Jonatan Hoffmann Hanssen Grzegorz Kajda Adrian Duric

TEK5020 Prosjektoppgave 1 – Rapport

Fremgangsmåte

Som beskrevet i oppgaven, har vi brukt nærmeste-nabo klassifikatoren til å estimere feilraten for alle mulige kombinasjoner av egenskaper for et gitt antall dimensjoner, for hvert mulige antall av dimensjoner. For hvert antall av dimensjoner finner vi da den beste kombinasjonen av mulige egenskaper (den med minst estimert feilrate), og bruker de tre klassifikatorene på denne kombinasjonen av egenskaper for å finne den beste klassifikatoren for den egenskapskombinasjonen.

Resultater

Følgende feilrater ble oppnådd ved å utføre nærmeste nabo klassifikasjon på treningsdatasettet for ulike kombinasjoner av egenskaper. De beste (laveste) feilratene per datasett, per antall dimensjoner, er markert i grønt:

Egenskaper	Datasett 1	Datasett 2	Datasett 3
1	21.3%	18.0%	28.5%
2	36.0%	35.3%	37.0%
3	42.6%	48.7%	42.0%
4	28.7%	-	43.5%
(1, 2)	16.7%	1.3%	25.5%
(1, 3)	18.7%	18.6%	21.5%
(1, 4)	11.3%	-	26.0%
(2, 3)	39.3%	30.0%	15.5%
(3, 4)	22.0%	-	23.0%
(1, 2, 3)	12.7%	2.0%	13.0%
(1, 3, 4)	18.7%	-	13.5%
(2, 3, 4)	27.3%	-	11.5%
(1, 2, 3, 4)	13.3%	-	12.5%

Ved å trene de tre klassifikatorene på de beste egenskapene i treningssettet per antall dimensjoner, og deretter predikere på testsettet, fikk vi følgende feilrater. Beste feilrate per datasett, per antall dimensjoner, er markert i grønt.

Jonatan Hoffmann Hanssen Grzegorz Kajda Adrian Duric

Én dimensjon

Datasett	Nærmeste nabo	Lineærdiskriminant	Minste feilrate Gauss
1	28.7%	22.70%	15.3%
2	48.7%	51.3%	12.0%
3	43.5%	50.0%	35.0%

To dimensjoner

Datasett	Nærmeste nabo	Lineærdiskriminant	Minste feilrate Gauss
1	22.0%	23.3%	10.7%
2	30.0%	36.0%	2.7%
3	23.0%	50.00%	19.5%

Tre dimensjoner

Datasett	Nærmeste nabo	Lineærdiskriminant	Minste feilrate Gauss
1	27.3%	31.3%	14.7%
2	2.0%	11.3%	3.3%
3	11.5%	13.00%	11.5%

Fire dimensjoner

Datasett	Nærmeste nabo	Lineærdiskriminant	Minste feilrate Gauss
1	13.3%	10.0%	10.7%
2	-	-	-
3	12.5%	10.50%	6.5%

Avsluttende spørsmål

Hvorfor er det fornuftig å benytte nærmeste-nabo klassifikatoren til å finne gunstige egenskapskombinasjoner?

Nærmeste-nabo klassifikatoren gir er, som nevnt i oppgaveteksten, enkel å både forstå intiuitivt og å programmere. Den gir et godt og lettforståelig mål på hvilke egenskapskombinasjoner som inneholder mest variabilitet.

Jonatan Hoffmann Hanssen Grzegorz Kajda Adrian Duric

Hvorfor kan det i en praktisk anvendelse være fornuftig å finne en lineær eller kvadratisk klassifikator til erstatning for nærmeste-nabo klassifikatoren?

I praksis er nærmeste-nabo klassifikatoren regnemessig kostbar, og tar mye tid å kalkulere. I tillegg er nærmeste-nabo klassifikatoren utsatt for overfitting; den er altså svært sensitiv for støy i datasettet. Lineære og kvadratiske klassifikatorer kan både lede til færre utregninger, og potensielt bidra til å redusere overfitting og gi en bedre balanse mellom bias og varians.

