Exercice 1: (7 points)

1. Démontrer que la suite (x_n) défine pour tout entier $n > 0$ par $x_n = \dfrac{1}{n}$ n'est ni arithmétique ni géométrique.
2. Calculer le 7ème terme de la suite géométrique de premier terme $v_0 = 2$ et de raison $\sqrt{5}$.
3. Démontrer que la suite(w_n) définie pour tout entier n par $w_n = 9(-11)^n$ est géométrique et donner sa raison et son premier terme.
4. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_2 = 11$ et $u_7 = 18$.
   Calculer la forme explicite de la suite (u_n) ainsi que u_{17}.

Exercice 2: (5 points)

1. Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x) = -\dfrac{4}{3}x^3 - 8x^2 - 16x + 42$
2. Décomposer $f'(x)$ en un produit de facteurs de degré 1 et étudier son signe.
3. Montrer que la suite (u_n) définie pour tout entier naturel par $u_n = -\dfrac{4}{3}n^3 - 8n^2 - 16n + 42$ est strictement décroissante.

Exercice 3: (3 points)
Soit (u_n) la suite définie par récurrence par $u_0 = 1$ et pour tout entier n par $u_{n+1} = 2u_n + 3$. On admet que pour tout entier naturel n, $u_n > 0$.

1. Démontrer que le suite (u_n) est strictement croissante.
2. Trouver une forme explicite pour la suite (u_n). On pourra introduire la suite auxiliaire $v_n = u_n + 3$.

Exercice 4: (5 points)

Réaliser un algorithme permettant de calculer et afficher le plus petit entier naturel n
pour lequel $3^n > 129140163$.