** Каковы особенности ВД индуктивно связанных цепей?

Ответ. На ВД учитывают, что напряжение на ИС-катушке состоит из суммы напряжения самоиндукции, опережающего ток катушки на 90° , и напряжения взаимной индукции, сдвинутого на $\pm 90^\circ$ от тока второй катушки.

4.10. Трехфазные цепи

- 1.** Что такое трехфазная цепь? Симметричный источник? Симметричная нагрузка?

Ответ. ТФЦ — это цепь, находящаяся в УСР, которая содержит три подобные части, называемые фазами. Симметричный ТФ-источник состоит из трех ИН одинаковых амплитуды и частоты, сдвинутых по фазе на 120° . Симметричная нагрузка — три одинаковых комплексных сопротивления. Фазы источника (A, B, C) и нагрузки (a, b, c) соединены тремя линиями передачи (линейными проводами).

- 2.** Как выглядят ВД симметричного трехфазного источника?

Ответ. ВД состоит из трех векторов одинаковой амплитуды, начальные фазы которых различаются на 120° .

- 3.** Что такое линейные и фазные напряжения, линейные и фазные токи?

Ответ. Напряжения между линейными проводами называют линейными, а на фазах нагрузки и генератора ТФ-источника — фазными. Токи, протекаю-

щие по линейным проводам, называют линейными, а протекающие по сопротивлениям нагрузки — фазными.

4. Как связаны линейные и фазные напряжения источника в ТФЦ при соединении звездой?

Ответ. При симметричном ТФ-источнике линейное напряжение больше фазного в $\sqrt{3}$ раз ($U_L = \sqrt{3}U_\Phi$), то есть при $U_\Phi = 220$ В имеем $U_L = 380$ В.

5. Зачем нужен узловой провод в ТФЦ?

Ответ. Если ТФЦ соединена «звездой», то короткозамкнутый узловой провод, соединяющий узлы источника и нагрузки, обеспечивает независимый режим работы фаз, поскольку каждая фаза нагрузки «работает» от соответствующей фазы генератора и не зависит от режима других фаз.

* * *

6. Что такое прямая (обратная) последовательность фаз симметричного трехфазного источника?

Ответ. Если напряжение фазы источника $u_B(t)$ отстает от $u_A(t)$ на 120° и $u_C(t)$ отстает от $u_B(t)$ на 120° , то это прямая последовательность фаз ($A-B-C$), если «поменять местами» $u_B(t)$ и $u_C(t)$, получим обратную последовательность фаз ($A-C-B$).

7. Как связаны линейные и фазные токи (напряжения) при соединении ТФЦ «треугольником»?

Ответ. При соединении нагрузки «треугольником» линейные напряжения равны фазным. Линейные токи I_L при несимметричной нагрузке определяются суммой соответствующих фазных токов нагрузки. Если нагрузка симметрична, то $I_L = \sqrt{3}I_\Phi$.

8. Почему ВД ТФЦ называют потенциальными? Топографическими?

Ответ. Обычно ВД ТФЦ строят упорядоченно в масштабе и в соответствии с геометрией (топографией) цепи. Например, вектор \vec{U}_{AB} направляют на ВД от точки B к точке A , как бы отражая рост потенциала. При таком упорядоченном построении расстояние между двумя точками ВД «определяет» напряжение между этими же точками цепи.

9. Как принято направлять токи в ТФЦ?

Ответ. Линейные токи направляют от источника к нагрузке, а ток узлового провода — от нагрузки к источнику.

10. Как производится расчет ТФЦ?

Ответ. Анализ ТФЦ осуществляют по обычным правилам расчета УСР с использованием МКА. При анализе соединения «звездой» удобно применять МУН.

4.11. Четырехполюсники и активные цепи

1. Как записываются z -, y - и a -формы уравнений ЧП?

Ответ. Уравнения имеют вид

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2; \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2; \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2; \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2; \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}(-I_2); \\ I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}(-I_2). \end{cases}$$

2. Как найти параметры ЧП методом ХХ–КЗ?

Ответ. Из уравнений ЧП следует, например, $z_{11} = U_1/I_1$ при $I_2 = 0$, то есть при расчете z_{11} выводы 22' у ЧП разорваны; $y_{11} = I_1/U_1$ при $U_2 = 0$, то есть выводы 22' у ЧП закорочены.

3. Как выглядят условия обратимости и симметрии пассивного ЧП?

Ответ. У обратимого ЧП $z_{12} = z_{21}$, $y_{12} = y_{21}$, $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1$. У симметричного ЧП, кроме того, $z_{11} = z_{22}$, $y_{11} = y_{22}$, $a_{11} = a_{22}$.

4. Что такое каскадное соединение ЧП?

Ответ. При каскадном соединении выход первого ЧП соединяется со входом второго.

5. Что такое согласованная нагрузка и характеристическое сопротивление симметричного ЧП?

Ответ. Характеристическое сопротивление Z_c – это такое сопротивление нагрузки $Z_n = Z_c$, при котором входное сопротивление ЧП $Z_{\text{вх}} = Z_c$. Нагрузка при $Z_n = Z_{\text{вх}} = Z_c$ называется согласованной.

6. Что такое вторичные параметры симметричного ЧП?

Ответ. Характеристическое сопротивление Z_c и характеристическая мера передачи γ – это вторичные параметры ЧП.

7. Какие типы ЗИ вы знаете?

Ответ. Существуют четыре типа: ИНУН, ИНУТ, ИТУТ, ИТУН.

8. Как выглядит схема замещения необратимого ЧП, содержащая два ЗИ?

Ответ. Со стороны 11' схема содержит последовательно соединенные сопротивление z_{11} и ИНУТ $z_{12}I_2$, а со стороны 22' – сопротивление z_{22} и ИНУТ $z_{21}I_1$.

9. Что такое ОУ? Каковы его свойства?

Ответ. ОУ – это ИНУН, уравнение которого $U_{\text{OУвых}} = k_{\text{OУ}}(U_{\text{OУвх+}} - U_{\text{OУвх-}})$. При $k_{\text{OУ}} \rightarrow \infty$ получим идеальный ОУ, у которого $U_{\text{OУвх+}} = U_{\text{OУвх-}}$. Свойства ОУ: необратимость, ХХ на входе.

* * *

10. Как записываются уравнения для нагрузки ЧП?

Ответ. Согласно закону Ома, $U_2 = U_n = Z_n(-I_2) = Z_nI_n$, где Z_n , $U_2 = U_n$ и $I_n = -I_2$ – сопротивление, напряжение и ток нагрузки.

11. Как вывести ПФ ЧП?

Ответ. К уравнениям ЧП добавляется уравнение нагрузки и исключаются две лишние переменные в системе трех уравнений с четырьмя переменными (U_1 , I_1 , U_2 , I_2).

12. Как пересчитать параметры ЧП (для иной формы уравнений)?

Ответ. Необходимо разрешить имеющуюся систему уравнений относительно переменных левой части требуемой (иной) формы уравнений.

13. Что такое эквивалентные Т- и П-схемы ЧП? Когда они используются?

Ответ. Схемы используются для замены описанного уравнениями пассивного ЧП (имеющего три независимых параметра) эквивалентной Т- или П-структурой (из трех элементов).

14. Как найти характеристическое сопротивление симметричного ЧП?

Ответ. Расчет проводят по любой из формул

$$Z_c = (a_{12}/a_{21})^{1/2} = (z_{11}/y_{11})^{1/2} = (Z_{xx} Z_{k3})^{1/2}.$$

15. Что такое активный элемент цепи?

Ответ. Обычно простейший активный элемент — это необратимый ЧП типа ЗИ (то есть ИНУН, ИНУТ, ИТУТ, ИГУН). Однако формально — это элемент, энергия которого может быть отрицательна (в том числе ИН, ИТ).

16. Каковы особенности расчета цепей с ЗИ?

Ответ. Расчет цепей с ЗИ проводят любыми методами, к уравнениям «метода» следует добавить уравнение для ЗИ.

17. Каковы особенности расчета цепей с ОУ?

Ответ. Проще всего использовать МУН: записывают уравнения МУН для всех узлов, кроме выходного узла ОУ, и дополняют систему уравнением ОУ (см. вопрос 9).

18. Как выглядит формула, реализуемая решающей схемой на ОУ?

Ответ. Выходное напряжение $U_{\text{вых}}(s) = -\sum Y_k U_k / Y_0$, где Y_k, Y_0 — проводимости k -го входа и обратной связи; U_k — напряжение k -го входа.

4.12. Основы теории фильтров

1. Каково основное свойство $Z_{LC}(s)$?

Ответ. У дробно-рациональной функции $Z_{LC}(s)$ коэффициенты положительны, нули и полюса мнимые, чередуются, простые.

2. Что такое нули и полюса дробно-рациональной функции?

Ответ. Нули — это корни числителя функции, полюса — корни знаменателя.

3. Чему равно сопротивление $Z_{LC}(s)$ на нулевой и бесконечной частотах?

Ответ. При $s \rightarrow 0$ и $s \rightarrow \infty$ либо $Z_{LC}(s) = 0$, либо $Z_{LC}(s) \rightarrow \infty$.

4. Что такое классический симметричный фильтр?

Ответ. Это симметричный LC-ЧП при согласованной нагрузке на любой частоте в УСР.

5. Каковы условия работы классического симметричного фильтра в ПП?

Ответ. Необходимо, чтобы характеристическое сопротивление фильтра было положительно (то есть сопротивления ХХ и КЗ фильтра были «разнореактивны»).

6. Что такое классический симметричный фильтр типа k ?

Ответ. Это симметричный LC-ЧП Т- или П-структуры, у которого на любой частоте произведение сопротивлений продольного и поперечного плеч $Z_1(j\omega)Z_2(j\omega) = k^2 = \text{const}$.

7. Как спроектировать ФВЧ по ФНЧ-прототипу?

Ответ. Необходимо, используя МПЧ ($s_{\text{НЧ}} = \omega_0^2/p_{\text{вЧ}}$, где $\omega_0^2 = \omega_{\text{ср}}\Omega_{\text{ср}}$ — произведение частот среза; $s = j\omega$; $p = j\Omega$), преобразовать $L_{\text{НЧ}}$ в $C_{\text{вЧ}}$, а $C_{\text{НЧ}}$ — в $L_{\text{вЧ}}$.

