

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра САПР

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №1
по дисциплине «Основы теории управления»
Тема: Моделирование и определение характеристик RLC-цепи

Студент гр. 1302	_____	Новиков Г.В.
Студентка гр. 1302	_____	Марзаева В.И.
Студентка гр. 1302	_____	Романова О.В.
Преподаватель	_____	Черных Д.А.

Санкт-Петербург
2023

Цель работы.

Выполнить поставленные задания с учетом вариантов в среде MATLAB/Simulink.

Задание.

1 часть:

1. Составить математическую модель в дифференциальных уравнениях для RLC-цепи.
2. Перейти от математической модели в дифференциальных уравнениях к передаточной функции.
3. Построить компьютерные модели в среде MATLAB/Simulink. (на основе ДУ и ПФ). Использовать в качестве входного источника сигнала:
 - 3.1. Ступенчатый импульс (Step) со значением final value = U_n , где n – номер варианта.
 - 3.2. Прямоугольный импульс (Signal Generator) с амплитудным значением final value = U_n , где n – номер варианта. (не менее 3 прямоугольных импульсов за все время симуляции.)
4. Получить переходные характеристики для каждой из построенных моделей при различных входных сигналах. Выполнить сравнительный анализ.
5. Построить ПФ объекта в MATLAB (Command Window) и получить следующие характеристики:
 - Переходная характеристика;
 - Логарифмические частотные характеристики;
 - Амплитудно-фазовая характеристика;
 - Расположение корней объекта на корневой плоскости.

Проанализировать полученные характеристики.

2 часть:

1. Для звена вида:

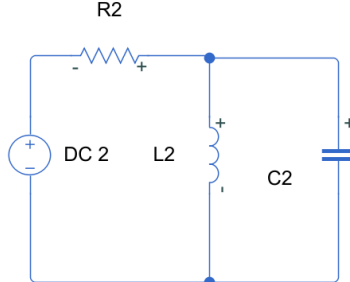
$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kf(t)$$

определить переходную и частотные характеристики (АФХ и ЛЧХ) при выбранных значениях (см. варианты задания) параметров T , ζ , привести графики.

Провести исследование характеристик звена, состоящее в следующем.

- Проанализировать движение корней (траекторий корней) ХП на комплексной плоскости при изменении параметра ζ , привести графики.
- Построить график зависимости резонансного пика АЧХ от коэффициента демпфирования в пределах $0 \leq \zeta \leq 1$.
- Построить график зависимости резонансной частоты ω_p от постоянной времени T при выбранном значении ζ .
- Определить экспериментально оптимальное значение коэффициента демпфирования $\zeta = \zeta_{\text{опт}}$ из условия минимума времени t_p затухания процесса (принять за t_p время, начиная с которого переходная характеристика остается в пределах $\pm 5\%$ от установившегося значения). Как располагаются на комплексной плоскости корни ХП при $\zeta = \zeta_{\text{опт}}$? Чему равна высота пика ЛАЧХ?
- Определить переходную и частотные характеристики (АФХ и ЛЧХ) при изменении знака коэффициента демпфирования ζ на $-\zeta$, привести графики.

Вариант 4 (без катушки):

4		$R_{22}=15 \text{ Ом}; L_{22}=0.00125 \text{ мГн};$ $C_{22}=0.015 \text{ мФ}; U_{22}=50 \text{ В};$ Определить: $u_{ст}$	$k=8;$ $T=4;$ $\xi=0.5$
---	---	--	-------------------------------

Основные теоретические положения.

Математические модели объектов управления и других функциональных элементов, а также систем автоматического управления в целом часто представляются совокупностью тем или иным образом связанных между собой простейших, типовых звеньев. Передаточная функция (ПФ) любой линейной системы может быть разложена на ПФ ограниченного числа таких звеньев.

Любой объект взаимодействует с внешней средой с помощью входов и выходов. Входы – это возможные воздействия на объект, выходы – это те сигналы, которые можно измерить. Построить математическую модель – это значит описать зависимость выходной реакции объекта на входное воздействие при помощи математических операторов. С помощью математической модели появляется возможность предсказать реакцию объекта на любой входной сигнал.

Выполнение задания 1.

1.

$$U - iR = U_C$$

$$i(t) = C \frac{dU_C(t)}{dt}$$

$$u(t) = RC \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C(t)$$

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{U(t) - U_C(t)}{RC}$$

2.

$$p = d/dt$$

$$p^k = d^k / dt^k$$

$$u(t) = RC p^2 U_c(t) + U_c(t)$$

$$u(s) = RC s^2 U_c(s) + U_c(s)$$

$$\frac{U_c(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + RCs} = W(s)$$

3.

3.1. Ступенчатый импульс (Step) со значением final value = $U_4 = 50B$:

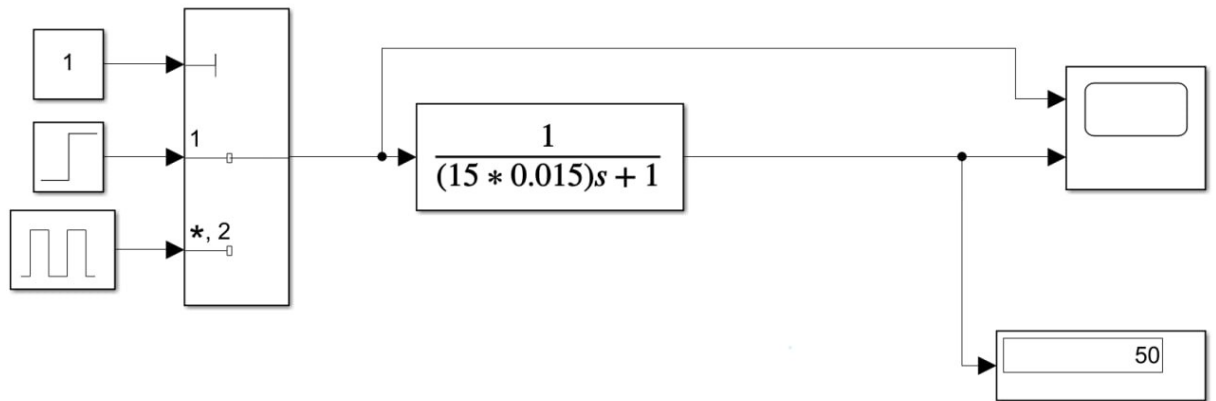


Рис. 1. Модель ПФ

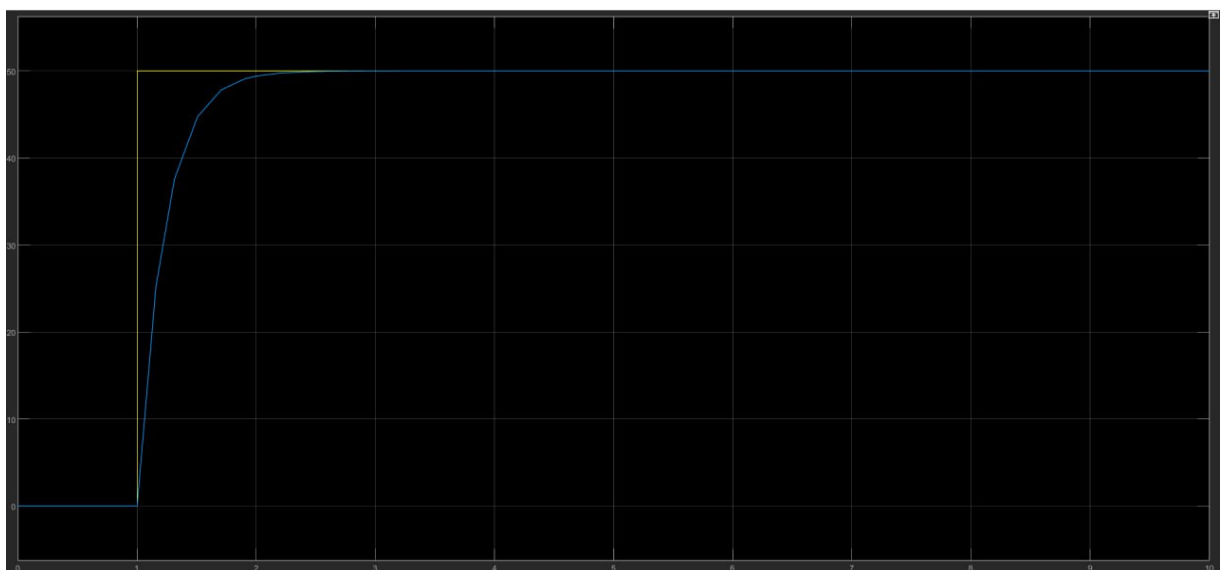


Рис. 2. Осциллограмма модели ПФ

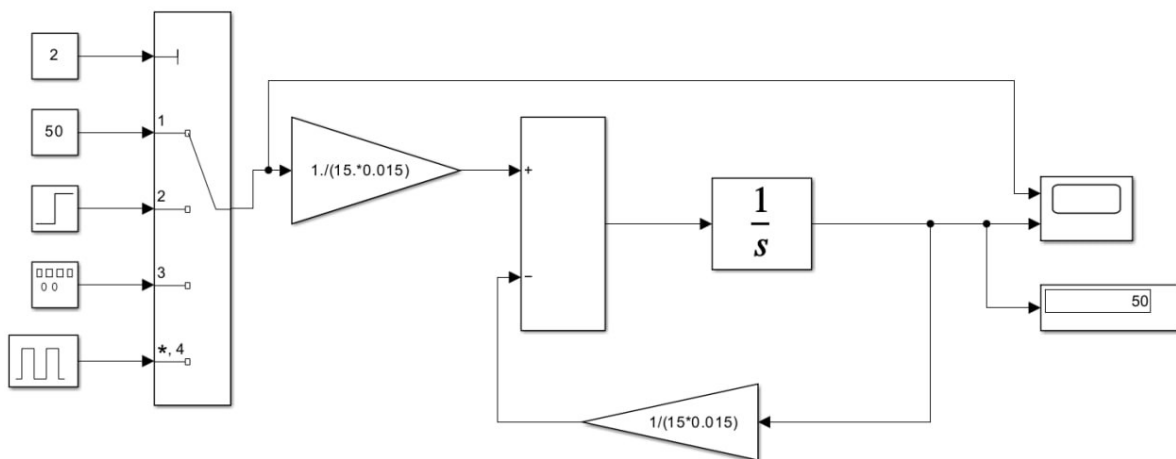


Рис. 3. Модель ДУ

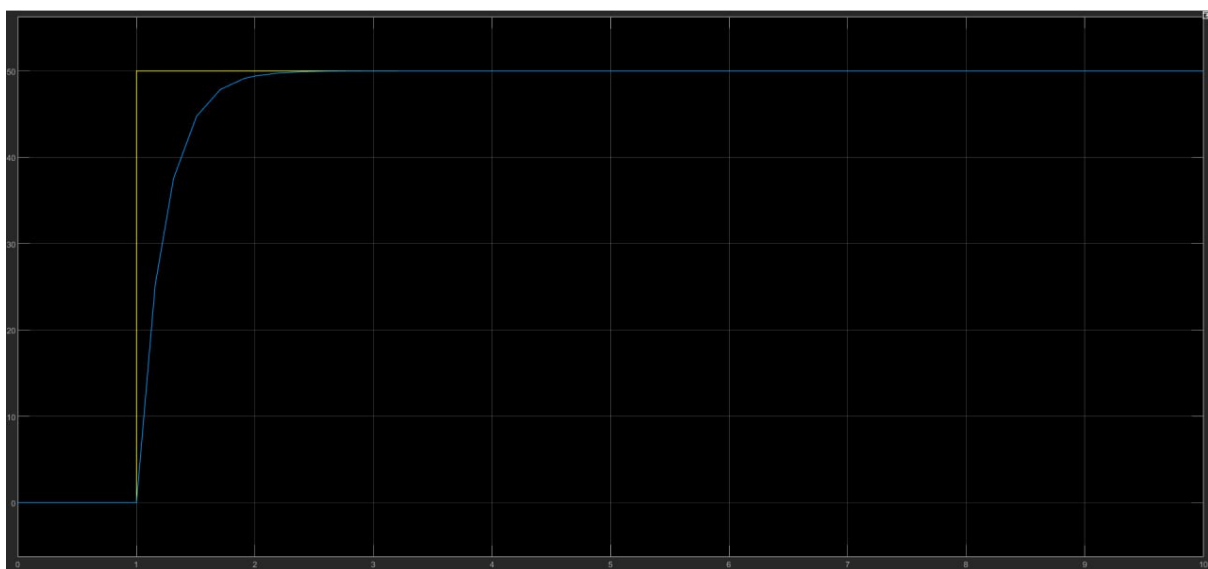


Рис. 4. Осциллограмма модели ДУ

3.2. Прямоугольный импульс (Pulse Generator) с амплитудным значением final value = 50:

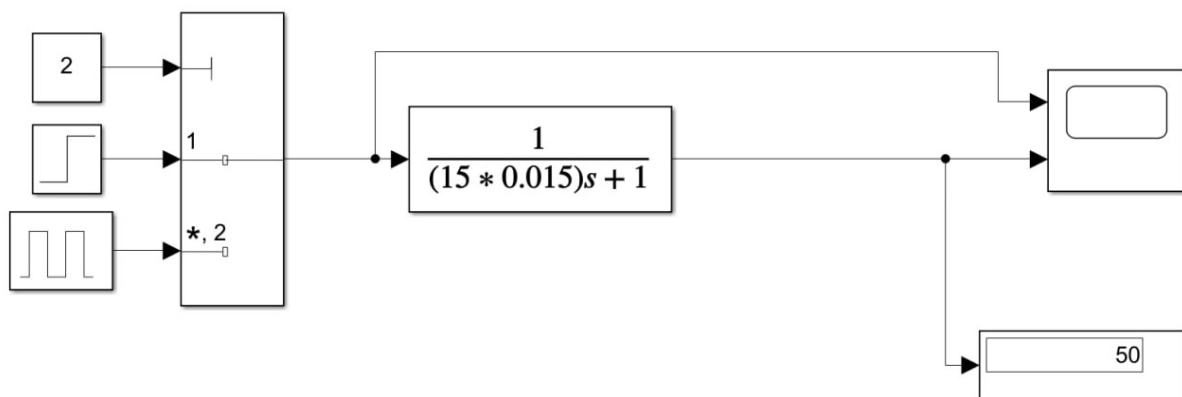


Рис. 5. Модель ПФ

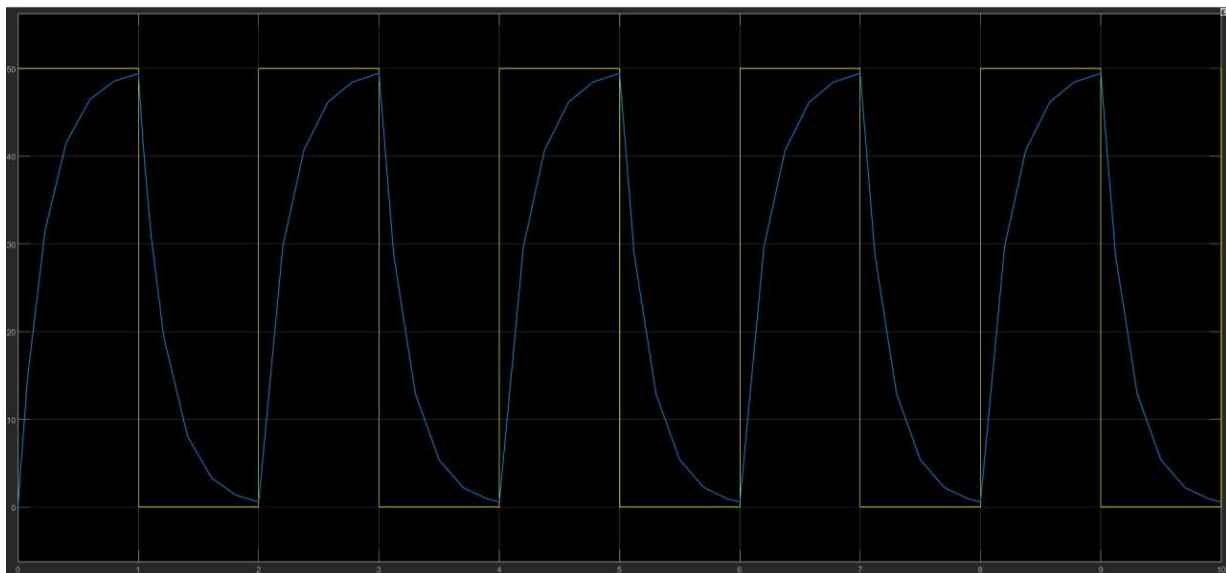


Рис. 6. Осциллограмма модели ПФ

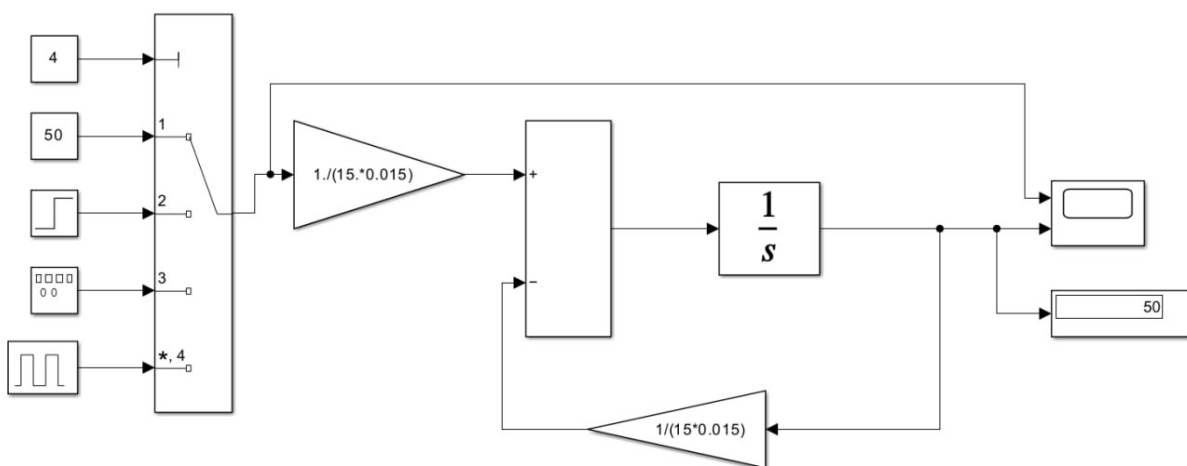


Рис. 7. Модель ДУ

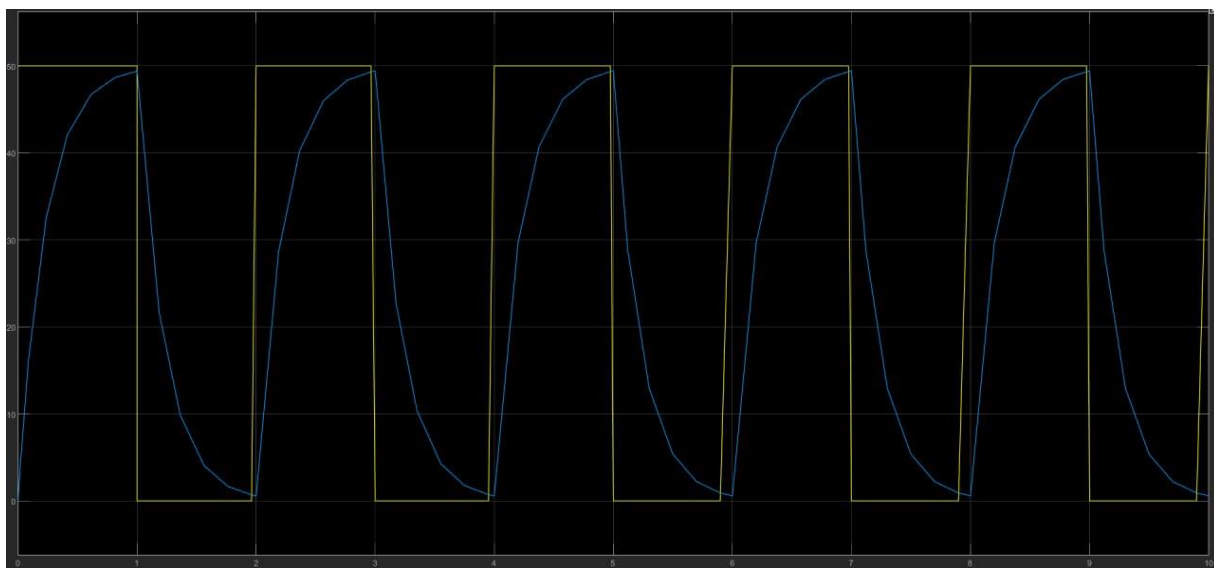


Рис. 8. Осциллограмма модели ДУ

4.

Блок Score (осциллограмма) в модели, представленной через систему ДУ дает переходную характеристику.

5.

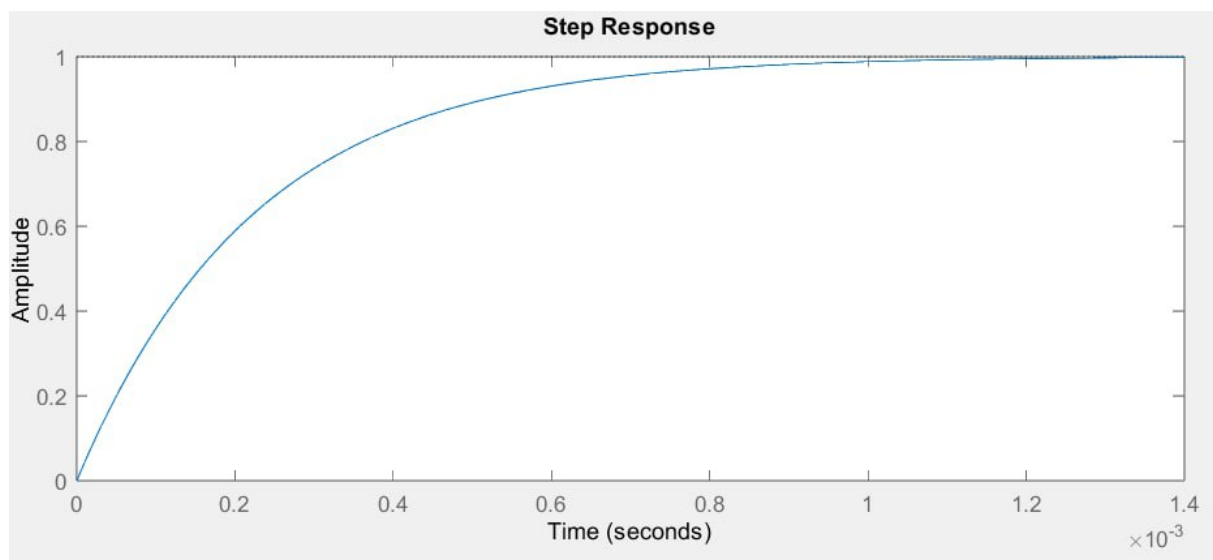


Рис. 9. Переходная характеристика

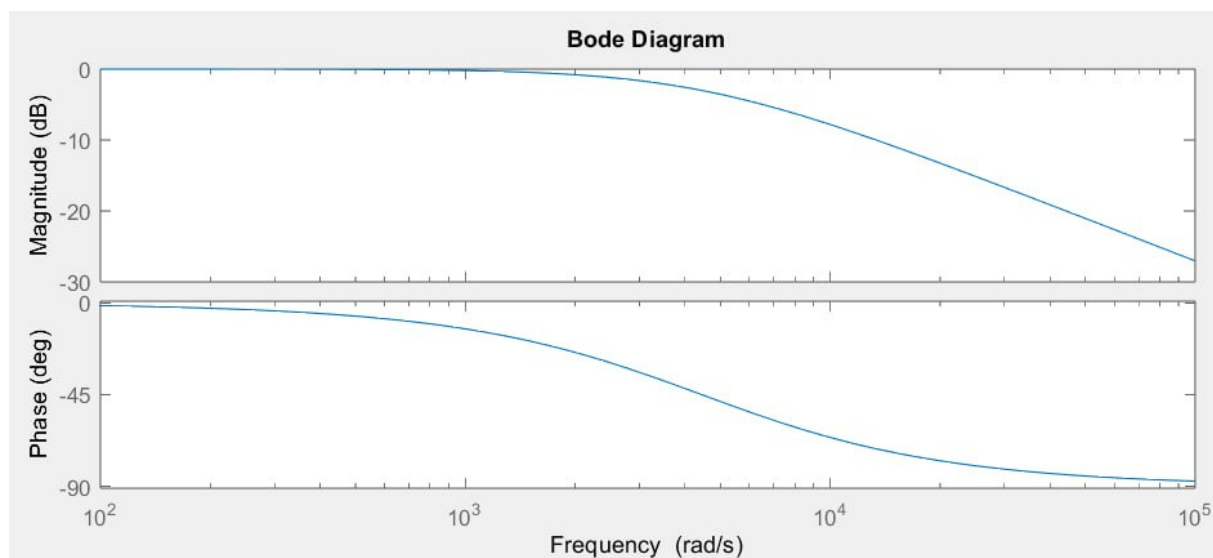


Рис. 10. Логарифмические частотные характеристики (ЛАЧХ и ЛФЧХ)

