

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт

Кафедра «Прикладная математика»

**Отчёт по лабораторной работе №3
по дисциплине «Анализ данных с интервальной
неопределённостью»**

Выполнил студент:
Бендюков Александр
группа: 5040102/20201

Проверил:
к.ф.-м.н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2023 г.

Содержание

1	Постановка задачи	2
2	Теория	2
2.1	Классификация измерений	2
2.2	Взаимные отношения интервалов наблюдения и прогноз- ного интервала модели	2
3	Реализация	3
4	Результаты	3
5	Обсуждение	9

Список иллюстраций

1	Первая выборка, Y_1	3
2	Точечная линейная регрессия и коридор совместных зна- чений для Y_1	4
3	Точечная линейная регрессия и коридор совместных зна- чений для \mathcal{E}_1	4
4	Диаграмма статусов измерений выборки \mathcal{E}_1	5
5	Диаграмма статусов измерений выборки \mathcal{E}_1 (Приближеие) .	6
6	Вторая выборка, Y_2	6
7	Точечная линейная регрессия и коридор совместных зна- чений для Y_2	7
8	Точечная линейная регрессия и коридор совместных зна- чений для \mathcal{E}_2	8
9	Диаграмма статусов измерений выборки \mathcal{E}_2	8
10	Диаграмма статусов измерений выборки \mathcal{E}_2 (Приближение)	9

1 Постановка задачи

Провести анализ остатков интервальных измерений.

2 Теория

2.1 Классификация измерений

Измерения можно классифицировать следующим образом. Измерения, добавление которых к выборке не приводит к модификации модели, называются *внутренними*. Те, которые изменяют модель, называются *внешними*. Измерения, которые определяют какую-либо границу информационного множества, называются *граничными*. *Выбросами* называются те измерения, которые делают информационное множество пустым. Граничные измерения - подмножество внутренних, выбросы - внешних.

Для удобства анализа взаимоотношения информационных множеств работу с ними заменяют на анализ взаимоотношения интересующего интервального измерения и интервального прогнозируемого значения модели (коридора совместных значений).

2.2 Взаимные отношения интервалов наблюдения и прогнозного интервала модели

Существует несколько характеристик, определяющих это взаимоотношение.

Размахом (плечом) называется следующее отношение 1.

$$l(x, \mathbf{y}) = \frac{\Upsilon(x)}{rad(\mathbf{y})} \quad (1)$$

Относительным остатком называется отношение 2.

$$r(x, \mathbf{y}) = \frac{mid(\mathbf{y}) - mid(\Upsilon(x))}{rad(\mathbf{y})} \quad (2)$$

здесь x - точечное значение, \mathbf{y} - интервальное значение интересующей величины (отклик x), $\Upsilon(x)$ - интервальная оценка интересующей величины (значение коридора совместных значений).

Для внутренних наблюдений выполняется неравенство 3.

$$|r(x, \mathbf{y})| \leq 1 - l(x, (y)) \quad (3)$$

В случае равенства 3 измерение будет граничным.

Выбросы определяются неравенством 4

$$|r(x, \mathbf{y})| > 1 + l(x, \mathbf{y}) \quad (4)$$

3 Реализация

Весь код написан на языке Python (версии 3.7.3). [Ссылка на GitHub с исходным кодом](#).

4 Результаты

Данные S_X были взяты из файлов *data/dataset2/XV_spN.txt*, где $X \in P = \{-0.45, -0.35, -0.25, -0.15, -0.05, 0.05, 0.15, 0.25, 0.35, 0.45\}$. Набор δ_i получен из файла *data/dataset2/0.0V_sp443.txt*.

Рассмотрим первую выборку Y_1 . Y_1 получена следующим образом. $\mathbf{y}_i = [\min S_i, \max S_i]$, $i \in P$, $\mathbf{y}_i \in Y_1$.

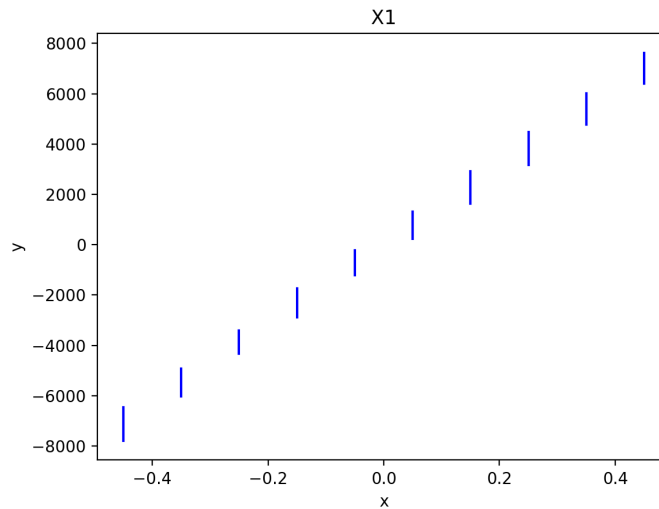


Рис. 1: Первая выборка, Y_1

Построим точечную линейную регрессию и коридор совместных значений.