8. Что такое фильтр Баттервортса? Каковы его нормированные сопротивление нагрузки и частота среза?

Ответ. У фильтра Баттервортса АЧХ ФНЧ n -го порядка $A(\omega) = k/\sqrt{1 + (\omega/\omega_{\text{ср}})^{2n}}$ монотонно убывает с ростом частоты ω , а нормированные значения $R_{\text{н*}} = 1$, $\omega_{\text{ср*}} = 1$.

9. Приведите примеры полиномов Баттервортса.

Ответ. Полиномы Баттервортса ($1 + s$, $1 + \sqrt{2}s + s^2$, $1 + 2s + 2s^2 + s^3 \dots$) описывают знаменатель нормированной ПФ фильтра Баттервортса n -го порядка.

10. Как выглядят АЧХ фильтров Баттервортса и Чебышева?

Ответ. У ФНЧ АЧХ монотонно убывают в ПЗ, а в ПП — только у фильтра Баттервортса; у фильтра Чебышева в ПП АЧХ колеблется между $A_{\max} = k$ и значением $k(1 - \Delta)$ на границе ПП, имея n экстремумов, где Δ — неравномерность АЧХ в ПП.

11. Что такое фильтр Чебышева?

Ответ. Это полиномиальный фильтр, у которого нормированная АЧХ ФНЧ, например, $A(\omega) = 1/\sqrt{1 + \varepsilon^2 D_n^2(\omega)}$, где $\varepsilon^2 \cong 2\Delta$ — малая ($\Delta \ll 1$); D_n — полином Чебышева (см. также ответ 10).

12. Как проектируют фильтры Баттервортса?

Ответ. По требуемому значению АЧХ $A(2)$ на частоте $2\omega_{\text{ср}}$ определяют порядок ПФ полиномиального фильтра, записывают ПФ и реализуют лестничным LC-ЧП при нагрузке $R_{\text{н*}} = 1$.

* * *

13. Какими свойствами обладают мнимые ЧХ реактивных ДП?

Ответ. МЧХ LC-ДП $x(\omega) = \text{Im } Z(j\omega)$ и $b(\omega) = -1/x(\omega)$ нарастают с увеличением частоты ω .

14. Почему у классического симметричного фильтра в ПП, а сопротивления ХХ и КЗ имеют различный характер реактивности?

Ответ. Если у LC -фильтра $Z_{\text{вх}} = Z_{\text{н}} = Z_{\text{c}} = (jx_{\text{XX}} jx_{\text{K3}})^{1/2} = \text{Re } Z_{\text{c}} > 0$, то мощности $P_{\text{вх}} = P_{\text{н}}$, токи $I_{\text{вх}} = I_{\text{н}}$, АЧХ $A(\omega) = 1$, то есть имеем ПП, при этом знаки x_{XX} и x_{K3} должны быть различными.

15. Как выглядит АЧХ классического симметричного фильтра в ПП?

Ответ. В ПП $A(\omega) = 1 = \text{const}$ (см. также ответ 14).

16. Как выглядят схемы классических симметричных фильтров типа k ?

Ответ. Схема имеет вид симметричной Т- или П-структуры (см. также ответ 6), у которой $Z_1(j\omega)Z_2(j\omega) = k^2$, где Z_1 , Z_2 – полные сопротивления продольного и поперечного плеч фильтра.

17. Каковы недостатки классических фильтров?

Ответ. Так как согласованную нагрузку $Z_{\text{c}}(j\omega) = \sqrt{Z_{\text{XX}}Z_{\text{K3}}}$ нельзя обеспечить RLC -цепями на любой частоте, АЧХ фильтра отличается от теоретической.

18. Как спроектировать ППФ (ПЗФ) по ФНЧ-прототипу?

Ответ. Необходимо использовать стандартные пересчеты МПЧ, при которых элемент ФНЧ $L_{\text{НЧ}}$ в ППФ «превращается» в LC -последовательное соединение, а $C_{\text{НЧ}}$ – в параллельное (у ПЗФ – наоборот).

19. Как учитывается сопротивление нагрузки при проектировании фильтров методом преобразования частоты?

Ответ. Если нагрузка $R_{\text{н}}$ проектируемого фильтра $R_{\text{н}}/R_{\text{НЧ}} = m$ отличается от нагрузки $R_{\text{НЧ}}$ ФНЧ, необходимо принять mL и C/m (вместо рассчитанных L и C).

20. Что такое полиномиальные фильтры?

Ответ. Это фильтры с ПФ $H(s) = k/(1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n)$, которая имеет нуль кратности n только при $s \rightarrow \infty$ (это LC -ЧП лестничной структуры).

21. Чем отличается фильтр Баттерворта от фильтров иных типов?

Ответ. В отличие от классических фильтров (см. ответ 17) он проектируется по заданным ПФ и $R_{\text{н}} = \text{const}$, а в отличие от фильтра Чебышева (см. ответы 8 и 11) у него АЧХ изменяется монотонно.

22. Чем отличается фильтр Чебышева от фильтров иных типов?

Ответ. В отличие от классических фильтров он проектируется под заданные ПФ и нагрузку $R_{\text{н}} = \text{const}$, а в отличие от фильтра Баттерворта (см. ответы 8 и 11) у него АЧХ колеблется в ПП.

23. Что такое полиномы Чебышева? В чем их достоинство?

Ответ. В ПП полиномы Чебышева (см. также ответы 10 и 11)

$D_n = \cos(n \arccos \omega)$ обеспечивают колебательный характер АЧХ фильтра.

24. Как проектируются фильтры Чебышева?

Ответ (см. также ответы 10 и 11). По требуемому значению АЧХ $A(2)$ определяют порядок полинома $D_n(\omega)$ и по заданной неравномерности в ПП $\Delta \cong \varepsilon^2/2$ записывают АЧХ, находят по ней ПФ полиномиального фильтра и реализуют его лестничным LC -ЧП при нагрузке $R_{\text{н}*} = 1$.



4.13. Начала синтеза цепей

1. Каково основное свойство входного сопротивления (проводимости) LC -ДП?

Ответ. $Z_{LC}(s)$ – дробно-рациональная функция с положительными коэффициентами; нули и полюса $Z_{LC}(s)$ располагаются на мнимой оси, чередуются и являются простыми.

2. Каковы условия реализуемости $Z_{вх}(s) LC$ -двуухполюсником?

Ответ. $Z_{вх}(s)$ реализуется LC -ДП, если удовлетворяет основному свойству $Z_{LC}(s)$.

3. Как выглядят составляющие при реализации $Z_{вх}(s) LC$ -схемой?

Ответ. Если $Z_{вх}(s)$ удовлетворяет основному свойству $Z_{LC}(s)$ и имеет полюса при $s = 0$ и при $s \rightarrow \infty$, то

$$Z_{LC}(s) = A_{\infty}s + A_0/s + \sum_{k=1}^n A_k s/(s^2 + \omega_k^2) = Z_{\infty} + Z_0 + \sum Z_k,$$

где $A_{\infty}s = Z_{\infty} = L_{\infty}s$; $A_0/s = Z_0 = 1/(C_0s)$; $Z_k = 1/(C_k s + 1/(L_k s))$.

4. Какова формула соответствия входных сопротивлений LC - и RC -двуухполюсников?

Ответ. $Z_{LC}(p) = pZ_{RC}(s)$ при $s = p^2$.

5. Каково условие реализуемости $Z_{вх}(s) RC$ -двуухполюсником?

Ответ. $Z_{вх}(s)$ реализуется RC -ДП, если удовлетворяет основному свойству $Z_{RC}(s)$, то есть является дробно-рациональной функцией с положительными коэффициентами, нули и полюса располагаются на отрицательной полуоси, чередуются, являются простыми, и ближайший к началу координат – полюс.

6. Какова формула простейшей решающей схемы на ОУ?

Ответ. Формула простейшей решающей схемы $U_{вых}(s) = -Y_1(s)U_{вх}(s)/Y_0(s)$, где Y_1 и Y_0 – проводимости входной цепи и цепи обратной связи ОУ.

7. Как реализовать ПФ с отрицательными нулями и полюсами, используя решающие схемы на ОУ?

Ответ. В случае двух каскадов схем на ОУ (см. ответ 6) ПФ преобразуют к виду $H(s) = U_{вых}(s)/U_{вх}(s) = Y_{11}(s)Y_{11\text{п}}(s)/(Y_{01}(s)Y_{01\text{п}}(s))$, так чтобы отдельные проводимости удовлетворяли основному свойству $Y_{RC}(s)$.

* * *

8. Почему степень числителя $Y_{LC}(s)$ на единицу отличается от степени знаменателя?

Ответ. Это вытекает из требования некратности полюса или нуля в бесконечности (при $s \rightarrow \infty$) для $Z_{LC}(s)$.

9. Как выглядят составляющие при реализации $Y_{LC}(s)$ схемой?

Ответ. Разложение $Y_{LC}(s)$ имеет вид

$$Y_{LC}(s) = A_{\infty}s + A_0/s + \sum A_k s/(s^2 + \omega_k^2) = Y_{\infty} + Y_0 + \sum Y_k,$$

где $Y_{\infty} = A_{\infty}s = C_{\infty}s$; $Y_0 = A_0/s = 1/(L_0s)$; $Y_k = 1/(L_k s + 1/(C_k s))$.





10. Какие варианты схемной реализации $Z_{LC}(s)$ вы знаете?

Ответ. Реализация

$$Z_{LC}(s) = A_\infty s + A_0/s + \sum A_k s/(s^2 + \omega_k^2) = Z_\infty + Z_0 + \sum Z_k$$

— это схема последовательного соединения ДП; разложение $Y_{LC}(s)$ — схема параллельного соединения; можно часть $Z_{LC}(s)$ реализовать схемой $Z_I(s)$ последовательного соединения ДП, остальная часть $Z_{II}(s)$ обращается и реализуется как параллельное соединение $Y_{II}(s) = 1/Z_{II}(s)$ и т. д. многократно и по-разному.

11. Что такое частично выделенные полюса при реализации $Z_{LC}(s)$?

Ответ. В последнем варианте ответа 10 можно некоторые полюса $Z_{LC}(s)$ выделить (реализовать) не полностью (частично) и отнести к Z_I , например, $Z_{LC} = 0,5A_\infty s + 0,2A_0/s + Z_{II}$, а остальную часть Z_{LC} реализовать как $Y_{II} = 1/Z_{II}$.

