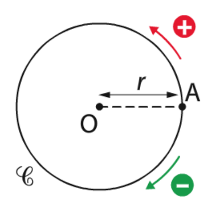
Produit scalaire

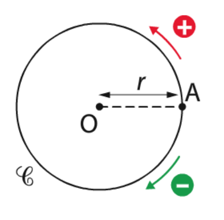
Proposition 1

Tout cercle du plan peut être   en distinguant sur ce cercle deux sens de parcours. Un sens direct et un sens   .



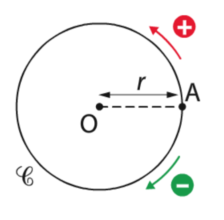
Proposition 1

Tout cercle du plan peut être orienté en distinguant sur ce cercle deux sens de parcours. Un sens direct et un sens .



Proposition 1

Tout cercle du plan peut être orienté en distinguant sur ce cercle deux sens de parcours. Un sens direct et un sens indirect.



On peut orienter tous les cercles du plan de façon cohérente. On dit alors qu'on munit le plan lui-même d'une . Il n'y a que deux orientations du plan possibles. Nous suivrons la convention qui consiste à choisir comme sens positif le sens anti-horaire (comme sur le cercle précédent).

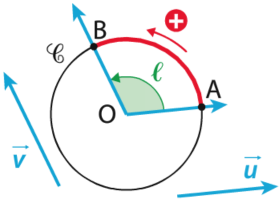
On appelle **cercle trigonométrique** un cercle de rayon .

On peut orienter tous les cercles du plan de façon cohérente. On dit alors qu'on munit le plan lui-même d'une orientation. Il n'y a que deux orientations du plan possibles. Nous suivrons la convention qui consiste à choisir comme sens positif le sens anti-horaire (comme sur le cercle précédent).
On appelle **cercle trigonométrique** un cercle de rayon
.

On peut orienter tous les cercles du plan de façon cohérente. On dit alors qu'on munit le plan lui-même d'une orientation. Il n'y a que deux orientations du plan possibles. Nous suivrons la convention qui consiste à choisir comme sens positif le sens anti-horaire (comme sur le cercle précédent).
On appelle **cercle trigonométrique** un cercle orienté de rayon .

On peut orienter tous les cercles du plan de façon cohérente. On dit alors qu'on munit le plan lui-même d'une orientation. Il n'y a que deux orientations du plan possibles. Nous suivrons la convention qui consiste à choisir comme sens positif le sens anti-horaire (comme sur le cercle précédent).
On appelle **cercle trigonométrique** un cercle orienté de rayon 1.

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. Soit $\mathcal{C}$ un cercle trigonométrique de centre O, A et B les uniques points sur le cercle trigonométrique tels que $\vec{OA}$ (resp. $\vec{OB}$) est colinéaire à $\vec{u}$ (resp. $\vec{v}$).
On note l la longueur de l'arc AB parcouru dans le sens direct ($l \geq 0$).



Définition 2

Au couple $(\vec{u}, \vec{v})$, on associe la famille de nombres réels de la forme $l +$, $k \in \mathbb{Z}$. Chacun de ces nombres est une mesure de l'**angle orienté** de vecteurs $(\vec{u}, \vec{v})$.
L'usage est de noter $(\vec{u}, \vec{v})$ un angle de vecteurs et de confondre un angle avec l'une de ses mesures. On appelle **radian** l' des angles de vecteurs.

Définition 2

Au couple $(\vec{u}, \vec{v})$, on associe la famille de nombres réels de la forme $l + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Chacun de ces nombres est une mesure de l'**angle orienté** de vecteurs $(\vec{u}, \vec{v})$.
L'usage est de noter $(\vec{u}, \vec{v})$ un angle de vecteurs et de confondre un angle avec l'une de ses mesures. On appelle **radian** l' des angles de vecteurs.

Définition 2

Au couple $(\vec{u}, \vec{v})$, on associe la famille de nombres réels de la forme $l + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Chacun de ces nombres est une mesure de l'**angle orienté** de vecteurs $(\vec{u}, \vec{v})$.
L'usage est de noter $(\vec{u}, \vec{v})$ un angle de vecteurs et de confondre un angle avec l'une de ses mesures. On appelle **radian** l'unité de mesure des angles de vecteurs.

Définition 2

Au couple $(\vec{u}, \vec{v})$, on associe la famille de nombres réels de la forme $l + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Chacun de ces nombres est une mesure de l'**angle orienté** de vecteurs $(\vec{u}, \vec{v})$.
L'usage est de noter $(\vec{u}, \vec{v})$ un angle de vecteurs et de confondre un angle avec l'une de ses mesures. On appelle **radian** l'unité de mesure des angles orientés de vecteurs.

Définition 3

- Parmi les mesures $x + 2k\pi$ de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ de deux vecteurs non nuls, il en existe et dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$. Cette mesure est appelée la **mesure principale** de $(\vec{u}, \vec{v})$.
- On appelle mesure de l'**angle géométrique** défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ la valeur absolue de la mesure principale de $(\vec{u}, \vec{v})$.

Définition 3

- Parmi les mesures $x + 2k\pi$ de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ de deux vecteurs non nuls, il en existe une et dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$. Cette mesure est appelée la **mesure principale** de $(\vec{u}, \vec{v})$.
- On appelle mesure de l'**angle géométrique** défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ la valeur absolue de la mesure principale de $(\vec{u}, \vec{v})$.

Définition 3

- Parmi les mesures $x + 2k\pi$ de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ de deux vecteurs non nuls, il en existe une et une seule dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$. Cette mesure est appelée la **mesure principale** de $(\vec{u}, \vec{v})$.
- On appelle mesure de l'**angle géométrique** défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ la valeur absolue de la mesure principale de $(\vec{u}, \vec{v})$.

