LP1: Gravitation

jeudi 20 mars 2025 09:07

Niveau L2: géo

Pendule
Chute libre

gravitation

Gravitation

18 janvier 2025

Grégory SETNIKAR & Valentin MOUET

Correcteur C.Eloy (camille.eloy@ens-lyon.fr) et F.Rondeau (francois.rondeau@ens-lyon.fr)

Niveau : L2

Prérequis

- Mécanique du point
- Électrostatique
- Théorème de Gauss

Expériences

- Mesure de g avec un ressort ou un pendule
- Mesure de g avec un accéléromètre

Étayer la partie gravitation terrestre et supr la partie 3

Bibliographie

- *Dictionnaire de Physique*, **Taillet**
- *51 Leçons de l'agrégation externe de sciences physiques*, **Thierry Meyer**
- *Physique pour l'agrégation*, **Roussille**
- *Mécanique*, **Pérez**
- *Géophysique*, **Dubois**
- *Mini manuel de Géologie Géophysique*, **Langlois**
- *Comment connaître la valeur de g en France. Mesure du champ de pesanteur terrestre*, **Michel DIAMENT**, Technique de l'ingénieur 10 Juin 2005

Table des matières

0 Introduction

La gravitation est l'une des quatre forces fondamentales de la nature. Introduite par Newton en 1687, sa loi universelle a permis d'unifier la physique terrestre et céleste. Cette force joue un rôle clé dans des domaines variés : de la chute libre des corps aux trajectoires des planètes, en passant par la mesure locale du champ gravitationnel, ou encore l'exploration spatiale.

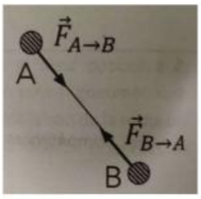
Objectifs : Comment décrire la gravitation ? Et comment à partir de cette description pouvons nous arriver à des applications concrètes ?

1 Gravitation : quelques généralités

1.1 Loi de la gravitation universelle

La loi de Newton s'écrit :

$$\vec{F}_{A\to B} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\overrightarrow{u_{A\to B}}, \tag{1}$$

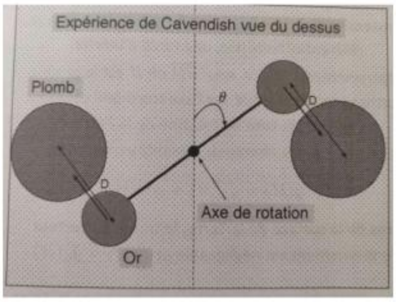


- Dirigée selon la ligne qui lie les deux masses
- Proportionnelle aux masses des corps et inversement proportionnelle au carré de leur distance
- Force **toujours** attractive
- Portée **infinie**

avec G la constante de gravitation universelle ($G = 6,67408 \pm 0.00031) \times 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}.

La valeur de la constante gravitationnelle peut être déterminée expérimentalement (expérience du pendule de Cavendish en 1799).

Cavendish utilise un pendule de torsion formé d'une tige rigide et de deux boules métalliques en or de même masse m = 750g et de forte densité (19,3).



On approche alors de ces boules en or, deux grosses masses attractives : M = 160kg en plomb et de densité 11,4. L'attraction gravitationnelle entre les boules d'or et celles de plomb engendre alors un couple qui fait tourner le pendule de torsion d'un angle θ. En accrochant un miroir sur la tige et en l'éclairant, le faisceau tourne d'un angle 2θ.

On utilise ensuite une lunette de visée pour repérer ce faible angle de rotation. Il convient de remarquer que la force de gravitation responsable du couple de torsion est infime, de l'ordre du dixième de μN !

La taille de la tige est de 2 mètres ce qui donne un bras de levier de la force de gravitation de 1 mètre. Appelons D la distance entre les centres des boules et L le bras de levier.

Le couple des forces de gravitation exercé sur l'axe du fil de torsion vaut :

$$\vec{M}_{grav/\Delta} = 2\frac{GMmL}{D^2} \Rightarrow -C\theta + 2\frac{GMmL}{D^2} = 0 \tag{2}$$

$$G = \frac{C\theta}{2MmL}D^2 \tag{3}$$

La mesure de l'époque donne : $G = 6,754.10^{-11}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg}^{-2}$ ce qui est remarquablement proche de la valeur admise (par le CODATA [i]) depuis 2014 de $(G = 6,67408 \pm 0.00031) \times 10^{-11}\,\mathrm{N.m^2.kg^{-2}}$.

1.2 Le champ gravitationnel

1.2.1 Analogie électrostatique

On a vu en électrostatique :

$$\vec{F}^{el}_{A\to B} = \frac{-q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{u}_{A\to B} = q\vec{E} \tag{4}$$

Et on vient de voir :

$$\vec{F}^{grav}_{A\to B} = \frac{-Gm_1m_2}{r^2}\vec{u}_{A\to B} = m_1\vec{G} \tag{5}$$

On peut donc extraire un champ gravitationnel, grandeur vectorielle locale, défini comme :

$$\vec{G} = -G\frac{m_B}{r^2}\vec{u}_{A\to B}, \tag{6}$$

où m_B est la masse source et r la distance au centre de celle-ci.

On a donc vu qu'il existe une forte ressemblance entre les deux forces mais l'analogie ne s'arrête pas là :

	Gravitation	**Électrostatique**
Force	$\vec{F}_g = -G\frac{m_Am_B}{\Vert\vec{r}_B-\vec{r}_A\Vert^2}\vec{u}$	$\vec{F}_{el} = -\frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{u}$
Charge	m_A	q
Champ	$-G\frac{m_2}{r^2}$	$\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
Théorème de Gauss	$\iint\vec{G}\cdot d\vec{S} = -4\pi GM_{\mathrm{int}}$	$\iint\vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\mathrm{int}}}{\epsilon_0}$
Caractère de la force	Attractif	Attractif ou répulsif$\Rightarrow$ Écrantage

Cependant, la gravitation est uniquement attractive, contrairement à l'électrostatique (ce qui explique qu'on ne puisse pas écranter la force gravitationnelle).