12. Как выглядит формула соответствия входных проводимостей LC - и RC -двухполюсников аналогичной структуры?

Ответ. $Y_{LC}(p) = Y_{RC}(s)/p$ при $s = p^2$.

13. Как реализуются уравнения состояния схемами на ОУ?

Ответ. Уравнение решающей схемы на ОУ1 (рис. 4.7)

$U_{\text{вых}}(s) = -\sum_{k=1}^n U_k(s) G_k / (C_0 s)$ соответствует уравнению состояния

$[U_{\text{вых}}(s)] = \{[A][U_{\text{вых}}(s)] + [B][U_{\text{вх}}(s)]\}/s$.

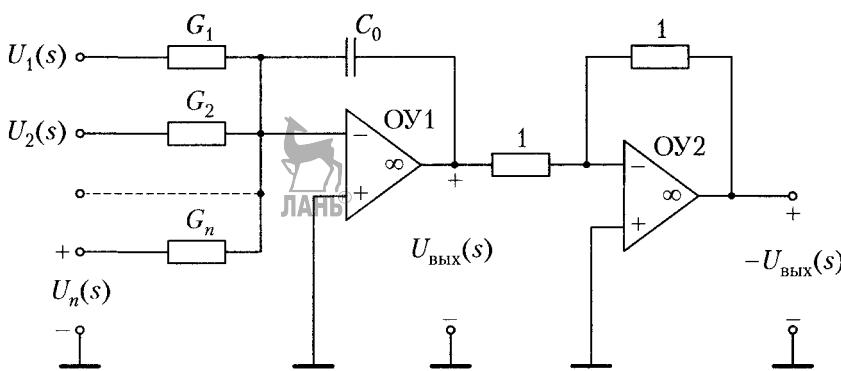


Рис. 4.7

14. Как реализовать произвольную ПФ схемами на ОУ?

Ответ. Необходимо эквивалентно преобразовать ПФ к системе уравнений состояния, которые реализуются схемами на ОУ (см. ответ 13).

4.14. Цепи с распределенными параметрами

1. Чем различаются цепи с сосредоточенными параметрами и с распределенными параметрами?

Ответ. В цепях с распределенными параметрами (в отличие от цепей с сосредоточенными R - L - и C -параметрами) активные потери, электрические и магнитные поля распределены вдоль цепи, поэтому процессы зависят и от координаты цепи, и от времени.

2. Какими ЧП являются ДЛ?

Ответ. ДЛ длиной l является симметричным ЧП: характеристическое сопротивление равно волновому $Z_c = Z_b$, а коэффициент распространения $\gamma_0 = \gamma/l$ — это погонная мера передачи.

3. Как трактовать решение уравнений ДЛ с использованием падающей и отраженной волн?

Ответ. В решении уравнений, например, ЛБП $u_x(t) = u_{nx}(t) + u_{ox}(t) = u_{n2}(t + t_{ax}) + u_{o2}(t - t_{ax})$ видно, что с запаздыванием t_{ax} падающая волна (1-е слагаемое) приходит из точки ДЛ с координатой x в точку 2 (то есть в конец ДЛ), а отраженная волна (2-е слагаемое) приходит из точки 2 в точку x .

4. Что такое волновое сопротивление и коэффициент распространения ДЛ?

Ответ. В любой точке ДЛ отношение волны напряжения к соответствующей волне тока равно волновому сопротивлению $Z_b = U_{nx}(s)/I_{nx}(s) = U_{ox}(s)/I_{ox}(s)$ (см. также ответ 2).

5. Что такое согласованный режим работы ДЛ?

Ответ. В согласованном режиме у ДЛ сопротивление нагрузки равно волновому ($Z_n = Z_c = Z_b$), при этом отраженных волн нет.

6. Что такое линия без потерь?

Ответ. У ЛБП активными потерями можно пренебречь.

7. Что такое фазовая скорость волны в ДЛ?

Ответ. Фазовая скорость — это скорость движения по ДЛ точки волны, суммарная фаза колебаний в которой неизменна.

8. Что такое длина волны в ДЛ?

Ответ. Длина волны λ — это минимальное расстояние между точками волны, суммарная фаза колебаний в которых различается на 2π радиан.

9. Каковы свойства отрезка ДЛ в четверть длины волны?

Ответ. Отрезок ЛБП размером $\lambda/4$ в режиме КЗ нагрузки имеет бесконечное входное сопротивление в УСР.

10. Приведите примеры цепей с распределенными параметрами.

Ответ. Телевизионный кабель, линия связи.

* * *

11. Что такое телеграфные уравнения ДЛ?

Ответ. Телеграфные уравнения — это ДУ для описания процессов в ДЛ зависящих как от времени, так и от координаты.

12. Как трактуется решение уравнений ДЛ, записанное в гиперболической форме?

Ответ. Гиперболическая форма уравнений ДЛ показывает, что ДЛ — это симметричный ЧП.

13. Что такое линия без искажения? Без отражения?

Ответ. ДЛ с искусственным сочетанием погонных параметров $L_0/R_0 = C_0/G_0$ — это ЛБИ, поскольку при согласованной нагрузке она не искажает. ЛБО — это ДЛ в согласованном режиме, когда отраженных волн нет.

14. Что такое коэффициент отражения?

Ответ. Отношение отраженной волны к падающей в конце ДЛ — это коэффициент отражения: $n = \bar{U}_{o2}/U_{n2} = I_{o2}/I_{n2} = (Z_n - Z_b)/(Z_n + Z_b)$.

15. Искажает ли ДЛ в согласованном режиме?

Ответ. В общем случае ДЛ даже в согласованном режиме искажает.

16. Чему равен коэффициент отражения ДЛ при ХХ (или КЗ) нагрузки?

Ответ. При ХХ нагрузки ($Z_n \rightarrow \infty$) коэффициент отражения $n = (Z_n - Z_b)/(Z_n + Z_b) = 1$, при КЗ нагрузки $n = -1$.

17. Что такое многократное отражение в ДЛ?

Ответ. Если сопротивление нагрузки и выходное (эквивалентное) сопротивление источника ($Z_{\text{вых}} = Z_n \neq Z_b \neq Z_n$) не согласованы с волновым сопротивлением ДЛ, то происходит отражение волн как от нагрузки, так и от источника.

18. Что такое стоячие волны в ДЛ?

Ответ. В ЛБП при коэффициенте отражения $|n| = 1$ амплитуды падающей и отраженной волн в УСР равны, то есть имеются точки ДЛ, в которых волны полностью компенсируются (узлы стоячих волн), и точки ДЛ, в которых «результирующая синусоида» волны удваивается (пучности).

19. Что такое узлы в ДЛ?

Ответ. См. ответ 18; при этом узлы тока отстоят от узлов напряжения на четверть длины волны.

4.15. Дискретные цепи и сигналы

1. Чем дискретный сигнал отличается от непрерывного?

Ответ. Непрерывный (аналоговый) сигнал существует при любых t , а дискретный — только в определенные моменты времени, $t = nT$, где n — целое число; T — период дискретизации.

2. Сформулируйте теорему дискретизации (теорему Котельникова).

Ответ. Непрерывный сигнал, спектр которого $F(j\omega) \equiv 0$ при $|\omega| > \omega_m$, может быть полностью восстановлен по его дискретным значениям $f(nT)$, считываемым с частотой дискретизации $\omega_d = 2\omega_m = 2\pi/T$, где период дискретизации

$T = 2\pi/\omega_a = \pi/\omega_m$ (то есть считываем с частотой в два раза большей максимальной частоты спектра сигнала ω_m).

3. Как выглядит спектр дискретного сигнала в сравнении со спектром непрерывного сигнала?

Ответ. Спектр дискретного сигнала с точностью до коэффициента ($\Delta t/T$), фактически, является периодическим повторением спектра исходного непрерывного сигнала с периодом по оси частот $\omega_a = 2\omega_m$ (здесь T – период дискретизации; Δt – длительность импульса дискретного сигнала).

4. Почему фильтр Котельникова – это идеальный ФНЧ?

Ответ. Характеристики фильтра Котельникова соответствуют характеристикам идеального ФНЧ: $|H_k(j\omega)| = T/\Delta t$ при $|\omega| < \omega_m$; $|H_k(j\omega)| = 0$ при $|\omega| > \omega_m$.

5. Каковы элементы схем линейных ДЦ?

Ответ. Элементами схем линейных ДЦ являются сумматор, масштабный преобразователь, элемент сдвига на один шаг.

6. Как осуществляется численный расчет ДЦ?

Ответ. Численный расчет ДЦ выполняют аналогично численному расчету аналоговых цепей: например, выбирая шаг численного решения уравнений состояния Δt равным периоду дискретизации T , получим

$$[f_{2n} - f_{2(n-1)}]/T = Af_{2(n-1)} + Bf_{1(n-1)},$$

где f_{2n} , $f_{2(n-1)}$, $f_{1(n-1)}$ – дискретные последовательности, то есть решетчатые функции $f_2(nT)$.

7. Что такое ПХ дискретной цепи?

Ответ. Дискретная ПХ – $h_i(nT)$ – реакция ДЦ на входную дискретную единичную ступенчатую последовательность $\delta_1(nT) = 1$ при $n \geq 0$ (и равную 0 при $n < 0$).

8. Что такое ИХ дискретной цепи, и как она связана с ПХ?

Ответ. ИХ ДЦ – реакция ДЦ на входную дискретную дельта-функцию $\delta_0(nT) = 1$ при $n = 0$ (и равную 0 при $n \neq 0$). ИХ ДЦ $h(nT) = h_i(nT) - h_i(nT - T)$.

9. Как записывается z -преобразование решетчатых функций $\delta_0(nT)$, $a^n \delta_1(nT)$, $a^n \delta_1(nT)$?

Ответ. По таблице z -преобразования $\delta_0(nT) \div 1$, $a^n \delta_1(nT) \div z/(z - a)$, $a^n \delta_1(nT) \div az/(z - a)^2$.

10. Как записывается теорема запаздывания z -преобразования, и как ее можно использовать для нахождения оригинала?