Définition 3

- Parmi les mesures $x + 2k\pi$ de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ de deux vecteurs non nuls, il en existe une et une seule dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$. Cette mesure est appelée la **mesure principale** de $(\vec{u}, \vec{v})$.
- On appelle mesure de l'**angle géométrique** défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ la valeur absolue de la mesure principale de $(\vec{u}, \vec{v})$.

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (\quad + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + \quad (2\pi)$. La mesure principale est $\quad$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\quad)\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = \qquad -\pi+\frac{\pi}{3} = - \quad + \quad (2\pi)$. La mesure principale est donc $\qquad$. L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + \quad (2\pi)$. La mesure principale est $\quad$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\quad)\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = \qquad -\pi+\frac{\pi}{3} = -\quad + \quad (2\pi)$. La mesure principale est donc $\qquad$. L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est .
- $\frac{202\pi}{3} = (67+ \quad)\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = \qquad -\pi + \frac{\pi}{3} = - \quad + \quad (2\pi)$. La mesure principale est donc . L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67 + \quad)\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = \qquad -\pi + \frac{\pi}{3} = - \quad + \quad (2\pi)$. La mesure principale est donc $\qquad$. L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3} + 67\pi = \quad -\pi + \frac{\pi}{3} = - \quad + \quad (2\pi)$. La mesure principale est donc . L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = 68\pi-\pi+\frac{\pi}{3} = - \quad + \quad (2\pi)$. La mesure principale est donc . L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = 68\pi-\pi+\frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}+\quad(2\pi)$. La mesure principale est donc . L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = 68\pi-\pi+\frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}+34(2\pi)$. La mesure principale est donc . L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = 68\pi-\pi+\frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}+34(2\pi)$. La mesure principale est donc $-\frac{2\pi}{3}$. L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.		$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = 68\pi-\pi+\frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}+34(2\pi)$. La mesure principale est donc $-\frac{2\pi}{3}$. L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180		60	30
rad.	π	$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = 68\pi-\pi+\frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}+34(2\pi)$. La mesure principale est donc $-\frac{2\pi}{3}$. L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180	90	60	30
rad.	π	$\frac{\pi}{2}$		

Exemple 4

- $\frac{37}{6}\pi = (6 + \frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = 68\pi-\pi+\frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}+34(2\pi)$. La mesure principale est donc $-\frac{2\pi}{3}$. L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180	90	60	30
rad.	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	

Exemple 4

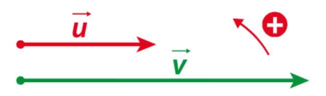
- $\frac{37}{6}\pi = (6+\frac{1}{6})\pi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi)$. La mesure principale est $\frac{\pi}{6}$.
- $\frac{202\pi}{3} = (67+\frac{1}{3})\pi = \frac{\pi}{3}+67\pi = 68\pi-\pi+\frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}+34(2\pi)$. La mesure principale est donc $-\frac{2\pi}{3}$. L'angle géométrique associé a pour mesure $|-\frac{2\pi}{3}| = \frac{2\pi}{3}$.
- Les mesures des angles géométriques en degré et en radian sont proportionnels :

deg.	180	90	60	30
rad.	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$

Théorème 5

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont*
  et de .

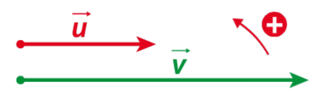


- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont*
  et de .

Théorème 5

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de* .

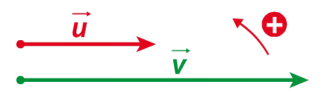


- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont* *et de* .

Théorème 5

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens.*

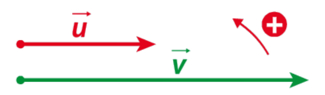


- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont et de .*

Théorème 5

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens.*

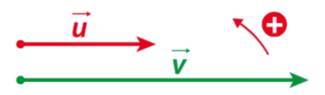


- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de .*

Théorème 5

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

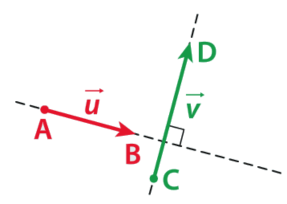
- $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens.*



- $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi$ *si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraires.*

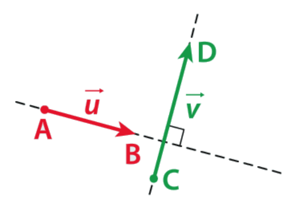
Définition 6

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si $(\vec{u}, \vec{v}) =$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) =$.



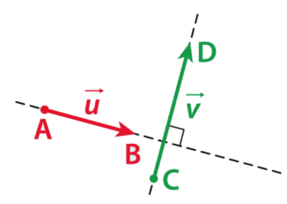
Définition 6

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si $(\vec{u}, \vec{v}) =$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) =$.



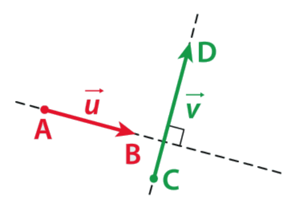
Définition 6

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) =$.



Définition 6

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{\pi}{2}$.



Théorème 7

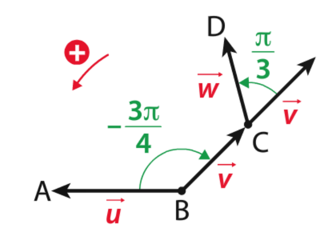
Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ *et* $\vec{w}$, *on a*
$(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = \qquad .$

Théorème 7

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, on a
$(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w})$.