1.2.2 Application du théorème de Gauss en gravitation

Exercice : champ produit par une distribution sphérique de masse :

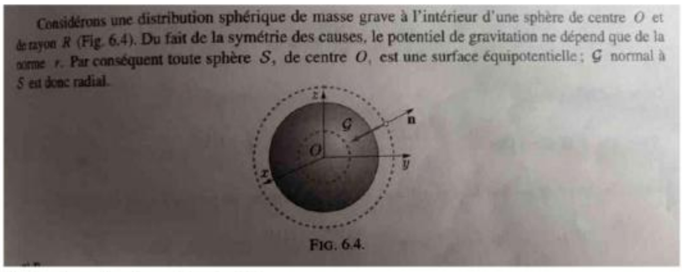

Considérons une distribution sphérique de masse grave à l'intérieur d'une sphère de centre O et de rayon R (Fig. 6.4). Du fait de la symétrie des causes, le potentiel de gravitation ne dépend que de la norme r. Par conséquent toute sphère S, de centre O, est une surface équipotentielle ; $\mathcal{G}$ normal à S est donc radial.

FIG. 6.4.

i. comité de données par la science et la technologie

Cas r>R :

$$\overrightarrow{G(r)} = \frac{-GM_{tot}}{r^2}\vec{u_r} \tag{7}$$

Cas r<R :

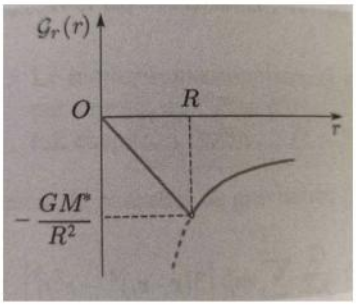
$$\overrightarrow{G(r)} = \frac{-GM_{in}}{r^2}\vec{u_r} \tag{8}$$

Or si la distribution est homogène, on a :

$$G_r(r) = -\frac{G}{r^2}\rho\frac{4\pi r^3}{3} = \frac{-GM_{tot}r}{R^3} \tag{9}$$

D'où :

$$\overrightarrow{G(r)} = \frac{-GM_{tot}r}{R^3}\vec{u_r} \tag{10}$$



On remarque qu'en dehors de la sphère chargée, on retrouve la force en $1/r^2$, on est donc bien consistant.

2 Gravitation à l'échelle terrestre

2.1 Expression de g

Si on oublie l'aspect vectoriel, le champ gravitationnel à proximité de la surface de la Terre s'écrit avec h l'altitude sur Terre :

$$g(h) = G\frac{M}{(R+h)^2}. \tag{11}$$

où M est la masse de la Terre **au niveau du point de mesure** et r la distance entre le centre de la Terre et l'objet. À proximité de la surface terrestre, $r = R + h$, avec R le rayon de la Terre et h l'altitude de l'objet.

Pour $h \ll R$, on peut effectuer un développement limité de $g(h)$ autour de $h = 0$. En utilisant $(1+x)^{-2} \approx 1 - 2x$ pour $x \ll 1$, on a :

$$g(h) = G\frac{M}{R^2}\left(1 - \frac{2h}{R}\right), \tag{12}$$

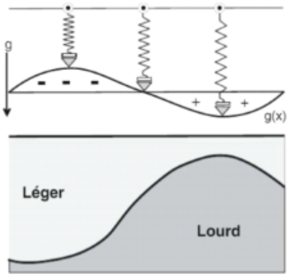
$$g(h) \approx g_0\left(1 - \frac{2h}{R}\right), \quad \text{avec } g_0 = G\frac{M}{R^2}. \tag{13}$$

Avec une masse terrestre de $M = 5.97210^{24}kg$ et $R = 6378137m$ on trouve $g_0 = 9.79169m.s^{-2}$ ou $g_0 = 979Gal$.

On voit directement que l'on a une correction en fonction de l'altitude h, où l'on note que la pesanteur est de moins en moins forte en montant (ce qui est logique et attendu).

Pour se donner une idée odg : Si on est à 2000m d'altitude g = 9.79169*(1- (4000/6 378 137)) = 9.78555 $m.s^{-2}$ On une variation de l'ordre de 62.8 μGal (0.6%) !

Avec les mains, on voit également une dépendance en M. Vu notre taille par rapport à la Terre, on peut se convaincre qu'on a pas l'intégralité de la masse de la Terre sous les pieds. On peut montrer (via le théorème de Gauss pour un cylindre à la surface de la terre) qu'il existe une correction qui dépend de l'écart local de masse « sous » le point que l'on considère.



En terme d'ordre de grandeur ces corrections sont très petites, par exemple pour une nappe phréatique de 10 mètres de hauteur, provoque une anomalie de l'ordre de 1mGal (la masse volumique de l'eau est de 1000 $kg.m^{-3}$ à comparer à la densité moyenne de la croute terrestre qui est de 2900$kg.m^{-3}$).

On voit en terme d'ordre de grandeur que ce sont des anomalies plus grandes que celles dues à l'altitude, et qui, on le verra sont plus simples à détecter en pratique.

2.2 Mesure expérimentale de g

Avant de s'intéresser à ces corrections, comment est-ce qu'on mesure ce g ?

2.2.1 Méthode du pendule simple

Historiquement, on a commencé par utiliser des pendules. Vous avez vu l'équation d'un pendule l'année dernière, et ce qui vous intéressez à l'époque, c'était surtout de résoudre l'équation différentielle, de voir que les lois de la mécanique étaient bien vérifiées etc, mais si vous vous souvenez, la fréquence d'oscillation d'un pendule est directement proportionnelle à g, et c'est un excellent moyen pour le mesurer !