Ответ. Теорема запаздывания при нулевых начальных условиях (ПНУ) имеет вид $f(nT - T) \div F(z)z^{-1}$; $f(nT - MT) \div F(z)z^{-M}$. Ее используют, например, для нахождения оригинала, если в знаменателе $F(z)$ есть множитель z^M .

11. Как записывается теорема разложения z -преобразования?

Ответ. Теорема разложения

$$F(z) = \frac{B(z)}{D(z)} = \sum \frac{A_k z}{z - z_k} + A_0 \div f(nT) = \sum A_k z_k^n \delta_1(nT) + A_0 \delta_0(nT),$$

где

$$A_k = \left. \frac{z - z_k}{z} F(z) \right|_{z=z_k}; \quad A_0 = F(z)|_{z=0}.$$



- 12.** Что такое ПФ ДЦ, и как она связана с ИХ, ПХ и РУ ДЦ?

Ответ. ПФ ДЦ $H(z) = F_2(z)/F_1(z)$, $H(z) \div h(nT)$, то есть ПФ — это отношение z -преобразований реакции ДЦ к воздействию, а также z -преобразование ИХ ДЦ; $H_1(z) = \frac{z}{z-1} H(z) \div h_1(nT)$ — ПХ ДЦ. Зная ПФ $H(z) = (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}) / (1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N})$, можно найти РУ ДЦ:

$$\begin{aligned} f_2(nT) + a_1 f_2(nT-T) + \dots + a_N f_2(nT-NT) &= \\ = b_0 f_1(nT) + b_1 f_1(nT-T) + \dots + b_M f_1(nT-MT). \end{aligned}$$

- 13.** Что такое предначальные условия при расчете ДЦ?

Ответ. Если в ДЦ используются операции (элементы) сдвига (см. ответ 12), необходимо задать ПНУ $f_1(-T)$, $f_1(-2T)$, ..., $f_2(-T)$...

- 14.** Как составить схему ДЦ по ее РУ?

Ответ. Зная разностное уравнение, записанное в виде

$$\begin{aligned} f_2(nT) &= b_0 f_1(nT) + b_1 f_1(nT-T) + \dots + b_M f_1(nT-MT) - \\ &- a_1 f_2(nT-T) - \dots - a_N f_2(nT-NT), \end{aligned}$$

можно, используя элементы ДЦ, составить схему ДЦ.

* * *

- 15.** Каковы достоинства дискретных сигналов?

Ответ. Во время пауз между дискретными импульсами можно передавать другую информацию; во время пауз помеха не действует; увеличить помехоустойчивость можно, если дискретность по времени дополнить дискретностью (квантованием) по уровню, то есть перейти к цифровым сигналам и передавать их в двоичном коде.

- 16.** В чем состоит идеализация записи дискретных сигналов?

Ответ. Короткие прямоугольные импульсы дискретных сигналов $f_d(t)$ описываются смещенными на nT дельта-функциями с коэффициентами, равными площади импульсов (здесь T — период дискретизации; n — целое число).

- 17.** В чем заключаются некорректные моменты теоремы Котельникова?

Ответ. Нет реальных сигналов, спектры которых ограничены по частоте. Кроме того, не существует идеальных ФНЧ. Из-за того что ВЧ-составляю-



щие не учитываются, появляется неустранимая ошибка вычислительной техники.

18. Что такое дискретная последовательность (решетчатая функция)?

Ответ. Множество значений сигнала $f(nT)$ в дискретные моменты времени $t = nT$ называют дискретной последовательностью или решетчатой функцией, так как ее график напоминает решетку (здесь T — период дискретизации; n — целое число).

19. Почему уравнения ДЦ часто называют разностными уравнениями?

Ответ. Уравнения ДЦ для расчета дискретной последовательности $f_{2n} = f_2(nT)$ — это, фактически, уравнения численного решения уравнений состояния, в которых бесконечно малое приращение переменных состояния заменяют разностью последовательных значений, как указано в ответе 6, например, $[f_{2n} - f_{2(n-1)}]/T = Af_{2(n-1)} + Bf_{1(n-1)}$. Привлекает вторая версия термина, отраженная в ответе 14: уравнение ДЦ для расчета $f_2(nT)$ можно назвать разностным, так как в нем используется разность дискретных последовательностей входного и выходного сигналов.

20. Как выглядит формула прямого z -преобразования?

Ответ. $f(nT) \div F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT)z^{-n}$, то есть дискретной последовательности $f(nT)$ соответствует z -преобразование $F(z)$.

21. Как выглядят свободная и вынужденная составляющие решения РУ дискретной цепи?

Ответ. Свободная составляющая имеет вид $\sum A_k z_k^n$, где z_k — корни ХП, соответствующего однородному РУ, а вынужденная составляющая имеет математическую форму дискретного воздействия.

22. Что такое ряд Лорана применительно к формуле прямого z -преобразования?

Ответ. Ряд Лорана отражает разложение функции по отрицательным степеням аргумента, то есть формула

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT)z^{-n} = f(0)z^0 + f(T)z^{-1} + f(2T)z^{-2} + \dots$$

соответствует ряду Лорана.

23. Как спроектировать ДЦ методом полного соответствия ПХ дискретной и аналоговой цепей?

Ответ. Дискретные значения ПХ аналоговой цепи $h_{1\text{АЦ}}(t)$ при $t = nT$ считают значениями ПХ ДЦ: $h_{1\text{ДЦ}}(nT) = h_{1\text{АЦ}}(t)|_{t=nT}$; далее находят ее z -преобразование $H_1(z)$ и определяют ПФ ДЦ: $H(z) = \frac{z-1}{z} H_1(z)$.

24. Что такое численное решение уравнений состояния на основе билинейного преобразования?

Ответ. Для численного решения с использованием билинейного преобразования решают матричное уравнение

$$[f_{2n} - f_{2(n-1)}]/T = 0,5 (A[f_{2n} + f_{2(n-1)}] + B[f_{1n} + f_{1(n-1)}])$$

относительно реакции $f_{2n} = f_2(nT)$. Однако проще перейти к расчету соответствующей ДЦ на основании связи ПФ: $H(z) = H(s)$ при $s = 2(z-1)/[T(z+1)]$.

- 25.** Что такое численное решение уравнений состояния на основе алгоритма Эйлера?

Ответ. Для численного решения с использованием, например, явной формы алгоритма Эйлера решают матричное уравнение

$$[f_{2n} - f_{2(n-1)}]/T = Af_{2(n-1)} + Bf_{1(n-1)}$$

относительно реакции $f_{2n} = f_2(nT)$, однако проще перейти к расчету соответствующей ДЦ на основании связи ПФ: $H(z) = H(s)$ при $s = (z-1)/T$.

- 26.** Как найти ПФ ДЦ, зная ПФ исходной непрерывной цепи?

Ответ. Чтобы найти ПФ ДЦ, зная ПФ непрерывной цепи, можно, например, применить формулы перехода при использовании алгоритма Эйлера (см. ответ 25), билинейного преобразования (см. ответ 24) или метод полного соответствия ПХ (см. ответ 23).

- 27.** Какие способы определения интервала дискретизации вы знаете?

Ответ. Интервал дискретизации $T = 2\pi/\omega_d$ определяется на основании теоремы Котельникова: $\omega_d = 2\pi/T = 2\omega_m$, где ω_m — максимальная частота спектра сигнала. На практике ω_m определяют по «жестким» критериям ширины спектра (например, 1 %-ному амплитудному критерию и жестче).

4.16. Нелинейные цепи

- 1.** Что такое НЭ? НЦ? Как обозначают НЭ?

Ответ. Характеристики НЭ нелинейны и зависят от значений токов или напряжений, то есть $u_R = u_R(i_R)$, $\psi_L = \psi_L(i_L)$, $q_C = q_C(u_C)$. Цепь нелинейна, если содержит хотя бы один НЭ. Обозначения нелинейных R -, L -, C -элементов с указанием согласованной полярности аналогичны обозначениям линейных элементов, но перечеркнуты ломаной линией.

- 2.** Каковы общие свойства НЦ?

Ответ. 1. Справедливы уравнения ЗТК и ЗНК. 2. Справедливы принципы непрерывности потокосцепления в L -элементах и заряда в C -элементах. 3. Не применимы все свойства линейности (пропорциональности, дифференцируемости и интегрируемости, наложения). 4. НЦ способны преобразовать спектр входного периодического сигнала.

- 3.** В чем достоинства и недостатки графического метода расчета нелинейных R -цепей?

Ответ. Графический метод удобен, прост и нагляден для расчета простых НЦ. Недостатки метода: низкая точность, громоздкость построений при наличии нескольких НЭ.

4. В чем сущность формулы Лагранжа при расчете R -НЦ?

Ответ. Сущность формулы — в получении аналитического описания ВАХ (заданной несколькими точками) без решения системы уравнений.

5. Что такое итерационные методы решения НФУ?

Ответ. Итерационные методы — это методы последовательных приближений (шаг за шагом) с целью получения решения НФУ с необходимой точностью.

6. Что такое кусочно-линейная модель R -НЭ?

Ответ. На каждом интервале кусочно-линейной аппроксимации ВАХ R -НЭ записывают линейное уравнение, которому соответствует эквивалентная схема в виде последовательного соединения линейного резистора R_k и ИН $u_{0k} = \text{const}$.

7. В чем состоит идеализация диодных характеристик?

Ответ. ИД в открытом состоянии эквивалентен КЗ, в закрытом — ХХ.

8. Что такое РТ?

Ответ. Рабочая точка НЭ — это, например, значения тока и напряжения на ВАХ R -НЭ при действии в R -НЦ постоянных ИН и ИТ (и отсутствии переменного входного сигнала).

* * *

9. Что такое статические и дифференциальные параметры НЭ?

Ответ. Под статическим параметром НЭ понимают отношение ординаты выбранной точки характеристики НЭ к ее абсциссе ($R_{\text{ст}} = u/i$; $C_{\text{ст}} = q/u$; $L_{\text{ст}} = \psi/i$), а под дифференциальным — отношение бесконечно малых приращений ($R_{\text{диф}} = du/di$; $C_{\text{диф}} = dq/du$; $L_{\text{диф}} = d\psi/di$).

10. Каковы признаки классификации НЭ и НЦ?

