

# Tópicos de Matemática

Univ. do Minho – Lic. em Ciências da Computação

1.º teste

19 de novembro de 2012

---

1. A fórmula  $(p \wedge q) \rightarrow (q \vee \sim r)$  é uma tautologia? Justifique. (1,5 valores)
2. Apresente uma fórmula semanticamente equivalente a

$$\sim(\sim p \rightarrow (q \wedge p)),$$

mas distinta desta. Justifique (1,5 valores)

3. Considere as seguintes proposições, nas quais o universo de cada quantificação é  $\mathbb{N}$ :

i)  $\forall_x \exists_y 2x - y = 0$

ii)  $\exists_y \forall_x 2x - y = 0$

iii)  $\forall_y \exists_x 2x - y = 0$

- a) Diga, justificando, se cada uma dessas proposições é verdadeira ou falsa. (1,5 valores)

- b) Escolha uma dessas proposições e apresente uma proposição equivalente à sua negação, sem recorrer ao conetivo  $\sim$ . (0,5 valores)

4. Mostre que, para todo o  $n \in \mathbb{N}$ ,  $1 + 3 + 9 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$ . (1,5 valores)

5. Dados os conjuntos

$$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid 3n - 5 \in \mathbb{N}\} \quad \text{e} \quad B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n = 3x - 5 \text{ para algum } x \in \mathbb{N}\},$$

diga, justificando, se

a)  $1 \in A \cap B$ .

b)  $-8 \notin A \cup B$ .

c)  $2 \in A \setminus B$ .

d)  $(-5, 5) \in B \times A$ . (2 valores)

6. Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  conjuntos. Mostre que, se  $A$  e  $B \setminus C$  são disjuntos, então  $A \cap B \subseteq C$ . (1,5 valores)