Rappel : la période d'oscillation d'un pendule simple est donnée par :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad \text{soit } T^2 = \frac{4\pi^2\ell}{g}. \tag{14}$$

Valeur attendu à Lyon : 9.8059 Source : Bureau Gravimétrique International (BGI) [ii]

Expérience :

- Matériel : fil, masse suspendue, aimant, règle, bobine de fluxmètre, oscilloscope.
- Procédure : mesurer la longueur ℓ du pendule et le temps T pour plusieurs oscillations directement à l'oscillo. (l'aimant qui bouge devant la bobine de fluxmètre, induit un courant par la loi de Lenz qu'on détecte à l'oscillo)
- Calcul : déduire g avec propagation des incertitudes.

ii. `https://bgi.obs-mip.fr/data-products/gravity-databases/absolute-gravity-data/#/`

2.2.2 Gravimétrie

Jusque dans les années 50, on utilisait des méthodes à bases de pendules comme je l'ai présenté, mais de plus en plus sophistiqué pour connaitre plus précisément les erreurs commises. Aujourd'hui, il existe principalement deux types de dispositif pour mesurer g :

- Gravimètre absolu : très précis, mais pas portable, mesure des différences de l'ordre de la dizaine de nGal ! (dispositif supra)
- Gravimètre relatif : moins précis, mais plus portable, on va utiliser des systèmes avec des ressorts, un peu comme des accéléromètres finalement, avec des mesures de corrections de l'ordre du μGal voir de la dizaine de μGal

Exemple de gravimètre relatif : mon portable avec phyphox.
Ajout discussion avec jury : Gravimètre à atome froid `https://syrte.obspm.fr/spip/science/iaci/projets-en-cours/gravimetre/article/gravimetre-a-atomes-froids`

Application : Anyway, des mesures aux μGal pour détecter des variations du mGal pour détecter une nappe phréatique par exemple, c'est largement suffisant.Donc on va avoir tout ce qui est étude des sols. Les relevés plus précis, servent à des fins plus de veilles scientifiques (études des mouvements tectoniques, ou géologie des glaces etc).

P24 géophysique dubois.
Y'a une partie sur les gravimètres à chutes libres qu'on peut mettre là

Attention deux types de relatifs:
les embarqués
Les fixes mais qui comparent à un point absolu (gravimètre à ressort p28)
Cas de la mesure en mouvement pour scanner des surfaces (précisions 1mGal (contre 1nGal pour supra)) faut tenir compte de l'accélération, on fait du flitrage. P34

P57 Anomalie de bouger

2.3 Vitesse d'évasion

Une dernière « propriété » de la gravitation à une échelle « locale » est la notion de vitesse d'évasion. C'est-à-dire à partir de quelle vitesse un corps est capable de se soustraire au champ de gravitation terrestre, et peut quitter la Terre.

Si l'on reprend l'expression de la force gravitationnelle, on a :

$$F = \frac{GMm}{R^2} \tag{15}$$

Si l'on s'intéresse au travail de cette force pour la masse m, nécessaire pour déplacer le corps de la surface de la terre, à l'infini (donc en dehors de l'attraction Terrestre), on écrit :

$$W = \int_R^\infty F dr = \int_R^\infty \frac{GMm}{r^2} dr = \frac{GMm}{R^2} \tag{16}$$

Donc en partant du sol, l'énergie cinétique qu'il faudrait serait :

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = W \tag{17}$$

Soit une vitesse minimale pour échapper à l'attraction terrestre de :

$$v_{\text{évasion}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}. \tag{18}$$

3 Gravitation et étude des trajectoires

On s'est intéressé aux propriétés globales de la force de gravitation, et ces conséquences à l'échelle de la Terre en termes de champ de gravitation, mais on ne s'est pas du tout intéressé pour le moment à l'essence même de cette théorie qui est l'étude du mouvement des corps, et en particulier, des corps célestes.

3.1 Étude qualitative du mouvement

- Techniquement, les deux corps se meuvent. Faisons cependant un calcul d'ordre de grandeur : $M_{Soleil} = 2.10^{30} kg$ et $M_{Terre} = 6.10^{24} kg$, donc on peut considérer le Soleil fixe lors de l'étude du mouvement de la Terre. De même, on peut considérer la Terre fixe lors de l'étude du mouvement d'un satellite (d'une tonne environ).
- Système masse ponctuelle m dans le champ gravitationnel de M à symétrie sphérique placé à l'origine. Force : $\vec{F} = \frac{-GMm}{r^2} \vec{u_r}$
- Conservation du moment cinétique : $\overrightarrow{M_O}(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \times \vec{F} = \vec{0}$ donc par le théorème du moment cinétique $\overrightarrow{L_O}(M) = mr^2 \dot{\theta} \overrightarrow{u_z} = \overrightarrow{cst}$, ce qui nous amène à la loi des aires + mouvement plan
- Loi des aires : la vitesse aréolaire est constante : c'est la seconde loi de Kepler ! (animation python Loi de Kepler)

3.2 Équation de la trajectoire

On part du principe fondamental de la dynamique :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{-k}{r^2}\overrightarrow{u_r} \tag{19}$$

où $k = GmM$
On a vu que le mouvement est plan, donc en coordonnées polaires :

$$\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = \dfrac{-k}{r^2} \\ m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = \dfrac{m}{r}\dfrac{d(r^2\dot{\theta})}{dt} = 0 \end{cases} \tag{20}$$

La seconde équation n'est rien d'autre que la conservation de la quantité $C = r^2\dot{\theta}$, en revanche la première est l'équation du mouvement qui nous intéresse, pour la résoudre, on introduit le vecteur de Runge-Lenz :
Définition du vecteur le Runge-Lenz :

$$\vec{A} = \vec{v} \times \overrightarrow{L_O} - k\overrightarrow{u_r} \tag{21}$$

On peut montrer que le vecteur de Runge-Lenz est une constante du mouvement :