Exemple 8

Avec la figure ci-contre :
$(\vec{BA}, \vec{CD})$
$= (\vec{BA}, \quad) + (\quad , \vec{CD})$
d'où
$(\vec{BA}, \vec{CD}) = \qquad + \quad = \frac{5\pi}{12}$.



Exemple 8

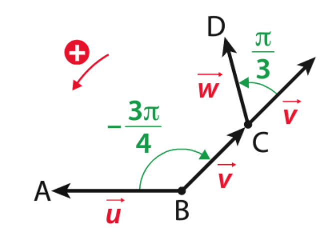
Avec la figure ci-contre :

$(\vec{BA}, \vec{CD})$

$= (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\quad , \vec{CD})$

d'où

$(\vec{BA}, \vec{CD}) = \qquad + \quad = \frac{5\pi}{12}.$



Exemple 8

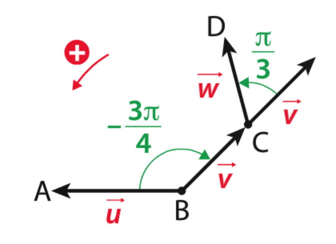
Avec la figure ci-contre :

$(\vec{BA}, \vec{CD})$

$= (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CD})$

d'où

$(\vec{BA}, \vec{CD}) = \qquad + \quad = \frac{5\pi}{12}$.



Exemple 8

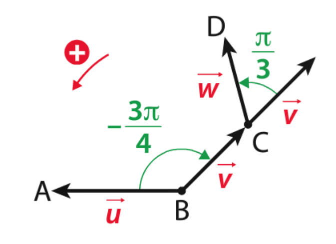
Avec la figure ci-contre :

$(\vec{BA}, \vec{CD})$

$= (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CD})$

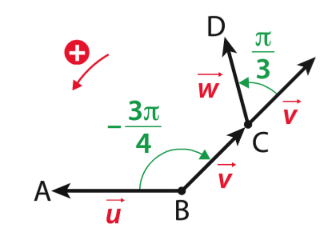
d'où

$(\vec{BA}, \vec{CD}) = -\frac{3\pi}{4} + \quad = \frac{5\pi}{12}.$



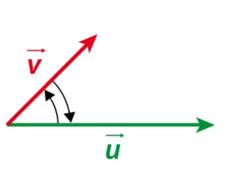
Exemple 8

Avec la figure ci-contre :
$(\vec{BA}, \vec{CD})$
$= (\vec{BA}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CD})$
d'où
$(\vec{BA}, \vec{CD}) = -\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{12}$.

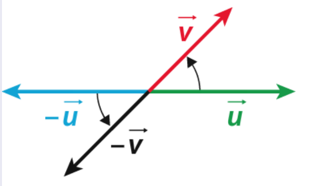


Proposition 9

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$:



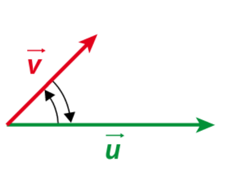
$(\vec{v}, \vec{u}) =$



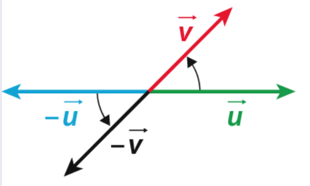
$(-\vec{u}, -\vec{v}) =$

Proposition 9

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$:



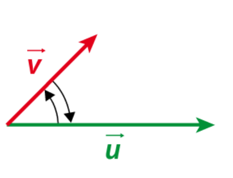
$$(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v})$$



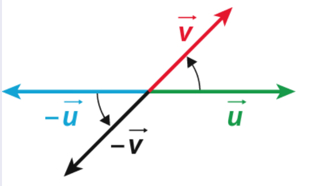
$$(-\vec{u}, -\vec{v}) =$$

Proposition 9

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$:



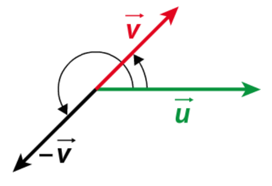
$$(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v})$$



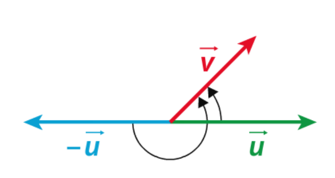
$$(-\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$$

Proposition 10

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$:



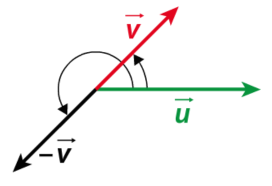
$(\vec{u}, -\vec{v}) =$



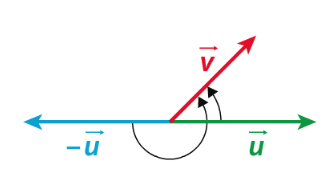
$(-\vec{u}, \vec{v}) =$

Proposition 10

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$:



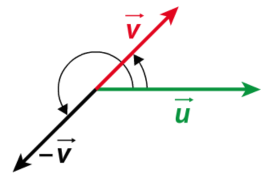
$$(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$$



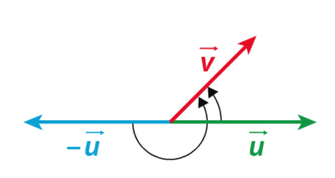
$$(-\vec{u}, \vec{v}) =$$

Proposition 10

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$:



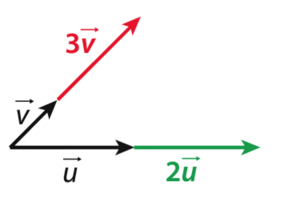
$$(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$$



$$(-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$$

Proposition 11

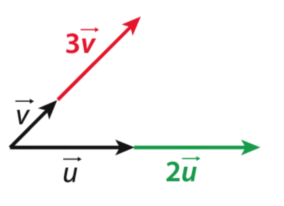
Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $k, l > 0$,



$$(k\vec{u}, l\vec{v}) =$$

Proposition 11

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $k, l > 0$,



$$(k\vec{u}, l\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$$

Définition 12

Une unité de longueur étant choisie, on appelle **norme** d'un vecteur $\vec{u} = \vec{AB}$ la longueur AB. On note $\|\vec{u}\| = \qquad = AB$.