Ответ. Наиболее простые признаки классификации: 1) по математическому описанию (R -НЦ описываются нелинейными алгебраическими уравнениями, а динамические НЦ — нелинейными дифференциальными); 2) по трудоемкости (НЦ с одним НЭ можно рассчитывать по МЭИ, что упрощает схему и решение); 3) двухполюсные НЭ с неуправляемой характеристикой и трехполюсные НЭ с управляемой характеристикой; 4) НЭ с положительными дифференциальными параметрами и НЭ с падающими участками характеристик; 5) НЭ с однозначной или неоднозначной характеристикой; 6) НЭ с симметричными и НЭ с несимметричными характеристиками.

11. Когда можно использовать МЭИ при расчете НЦ?

Ответ. МЭИ можно использовать при наличии единственного НЭ в НЦ.

12. Что такое метод трех точек при расчете R -НЦ?

Ответ. Для описания характеристики НЭ параболой (параболическая аппроксимация) достаточно использовать три точки на характеристике НЭ.

13. Охарактеризуйте метод Ньютона—Рафсона при решении НФУ.

Ответ. Метод Ньютона—Рафсона обычно дает быструю сходимость при итерационном решении НФУ.

- 14.** Что такое кусочно-линейные диодные модели?

Ответ. Кусочно-линейные диодные модели (представляющие собой комбинации соединений линейных R -элементов, источников постоянных напряжений и диодов) позволяют формировать нарастающие кусочно-линейные ВАХ.

- 15.** В чем особенность уравнений состояния при расчете НЦ?

Ответ. Уравнения состояния для динамических НЦ – это нелинейные дифференциальные уравнения. Для них в общем случае не существует аналитическое решение, поэтому используют методы численного решения (шаг за шагом).

- 16.** Как рассчитывать переходные процессы в НЦ методом кусочно-линейной аппроксимации?

Ответ. На каждом участке кусочно-линейной аппроксимации характеристики НЭ динамическая НЦ рассчитывается как линейная. При этом определяются независимые начальные (границочные) условия для каждого участка.

- 17.** В чем сущность метода гармонического баланса?

Ответ. Метод гармонического баланса используется при приближенном расчете установившихся периодических режимов в НЦ с симметричными характеристиками НЭ. При расчете обеспечивают равенство (баланс) в ДУ НЦ для каждой гармоники в отдельности (обычно ограничиваются только первой гармоникой).

4.17. Начала синтеза пассивных четырехполюсников

- 1.** Почему параметр z_{22} LC-ЧП удовлетворяет основному свойству $Z_{LC}(s)$?

Ответ. При $I_1 = 0$ у ЧП параметр $z_{22} = U_2/I_2 = z_{2\text{вх}}$ является входным сопротивлением $Z_{LC}(s)$ некоторого LC-ДП.

- 2.** Почему знаменатели $z_{12}(s)$ и $z_{22}(s)$ одинаковы?

Ответ. При $I_1 = 0$ у ЧП параметры $z_{12} = U_1/I_2$, $z_{22} = U_2/I_2$ – это две ПФ одной и той же LC-цепи, а их знаменатели (как ХП цепи) одинаковы.

- 3.** Что такое частные полюса $z_{22}(s)$ и $y_{22}(s)$?

Ответ. Частные полюса z_{22} – это «частная собственность» z_{22} , и их нет среди полюсов z_{12} ; частных полюсов y_{22} нет среди полюсов y_{12} .

- 4.** Чем определяются нули ПФ ЧП?

Ответ. Они определяются нулями z_{12} и частными полюсами z_{22} (или нулями y_{12} и частными полюсами y_{22}).

- 5.** Что такое частичное выделение полюса $Z(s)$?

Ответ. При разложении $Z(s)$ по полюсам «полная» составляющая $k_n/(s - s_k)$ от полюса s_k может быть реализована частично как $k_u/(s - s_k)$ при условии $0 < k_u < k_n$.

6. Что такое условие Фиалкова?

Ответ. У ПФ ЧП $H(s) = kB(s)/A(s)$ коэффициенты числителя не должны превышать коэффициентов знаменателя при одинаковых степенях s .

7. Как определить параметры LC -ЧП по заданной ПФ $H_{UXX}(s) = -y_{12}/y_{22}$?

Ответ. У заданной ПФ $H_{UXX} = kB(s)/A(s)$ числитель и знаменатель делят на произвольный полином $D(s)$ (то есть $y_{12} = kB/D$, $y_{22} = A/D$) такой, чтобы $y_{22} = Y_{LC}(s)$.

8. Как формулируется условие реализуемости LC -ЧП?

Ответ. 1. Должно выполняться условие Фиалкова. 2. Нули ПФ должны быть мнимыми (для H_{UXX} и H_{IK3} мнимыми должны быть и полюса ПФ, причем еще и простыми).

9. Как реализуются частные полюса $y_{22}(s)$ и $z_{22}(s)$?

Ответ. Частные полюса реализуют сразу же: у z_{22} — «продольным сопротивлением» Z_1 , а у y_{22} — параллельной выходу ЧП «поперечной проводимостью» Y_0 .

10. Почему при реализации $y_{22}(s)$ на полюса $y_{12}(s)$ «не обращают внимания»?

Ответ. Полюса y_{12} совпадают с полюсами y_{22} , и при синтезе y_{22} они реализуются автоматически.

11. Как реализуются нули y_{12} , совпадающие с нулями остатка от реализации y_{22} ?

Ответ. Остаток обращается, то есть реализуемый нуль становится полюсом обращенного остатка, и, следовательно, он может быть выделен (реализован) полностью.

12. Почему при совпадении нуля остатка с нулем ПФ этот остаток необходимо обратить?

Ответ. Реализуются схемой только полюса, следовательно, чтобы превратить нуль остатка в полюс, остаток нужно обратить.

13. Почему нули и полюса ПФ RC -ЧП должны быть отрицательными?

Ответ. По ПФ, например $H_{IK3} = z_{12}/z_{22}$, синтезируют $z_{22} = Z_{RC}(s)$, а нули ПФ от z_{12} тоже реализуются полюсами продольных сопротивлений и поперечных проводимостей ЧП, обладающих свойствами сопротивления $Z_{RC}(s)$, нули и полюса которого отрицательны.

14. Почему параметр y_{22} RC -ЧП должен удовлетворять основному свойству $Y_{RC}(s)$?

Ответ. При $U_1 = 0$ у ЧП $y_{22} = I_2/U_2 = Y_{2\text{вх}} = Y_{RC}$ — это входная проводимость некоторого RC -ЧП.

15. Как определить параметры RC -ЧП по заданной ПФ $H_{IK3} = z_{12}/z_{22}$?

Ответ. У заданной ПФ $H_{IK3} = kB(s)/A(s)$ числитель и знаменатель делят на произвольный полином $D(s)$ (то есть $z_{12} = kB/D$, $z_{22} = A/D$) такой, чтобы $z_{22} = Z_{RC}(s)$.

* * *

16. Как выглядят ПФ пассивного ЧП при нормированной нагрузке?

Ответ. При нормированной нагрузке ($Y_n = 1, Z_n = 1$) упрощаются исходные формулы $H_U = -y_{12}/(Y_n + y_{22})$, $H_I = z_{12}/(Z_n + z_{22})$, $U_2 = Z_n(-I_2)$, и синтезировать необходимо только два параметра ЧП.

17. Как маркируют элементы ЧП лестничной структуры?

Ответ. Продольные сопротивления ЧП обозначают Z_{ik} (или Z_i , если это первый элемент со стороны 2–2), поперечные проводимости обозначают Y_{0k} (или Y_0 , если это первый элемент со стороны 2–2).

18. Почему полюса продольных сопротивлений $Z_{ik}(s)$ и поперечных проводимостей $Y_{0k}(s)$ – это нули ПФ ЧП?

Ответ. На частотах полюсов s_k получим $Z_{ik}(s_k) = \infty \equiv XX$, $Y_{0k}(s_k) = \infty \equiv K3$, и сигнал на выход ЧП не проходит.

19. Почему частично реализованный полюс не является нулем ПФ ЧП лестничной структуры?

Ответ. Частично реализованный полюс, например, в разложении и реализации $Y = D_1(s)/s = k_n/s + (D_2/s) = Y_1 + Y_2$ можно условно трактовать как делитель напряжения на L -элементах, и при $s = 0$ нуля в передаче напряжения на выход не будет.

20. Чем должна заканчиваться реализация ЧП лестничной структуры?

Ответ. При синтезе ЧП по z_{22} последним элементом в реализации (первым со стороны 1–1) должна быть поперечная проводимость, а при синтезе по y_{22} – продольное сопротивление.

21. Как определить параметры LC -ЧП по заданной ПФ $H_U(s) = -y_{12}/(1 + y_{22})$?

Ответ. Поскольку $H_U = kB(s)/A(s)$, то представляют $A(s) = A_{\text{нр}}(s) + A_{\text{нч}}(s)$ (то есть суммой полиномов четных и нечетных степеней s), делят на $A_{\text{нр}}$, если B – нечетный полином (делят на $A_{\text{нч}}$, если B – четный) и находят $-y_{12} = kB/A_{\text{нр}}$, $y_{22} = A_{\text{нч}}/A_{\text{нр}}$, затем путем проверяют, что $y_{22} = Y_{LC}$.

22. Как реализуются нули y_{12} , не совпадающие с нулями остатка от реализации y_{22} ?

Ответ. Пытаются частично выделить какой-либо полюс остатка (или обращенного остатка), но так, чтобы в новом остатке был нуль, совпадающий с еще не реализованным нулем y_{12} .

23. Поясните, как при частичной реализации полюсов $Y(s) = (s^2 + \omega_i^2)/s$ можно получить нуль остатка на любой частоте?

Ответ. Мнимые ЧХ $Y(j\omega) = (j\omega) + \omega_i^2/(j\omega) = Y_1 + Y_2$ являются нарастающими функциями, причем МЧХ для Y_1 изменяется от 0 до ∞ , для Y_2 – от $-\infty$ до 0, а для их суммы Y – от $-\infty$ до ∞ с нулем при резонансной частоте ω_i . При частичном (то есть неполном) выделении Y_1 или Y_2 в остатке можно получить нуль на любой частоте (что также следует из графиков МЧХ).

24. Почему при синтезе лестничного ЧП остатки от реализации y_{22} (или z_{22}) обрашают?

Ответ. Необходимо получить лестничную структуру: то поперечную проводимость Y_{0k} (выделением, то есть реализацией, полюса Y), то продольное сопротивление Z_{1k} (выделением, то есть реализацией, полюса $Z = 1/Y$).