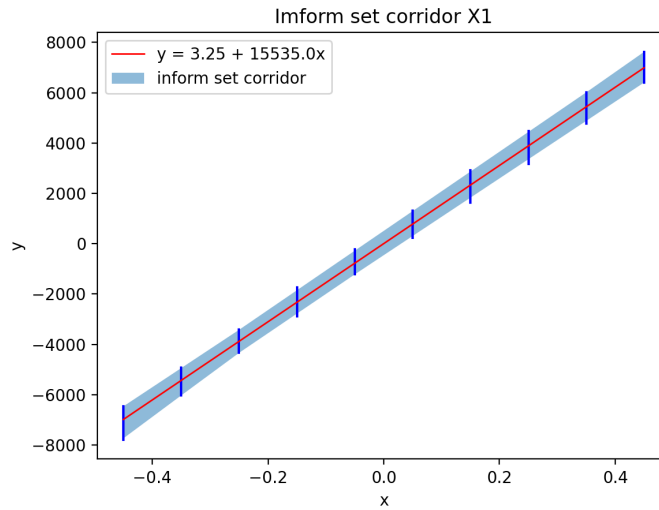


Рис. 2: Точечная линейная регрессия и коридор совместных значений для Y_1

Построим выборку остатков \mathcal{E}_1 , $\varepsilon_i = \mathbf{y}_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)$, $\varepsilon_i \in \mathcal{E}_1$.
 Выборка \mathcal{E}_1 и коридор совместных значений для \mathcal{E}_1 имеют вид.

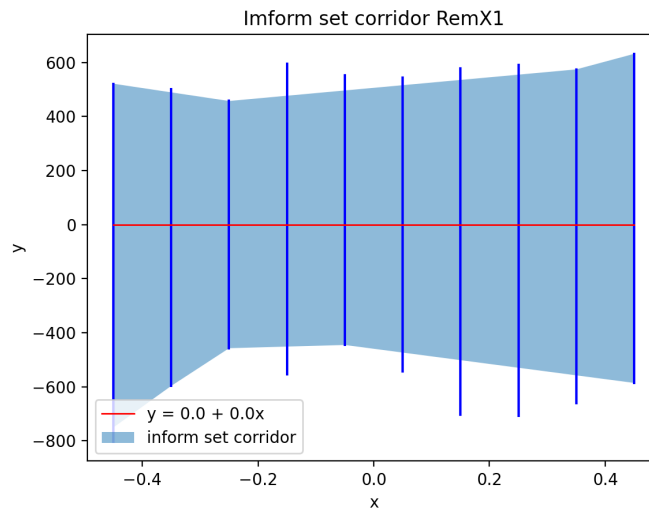


Рис. 3: Точечная линейная регрессия и коридор совместных значений для \mathcal{E}_1

Теперь построим диаграмму статусов для выборки \mathcal{E}_1 . По оси x лежит значение размаха (см. 1), по оси y значение относительного остатка (см. 2).

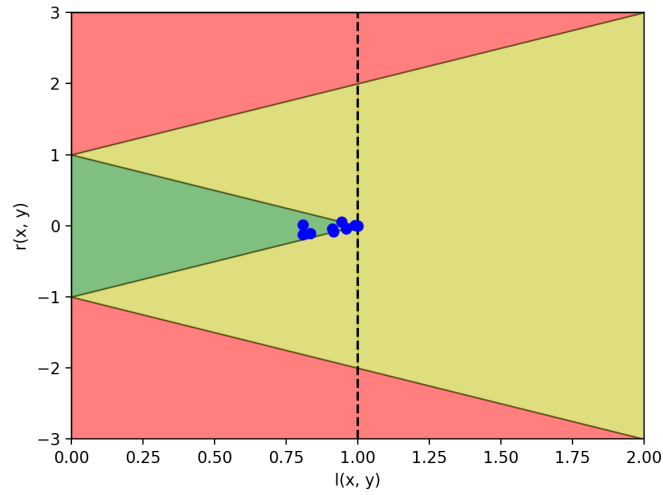


Рис. 4: Диаграмма статусов измерений выборки \mathcal{E}_1

Для данной выборки \mathcal{E}_1 и простейшей линейной модели граничными являются измерения, соответствующие следующим значениям переменной x : $[-0.45, -0.35, -0.25, -0.05, 0.35]$. Измерение, соответствующее переменной $x = 0.45$, возможно, является внешним или также граничным, а все остальные измерения внутренние (рис. 5).