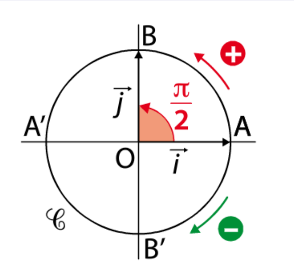
Définition 12

Une unité de longueur étant choisie, on appelle **norme** d'un vecteur $\vec{u} = \vec{AB}$ la longueur AB. On note $\|\vec{u}\| = \|\vec{AB}\| = AB$.

Définition 13

Une unité de longueur étant choisie, dans le plan orienté, on dit que le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ est **orthonormé direct** si $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ et $(\vec{i},\vec{j}) =$.

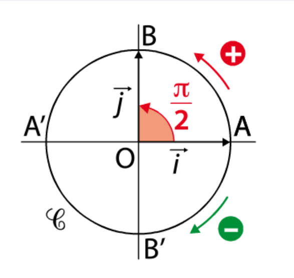
Dans un repère orthonormé, si $\vec{u}$ a pour coordonnées $(x;y)$ alors $\|\vec{u}\| =$.



Définition 13

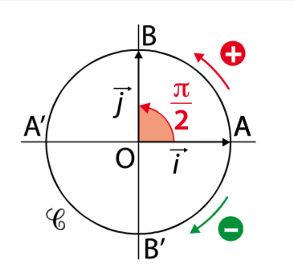
Une unité de longueur étant choisie, dans le plan orienté, on dit que le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ est **orthonormé direct** si $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ et $(\vec{i},\vec{j}) = \frac{\pi}{2}$.

Dans un repère orthonormé, si $\vec{u}$ a pour coordonnées $(x; y)$ alors $\|\vec{u}\| =$.



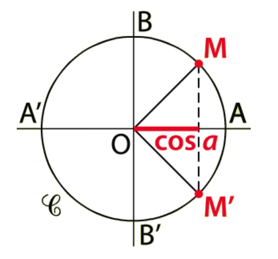
Définition 13

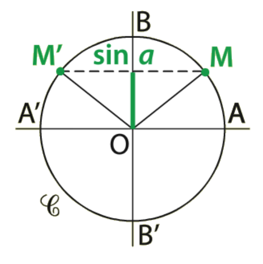
Une unité de longueur étant choisie, dans le plan orienté, on dit que le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est **orthonormé direct** si $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ et $(\vec{i}, \vec{j}) = \frac{\pi}{2}$.
Dans un repère orthonormé, si $\vec{u}$ a pour coordonnées $(x; y)$ alors $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.



Définition 14

Soient a un angle orienté de vecteurs et $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$ un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de a sont les coordonnées du point M sur un cercle de centre O tel que $(\quad , \quad) = a$.

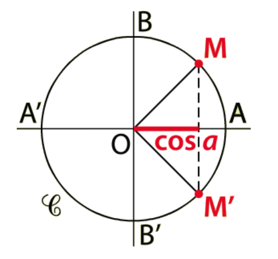


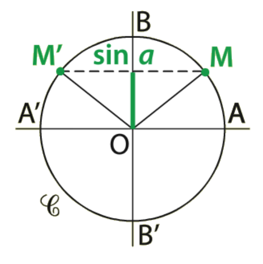


$$cos^2(a) + sin^2(a) =$$

Définition 14

Soient a un angle orienté de vecteurs et $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$ un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de a sont les coordonnées du point M sur un cercle trigonométrique de centre O tel que $(\quad , \quad) = a$.

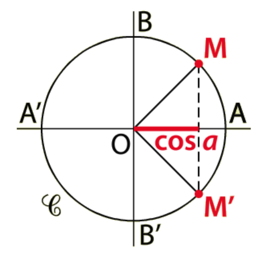


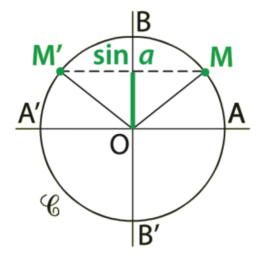


$$cos^2(a) + sin^2(a) =$$

Définition 14

Soient a un angle orienté de vecteurs et $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$ un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de a sont les coordonnées du point M sur un cercle trigonométrique de centre O tel que $(\vec{OA}, \quad) = a$.

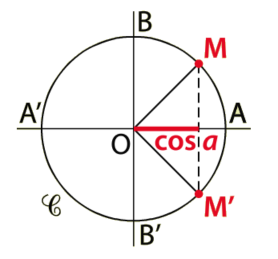


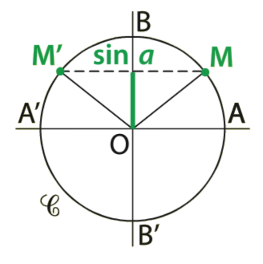


$$cos^2(a) + sin^2(a) =$$

Définition 14

Soient a un angle orienté de vecteurs et $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$ un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de a sont les coordonnées du point M sur un cercle trigonométrique de centre O tel que $(\vec{OA}, \vec{OM}) = a$.