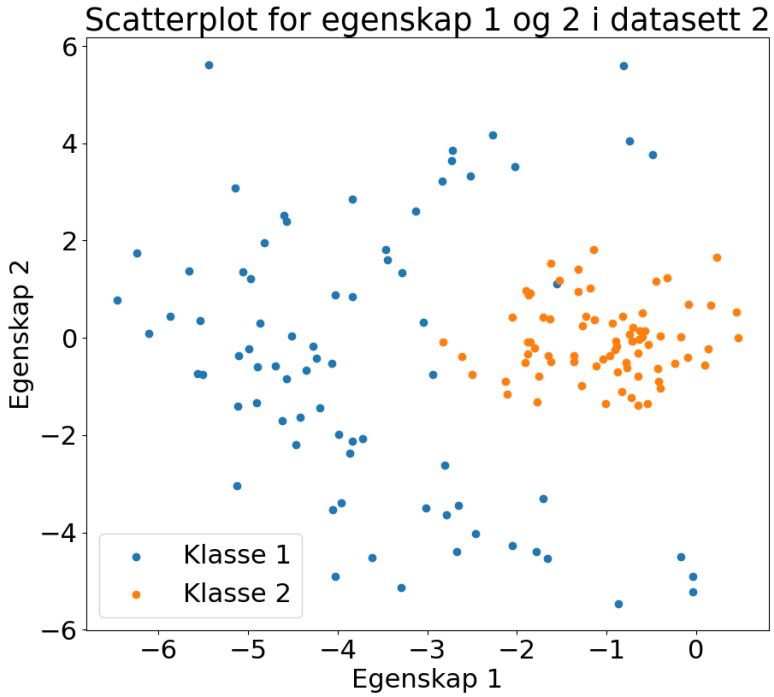
Hvorfor er det lite gunstig å bruke samme datasettet både til trening og evaluering av en klassifikator?

Å bruke samme datasett til trening og evaluering av en klassifikator gjør at når man evaluerer presisjonen av klassifikatoren på testsettet (som nå også er treningssettet), er ikke denne presisjonen representativ for hvilken presisjon klassifikatoren hadde fått på vilkårlige data samplet fra samme distribusjon som datasettet.

Dette er fordi klassifikatoren har sett, og trent på, dataen den blir evaluert på. Når vi evaluerer en klassifikator, ønsker vi å måle hvor presis den er på usette data fra samme distribusjon som treningsdataene. Klassifikatoren er laget for å optimalisere desisjonsgrensen for dataene den har sett, og når den trener på testsettet, blir den unaturlig god på å klassifisere akkurat testsettet, i forhold til hvordan den hadde vært på usette data.

Hvorfor gir en lineær klassifikator dårlige resultater for datasett 2?

Ved å plotte egenskapskombinasjonen av datasett 2 som ga best resultat for nærmeste-nabo klassifikatoren, ser vi at datasettet i disse dimensjonene ikke er lineært separabelt (se figuren nedenfor). Det kreves altså en ikke-lineær desisjonsgrense for å optimalisere grensen, som lineære klassifikatorer ikke er i stand til å produsere.