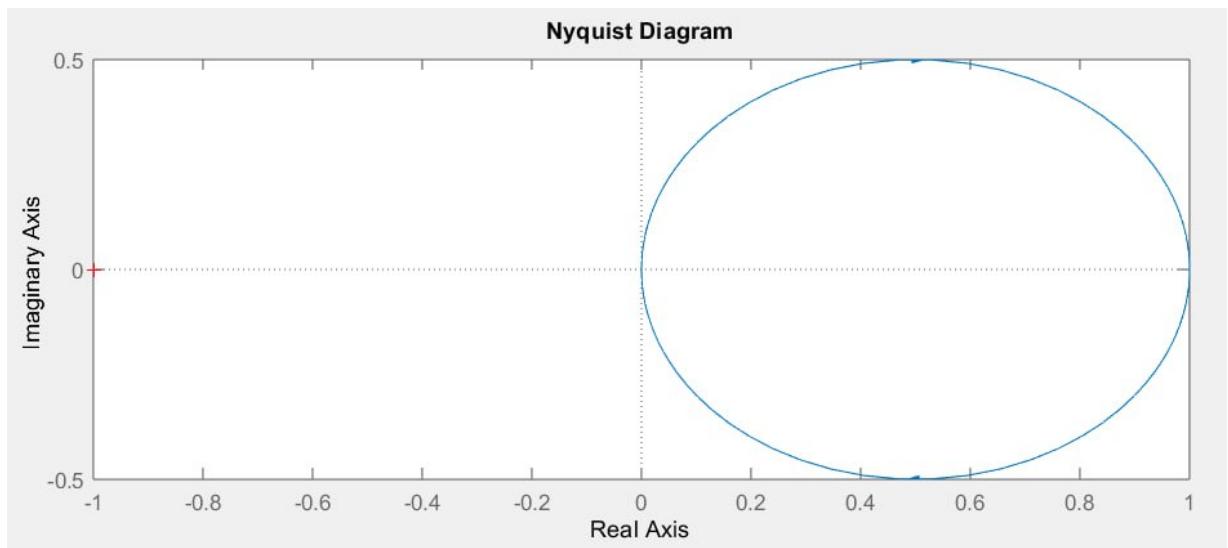


Рис. 11. Амплитудно-фазовая характеристика

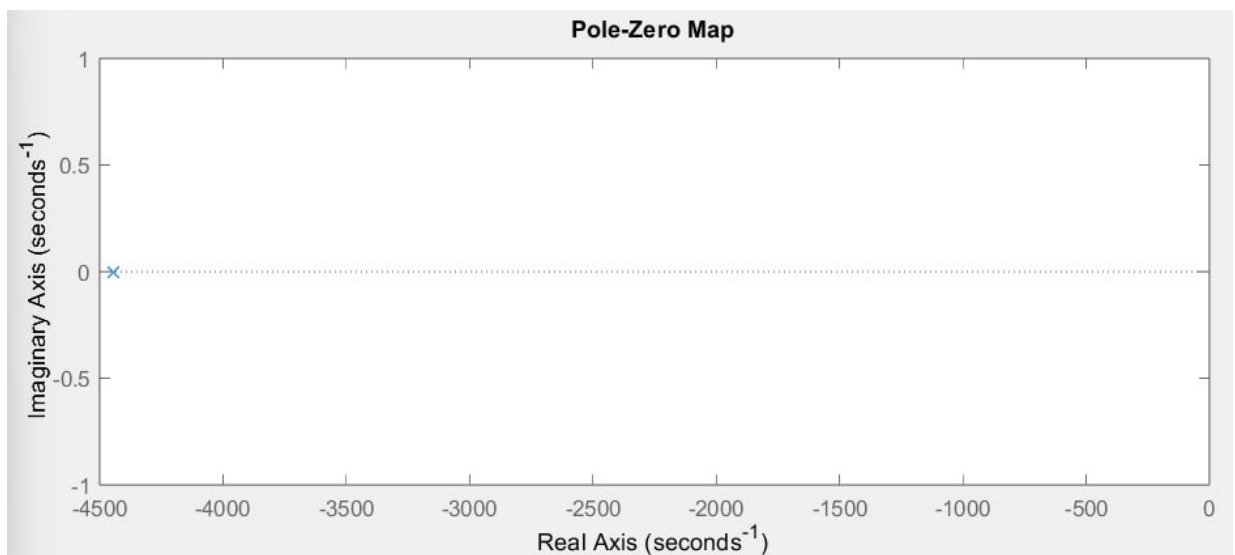


Рис. 12. Расположение корней объекта на корневой плоскости

Вывод по первой части:

Были построены модели в дифференциальных уравнениях и в виде передаточной функции на основе RLC-цепи. Как мы видим из осциллограммы переходного процесса, он является монотонно сходящимся и стабилизируется примерно в течение 1 мс. При источнике сигнала ступенчатого вида сигнал через некоторое время становится постоянным и равным final value, при источнике в виде прямоугольного импульса при высоком напряжении он стремится к значению final value, а при низком – к минимальному значению.

Выполнение задания 2.

1.

1.1.

ДУ:

$$4^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \cdot 0.5 \cdot 4 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 8 \cdot f(t)$$

Переход от ДУ к ПФ (через оператор дифференцирования и прямое преобразование Лапласа):

$$p = d/dt$$

$$p^k = d^k / dt^k$$

$$4^2 p^2 y(t) + 2 \cdot 0.5 \cdot 4 p y(t) + y(t) = 8 \cdot f(t)$$

$$16 p^2 y(t) + 4 p y(t) + y(t) = 8 \cdot f(t)$$

$$16 s^2 Y(s) + 4 s Y(s) + Y(s) = 8 \cdot F(s)$$

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{8}{16 s^2 + 4 s + 1} = W(s)$$