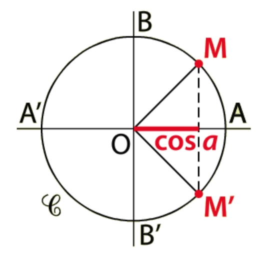


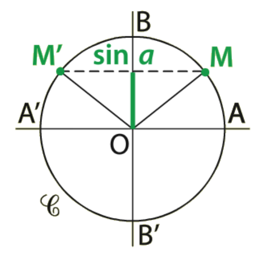


$$cos^2(a) + sin^2(a) =$$

Définition 14

Soient a un angle orienté de vecteurs et $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$ un repère orthonormé direct. Le **cosinus** et le **sinus** de a sont les coordonnées du point M sur un cercle trigonométrique de centre O tel que $(\vec{OA}, \vec{OM}) = a$.





$$cos^2(a) + sin^2(a) = 1$$

Définition 15

Le **produit scalaire** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est un . On le note $\vec{u}.\vec{v}$ et on lit $\vec{u}$ «scalaire» $\vec{v}$. Les définitions suivantes sont équivalentes :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|u+v\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$.
2. $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u},\vec{v})$ si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls.
3. $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$ si $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ dans un repère
   .

Définition 15

Le **produit scalaire** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est un nombre réél. On le note $\vec{u}.\vec{v}$ et on lit $\vec{u}$ «scalaire» $\vec{v}$. Les définitions suivantes sont équivalentes :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|u+v\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$.
2. $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}, \vec{v})$ si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls.
3. $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$ si $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ dans un repère

   .

Définition 15

Le **produit scalaire** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est un nombre réél. On le note $\vec{u}.\vec{v}$ et on lit $\vec{u}$ «scalaire» $\vec{v}$. Les définitions suivantes sont équivalentes :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|u+v\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$.
2. $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}, \vec{v})$ si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls.
3. $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$ si $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ dans un repère orthonormé.

Proposition 16

Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :

1. $\vec{u}.\vec{v} =$
2. $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) =$
3. $(a\vec{u}).(b\vec{v}) =$

Proposition 16

Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$
2. $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) =$
3. $(a\vec{u}).(b\vec{v}) =$

Proposition 16

Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ *Commutativité*
2. $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) =$
3. $(a\vec{u}).(b\vec{v}) =$

Proposition 16

Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres rééls :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ *Commutativité*
2. $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$
3. $(a\vec{u}).(b\vec{v}) =$

Proposition 16

Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ *Commutativité*
2. $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$ *Distributivité*
3. $(a\vec{u}).(b\vec{v}) =$

Proposition 16

Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ *Commutativité*
2. $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$ *Distributivité*
3. $(a\vec{u}).(b\vec{v}) = (ab)\vec{u}.\vec{v}$

Proposition 16

Le produit scalaire possède les mêmes propriétés de calcul que le produit de nombres réels :

1. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ *Commutativité*
2. $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$ *Distributivité*
3. $(a\vec{u}).(b\vec{v}) = (ab)\vec{u}.\vec{v}$ *Associativité*

Exemple 17

$$(-\vec{u}).\vec{v} = -\vec{u}.\vec{v} \qquad \vec{AB}.\vec{CD} = -\vec{BA}.\vec{CD} = -\vec{AB}.\vec{DC}$$
$$(\vec{u}+\vec{v})^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 + 2\vec{u}.\vec{v} \qquad (\vec{AB}+\vec{CD})^2 = AB^2 + CD^2 + 2\vec{AB}.\vec{CD}$$
$$(\vec{u}-\vec{v})^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 - 2\vec{u}.\vec{v} \qquad (\vec{AB}-\vec{CD})^2 = AB^2 + CD^2 - 2\vec{AB}.\vec{CD}$$
$$(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2 \qquad (\vec{AB}+\vec{CD})(\vec{AB}-\vec{CD}) = AB^2 - CD^2$$

Théorème 18

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont orthogonaux si et seulement si . De même, deux droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires si et seulement si .

Théorème 18

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u}.\vec{v} = 0$. De même, deux droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires si et seulement si .

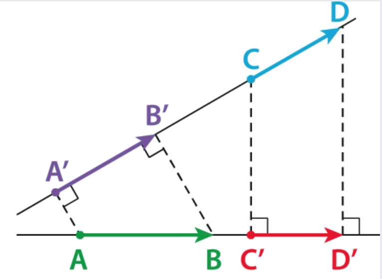
Théorème 18

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u}.\vec{v} = 0$. De même, deux droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires si et seulement si $\vec{AB}.\vec{CD} = 0$.

Proposition 19

Soient $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ deux vecteurs non nuls et C', (resp. D') le projeté orthogonal de C (resp. D) sur la droite (AB). On a

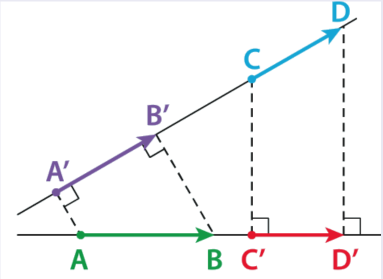
$$\vec{AB}.\vec{CD} = \vec{AB}.$$



Proposition 19

Soient $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ deux vecteurs non nuls et C', (resp. D') le projeté orthogonal de C (resp. D) sur la droite (AB). On a

$$\vec{AB}.\vec{CD} = \vec{AB}.\vec{C'D'}$$



Définition 20

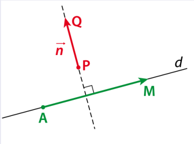
Un vecteur non nul $\vec{n}$ est **normal** à une droite d si il est à tout vecteur directeur de d.