Kode

1 utils.py

```python
import numpy as np
import os
import cv2 as cv
import copy


def read_dataset(idx):
    project_dir = os.path.dirname(os.path.dirname((__file__)))
    file_path = project_dir + f"/data/ds-{idx}.txt"
    data_array = np.loadtxt(file_path)
    targets, obs = data_array[:, 0].copy(), data_array[:, 1:].copy()
    return targets, obs


def split_data(obs, targets):
    train_obs, train_targets = obs[1::2], targets[1::2]
    test_obs, test_targets = obs[0::2], targets[0::2]
    return train_obs, test_obs, train_targets, test_targets


def least_params(train_obs, train_targets):
    bias = np.ones((len(train_obs), 1))
    ext_train_obs = np.concatenate((bias, train_obs), axis=1)

    b = np.where(train_targets == 1, 1, -1)

    params = np.linalg.inv(ext_train_obs.T @ ext_train_obs) @ ext_train_obs.T @ b
    return params


def least_discriminant(params):
    def discriminant(test_obs):
        bias = np.ones((len(test_obs), 1))
        ext_test_obs = np.concatenate((bias, test_obs), axis=1)
        return np.where(ext_test_obs @ params > 0, 1, 2)

    return discriminant


def create_dataset(pixels):
```

```
    dataset = []
    for i in range(len(pixels)):
        pixels[i] = pixels[i].reshape(-1, 3)
        pixels[i] = np.concatenate(
            (np.ones((pixels[i].shape[0], 1)) * (i + 1), pixels[i])
    , axis=1
        )
        dataset.extend(pixels[i])
    return np.array(dataset)


def normalize_dataset(pixels):
    r = pixels[:, 1]
    g = pixels[:, 2]
    b = pixels[:, 3]

    t1 = r / np.sum(pixels[:, 1:], axis=1)
    t2 = g / np.sum(pixels[:, 1:], axis=1)
    t3 = b / np.sum(pixels[:, 1:], axis=1)

    pixels[:, 1] = t1
    pixels[:, 2] = t2
    pixels[:, 3] = t3

    return pixels


def estimate_pixels_apriori(pixels):
    probs = []
    for i in range(np.int64(np.max(pixels[:, 0], axis=0))):
        prob = np.sum(pixels[:, 0] == (i + 1)) / pixels.shape[0]
        probs.append(prob)
    return np.array(probs)


def estimate_pixels_mean(pixels):
    means = []
    for i in range(np.int64(np.max(pixels[:, 0], axis=0))):
        est_mean = pixels[pixels[:, 0] == (i + 1)].mean(axis=0)
        means.append(est_mean)
    return np.array(means)


def estimate_pixels_cov(pixels, pixel_class_means):
    covs = []
    for i in range(np.int64(np.max(pixels[:, 0], axis=0))):
        N_class = np.sum(pixels[:, 0] == (i + 1))
        class_dev = pixels[pixels[:, 0] == (i + 1), 1:] -
    pixel_class_means[i, 1:]
        class_cov = (class_dev.T @ class_dev) / (N_class - 1)
        covs.append(class_cov)

    return np.array(covs)


def pixels_discriminants(pixel_means, pixel_covs, pixel_apriori):
    discriminants = []
```

```
    for i in range(len(pixel_means)):
        discriminants.append(
            class_discriminant(pixel_means[i], pixel_covs[i],
    pixel_apriori[i], pixels=True)
        )
    return discriminants


def segment_image(image_path, discriminants):
    img = cv.imread(image_path)
    if img.shape[:2] > (800,800):
        img = cv.resize(img, (600,600))
    seg_img = np.zeros_like(img)
    colors = np.array(
        [
            [255, 0, 0],
            [0, 255, 0],
            [0, 0, 255],
            [255, 255, 0],
            [255, 0, 255],
            [0, 255, 255],
            [128, 0, 128],
            [255, 165, 0],
            [0, 128, 0],
            [128, 128, 128],
        ]
    )
    for x in range(img.shape[0]):
        for y in range(img.shape[1]):
            cl = np.argmax([disc(img[x, y]) for disc in
    discriminants])
            seg_img[x,y] = colors[cl]
    return seg_img


def measure_dist(obs_1, obs_2):
    distance = np.linalg.norm(obs_1 - obs_2)
    return distance


def nearest_neighbour(train_obs, train_targets, test_obs):
    c_test_obs = np.zeros((len(test_obs), 1))

    for i in range(len(test_obs)):
        near_neigh = np.argmin(
            [
                measure_dist(test_obs[i], train_obs[j])
                for j in range(len(train_obs))
                if i != j
            ]
        )
        c_test_obs[i] = train_targets[near_neigh]

    return c_test_obs.flatten()


def estimate_a_priori(train_targets):
```

```
    class_one = np.sum(train_targets == 1)
    prob_one = class_one / train_targets.shape[0]
    prob_two = 1.0 - prob_one
    return prob_one, prob_two


def estimate_class_mean(train_obs, train_targets):
    class_one_mean = train_obs[train_targets == 1].mean(axis=0)
    class_two_mean = train_obs[train_targets == 2].mean(axis=0)
    return class_one_mean, class_two_mean


def estimate_class_cov(class_one_mean, class_two_mean, train_obs,
    train_targets):
    N_one = train_obs[train_targets == 1].shape[0]
    N_two = train_obs.shape[0] - N_one
    class_one_dev = train_obs[train_targets == 1] - class_one_mean
    class_two_dev = train_obs[train_targets == 2] - class_two_mean
    cov_one = (class_one_dev.T @ class_one_dev) / (N_one - 1)
    cov_two = (class_two_dev.T @ class_two_dev) / (N_two - 1)

    return cov_one, cov_two


def class_discriminant(class_mean, class_cov, a_priori_prob, pixels
    =False):
    W = -(1 / 2) * np.linalg.inv(class_cov)

    w = np.linalg.inv(class_cov) @ class_mean

    det_cov = np.log(np.linalg.det(class_cov))
    det_cov = det_cov if det_cov > 1e-5 else 0

    w_0 = (
        -(1 / 2) * class_mean @ np.linalg.inv(class_cov) @
    class_mean
        - (1 / 2) * det_cov
        + np.log(a_priori_prob)
    )
    if pixels:
        return lambda test_obs: test_obs.T @ W @ test_obs +
    test_obs @ w + w_0
    else:
        return lambda test_obs: np.sum(test_obs @ W * test_obs,
    axis=1) + test_obs @ w + w_0


def minimum_error(train_obs, train_targets):
    class_one_mean, class_two_mean = estimate_class_mean(train_obs,
     train_targets)
    cov_one, cov_two = estimate_class_cov(
        class_one_mean, class_two_mean, train_obs, train_targets
    )

    a_priori_one, a_priori_two = estimate_a_priori(train_targets)

    discriminant_one = _class_discriminant(class_one_mean, cov_one,
```

```
     a_priori_one)
    discriminant_two = _class_discriminant(class_two_mean, cov_two,
     a_priori_two)

    return gen_discriminant(discriminant_one, discriminant_two)


def gen_discriminant(c1_discr, c2_discr):
    return lambda test_obs: np.where(c1_discr(test_obs) - c2_discr(
    test_obs) > 0, 1, 2)
```

