Exercice 1: (3 points)

Montrer en utilisant l'expression du taux d'accroissement que la dérivée de la fonction $f(x) = \dfrac{1}{x}$ au point d'abscisse $a \neq 0$ est $f'(a) = -\dfrac{1}{a^2}$.

Exercice 2: (5 points)

Soit $f(x) = \dfrac{2x+2}{x+3}$

1. Donner le plus grand ensemble de réels sur lequel f est définie et dérivable.
2. Calculer la dérivée de la fonction $f(x)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$.
4. Réaliser le tableau des variations de $f(x)$.

Exercice 3: (9 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe du trinôme $3x^2 - 12x$.
3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Déterminer les extremums locaux de f.
5. Donner le meilleur encadrement possible pour $f(x)$ lorsque
   - **a.** x appartient à $[1, 3]$.
   - **b.** x appartient à $[-3, 4]$

Exercice 4: (3 points)

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
Soit T la droite d'équation $T : y = \dfrac{1}{8}x + 2$.
T est-elle tangente à la courbe $\mathcal{C}$?

Exercice 5: (Bonus)

Démontrer le théorème sur les variations d'une fonction affine en utilisant la dérivée.

Exercice 6: (Bonus)

Calculer la dérivée de la fonction définie sur $]-\dfrac{1}{3}, +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{3x+1}$.

Exercice 7: (Bonus)

Montrer que pour toute fonction h dérivable sur un intervalle I, la fonction $i(x) = [h(x)]^2$ est aussi définie et dérivable sur I et $i'(x) = 2h'(x) \times h(x)$.