Définition 20

Un vecteur non nul $\vec{n}$ est **normal** à une droite d si il est orthogonal à tout vecteur directeur de d.

Proposition 21

Un point M appartient à la droite d passant par A et perpendiculaire à la droite (PQ) si et seulement si

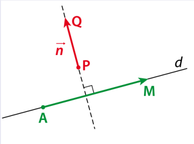


Si d et d' sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ et de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ alors

$$d \perp d' \Leftrightarrow \qquad \Leftrightarrow \qquad = 0$$

Proposition 21

Un point M appartient à la droite d passant par A et perpendiculaire à la droite (PQ) si et seulement si $\vec{AM}.\vec{PQ} = 0$

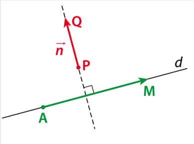


Si d et d' sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ et de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ alors

$$d \perp d' \Leftrightarrow \qquad \Leftrightarrow \qquad = 0$$

Proposition 21

Un point M appartient à la droite d passant par A et perpendiculaire à la droite (PQ) si et seulement si $\vec{AM}.\vec{PQ} = 0$

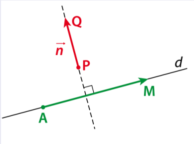


Si d et d' sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ et de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ alors

$$d \perp d' \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{u'} = 0 \Leftrightarrow \qquad = 0$$

Proposition 21

Un point M appartient à la droite d passant par A et perpendiculaire à la droite (PQ) si et seulement si $\vec{AM}.\vec{PQ} = 0$



Si d et d' sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ et de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ alors

$$d \perp d' \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{u'} = 0 \Leftrightarrow \vec{n}.\vec{n'} = 0$$

Théorème 22

Dans un repère orthonormé :

1. *Si une droite d possède une équation de la forme $ax + by + c = 0$ avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ alors $\vec{n}(a, b)$ est un vecteur   de d.*
2. *Si un vecteur $\vec{n}(a; b) \neq \vec{0}$ est normal à une droite d alors d possède une équation de la forme   .*

Théorème 22

Dans un repère orthonormé :

1. *Si une droite d possède une équation de la forme $ax + by + c = 0$ avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ alors $\vec{n}(a, b)$ est un vecteur normal de d.*
2. *Si un vecteur $\vec{n}(a; b) \neq \vec{0}$ est normal à une droite d alors d possède une équation de la forme* .

Théorème 22

Dans un repère orthonormé :

1. *Si une droite d possède une équation de la forme $ax + by + c = 0$ avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ alors $\vec{n}(a, b)$ est un vecteur normal de d.*
2. *Si un vecteur $\vec{n}(a; b) \neq \vec{0}$ est normal à une droite d alors d possède une équation de la forme $ax + by + c = 0$.*

Exemple 23

Soient $A(1;2)$, $B(2;5)$ et $C(4;2)$ dans un repère orthonormé. Trouver une équation cartésienne pour la droite d perpendiculaire à (AB) passant par C.
$\vec{AB}$ est un vecteur à d. d possède une équation de la forme d : .
$C \in d \Leftrightarrow \Leftrightarrow c = -10$. En définitive, $d : x + 3y - 10 = 0$.

Exemple 23

Soient $A(1;2)$, $B(2;5)$ et $C(4;2)$ dans un repère orthonormé. Trouver une équation cartésienne pour la droite d perpendiculaire à (AB) passant par C.
$\vec{AB}(1;3)$ est un vecteur à d. d possède une équation de la forme d : .
$C \in d \Leftrightarrow \Leftrightarrow c = -10$. En définitive, $d : x + 3y - 10 = 0$.

Exemple 23

Soient $A(1;2)$, $B(2;5)$ et $C(4;2)$ dans un repère orthonormé. Trouver une équation cartésienne pour la droite d perpendiculaire à (AB) passant par C.

$\vec{AB}(1;3)$ est un vecteur normal à d. d possède une équation de la forme d : .

$C \quad \in d \Leftrightarrow \quad \Leftrightarrow c = -10$. En définitive, $d : x + 3y - 10 = 0$.

Exemple 23

Soient $A(1;2)$, $B(2;5)$ et $C(4;2)$ dans un repère orthonormé. Trouver une équation cartésienne pour la droite d perpendiculaire à (AB) passant par C.

$\vec{AB}(1;3)$ est un vecteur normal à d. d possède une équation de la forme $d : x + 3y + c = 0$.

$C \quad \in d \Leftrightarrow \quad \Leftrightarrow c = -10$. En définitive, $d : x + 3y - 10 = 0$.

Exemple 23

Soient $A(1;2)$, $B(2;5)$ et $C(4;2)$ dans un repère orthonormé.
Trouver une équation cartésienne pour la droite d perpendiculaire à (AB) passant par C.
$\vec{AB}(1;3)$ est un vecteur normal à d. d possède une équation de la forme $d : x + 3y + c = 0$.
$C(4;2) \in d \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow c = -10$. En définitive, $d : x + 3y - 10 = 0$.

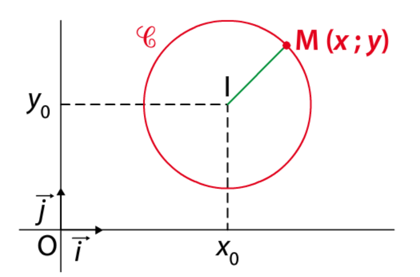
Exemple 23

Soient $A(1;2)$, $B(2;5)$ et $C(4;2)$ dans un repère orthonormé. Trouver une équation cartésienne pour la droite d perpendiculaire à (AB) passant par C.
$\vec{AB}(1;3)$ est un vecteur normal à d. d possède une équation de la forme $d : x + 3y + c = 0$.
$C(4;2) \in d \Leftrightarrow 4 + 3 \times 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -10$. En définitive, $d : x + 3y - 10 = 0$.