2 oblig1.py

```
from snutils import *
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

dim_combinations_list = [
    [(0,), (1,), (2,), (3,)],
    [(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (2, 3)],
    [(0, 1, 2), (0, 2, 3), (1, 2, 3)],
    [(0, 1, 2, 3)],
]

dim_combinations_for_dataset_2_list = [
    [(0,), (1,), (2,)],
    [(0, 1), (0, 2), (1, 2)],
    [(0, 1, 2)],
]

for dataset_idx in (1, 2, 3):
    print(f"======== Dataset {dataset_idx} =========")
    targets, obs = read_dataset(dataset_idx)
    train_obs, test_obs, train_targets, test_targets = split_data(
    obs, targets)

    for dim_combinations in (
        dim_combinations_list
        if dataset_idx != 2
        else dim_combinations_for_dataset_2_list
    ):
        print(
            f"========= Now testing for dimension {len(
    dim_combinations[0])} ============"
        )
        best_fail_rate = 1
        best_dim = None
        for dimensions in dim_combinations:
            preds = nearest_neighbour(
                train_obs[:, dimensions], train_targets, train_obs
    [:, dimensions]
            )
            fail_rate = (
                np.sum(np.where(preds != train_targets, 1, 0)) /
    train_targets.shape[0]
            )

```

```
            # print(f"{dimensions=} {fail_rate=}")

            if fail_rate < best_fail_rate:
                best_dim = dimensions
                best_fail_rate = fail_rate
        if dataset_idx == 2 and len(best_dim) == 2:
            plt.scatter(
                test_obs[:, best_dim[0]][test_targets == 1],
                test_obs[:, best_dim[1]][test_targets == 1],
            )
            plt.scatter(
                test_obs[:, best_dim[0]][test_targets == 2],
                test_obs[:, best_dim[1]][test_targets == 2],
            )
            plt.show()

        print(f"Lowest fail rate was {best_fail_rate:.3f}, for features: {best_dim}")

        # ------------ here starts the actual grog way ------------

        print("\n\nNow testing all methods on test set:")
        # Nearest neighbour
        preds_test_nn = nearest_neighbour(
            train_obs[:, best_dim], train_targets, test_obs[:, best_dim]
        )
        fail_rate_test_nn = (
            np.sum(np.where(preds != test_targets, 1, 0)) / test_targets.shape[0]
        )

        # Linear discriminant
        linear_discriminant = least_discriminant(
            least_params(train_obs[:, best_dim], train_targets)
        )

        preds = linear_discriminant(test_obs[:, dimensions])
        fail_rate_test_lindisc = (
            np.sum(np.where(preds != test_targets, 1, 0)) / test_targets.shape[0]
        )
        # Minimum error
        minimum_error_discriminant = minimum_error(
            train_obs[:, best_dim], train_targets
        )

        preds = minimum_error_discriminant(test_obs[:, best_dim])
        fail_rate_test_minerror = (
            np.sum(np.where(preds != test_targets, 1, 0)) / test_targets.shape[0]
        )
        print(
            f"Fail rates: NN: {fail_rate_test_nn:.3f} LINDISC: {fail_rate_test_lindisc:.3f} MINERROR: {fail_rate_test_minerror:.3f}"
        )
```