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} \times \overrightarrow{L_O} - k\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt} \tag{22}$$

$$= -\frac{k}{mr^2}\overrightarrow{u_r} \times mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{u_z} - k\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} \tag{23}$$

$$= \vec{0} \tag{24}$$

On a donc identifié une nouvelle intégrale du mouvement ! (après E_m et $\overrightarrow{L_O}$)
Il est finalement possible d'obtenir l'équation de la trajectoire en écrivant :

$$\vec{A} \cdot \overrightarrow{u_r} = (\vec{v} \times \overrightarrow{L_O}) \cdot \overrightarrow{u_r} - k \tag{25}$$

$$= (\overrightarrow{u_r} \times \vec{v}) \cdot \overrightarrow{L_O} - k \tag{26}$$

$$= \frac{\overrightarrow{L_O}^2}{mr} - k \tag{27}$$

$$= \frac{mC^2}{r} - k \tag{28}$$

En choisissant l'axe (Ox) comme étant orienté par $\vec{A}$ (ce qui est possible car $\vec{A}$ est constant) et en notant θ l'angle entre $\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{u_x}$, on a $\vec{A} \cdot \overrightarrow{u_r} = A\cos\theta$, il vient :

$$A\cos\theta = \frac{mC^2}{r} - k \tag{29}$$

puis :

$$r = \frac{\frac{mC^2}{k}}{\left(1 + \frac{A\cos(\theta)}{k}\right)} \tag{30}$$

3.3 Caractéristiques du mouvement et lois de Kepler

On peut réécrire l'équation précédente comme :

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta} \tag{31}$$

Avec $p = \frac{mC^2}{k}$ et $e = \frac{A}{k}$ (et toujours $k = GmM$). Cette équation est l'équation d'une conique en coordonnées polaires. On remarque que dans notre cas, p et e sont positifs.

On peut aussi relier C à la vitesse aréolaire. Par propriété du produit vectoriel, l'aire $\mathrm{d}A$ balayée pendant $\mathrm{d}t$ par le vecteur $\overrightarrow{OM}$ est (voir figure 4.2)

$$\begin{aligned} \mathrm{d}A &= \frac{1}{2}\|\overrightarrow{OM}(t) \wedge \mathrm{d}\overrightarrow{OM}\| \\ &= \frac{1}{2}\|\overrightarrow{OM}(t) \wedge \vec{v}(t)\|\,\mathrm{d}t \\ \Rightarrow \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{2}\frac{\|\vec{L}_O\|}{m} = \frac{|C|}{2} \end{aligned}$$

Le fait que C soit conservée implique donc que $\mathrm{d}A/\mathrm{d}t$ est constante : l'aire balayée entre t et $t + \mathrm{d}t$ est la même quel que soit t. Ce résultat est connu sous le nom de *loi des aires*

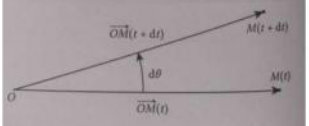
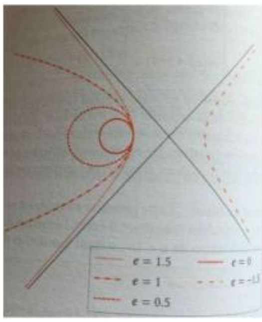


FIGURE 4.2 – Calcul de la vitesse aréolaire.

Une telle trajectoire est représentée par des formes géométriques distinctes selon les valeurs de e et de p. Tout d'abord, si p est positif, les trajectoires sont les suivantes :

- $e = 0$: trajectoire circulaire de rayon p,
- $0 < e < 1$: trajectoire elliptique, dont l'origine O est un foyer, de demi-grand axe $a = p/(1 - e^2)$ et de demi-petit axe $b = \sqrt{ap}$,
- $e = 1$: trajectoire parabolique,
- $e > 1$: trajectoire hyperbolique.

Dans le cas où p est négatif, nous verrons à l'équation (4.5) que le seul cas d'intérêt sera $e < -1$, pour lequel la trajectoire est également hyperbolique. Toutes ces trajectoires sont représentées sur la figure 4.6. On donne dans la suite les relations qui existent entre les paramètres mathématiques e et p des trajectoires et les paramètres physiques E_m, L_O et A.



La première Loi de Kepler énonce que les trajectoires des planètes autour du soleil sont des ellipses dont l'un des deux foyers est occupé par le Soleil. Si on fait un calcul d'ordre de grandeur, on trouve que e = 0,016 pour la Terre, donc est bien dans le cas de la 1ere loi de Kepler !

Enfin, l'aire de l'ellipse est donc par définition πab or, on peut calculer cette aire différemment :

En prenant, l'aire pour un « tour entier » donc sur un temps dt = T, on trouve :

$$A = \frac{CT}{2} = \pi ab \tag{32}$$

$$\frac{CT}{2} = \pi a\sqrt{ap} \tag{33}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = 4\pi^2\frac{p}{C^2} \tag{34}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \tag{35}$$

Car $p = \frac{mC^2}{GmM}$

C'est la troisième loi de Képler !!

3.4 Ouverture sur la relativité générale

On a vu jusqu'ici, que la gravitation est une force instantanée à portée infinie. Vous verrez que ces hypothèses ne colle pas avec le principe de localité (rien ne va plus vite que c) qui est la base de la relativité, et qui a donc perturbé Einstein et d'autres en son temps. Cela a conduit à la création d'une nouvelle théorie de la gravitation qu'est la relativité générale, et qui a permis (entre autre), d'expliquer des phénomènes comme l'avancée du périhélie de Mercure ou les ondes gravitationnelles qui ont été récemment observée.

Conclusion

À retenir :

- Gravitation selon Newton : $F = mMG/r^2$
- Analogie avec l'électrostatique : force seulement attractive donc pas d'écrantage, mais application du théorème de Gauss possible
- À l'échelle terrestre, il existe plein de correction de g, utile pour mesurer tout un tas de choses.
- Gravitation = Force centrale = trajectoire fermée = lois de Képler

Remarques de l'auteur

Globalement le plan était trop ambitieux, même sans mes erreurs et pertes de temps, je pense que je ne serais pas aller au bout, et après discussion avec le jury la partie force centrale n'est pas forcément si pertinente. Elle est intéressante, mais il faut faire des choix, et vu le plan que je propose ici, accentuer le côté géophysique en rentrant plus dans les détails des anomalies de g semble être une bonne idée.
Conseil de référence de la part du jury : "Geodesy" (il ne souvenait plus du nom de l'auteur).