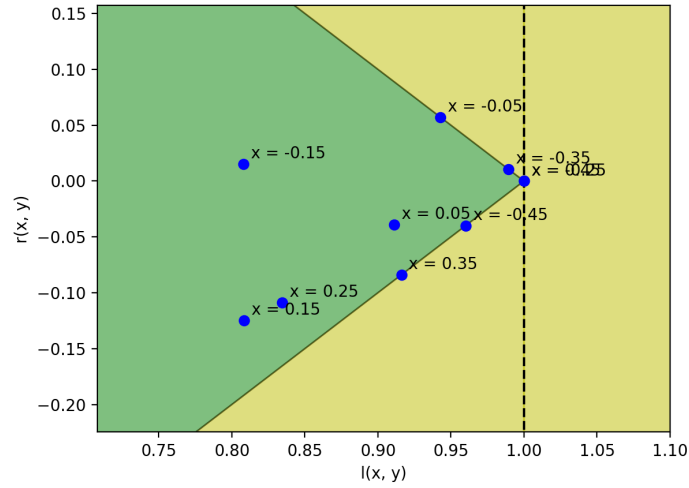


Рис. 5: Диаграмма статусов измерений выборки \mathcal{E}_1 (Приближение)

Для наглядности проведём аналогичные измерения для другой выборки Y_2 . Y_2 получена следующим образом. $\mathbf{y}_i = [\text{median}(S_i) - \varepsilon, \text{median}(S_i) + \varepsilon]$, $\varepsilon = 25.0$, $i \in P$, $\mathbf{y}_i \in Y_2$.

Y_2 имеет вид.

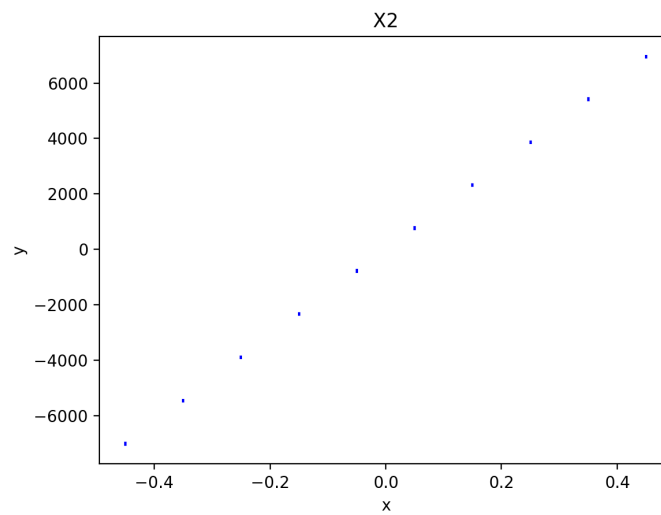


Рис. 6: Вторая выборка, Y_2

Построим точечную линейную регрессию и коридор совместных значений для Y_2 .

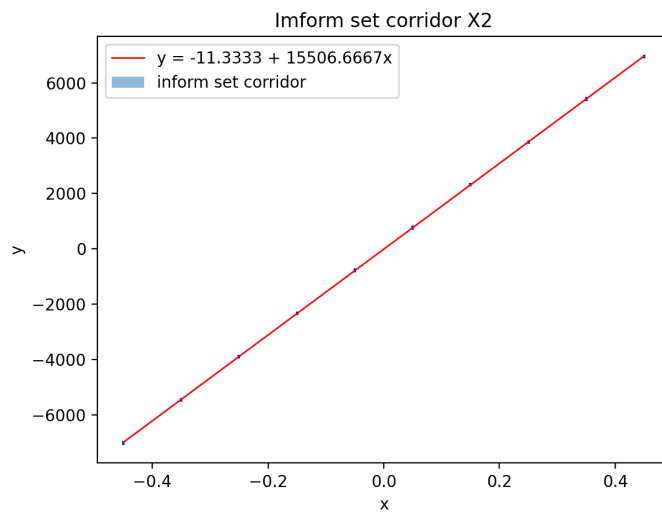


Рис. 7: Точечная линейная регрессия и коридор совместных значений для Y_2

Выборка остатков \mathcal{E}_2 и коридор совместных значений для \mathcal{E}_2 имеют вид.