25. Какими должны быть нули ПФ LC -ЧП лестничной структуры?

Ответ. Нули ПФ должны быть мнимыми, так как они в LC -ЧП реализуются полюсами продольных сопротивлений $Z_{1k} = Z_{RC}$ и поперечных проводимостей $Y_{0k} = Y_{RC}$, у которых корни мнимые.

26. Какими должны быть нули ПФ RC -ЧП лестничной структуры?

Ответ. Нули ПФ должны быть отрицательными, так как они в RC -ЧП реализуются полюсами продольных сопротивлений $Z_{1k} = Z_{LC}$ и поперечных проводимостей $Y_{0k} = Y_{LC}$, у которых корни отрицательные.

27. Как определить параметры RC -ЧП по заданной ПФ $H_1(s) = z_{12}/(1 + z_{22})$?

Ответ. В ПФ $H_1(s) = kB(s)/A(s)$ полином знаменателя заменяют суммой $A(s) = A_{np}(s) + A_{nb}(s)$, причем корни $A_{np}(s)$ лежат правее, а корни $A_{nb}(s)$ — левее корней $A(s)$. Далее находят $z_{12} = kB/A_{np}$, $z_{22} = A_{nb}/A_{np} = Z_{RC}$.

28. Как используется условие Фиалкова при реализации лестничных ЧП?

Ответ. Условие Фиалкова используется только при проверке заданной ПФ на реализуемость. При реализации проверенной ПФ условие Фиалкова выполняется автоматически.

4.18. Связанные контуры с большой добротностью

1. Как выглядят схемы связанных контуров с индуктивной, емкостной и трансформаторной связями?

Ответ. Схема СК включает два последовательных (или параллельных) колебательных RLC -контура, соединенных между собой элементом связи: L -элементом при индуктивной связи, C -элементом — при емкостной, M -элементом — при трансформаторной.

2. Какие виды резонанса в связанных контурах вы знаете?

Ответ. Различают четыре вида резонанса: частный, индивидуальный, сложный и полный.

3. Как наиболее просто реализовать полный резонанс в связанных контурах?

Ответ. На первом этапе контуры настраивают на индивидуальный резонанс, а на втором этапе, подбирая оптимальное значение сопротивления связи, добиваются «максимума максиморума», то есть максимально возможных токов контуров и напряжения на нагрузке.

4. Каково условие передачи максимума мощности в нагрузку в связанных контурах?

Ответ. Для этого необходимо реализовать сложный или полный резонанс.

5. Как выглядят ЧХ связанных контуров?

Ответ. АЧХ в СК в зависимости от типа резонанса — это «одногорбые» кривые или при сложном резонансе — «двугорбые».

6. Охарактеризуйте фильтрующие свойства связанных контуров.

Ответ. Связанные контуры — это ППФ.

7. Что такое обобщенная расстройка в связанных контурах?

Ответ. Обобщенная расстройка характеризует (умноженное на удвоенную добротность) относительное отклонение от частоты настройки на индивидуальный резонанс.

* * *

8. Что такое частный резонанс в связанных контурах, и как он реализуется?

Ответ. Реализуют первый и второй частные резонансы. Они обеспечиваются (без изменения сопротивления связи) настройкой LC -элементов, соответственно, либо первичного, либо вторичного контура до достижения максимума тока вторичного контура.

9. Что такое индивидуальный резонанс в связанных контурах, и как он реализуется?

Ответ. Индивидуальный резонанс обеспечивают без регулировки сопротивления связи, настраивая поочередно резонанс в каждом из контуров при отключенном другом контуре.

10. Что такое сложный резонанс в связанных контурах, и как он реализуется?

Ответ. Резонанс получают итерационным путем, изменяя поочередно сопротивление первичного контура (до достижения максимума первичного тока) и сопротивление связи, до последовательного приближения к «максимуму максиморуму», то есть к максимально возможным значениям токов контуров и напряжения на нагрузке.

11. Что такое оптимальный резонанс в связанных контурах, и как он реализуется?

Ответ. Полный резонанс реализуется при оптимальной связи между контурами (меньшей, чем при сложном резонансе), поэтому его часто называют оптимальным.

12. Какой вид ЧХ связанных контуров считается наилучшим?

Ответ. Наилучшим считается ЧХ, которая ближе по форме к ЧХ идеального ППФ.

13. Что такое обобщенный коэффициент связи в связанных контурах?

Ответ. Для характеристики связи контуров используют обобщенный параметр — фактор связи — коэффициент связи, умноженный на добротность контура.

14. Как проектируют связанные контуры?

Ответ. Для этого по семейству нормированных АЧХ и исходным данным (резонансной частоте, ширине ПП, максимальному значению АЧХ, обычно равному половине добротности контура) определяют параметры связанных контуров.



4.19. Основы машинно-ориентированных методов расчета цепей

- Что такое матрица соединений? Структурная матрица? Матрица инциденций?

Ответ. Указанные названия принадлежат одной матрице $[A_a]$, строки которой соответствуют узлам (включая устранимые), а столбцы — ветвям (элементам) цепи. Элементы матрицы $[A_a]$: $a_{nm} = 1$, если ток ветви m вытекает из узла n ; $a_{nm} = -1$, если ток ветви m втекает в узел n ; $a_{nm} = 0$, если ветвь m не присоединена к узлу n . Полярность всех элементов цепи согласована.

- Каковы основные свойства структурной матрицы?

Ответ. Она содержит информацию об узлах, элементах и направлении токов цепи (полностью раскрывает структуру цепи), в каждом столбце содержит элементы $+1$ и -1 , остальные равны 0 , входит в матричную форму полной системы уравнений ЗТК $[A_a][i] = [0]$, поэтому содержит одну зависимую строку, равную сумме остальных с обратным знаком.

- Как по независимой структурной матрице восстановить полную?

Ответ. В независимую матрицу необходимо добавить строку, равную сумме остальных с обратным знаком.

- Как выглядят упорядоченные матричные уравнения цепи?

Ответ. $[Q][i] = [0]$, $[B][u] = [0]$, где $[Q]$ и $[B]$ — матрицы главных сечений и главных контуров.

- Что такое главное сечение? Как составить матрицу главных сечений?

Ответ. ГС содержит одну ветвь дерева и несколько хорд. Номер ГС и направление выхода из ГС соответствуют номеру и направлению его ветви дерева. Матрица главных сечений $[Q]$ содержит строки, соответствующие номерам ГС, и столбцы, соответствующие номерам ветвей графа цепи. Элементы q_{mn} матрицы $[Q]$ принимают следующие значения: $+1$, если ток i_n выходит из ГС m ; -1 , если ток i_n входит в ГС m ; 0 , если ветвь n не относится к ГС m .

- Что такое главный контур? Как составить матрицу главных контуров?

Ответ. ГК содержит одну хорду и несколько ветвей дерева. Номер и направление ГК соответствуют номеру и направлению его хорды. Матрица главных контуров $[B]$ содержит строки, соответствующие номерам ГК, и столбцы, соответствующие номерам ветвей графа цепи. Элементы b_{mn} матрицы $[B]$ принимают следующие значения: $+1$, если напряжение u_n согласовано с обходом ГК m ; -1 , если напряжение u_n не согласовано с обходом ГК m ; 0 , если ветвь n не входит в ГК m .

- Как записать фундаментальную матрицу цепи?

Ответ. Фундаментальная матрица $[F]$ содержится в матрице главных сечений $[Q] = [(E); (F)]$, где (E) — единичная подматрица. Фундаментальная мат-

рица $[F_B]$ входит в матрицу главных контуров $[B] = [(F_B); (E)]$, причем $[F_B] = -[F]^T$, где т — знак транспонирования.

8. Как записать в матричной форме уравнения закона Ома?

Ответ. $[R][i_R] = [u_R]$, где $[R]$ — диагональная матрица сопротивлений резистивных ветвей цепи.

* * *



9. Что нужно знать о цепи для составления структурной матрицы?

Ответ. В цепи необходимо указать узлы и направления токов элементов (при согласованной полярности всех элементов).

10. Как записываются уравнения ЗНК с использованием структурной матрицы?

Ответ. $[u] = [A]^T [u_y]$, где $[u]$ — матрица напряжений ветвей цепи; $[u_y]$ — матрица узловых напряжений; т — знак транспонирования; $[A]$ — независимая структурная матрица.

11. Что такое ориентированный граф цепи?

Ответ. Это геометрический образ цепи, в котором отражены все элементы и узлы (в том числе устранимые), у каждого элемента указано направление тока и принята согласованная полярность.

12. Как нумеруются ветви графа цепи? Что такое дерево графа? Хорда?

Ответ. Ветви графа нумеруются в такой последовательности: источники напряжения и резисторы дерева графа, резисторы и источники тока хорд. В дерево графа входят ветви, соединяющие все узлы графа без образования замкнутых контуров, содержащие ИН и не содержащие ИТ. Хорда — ветвь, не вошедшая в дерево графа.



13. Почему уравнения для главных сечений независимы?

Ответ. Ток каждой ветви дерева входит только в «свое» уравнение для ГС и не может быть получен из остальных уравнений ГС.

14. Почему независимы уравнения для главных контуров?

Ответ. Напряжение каждой хорды входит только в «свое» уравнение для ГК и не может быть получено из остальных уравнений ГК.

15. Как связаны матрицы главных сечений и главных контуров?

Ответ. Матрица ГС представляется в виде $[Q] = [(E); (F)]$, матрица ГК имеет вид $[B] = [(F_B); (E)]$, причем фундаментальные матрицы $[F_B] = -[F]^T$, где т — знак транспонирования.

16. Почему в уравнениях ЗТК вытекающие из узла токи учитываются с «плюсом»?

Ответ. ЗТК справедлив для узлов, сечений и главных сечений, а токи, выходящие из ГС, учитываются со знаком «+».

4.20. Основы теории чувствительности цепей к изменению параметров

- Сформулируйте теорему компенсации.

Ответ. Приращение реакций $\Delta u_n, \Delta i_n$ на резисторах R_n при изменении сопротивления R_k на ΔR_k можно найти по ПЦ, полученной из исходной цепи исключением всех источников и присоединением последовательно с ветвью $R_k + \Delta R_k$ дополнительного (компенсационного) ИН $u_d = \Delta R_k i_k$.