Questions/Remarques

Questions Grégory.

Reprise de la démonstration. J'avais pris comme surface $\frac{4}{3}\pi R^3$ mais c'est le volume.

$r<R$ $\quad \iint \vec{G}\cdot\vec{dS} = -4\pi\mathcal{G} M_{int}$

$$4\pi G r^2 = -4\pi\mathcal{G} M_{int} = -4\pi\mathcal{G}\rho\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\boxed{G = -\mathcal{G}\frac{\rho r}{3}}$$

$r>R$ $\quad 4\pi G r^2 = -4\pi\mathcal{G} M_T \Rightarrow \boxed{G = -\frac{\mathcal{G} M_T}{r^2}}$

Tu passes de $\vec{G}$ à G. Pourquoi ? Pourquoi on peut le sortir de l'intégrale ? Symétrie sphérique $\vec{G} = G(r)\vec{e_r}$, donc cste sur la surface.

Choix du niveau ? Dans les rapports de jury, on dit qu'il ne faut pas faire une leçon force centrale. Mais Gauss c'est L2. Pourquoi mettre les trajectoires à la fin ? Important, pour faire un lien entre méca terrestre/céleste.

Dans l'intro, vous parlez d'unification des deux mécaniques terrestres/célestes. Il y avait deux descriptions ? Bonne question. Théorie des cycloïde : on regardait les trajectoires des étoiles dans le ciel.

Ça dépend si on met la Terre au centre ou pas. Pour la gravitation en temps que telle, je ne crois pas, finalement.

La gravité est de portée ∞ dans la descript° Newtonienne. Oui mais pas en relativité. La portée peut être ∞ mais avec une vitesse finie donc c'est pas le problème. Le problème c'est l'instantanéité. C'est ce qui est réglé dans Relativité G.

Vous avez défini l'intéraction avec des sphères. C'est quoi le point d'application ? Le centre de masse des sphères.

C'est quoi la valeur de G ? J'avais oublié le 10^{-11} au tableau.

Sur Kavendisch, ordre de grandeur des masses dans l'expérience ? Masses en Pb : 160 kg chacune / On : 750g.
Écart angulaire ? Force μN, je ne sais pas
Incertitude ? Méthode de mesure de l'angle + couple de torsion.
Sources lumineuses à l'époque ? Je sais pas.

Forces écrantées, développe. Force attractive uniquement ici. Pas d'écrantage
La force ressentie par une charge est la somme des forces et il peut

y avoir des compensation dans l'électrostatique.

Comparer les ordres de grandeurs des forces électrostatique et gravitationnelle. Électrostatique beaucoup plus intense.

Comment définir le champ gravitationnel pour une distribution de masse quelconque? Compris pas. Comment décrire la distribution de masse? de charge? Ingrédients importants? Forme intégrale avec q/r^2. C'est quoi q? ...

C'est quoi la direction des poids? Vers le centre de la terre? $\vec{G}$ c'est le champ de pesanteur terrestre, pas le poids. OdG à 2km, ça vérifie les conditions du DL? Oui car ≪ 6400km = R_T.

Mesures relative/absolue. Comment on peut faire une mesure relative? Dans l'idée on connaît G à un endroit et on fait une mesure avec ressort / accéléromètre.

Discuter la notion de géoïde? cf schéma. Pour la Terre, valeur G constante. On suppose que la Terre est sphérique. Équipotentielle, pour la Terre c'est pas une sphère.

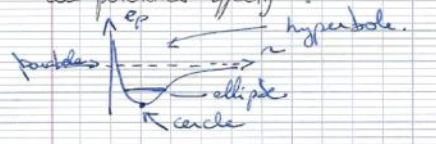
On calcule $\vec{G}$ avec Gauss en dehors de la Terre, on a la droite. En un point donné, on ne ressent pas la même force, pourquoi ? Il y a ~~la~~ densité. On a supposé que la densité était homogène. Refaire l'explication avec le cylindre. Ce qui est à droite et à gauche n'influe pas ? Discussion mais ça n'aboutit pas... C'est une question de densité. Beaucoup de corrections.

Sur le code, la régression est faite sans le nouveau ~~est~~ point... Oui. C'est quoi le zscore ? Écart relatif. Valide la valeur obtenue par rapport à la valeur théorique. χ^2 quantifie la qualité du fit. zscore = 1, c'est mauvais ? Non, on est à 1σ de la valeur attendue. Si on avait obtenu 80, ça aurait été gênant.

Runge-Lentz ? Comment on le trouve ? Historiquement, pas trivial mais cherché pour avoir des ellipses. Vecteur de Runge-Lenz à partir du PFD ? On fait PFD $\wedge \vec{L}$ en tenant compte du fait que $\vec{L}$ est constant.

Tu peux interpréter le type de conique à partir de l'énergie ? Potentiel effectif ?

On peut avoir : sphères, ellipses, hyperboles, parabole, en fonction du paramètre e. Trajectoires liées et libres, par rapport au potentiel effectif ?



Je comptais faire le détail du calcul puis redémontrer les lois de Kepler pour les trajectoires fermées. Je voulais pas faire un LP force centrale.

Limites analogie électrostatique ? Il faut B nul. Plus récemment, on peut linéarise... compliqué.
Je vois pas. Différence : attractive ou répulsive. Force de Gravitation ? On ne peut pas calculer la trajectoire de Mercure avec la force de Newton. D'autres échelles ou la théorie de Newton n'est pas compatible avec les observation ? Courbe des rotation des galaxies. Matière noire. Peut être qu'avec cette masse en plus je crois que le cadre Newtonien reste valable.

Bien
Calculs et gestion du temps
Tableau OK mais des choses dits à l'oral mais pas écrites
Être plus formel le jour J.

Plan : je comprends l'idée L2 mais je serais allé plus loin et j'aurais enlevé la partie III.
→ on aurait pu aller dans la partie géophysique.
→ on aurait pu discuter pourquoi ça ressemble un effet inertiel
on aurait pu parler des effets de marées, gravitation différentielle
→ pousser l'analogie avec distribution de masse $\rho(\vec{r})$ quelconque.