Théorème 24

Dans un repère orthonormé, le cercle $\mathcal{C}$ de centre $I(x_0; y_0)$ et de rayon r a pour équation

$$\mathcal{C} : (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$



Démonstration 25

$M(x;y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow \qquad \Leftrightarrow$

Exemple 26

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 12$ est l'équation d'un cercle de centre I et de rayon $r =$.

Démonstration 25

$M(x;y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2 \Leftrightarrow$

Exemple 26

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 12$ est l'équation d'un cercle de centre I et de rayon $r =$.

Démonstration 25

$M(x;y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2 \Leftrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

Exemple 26

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 12$ est l'équation d'un cercle de centre I et de rayon $r =$.

Démonstration 25

$M(x;y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2 \Leftrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

Exemple 26

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 12$ est l'équation d'un cercle de centre $I(-1;2)$ et de rayon $r =$.

Démonstration 25

$M(x; y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2 \Leftrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

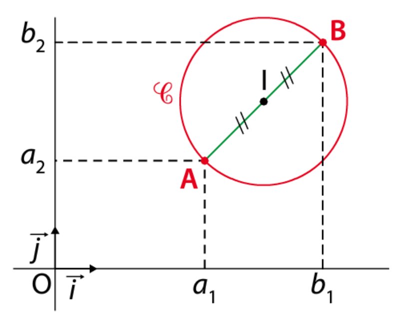
Exemple 26

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 12$ est l'équation d'un cercle de centre $I(-1; 2)$ et de rayon $r = 2\sqrt{3}$.

Théorème 27

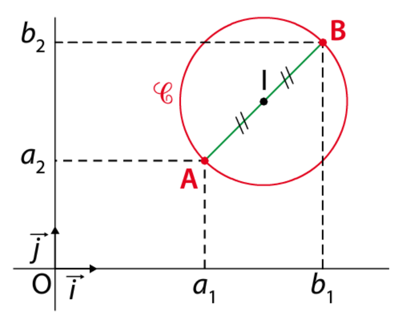
M appartient au cercle de diamètre [AB] si et seulement si

.



Théorème 27

M appartient au cercle de diamètre $[AB]$ si et seulement si $\vec{AM}.\vec{BM} = 0$.



Démonstration 28

Dans un repère orthonormé, $M(x;y)$, $A(a_1;a_2)$ *et* $B(b_1;b_2)$.
$\vec{MA}.\vec{MB}=0 \Leftrightarrow (x-a_1)(x-b_1)+(y-a_2)(y-b_2)=0$
$\Leftrightarrow [x^2-(a_1+b_1)x]+[y^2-(a_2+b_2)y]=-a_1b_1-a_2b_2$
$\Leftrightarrow [(x-\frac{a_1+b_1}{2})^2-(\frac{a_1+b_1}{2})^2]+[(y-\frac{a_2+b_2}{2})^2-(\frac{a_2+b_2}{2})^2]=$
$-a_1b_1-a_2b_2$
$\Leftrightarrow (x-x_I)^2+(y-y_I)^2=\frac{1}{4}[(a_1+b_1)^2+(a_2+b_2)^2-4a_1b_1-$
$4a_2b_2]=\frac{1}{4}[(b_1-a_1)]^2+(b_2-a_2)^2]=(\frac{AB}{2})^2$

Théorème 29

Soit ABC un triangle quelconque.

$$BC^2 =$$

Démonstration 30

$$BC^2 = \qquad = \qquad\qquad =$$

Théorème 29

Soit ABC un triangle quelconque.

$$BC^2 =$$

Démonstration 30

$$BC^2 = \vec{BC}^2 = \qquad\qquad =$$

Théorème 29

Soit ABC un triangle quelconque.

$$BC^2 =$$

Démonstration 30

$BC^2 = \vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2 =$

Théorème 29

Soit ABC un triangle quelconque.

$$BC^2 =$$

Démonstration 30

$$BC^2 = \vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times \vec{AB}.\vec{AC}$$

Théorème 29

Soit ABC un triangle quelconque.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times cos(\vec{AB}; \vec{AC})$$

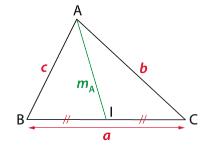
Démonstration 30

$BC^2 = \vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times \vec{AB}.\vec{AC}$

Théorème 31

Soit ABC un triangle quelconque et I le milieu de $[BC]$.

$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$



Démonstration 32

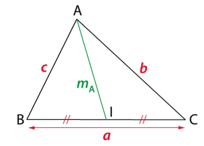
$AB^2 + AC^2 = (\qquad\qquad)^2 + (\qquad\qquad)^2$

$= \qquad + \qquad + 2(\qquad\qquad\qquad\qquad) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}.$

En effet, $\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC} = \vec{AI}.(\qquad\qquad) = \vec{AI}.\quad = 0.$

Théorème 31

Soit ABC un triangle quelconque et I le milieu de $[BC]$.
$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$

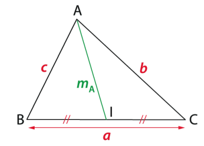


Démonstration 32

$AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\qquad\qquad)^2$
$= \qquad + \qquad + 2(\qquad\qquad\qquad\qquad) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}.$
En effet, $\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC} = \vec{AI}.(\qquad\qquad) = \vec{AI}.\quad = 0.$

Théorème 31

Soit ABC un triangle quelconque et I le milieu de $[BC]$.
$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$

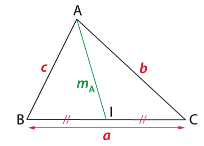


Démonstration 32

$AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2$
$= \qquad + \qquad + 2(\qquad) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$.
En effet, $\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC} = \vec{AI}.(\qquad) = \vec{AI}. \quad = 0$.