- Как найти изменения реакции на основе теоремы компенсации?

Ответ. В результате расчета ПЦ, описанной в ответе 1.

- Что такое присоединенная цепь?

Ответ. ПЦ (модель чувствительности) — цепь для расчета приращения реакций при вариации параметров исходной цепи или функций абсолютной чувствительности реакций к изменению параметров исходной цепи.

- Что такое функция абсолютной чувствительности?

Ответ. ФАЧ $T_{f_{\text{вых}} - R_k}$ — это производная реакции $f_{\text{вых}}$ по изменяемому параметру R_k цепи, то есть $T_{f_{\text{вых}} - R_k} = \frac{df_{\text{вых}}}{dR_k}$.

- Как на основании теоремы компенсации составить ПЦ для определения ФАЧ?

Ответ. Из исходной цепи исключить все источники и присоединить последовательно с изменяемым элементом R_k дополнительный ИН $u_d = 1 \cdot i_k$, где i_k — ток через резистор R_k в исходной цепи.

- Как, зная ФАЧ, приближенно оценить изменение реакции?

Ответ. По формуле $\Delta f_{\text{вых}} \cong T_{f_{\text{вых}} - R_k} \Delta R_k$.

- Как составить ПЦ, дифференцируя уравнения цепи?

Ответ. ПЦ формируется так же, как в ответе 5.

- Как формулируется теорема Теледжена?

Ответ. У двух цепей с одинаковыми ориентированными графами равна нулю сумма произведений напряжений u_{k1} (где k — номер элемента) ветвей одной цепи на токи i_{k2} соответствующих ветвей другой (или той же) цепи, то есть $\sum_n u_{k1} i_{k2} = \sum_n u_{k2} i_{k1} = \sum_n u_{k1} i_{k1} = \sum_n u_{k2} i_{k2} = 0$, где n — число элементов.

- Как составить ПЦ для расчета ФАЧ на основании теоремы Теледжена?

Ответ. ПЦ соответствует исходной цепи с исключенными источниками, но дополнительный источник подключается иначе, чем в ПЦ, составленной на основании теоремы компенсации (см. ответы 10–12).

- В чем особенности расчета ФАЧ по ПЦ, составленным по теореме компенсации и по теореме Теледжена?

Ответ. Теорема компенсации определяет вид ПЦ для расчета ФАЧ всех реакций на изменение одного параметра (например, сопротивления) цепи, тео-

рема Теледжена определяет вид ПЦ для расчета ФАЧ одной реакции на изменение всех сопротивлений цепи.

- 11.** Как составляется ПЦ по теореме Теледжена, если реакцией является выходное напряжение?

Ответ. Из исходной цепи исключают все источники и параллельно ветви с напряжением $u_{\text{вых}}$ подключают дополнительный ИТ $\tilde{i}_{\text{доп}} = 1$. ФАЧ вычисляется по формуле $T_{u_{\text{вых}} - R_k} = -i_k \tilde{i}_k$, где i_k — ток через элемент R_k в исходной цепи; \tilde{i}_k — ток через R_k в ПЦ.

- 12.** Как составляется ПЦ по теореме Теледжена, если реакцией является выходной ток?



Ответ. Из исходной цепи исключают все источники и последовательно в ветвь с током $i_{\text{вых}}$ вводят дополнительный ИН $\tilde{u}_{\text{доп}} = 1$. ФАЧ находится по формуле $T_{i_{\text{вых}} - R_k} = i_k \tilde{i}_k$, токи которой описаны в ответе 11.

* * *

- 13.** Как формулируется дуальная теорема компенсации?

Ответ. Приращения реакций Δu_n и Δi_n при изменении некоторой проводимости G_k на ΔG_k можно найти по ПЦ, полученной из исходной цепи исключением всех источников и присоединением параллельно ветви $G_k + \Delta G_k$ дополнительного (компенсационного) ИТ $i_d = \Delta G_k u_k$.

- 14.** Почему дополнительный источник в теореме компенсации называют компенсационным?

Ответ. Он как бы заменяет действие остальных источников в цепи и, будучи подключенным с обратной полярностью в исходную цепь с приращениями, компенсирует все приращения и восстанавливает исходные реакции.

- 15.** Что произойдет, если компенсационный источник включить в исходную цепь, изменив его полярность?

Ответ. Все приращения компенсируются и восстановятся исходные реакции.

- 16.** Эквивалентны ли ПЦ, составленные по основной и дуальной теоремам компенсации?

Ответ. ПЦ эквивалентны (следует учесть формулу связи приращений сопротивления и проводимости $\Delta G_k = -\Delta R_k / [R_k (R_k + \Delta R_k)]$).

- 17.** Как выглядит дуальная ПЦ для определения ФАЧ?

Ответ. ПЦ формируется из исходной цепи исключением всех источников и подключением параллельно резистору R_k (с проводимостью G_k) дополнительного ИТ $i_d = 1 \cdot u_k$, где u_k — напряжение на R_k в исходной цепи. Токи ПЦ дают ФАЧ соответствующих токов $T_{i_n - G_k}$ к изменению проводимости G_k , а напряжения — ФАЧ $T_{u_n - G_k}$.

- 18.** Как связаны ФАЧ к изменению сопротивления и проводимости заданного элемента цепи?

Ответ. Связь имеет вид $T_{f_{\text{вых}} - G_k} = -R_k^2 T_{f_{\text{вых}} - R_k}$.

19. Какие примеры применения теоремы Теледжена вы можете привести?

Ответ. Расчет баланса мощностей и ФАЧ в цепи.

20. Что такое уравнение чувствительности?

Ответ. Уравнение вида $\sum du_k \tilde{i}_k - \sum di_k \tilde{u}_k = 0$, где « Σ » — символ ПЦ с ориентированным графом, соответствующим графу исходной цепи.

21. В чем различия ПЦ, используемых для расчета ФАЧ?

Ответ. См. ответы 5, 10–12.

22. Как найти изменение реакции, если одно из сопротивлений цепи изменится в k раз?

Ответ. В результате расчета ПЦ, описанной в ответе 1, или расчета исходной цепи с учетом заданного изменения сопротивления, или по формуле

$$\Delta f_{\text{вых}} \cong T_{f_{\text{вых}} - R_k} \Delta R_k.$$

23. Как найти изменение реакции, если все сопротивления цепи изменятся в k раз?

Ответ. С помощью выражения $\Delta f_{\text{вых}} \cong T_{f_{\text{вых}} - R_k} \Delta R_k$. Если же в цепи единственный ИН (ИТ), то в k раз изменятся все токи (напряжения) и не изменятся все напряжения (токи).

24. Как выглядят формулы для расчета ФАЧ на основе теоремы Теледжена?

Ответ. $T_{u_{\text{вых}} - R_k} = -i_k \tilde{i}_k$, $T_{i_{\text{вых}} - R_k} = i_k \tilde{i}_k$, причем указанные токи описаны в ответе 11.

4.21. Релейные автоколебательные цепи

1. Что такое релейные элементы, и как выглядят их характеристики?

Ответ. РЭ — это нелинейный ЗИ, у которого связь между выходным $y(t)$ и входным $x(t)$ сигналами представляется кусочно-постоянной характеристикой. Например, у идеального РЭ $y = 1$ при $x > 0$ и $y = -1$ при $x < 0$.

2. Как записываются условия переключения (срабатывания) идеального реле?

Ответ. Если при $t = 0$ и нулевом сигнале на входе $x = 0$ РЭ переключается, например, с уровня $y = -1$ к уровню $y = +1$ (а при $t = \tau$ переключается в обратном направлении), то условие срабатывания имеет вид $x(0) = 0$, $x'(0) > 0$ и $x(\tau) = 0$, $x'(\tau) < 0$.

3. Как записываются условия переключения (срабатывания) РЭ с гистерезисной характеристикой?

Ответ. Если d — ширина полупетли гистерезиса, то условия срабатывания (см. вопрос 2) имеют вид $x(0) = d$, $x'(0) > 0$ и $x(\tau) = -d$, $x'(\tau) < 0$.

4. Как записывается изображение периодического воздействия?

Ответ. Если условно считать периодическое воздействие $y(t) = 0$ при $t < 0$, то его изображение имеет вид $Y(s) = Y_1(s)/(1 - e^{-sT})$, где $Y_1(s)$ — изображение воздействия в интервале $0 < t < T$; T — период колебаний.

5. По каким параметрам ПФ определяют свободную составляющую решения?

Ответ. Вид свободной составляющей определяется полюсами ПФ, то есть корнями знаменателя, который является ХП цепи.

6. Как найти изображение установившейся периодической реакции в релейной автоколебательной цепи?

Ответ. Задача решается отделением от полной реакции ее свободной составляющей, а общий вид периодической установившейся реакции соответствует математической форме периодического воздействия.

* * *

7. Где ранее использовался метод выделения свободной составляющей?

Ответ. Указанный метод используется также при точном расчете (в замкнутой форме) установившегося периодического режима.

8. Как должны выглядеть свободная и вынужденная составляющие решения в t -области? В s -области?

Ответ. И в t -области, и в s -области свободная составляющая определяется корнями ХП (то есть полюсами ПФ), а вынужденная должна иметь математическую форму воздействия.

9. Когда в разложении $H_1(s)$ по полюсам сумма вычетов (сумма коэффициентов A_k) равна нулю?

Ответ. Сумма коэффициентов при разложении $H_1(s)$ на простые дроби равна нулю, если степень числителя ПФ меньше степени знаменателя и полюса ПФ простые, так как при этом $h_1(0^+) = sH_1(s)|_{s \rightarrow \infty} = 0 = \sum A_k$, то есть ПХ непрерывна.

10. Как выглядит изображение периодической реакции в релейной автоколебательной цепи?

Ответ. Поскольку в режиме АК периодическая реакция $x(t) = -x(t \pm \tau)$, где $\tau = T/2$ — полупериод АК, то изображение условно периодической реакции (в предположении $x = 0$ при $t < 0$) будет $X(s) = X_1(s)/(1 + e^{-s\tau})$, причем $x_1(t) \div X_1(s)$ — описание $x(t)$ в интервале $0 < t < \tau$.

11. Почему в изображении установившейся периодической реакции составляющие с сомножителем $e^{-sT/2}$ обычно можно опустить?