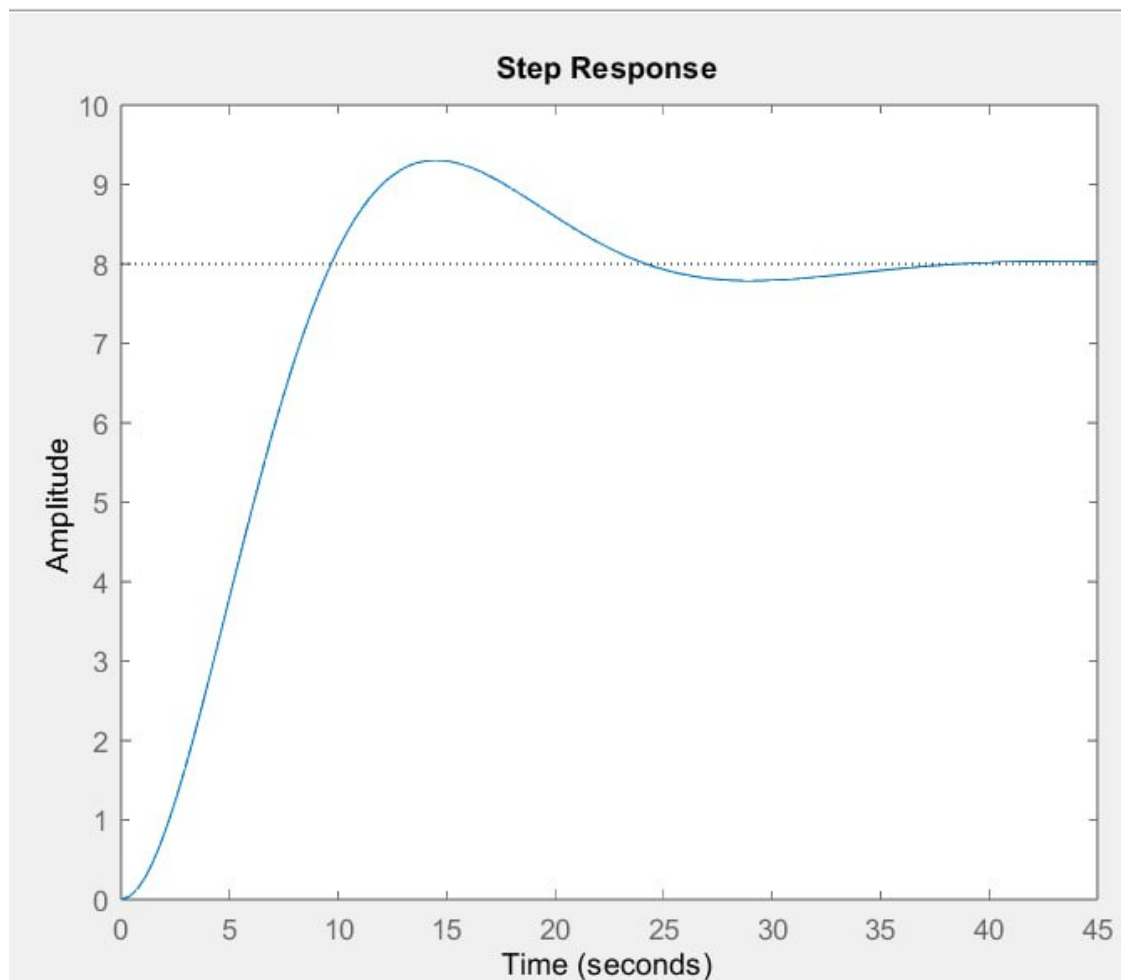


Рис. 13. ПХ для $W(s)$

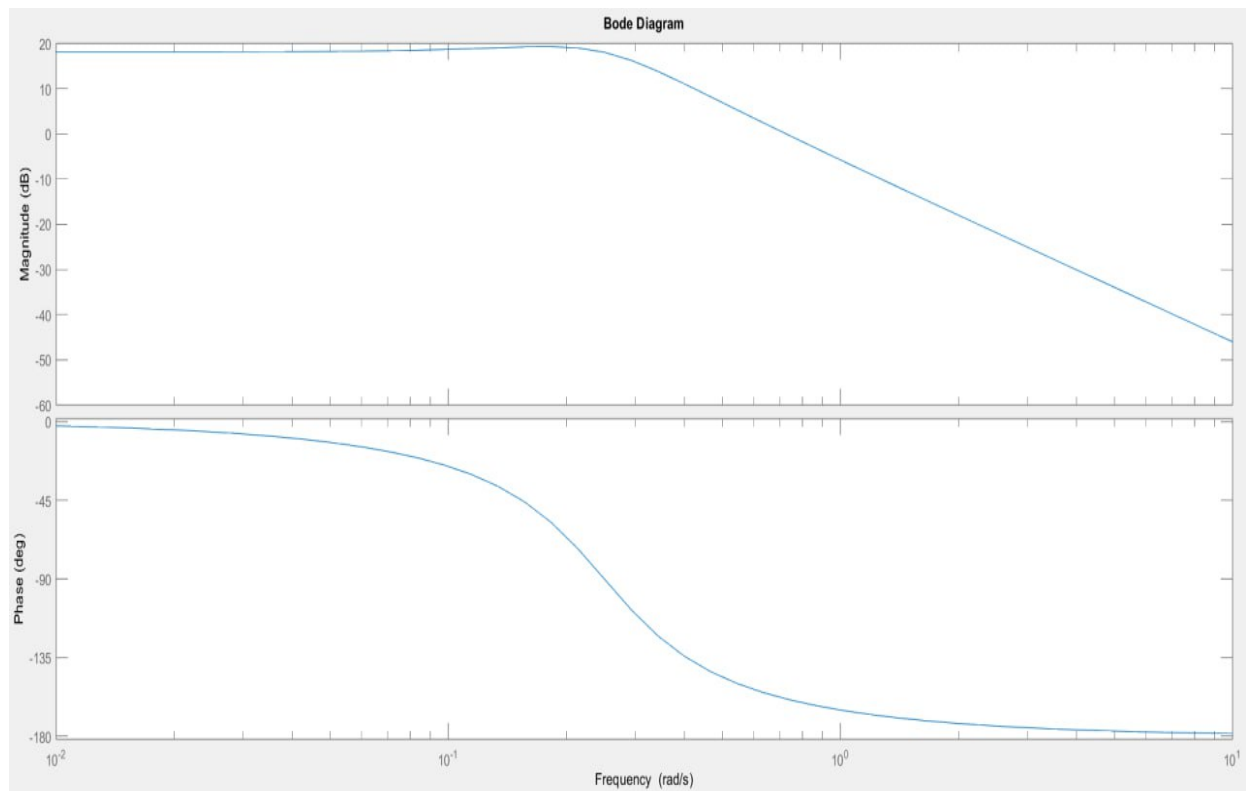


Рис. 14. ЛАЧХ и ЛФЧХ для $W(s)$

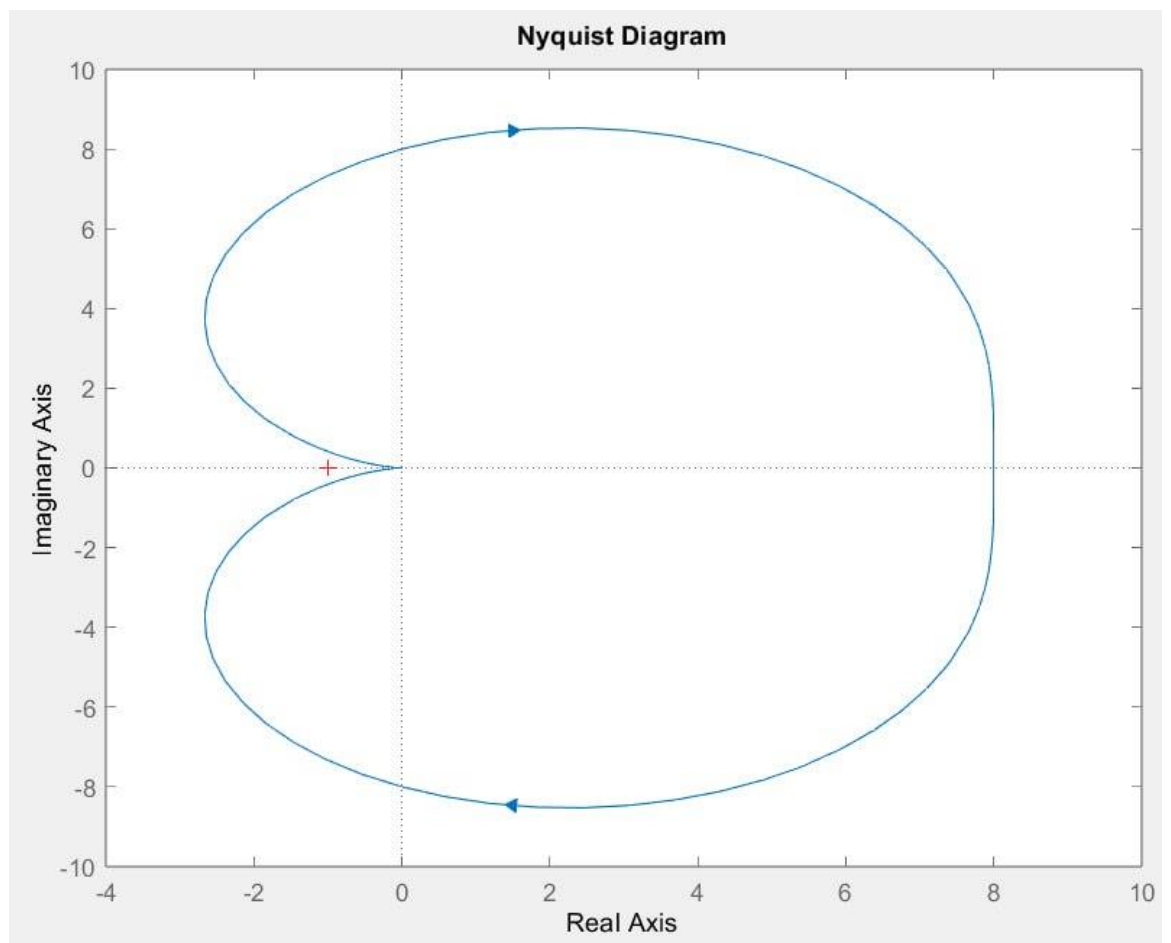


Рис. 15. АФХ для $W(s)$

1.2.

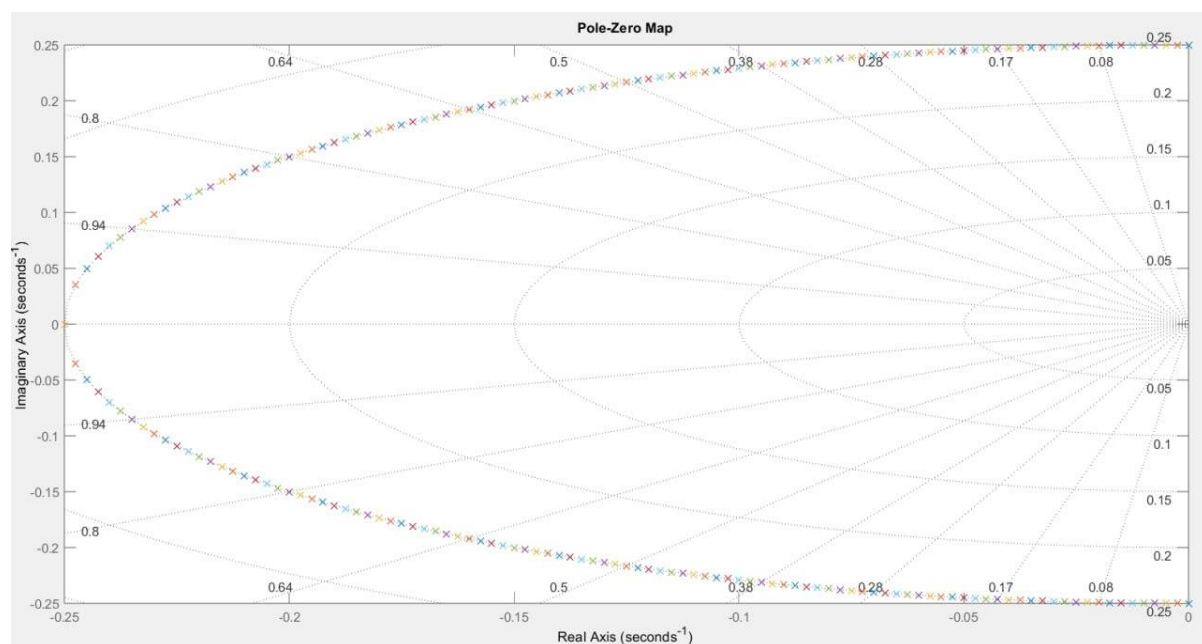


Рис. 16. Движение корней (траекторий корней) ХП на комплексной плоскости при изменении параметра ζ

1.3.

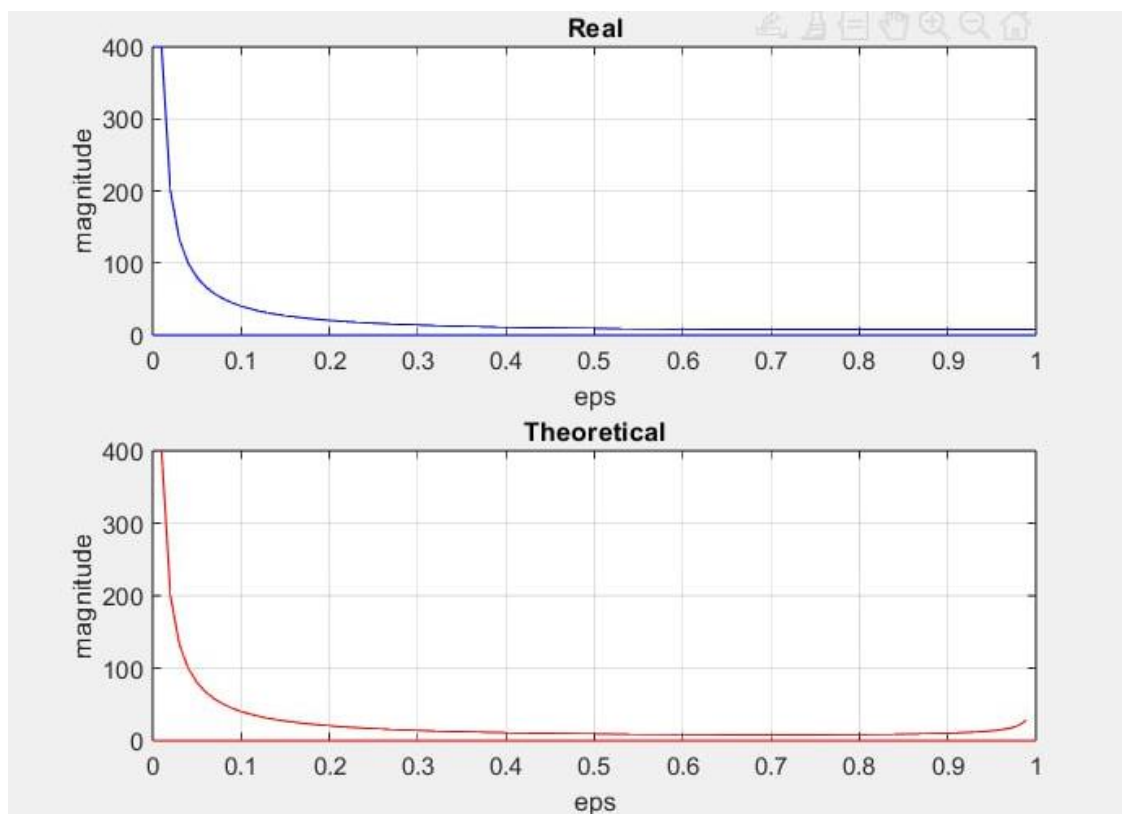


Рис. 17. Зависимость резонансного пика АЧХ от коэффициента демпфирования

1.4.