Théorème 31

Soit ABC un triangle quelconque et I le milieu de $[BC]$.
$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$



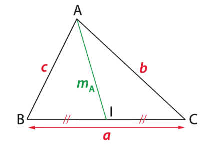
Démonstration 32

$AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2$
$= 2AI^2 + \qquad + 2(\qquad\qquad) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}.$
En effet, $\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC} = \vec{AI}.(\qquad) = \vec{AI}. \quad = 0.$

Théorème 31

Soit ABC un triangle quelconque et I le milieu de $[BC]$.

$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$



Démonstration 32

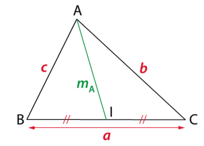
$AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2$

$= 2AI^2 + 2IB^2 + 2(\qquad\qquad\qquad) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$.

En effet, $\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC} = \vec{AI}.(\qquad\qquad) = \vec{AI}. \quad = 0$.

Théorème 31

Soit ABC un triangle quelconque et I le milieu de $[BC]$.
$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$



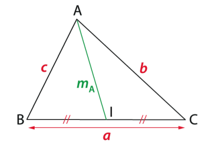
Démonstration 32

$AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2$
$= 2AI^2 + 2IB^2 + 2(\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC}) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$.
En effet, $\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC} = \vec{AI}.(\qquad) = \vec{AI}.\quad = 0$.

Théorème 31

Soit ABC un triangle quelconque et I le milieu de $[BC]$.

$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$



Démonstration 32

$AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2$

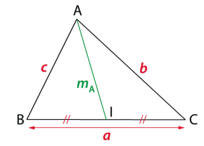
$= 2AI^2 + 2IB^2 + 2(\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC}) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}.$

En effet, $\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC} = \vec{AI}.(\vec{IB} + \vec{IC}) = \vec{AI}. \quad = 0.$

Théorème 31

Soit ABC un triangle quelconque et I le milieu de [BC].

$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$



Démonstration 32

$AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2$

$= 2AI^2 + 2IB^2 + 2(\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC}) = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$.

En effet, $\vec{AI}.\vec{IB} + \vec{AI}.\vec{IC} = \vec{AI}.(\vec{IB} + \vec{IC}) = \vec{AI}.\vec{0} = 0$.

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a) \qquad + cos(a)$

$cos(a+b) = cos(a) \qquad - sin(a)$

$sin(a-b) =$

$cos(a-b) =$

Formules de duplication :

$cos(2a) = \qquad = \qquad =$

$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)$

$cos(a+b) = cos(a) \qquad - sin(a)$

$sin(a-b) =$

$cos(a-b) =$

Formules de duplication :

$cos(2a) = \qquad = \qquad =$

$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$

$cos(a+b) = cos(a) \qquad - sin(a)$

$sin(a-b) =$

$cos(a-b) =$

Formules de duplication :

$cos(2a) = \qquad = \qquad =$

$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$

$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)$

$sin(a-b) =$

$cos(a-b) =$

Formules de duplication :

$cos(2a) = \qquad = \qquad =$

$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$

$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$

$sin(a-b) =$

$cos(a-b) =$

Formules de duplication :

$cos(2a) = \qquad = \qquad =$

$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$

$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$

$sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$

$cos(a-b) =$

Formules de duplication :

$cos(2a) = \qquad\qquad = \qquad\qquad =$

$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$

$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$

$sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$

$cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$

Formules de duplication :

$cos(2a) = \qquad = \qquad =$

$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$
$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$
$sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$
$cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$

Formules de duplication :

$cos(2a) = cos^2(a) - sin^2(a) = \qquad\qquad =$
$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$
$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$
$sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$
$cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$

Formules de duplication :

$cos(2a) = cos^2(a) - sin^2(a) = 2cos^2(a) - 1 =$
$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :
$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$
$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$
$sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$
$cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$

Formules de duplication :
$cos(2a) = cos^2(a) - sin^2(a) = 2cos^2(a) - 1 = 1 - 2sin^2(a)$
$sin(2a) =$

Formules de linéarisation :
$cos^2(a) =$
$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$
$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$
$sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$
$cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$

Formules de duplication :

$cos(2a) = cos^2(a) - sin^2(a) = 2cos^2(a) - 1 = 1 - 2sin^2(a)$
$sin(2a) = 2sin(a)cos(a)$

Formules de linéarisation :

$cos^2(a) =$

$sin^2(a) =$

Théorème 33

Formules d'addition :

$$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$$
$$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$$
$$sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$$
$$cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$$

Formules de duplication :

$$cos(2a) = cos^2(a) - sin^2(a) = 2cos^2(a) - 1 = 1 - 2sin^2(a)$$
$$sin(2a) = 2sin(a)cos(a)$$

Formules de linéarisation :

$$cos^2(a) = \frac{1+cos(2a)}{2}$$
$$sin^2(a) =$$

Théorème 33

Formules d'addition :

$$sin(a+b) = sin(a)cos(b) + cos(a)sin(b)$$
$$cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$$
$$sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$$
$$cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$$

Formules de duplication :

$$cos(2a) = cos^2(a) - sin^2(a) = 2cos^2(a) - 1 = 1 - 2sin^2(a)$$
$$sin(2a) = 2sin(a)cos(a)$$

Formules de linéarisation :

$$cos^2(a) = \frac{1+cos(2a)}{2}$$
$$sin^2(a) = \frac{1-cos(2a)}{2}$$