Ответ. Указанный прием рассмотрения реакции справедлив только при $0 < t < \tau$, то есть только в интервале полупериода АК $\tau = T/2$.

12. Что такое порог срабатывания РЭ?

Ответ. Порогом срабатывания РЭ называют такое значение управляющего сигнала на входе РЭ, при котором происходит переключение РЭ, то есть изменение выходного сигнала РЭ скачком.

4.22. Магнитные цепи при постоянных магнитных потоках

1. Что такое МЦ?

Ответ. Это совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела (с большой магнитной проницаемостью), которые используются для сосредоточения в них большого МП.

2. Почему МЦ является нелинейной?

Ответ. Характеристика намагничивания ферромагнитных материалов МЦ нелинейна, неоднозначна, с петлей гистерезиса.

3. Как выглядят характеристики ферромагнитных материалов, составляющих МЦ?

Ответ. Эти характеристики нелинейны, неоднозначны, содержат петли гистерезиса.

4. Как определяют направление МП по правилу правого винта?

Ответ. Как бы ввинчивают винт (по часовой стрелке «с торца») «острием» по направлению тока, создающего МП, и направление кругового движения «пальцев» (по часовой стрелке) определяет направление вектора магнитной индукции (то есть нестрого — направление МП).

5. Что такое закон полного тока?

Ответ. Это аналог ЗНК для электрических цепей: циркуляция («интеграл») вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру МЦ (приблизенно равная сумме магнитных напряжений) равна «сумме» МДС обмоток с током, «насаженных» на МЦ.

6. Как связаны магнитная индукция и напряженность магнитного поля?

Ответ. В приближенном анализе МЦ магнитная индукция $B = \mu_a H = \mu \mu_0 H$, где H — напряженность магнитного поля; μ_a — абсолютная магнитная проницаемость; μ — относительная магнитная проницаемость материала МЦ в сравнении с вакуумом ($\mu_{\text{вак}} = 1$); $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная. Значение B измеряется в тесла [Тл], МДС — в амперах [А], H — в амперах на метр [А/м].

7. Какие допущения используются при расчете МЦ при постоянных магнитных полях?

Ответ. 1. Считают вектор магнитной индукции \vec{B} перпендикулярным попеченному сечению (площадью S_k) участка МЦ и одинаковым по сечению, так что МП $\Phi_k = B_k S_k$; МП измеряется в веберах [Вб]. 2. Считают, что линии вектора напряженности магнитного поля \vec{H} совпадают с линиями, проходящими через центры сечений МЦ. 3. Магнитным полем вне МЦ пренебрегают. 4. Считают, что направления векторов \vec{B} и \vec{H} совпадают и их связь определяется ОКН (а не характеристикой намагничивания с петлей гистерезиса). 5. Воздушные зазоры считаются малыми, линии вектора \vec{B} в них — параллельными и перпендикулярными сечению зазора, площадь которого считают близ-

кой к площади сечения «примыкающего» к зазору ферромагнитного участка МЦ.

8. В чем особенность расчета неразветвленной МЦ?

Ответ. У неразветвленной МЦ магнитный поток одинаков в любом сечении.

* * *

9. Приведите примеры однородных, неразветвленных, разветвленных, неоднородных МЦ.

Ответ. Пример неразветвленной однородной МЦ — трансформатор на торOIDальном сердечнике, разветвленной — трансформатор на Ш-образном сердечнике, неоднородной — реле с воздушным зазором.

10. Как выглядят характеристики воздушных зазоров МЦ?

Ответ. Воздушный зазор — это линейный элемент МЦ, в нем линейна связь магнитной индукции с напряженностью магнитного поля $B = \mu_0 H$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

11. Что такое магнитомягкие и магнитотвердые материалы?

Ответ. Магнитотвердые материалы (из которых изготавливают магниты) имеют широкую петлю гистерезиса (коэрцитивная сила $H_k > 4000$ А/м — половина ширины петли). Магнитомягкие материалы ($H_k < 200$ А/м) имеют узкую петлю гистерезиса, близкую к ОКН.

12. В чем причины гистерезиса в ферромагнитных материалах?

Ответ. Ферромагнитные материалы считаются состоящими из хаотично расположенных областей (доменов) с сильным самопроизвольным намагничиванием. Под действием напряженности внешнего магнитного поля они разворачиваются по его направлению, но этот процесс обладает большой инерционностью, то есть при уменьшении напряженности H «разворот» доменов как бы запаздывает и создает эффект гистерезиса в характеристике намагничивания ферромагнитного материала $B(H)$.

13. Чем различаются индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником и индуктивность катушки с «воздушным сердечником»?

Ответ. Индуктивность (в теории линейных цепей) — это коэффициент пропорциональности между потокосцеплением катушки и током (который ее создал). В ферромагнитном сердечнике (в зоне линейности ОКН) МП значительно выше, чем в «воздушном сердечнике», поэтому и индуктивность больше. Но L -элемент на ферромагнитном сердечнике — нелинейный элемент, а на «воздушном» — линейный.

14. В чем аналогия расчета МЦ и R -НЦ?

Ответ. Аналог ЗТК для МЦ: алгебраическая сумма МП Φ_k в разветвлении МЦ равна нулю (причем МП Φ_k магнитной индукции e_k через поперечное сечение S_k участка МЦ $\Phi_k = e_k S_k$). Аналог ЗНК для МЦ: в любом контуре МЦ алгебраическая сумма магнитных напряжений V_k (под действием напря-

женности магнитного поля H_k на каждом участке МЦ длиной l_k) равна алгебраической сумме МДС F_k (созданных токами i_k , протекающими по обмоткам с числом витков N_k), причем $V_k = H_k l_k$, $F_k = N_k i_k$. Аналог закона Ома (для участков МЦ из магнитомягких материалов и для воздушных зазоров МЦ): $V_k = R_{mk} \Phi_k$, где магнитное сопротивление участка МЦ $R_{mk} = l_k / (S_k \mu_a)$ пропорционально длине участка и обратно пропорционально площади его поперечного сечения и абсолютной магнитной проницаемости μ_a . Характеристика $V_k(\Phi_k)$, соответствующая кривой $B(H)$, нелинейна для ферромагнитных участков МЦ.

15. В чем особенность расчета разветвленных МЦ?

Ответ. Расчет разветвленных МЦ при постоянных МП аналогичен расчету Р-НЦ при постоянных воздействиях и в общем случае базируется на графическом построении результирующих характеристик зависимостей магнитного напряжения от магнитного потока и отыскании рабочих точек на них по заданной МДС.

16. В чем особенность расчета МЦ с постоянным магнитом?

Ответ. При анализе вместо ОКН приходится использовать характеристику намагничивания магнита, имеющую широкую петлю гистерезиса, и определять рабочую точку «для магнита» во втором квадранте петли гистерезиса, поскольку в материале магнита и в воздушном зазоре МЦ линии вектора магнитной индукции \vec{B} имеют одинаковое направление (в силу их непрерывности), а векторы напряженности магнитного поля \vec{H} — противоположное (по закону полного тока — аналогу ЗНК для МЦ).



Список литературы

1. Бычков Ю. А., Золотницкий В. М., Чернышев Э. П., Белянин А. Н. Основы теоретической электротехники. — СПб. : Лань, 2009.
2. Бычков Ю. А., Золотницкий В. М., Чернышев Э. П. Основы теории электрических цепей. — СПб. : Лань, 2004.
3. Сборник задач и практикум по основам теории электрических цепей / Под ред. Ю. А. Бычкова, В. М. Золотницкого, Э. П. Чернышева. — СПб. : Питер, 2005.
4. Теоретические основы электротехники. Справочник по основам теории цепей / Под ред. Ю. А. Бычкова, В. М. Золотницкого, Э. П. Чернышева. — СПб. : Питер, 2008.
5. Матханов П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. — М. : Высшая школа, 1990.
6. Сборник задач по теории электрических цепей / Под ред. П. Н. Матханова, Л. В. Данилова. — М. : Высшая школа, 1980.
7. Демирчян К. С., Нейман Л. Р., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л. Теоретические основы электротехники. — СПб. : Питер, 2006.

СПРАВОЧНИК ПО ОСНОВАМ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Под редакцией Ю. А. Бычкова, В. М. Золотницкого, Е. Б. Соловьевой, Э. П. Чернышева

Учебное пособие

ЛР № 065466 от 21.10.97

Гигиенический сертификат 78.01.07.953.П.007216.04.10
от 21.04.2010 г., выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ». lan@lanbook.ru; www.lanbook.com
192029, Санкт-Петербург, Общественный пер., 5.
Тел./факс: (812)412-29-35, 412-05-97, 412-92-72.
Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

ГДЕ КУПИТЬ

ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИЙ:

Для того чтобы заказать необходимые Вам книги, достаточно обратиться
в любую из торговых компаний Издательского Дома «ЛАНЬ»:

по России и зарубежью

«ЛАНЬ-ТРЕЙД». 192029, Санкт-Петербург, ул. Крупской, 13
тел.: (812) 412-85-78, 412-14-45, 412-85-82; тел./факс: (812) 412-54-93
e-mail: trade@lanbook.ru; ICQ: 446-869-967, www.lanpbl.spb.ru/price.htm

в Москве и в Московской области

«ЛАНЬ-ПРЕСС». 109263, Москва, 7-я ул. Текстильщиков, д. 6/19, тел.: (499) 178-65-85;
e-mail: lanpress@lanbook.ru



в Краснодаре и в Краснодарском крае

«ЛАНЬ-ЮГ». 350072, Краснодар, ул. Жлобы, д. 1/1, тел.: (861) 274-10-35; e-mail: lankrd98@mail.ru

ДЛЯ РОЗНИЧНЫХ ПОКУПАТЕЛЕЙ:

интернет-магазины:

Издательство «Лань»: <http://www.lanbook.com>

«Сова»: <http://www.symplex.ru>; «Ozon.ru»: <http://www.ozon.ru>; «Библион»: <http://www.biblion.ru>

Подписано в печать 24.08.11. Бумага офсетная. Гарнитура Литературная. Формат 70×100^{1/16}.
Печать офсетная. Усл. п. л. 29,90. Тираж 1500 экз.

Заказ № .

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных материалов
в ОАО «Дом печати — ВЯТКА» 610033, г. Киров, ул. Московская, 122