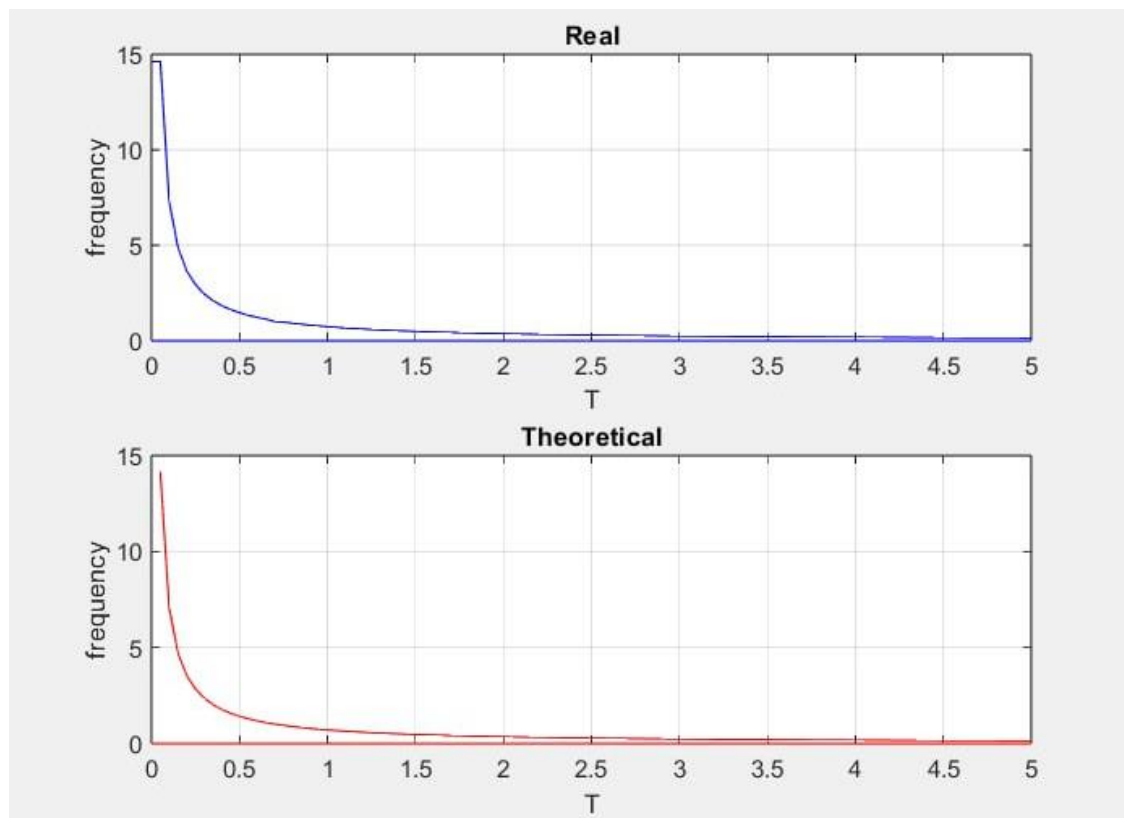


Рис. 18. Зависимость резонансной частоты ω_p от постоянной времени T при выбранном значении ξ

1.5.

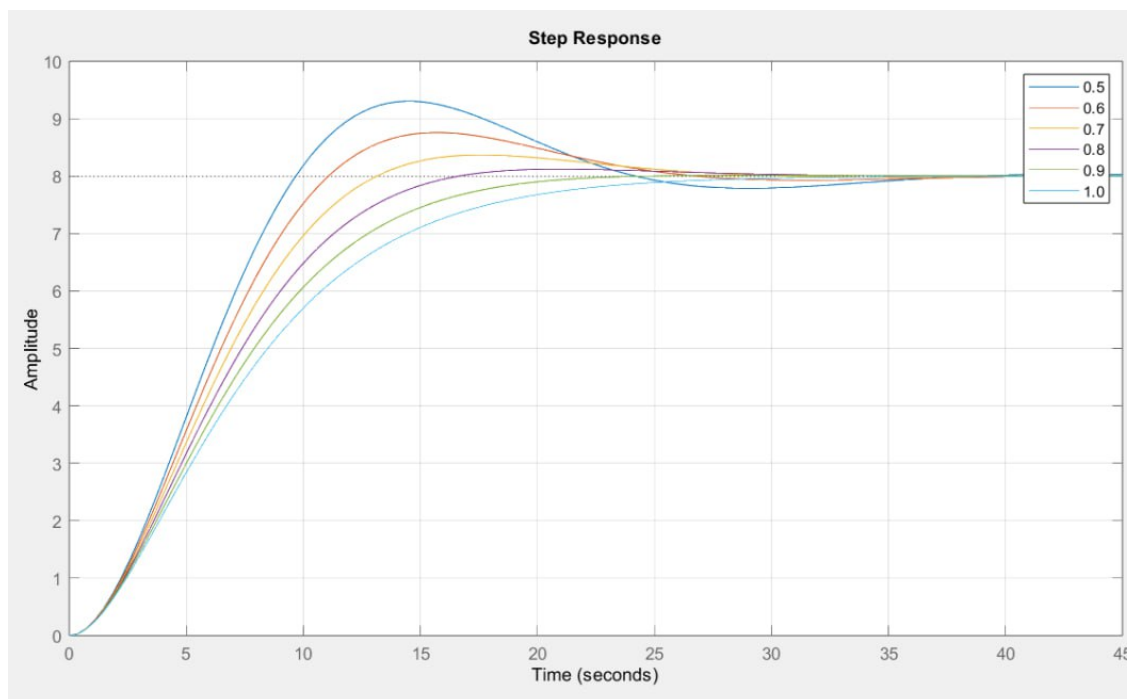


Рис. 19. Переходные характеристики при разных коэффициентах демпфирования

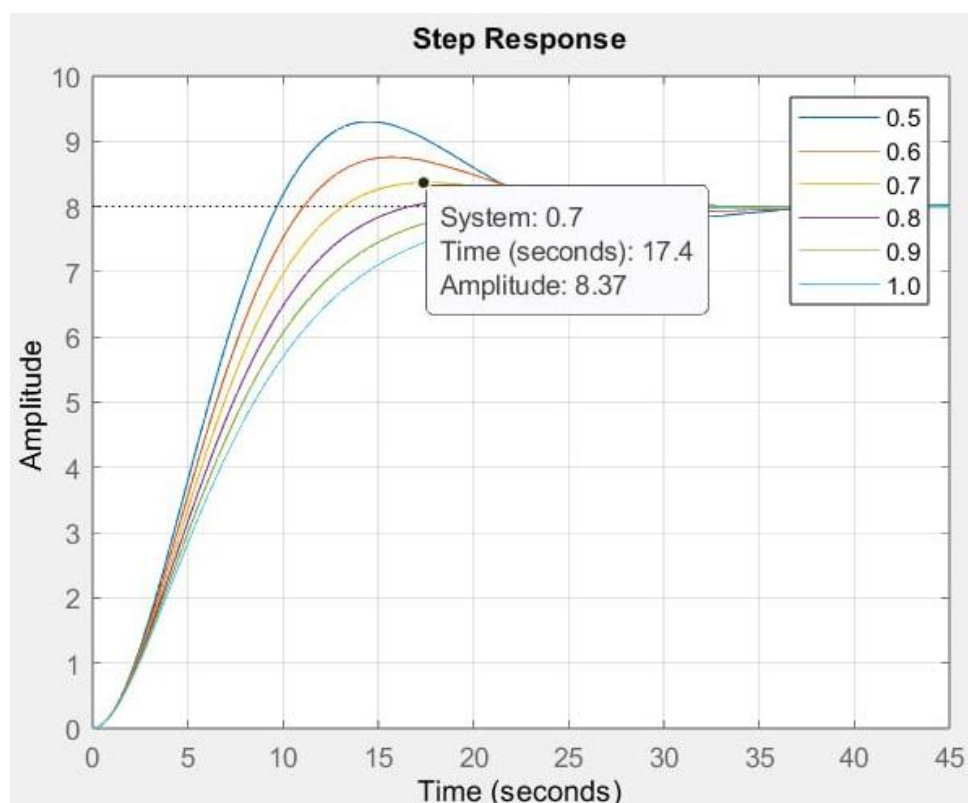


Рис. 20. Оптимальное значение коэффициента демпфирования $\zeta = \zeta_{\text{опт}}$ из условия минимума времени t_p затухания процесса

