Exercice 1: (5 points)

Soit $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+3}$

1. Donner le plus grand ensemble de réels sur lequel f est définie et dérivable.
2. Calculer la dérivée de la fonction $f(x)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$.
4. Réaliser le tableau des variations de $f(x)$.

Exercice 2: (3 points)

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
Soit T la droite d'équation $T : y = \dfrac{1}{6}x + \dfrac{3}{2}$.
T est-elle tangente à la courbe $\mathcal{C}$?

Exercice 3: (9 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + 5$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe du trinôme $3x^2 - 9x + 6$.
3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Déterminer les extremums locaux de f.
5. Donner le meilleur encadrement possible pour $f(x)$ lorsque
   a. x appartient à $[2,3]$.
   b. x appartient à $[0,2]$

Exercice 4: (3 points)

Montrer en utilisant l'expression du taux d'accroissement que la dérivée de la fonction $f(x) = x^2$ au point d'abscisse a est $f'(a) = 2a$.

Exercice 5: (Bonus)

Montrer par un calcul de dérivée que le sommet d'une parabole d'équation $\mathcal{P} : y = ax^2 + bx + c$ a pour abscisse $-\dfrac{b}{2a}$.

Exercice 6: (Bonus)

Calculer la dérivée de la fonction définie sur $]-\dfrac{1}{3},+\infty[$ par $g(x) = \sqrt{3x+1}$.

Exercice 7: (Bonus)

Montrer que pour toute fonction h dérivable sur un intervalle I, la fonction $i(x) = [h(x)]^2$ est aussi définie et dérivable sur I et $i'(x) = 2h'(x) \times h(x)$.