Exercice 1: (5 points)

Réaliser un algorithme permettant de calculer et afficher le plus petit entier naturel n pour lequel $2^n > 1073741824$.

Exercice 2: (5 points)

1. Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x) = \frac{4}{3}x^3 + 10x^2 + 24x + 100$
2. Décomposer $f'(x)$ en un produit de facteurs de degré 1 et étudier son signe.
3. Montrer que la suite (u_n) définie pour tout entier naturel par $u_n = \frac{4}{3}n^3 + 10n^2 + 24n + 100$ est strictement croissante.

Exercice 3: (7 points)

1. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_3 = 2$ et $u_6 = 13$.
   Calculer la forme explicite de la suite (u_n) ainsi que u_{15}.
2. Calculer le 5ème terme de la suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
3. Démontrer que la suite(w_n) définie pour tout entier n par $w_n = 11(9)^n$ est géométrique et donner sa raison et son premier terme.
4. Démontrer que la suite (x_n) défine pour tout entier $n > 0$ par $x_n = \frac{1}{n^2}$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

Exercice 4: (3 points)
Soit (u_n) la suite définie par récurrence par $u_0 = 3$ et pour tout entier n par $u_{n+1} = 2u_n + 5$. On admet que pour tout entier naturel n, $u_n > 0$.

1. Démontrer que le suite (u_n) est strictement croissante.
2. Trouver une forme explicite pour la suite (u_n). On pourra introduire la suite auxiliaire $v_n = u_n + 5$.