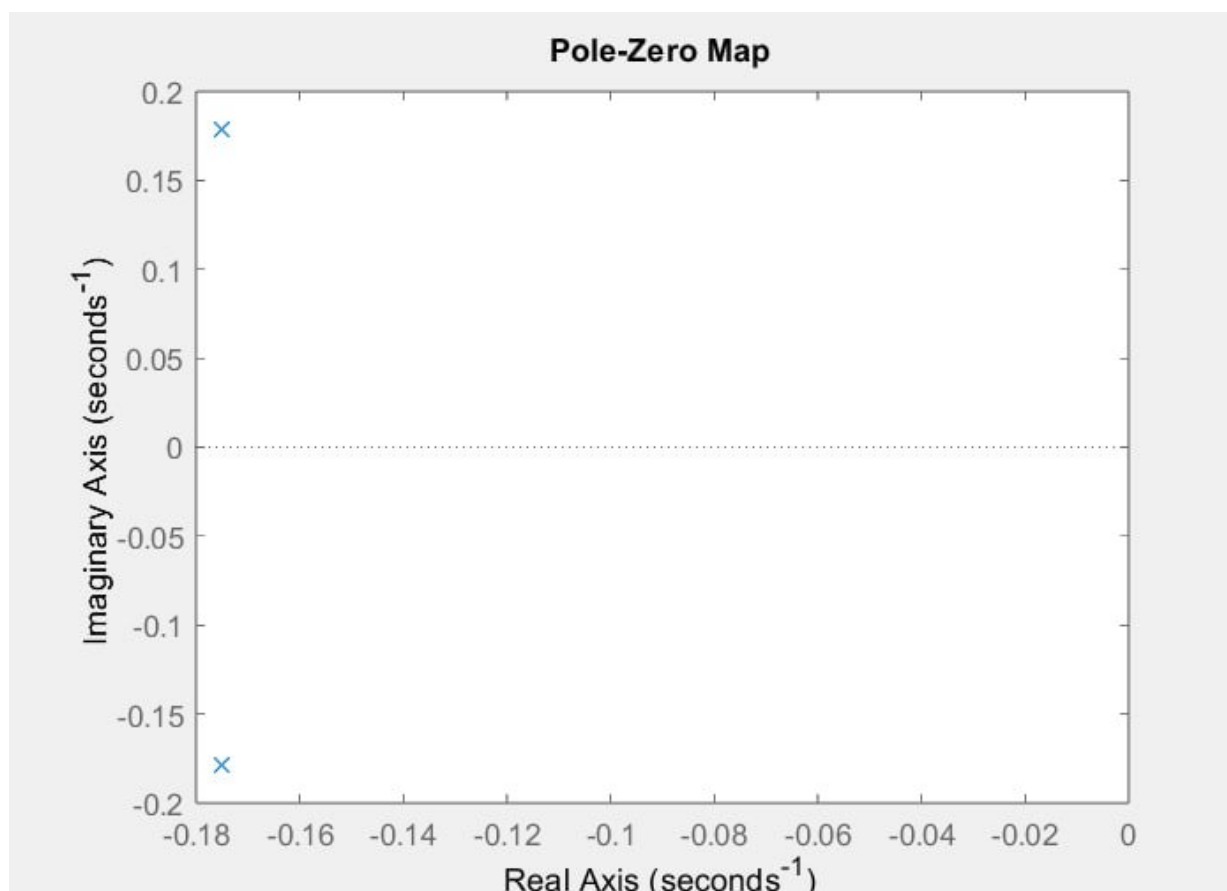


Рис. 21. Корни ХП при $\xi = \xi_{\text{опт}} = 0.7$.

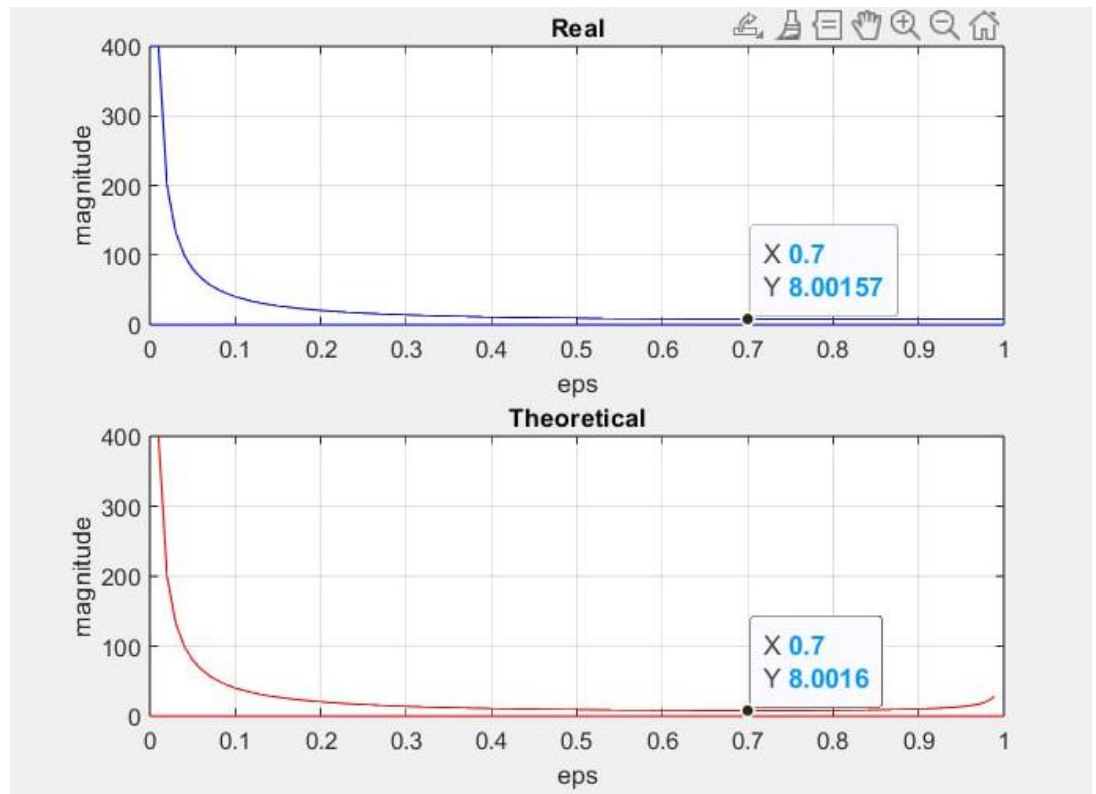


Рис. 22. Высота пика при $\xi = \xi_{\text{опт}} = 0.7$.

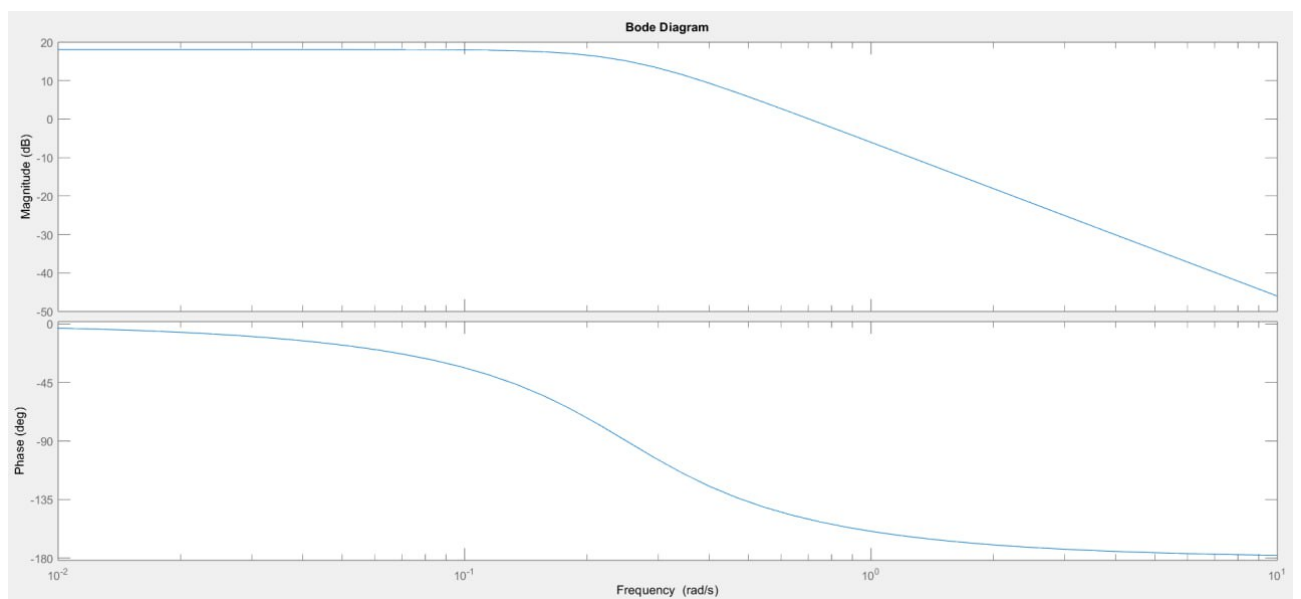


Рис. 23. ЛАЧХ при $\xi = \xi_{\text{опт}} = 0.7$

1.6.