Prérequis : induction, loi de Lenz.

Intro TB jusqu'à la démo
puis la fin.

Est-ce que c'est pas plus sûr de mettre la manipe à la fin ? Non... car élément imposé.

La manipe a fait dérailler la suite mais le reste était clair.

Faire des notes claires pour ne pas hésiter sur les calculs → tout noter sur les calculs.

⚠ à attitude "dans tous les cas vous allez poser la question"...

Manque de précisions au début (pt d'application de la force).

Sur la manipe : pourquoi pas un pendule pesant ? Approximations ? Mouvement plan, torsion du fil. Être prêt sur les questions. Dissipation due à l'aimant.

Qe/ pour gravimétrie ?
- Dumas, géophysique
- Cours de géophysique.

⚠ à bien utiliser le point dans la manipe.

⚠ $z$score valide pas la régression c'est le χ^2.

Gravimètres absolus transportables à atomes froids (déformation du nuage de Rb pour avoir $\vec{g}$).

Sur la gravimétrie, le théorème sent la gravitation de toute la masse mais c'est l'inhomogénéité qui créée l'anomalie.

Cycloïdes : Épicycles pour type Mercure par exemple.

Avant Newton, il ne devait y avoir que Galilée et Kepler. RG n'est pas suffisante pour la trajectoire de Mercure.
↳ battez-vous !

Motivations pour la RG : dans RR il y a encore un référentiel privilégié. On voulait une théorie valable partout référentiel.

Pour une distribution de masse quelconque on fait un développement multipolaire.

Diapo

Gravitation

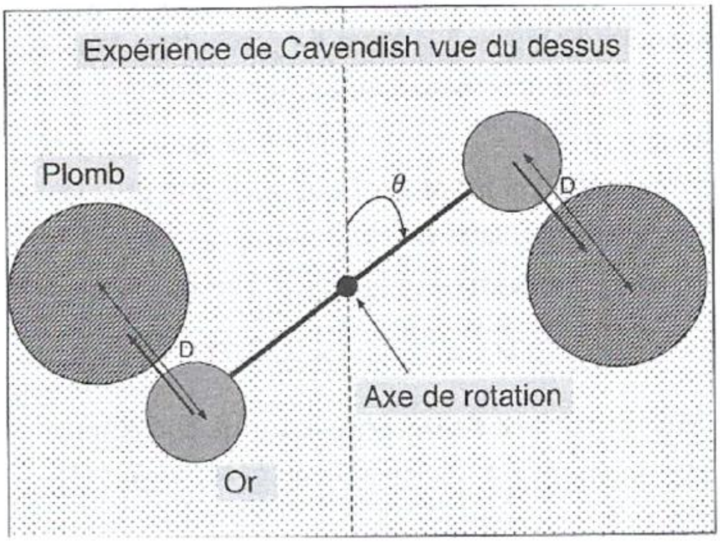
Élément imposé : Mettre en œuvre une mesure expérimentale du champ gravitationnel à la surface de la Terre.