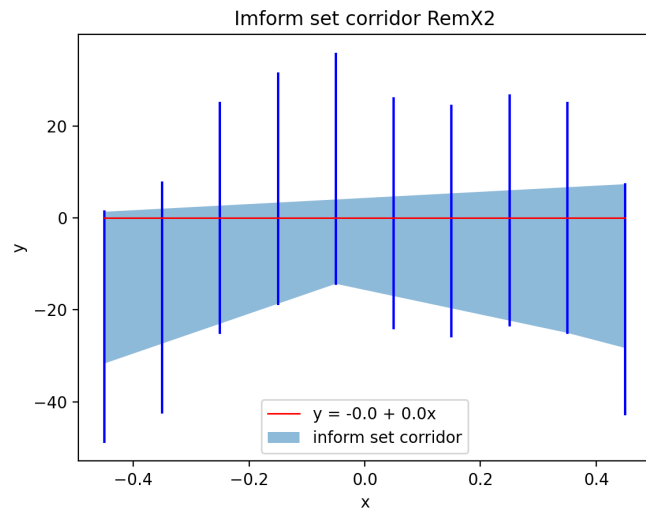


Рис. 8: Точечная линейная регрессия и коридор совместных значений для \mathcal{E}_2

Построим диаграмму статусов для \mathcal{E}_2 .

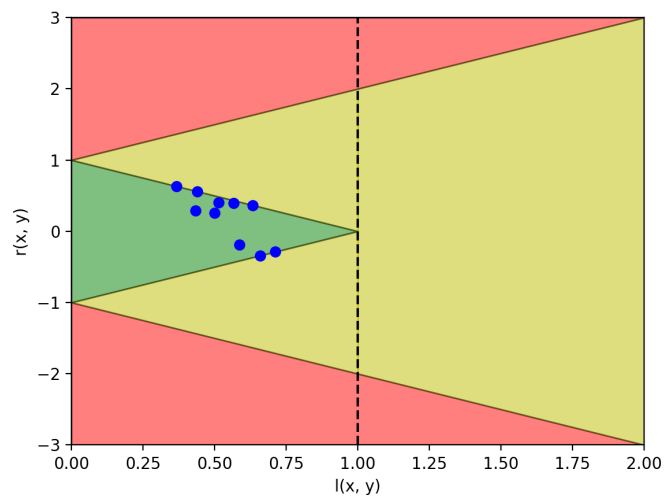


Рис. 9: Диаграмма статусов измерений выборки \mathcal{E}_2

Для выборки \mathcal{E}_2 граничными являются измерения, соответствующие

значениям переменной $x \in [-0.45, -0.15, -0.05, 0.35, 0.45]$. Остальные являются внутренними.

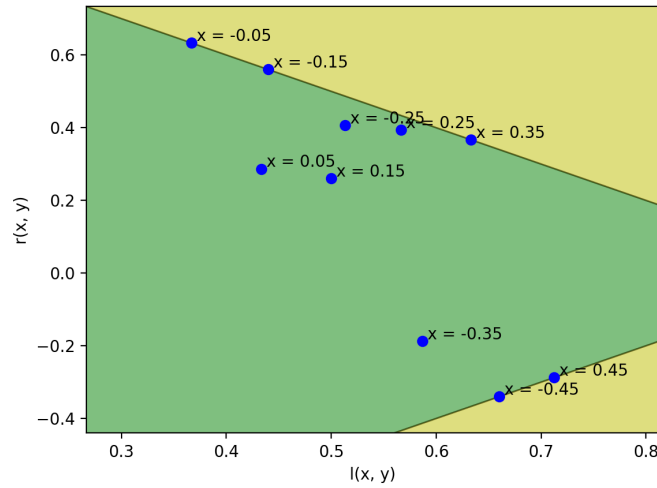


Рис. 10: Диаграмма статусов измерений выборки \mathcal{E}_2 (Приближение)

5 Обсуждение

Из полученных результатов можно заметить следующее. Для первой выборки на диаграмме статусов измерений статусы находятся вблизи точки $(1, 0)$ (рис. 4), в то время как для второй выборки статусы расположились дальше от точки $(1, 0)$, имеют меньшие значения для плеча (см. 1) и большие по модулю для относительного остатка (см. 2). Это вполне сочетается с тем, как выглядят коридоры совместных значений для каждой выборки (рис. 3, 8). Также стоит отметить, что ни для одной выборки не было обнаружено выбросов или явных внешних измерений.