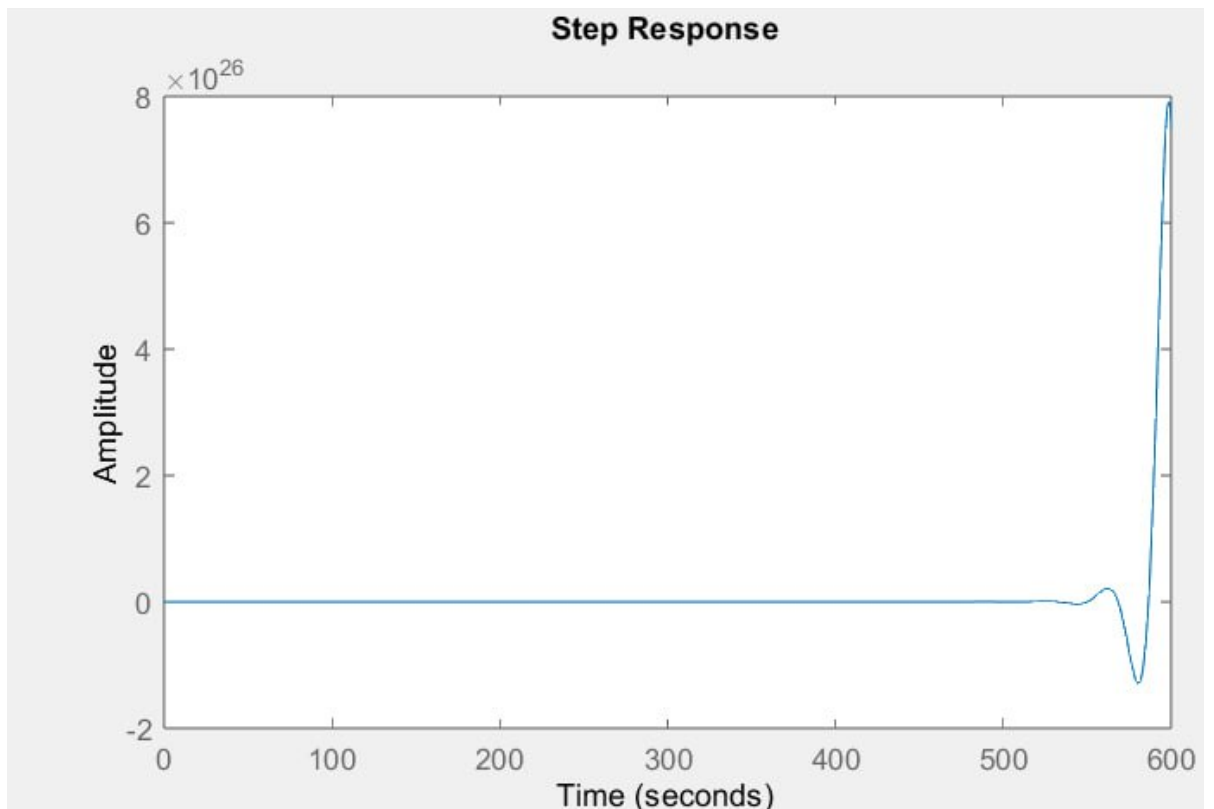


Рис. 24. ПХ для $W(s) = \frac{8}{16s^2 - 4s + 1}$

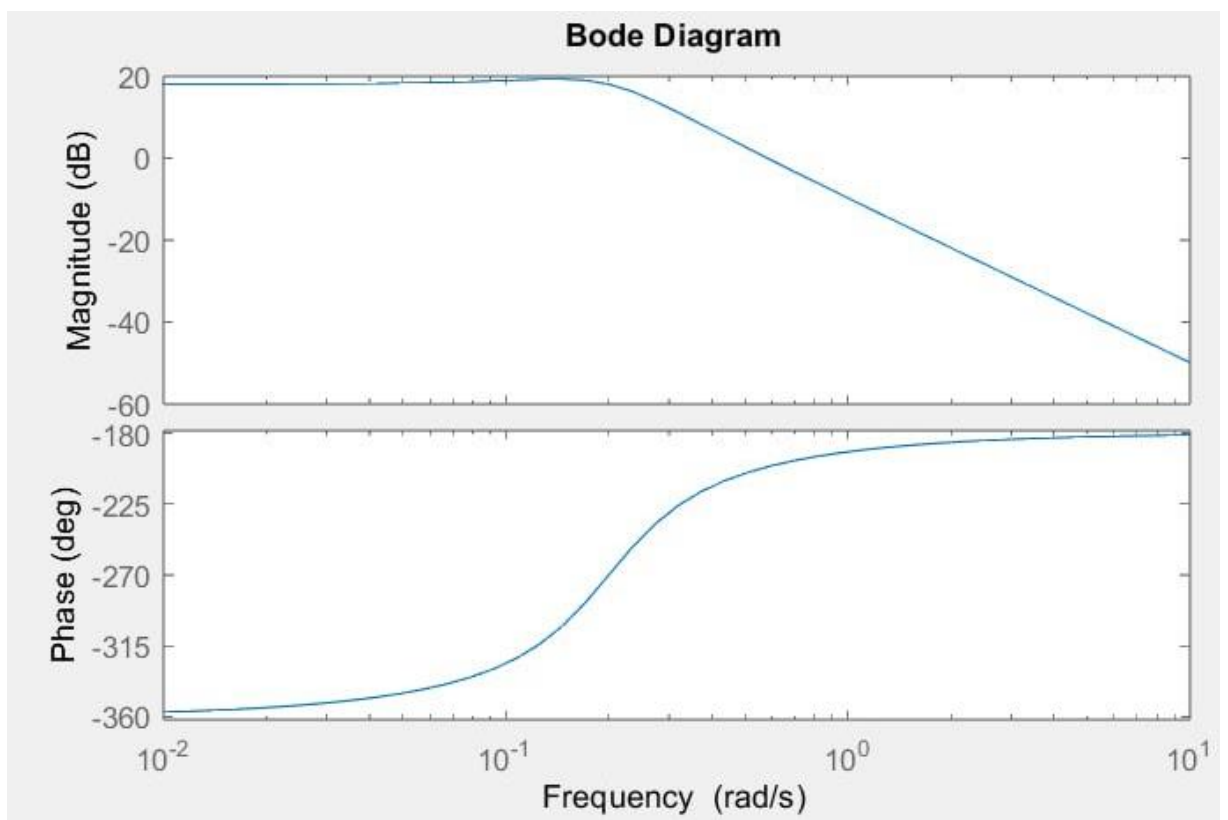


Рис. 25. АФЧХ и ЛФЧХ для $W(s) = \frac{8}{16s^2 - 4s + 1}$

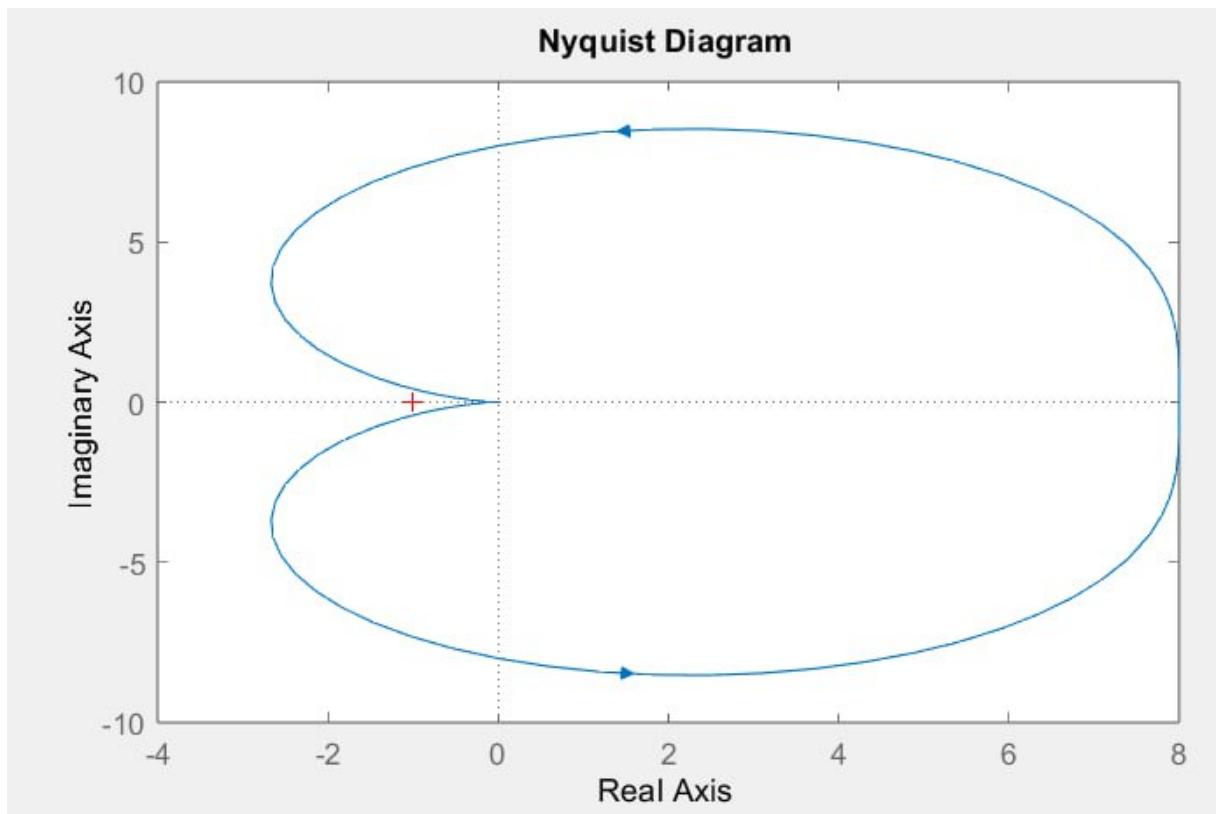


Рис. 26. АФХ для $W(s) = \frac{8}{16s^2 - 4s + 1}$

Вывод по второй части.

Была построена и проанализирована модель звена в виде ПФ. Как мы видим из осциллограммы переходного процесса, звено является апериодическим 2-го порядка. Из графика зависимости резонансного пика АЧХ от коэффициента демпфирования видно, что при ξ , стремящемся к 0, амплитуда резонансного пика стремится к бесконечности. Это связано с тем, что при $\xi = 0$ звено является консервативным и дает незатухающие колебания на выходе. При $0 < \xi \leq 1$ звено описывает колебательно-затухающий переходный процесс. При $-1 \geq \xi > 0$ переходный процесс колебательно-расходящийся. Оптимальный коэффициент демпфирования – 0.7, так как при этом коэффициенте время затухания процесса достаточно мало (переходная характеристика остается в пределах $\pm 5\%$ от установившегося значения)

Общие выводы.

Были построены и проанализированы модели на основе RLC-цепи и типового звена, построены графики переходной характеристики, ЛАЧХ, ЛФЧХ, корней ХП, для звена так же были построены и проанализированы графики зависимости резонансного пика АЧХ от коэффициента демпфирования и зависимость резонансной частоты ω_p от постоянной времени Т при выбранном значении ξ , экспериментальным путем найден оптимальный ξ . Были рассмотрены переходная и частотные характеристики при изменении знака коэффициента демпфирования ξ на $-\xi$.