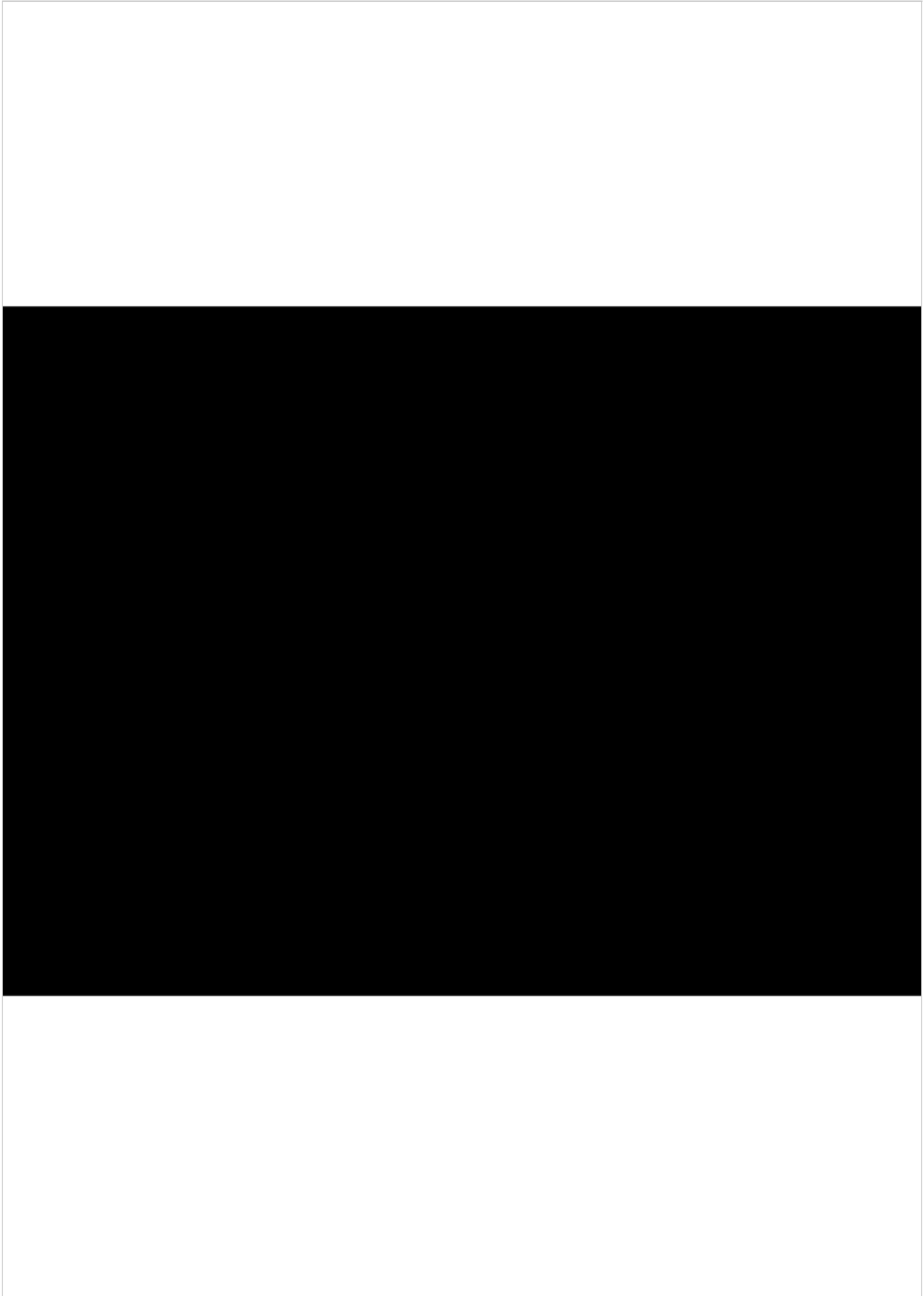
UNIVERSITÉ DE LYON

ENS DE LYON

Mardi 07 Janvier 2025

Expérience de Cavendish





Analogie : gravitation / électrostatique

	Gravitation	**Électrostatique**
Force	$\vec{F}_g = -G\frac{m_A m_B}{\|\vec{r}_B - \vec{r}_A\|^2}\,\vec{u}$	$\vec{F}_{el} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\vec{u}$
Charge	m_A	q_1
Champ	$-G\frac{m_B}{r^2}$	$\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
Théorème de Gauss	$\iint \vec{G}\cdot\vec{dS} = -4\pi G M_{\text{int}}$	$\iint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$
Caractère de la force	Attractif	Attractif ou répulsif$\Rightarrow$ Écrantage

Analogie : gravitation / électrostatique

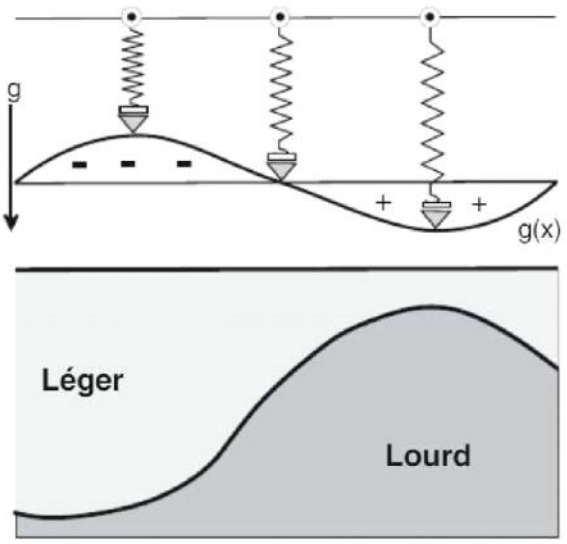
	Gravitation	**Électrostatique**
Force	$\vec{F}_g = -G\frac{m_A m_B}{\lVert\vec{r}_B-\vec{r}_A\rVert^2}\,\vec{u}$	$\vec{F}_{el} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\vec{u}$
Charge	m_A	q_1
Champ	$-G\frac{m_B}{r^2}$	$\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
Théorème de Gauss	$\iint \vec{G}\cdot\vec{dS} = -4\pi GM_{\text{int}}$	$\iint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$
Caractère de la force	Attractif	Attractif ou répulsif$\Rightarrow$ Écrantage

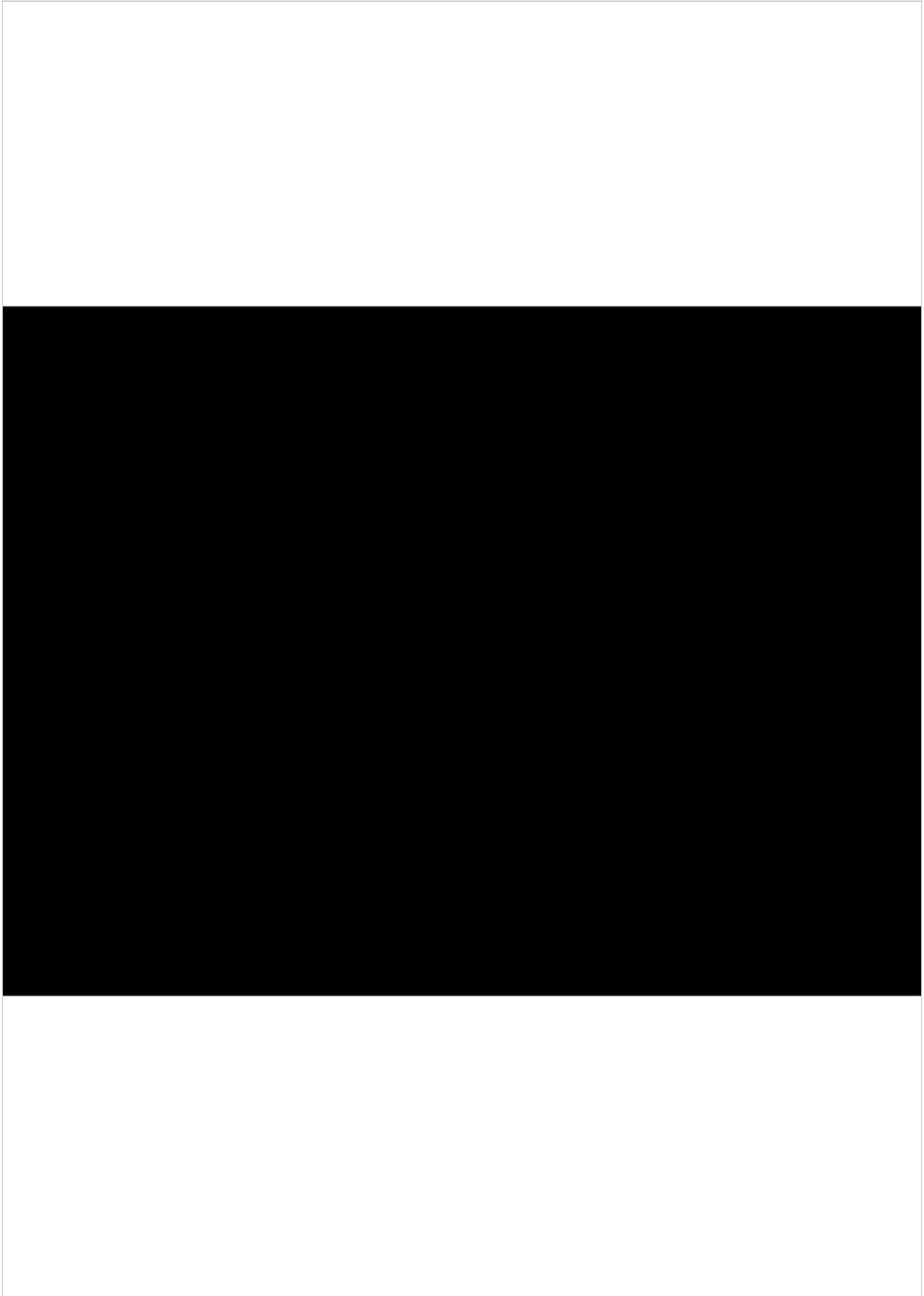
Limite

L'analogie est valide qu'avec l'électrostatique ! (pas de champ magnétique)

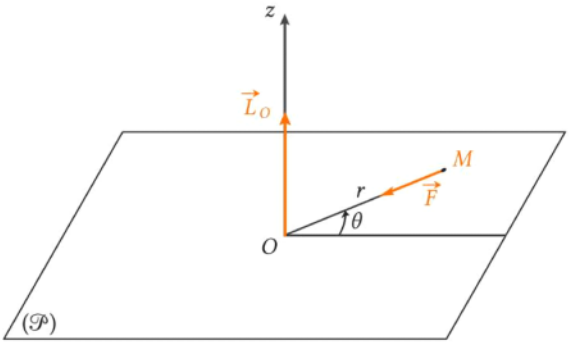
[redacted]

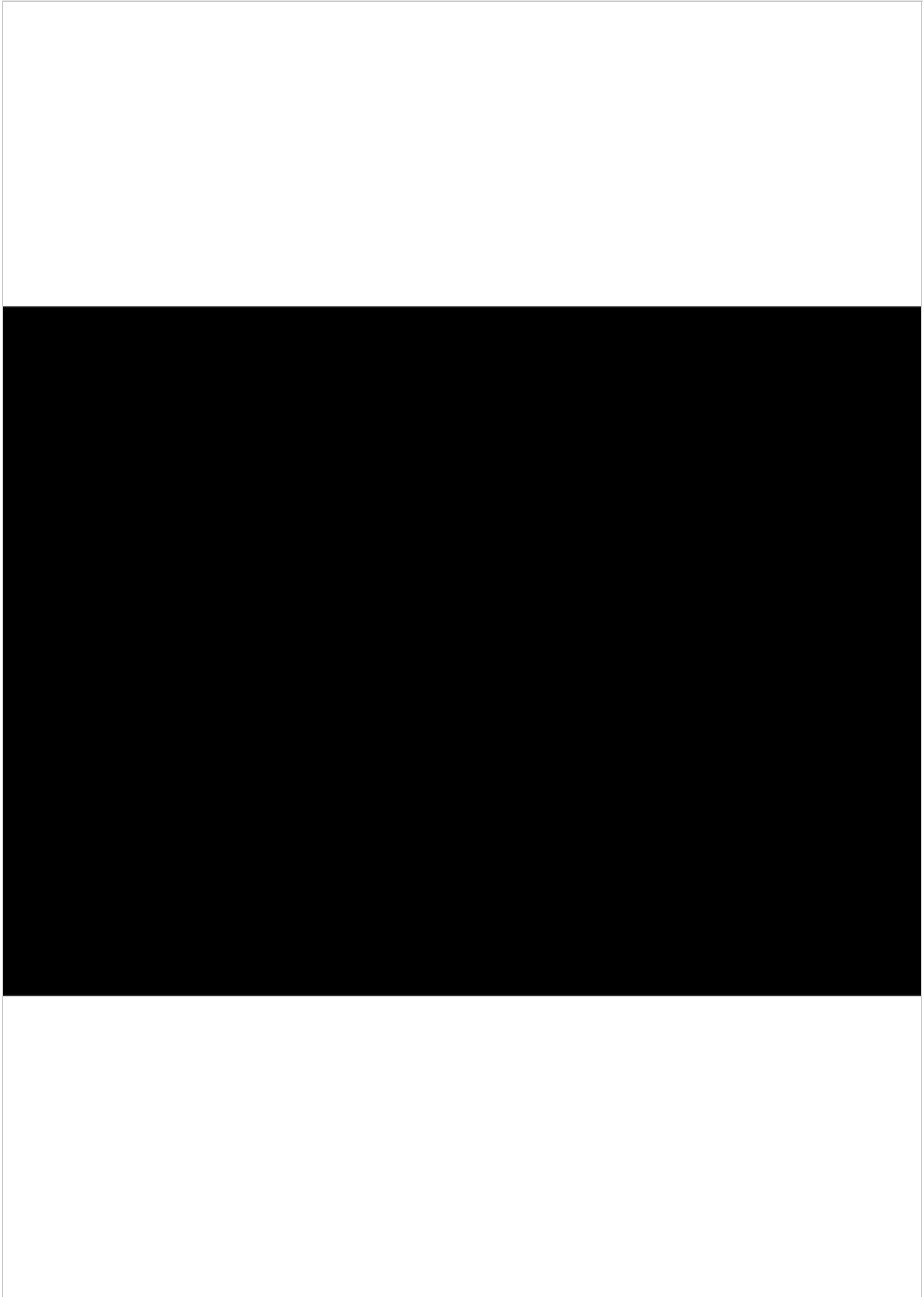
Anomalie de g





Mouvement plan





2ème Loi de Kepler

[redacted]

Trajectoires

13