Universidade do Minho
Escola de Ciências

Departamento de Matemática e Aplicações

Cálculo
2018/2019

Licenciatura em Ciências da Computação

Folha 3

Aritmética de limites

Complete o quadro seguinte, considerando que a e b representam dois quaisquer números reais não nulos:

	$\lim_n (a_n + b_n)$	$\lim_n (a_n - b_n)$	$\lim_n (a_n\, b_n)$	$\lim_n \frac{a_n}{b_n}$
$\lim_n a_n = a$ $\lim_n b_n = b$	$a + b$			
$\lim_n a_n = 0$ $\lim_n b_n = b$				
$\lim_n a_n = a$ $\lim_n b_n = 0$				
$\lim_n a_n = +\infty$ $\lim_n b_n = b$				$+\infty$, se $b > 0$ $-\infty$, se $b < 0$
$\lim_n a_n = -\infty$ $\lim_n b_n = b$				
$\lim_n a_n = a$ $\lim_n b_n = +\infty$				
$\lim_n a_n = a$ $\lim_n b_n = -\infty$				
$\lim_n a_n = \pm\infty$ $\lim_n b_n = 0$				
$\lim_n a_n = 0$ $\lim_n b_n = \pm\infty$				
$\lim_n a_n = +\infty$ $\lim_n b_n = +\infty$				
$\lim_n a_n = +\infty$ $\lim_n b_n = -\infty$				
$\lim_n a_n = -\infty$ $\lim_n b_n = +\infty$				
$\lim_n a_n = -\infty$ $\lim_n b_n = -\infty$				

a	b	$a-b$	ab	$\frac{b}{a}$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$, se $b>0$ $-\infty$, se $b<0$	
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$, se $b>0$ $+\infty$, se $b<0$	$-\infty$, se $b>0$ $+\infty$, se $b<0$
$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$, se $a>0$ $-\infty$, se $a<0$	0
$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$, se $a>0$ $+\infty$, se $a<0$	0
$\pm\infty$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	—	$(**)$
$\pm\infty$	$\mp\infty$	$\pm\infty$	—	0
$+\infty$	—	$+\infty$	$+\infty$	—
—	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	—
—	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	—
$-\infty$	—	$-\infty$	$+\infty$	—

$$(*)\begin{cases} +\infty \text{ se } \begin{cases} a>0 \text{ e } \lim\limits_n b_n = 0^+ \\ a<0 \text{ e } \lim\limits_n b_n = 0^- \end{cases} \\ -\infty \text{ se } \begin{cases} a>0 \text{ e } \lim\limits_n b_n = 0^- \\ a<0 \text{ e } \lim\limits_n b_n = 0^+ \end{cases} \\ \text{sem limite nos outros casos} \end{cases} \qquad (**)\begin{cases} \pm\infty \text{ se } \lim\limits_n b_n = 0^+ \\ \pm\infty \text{ se } \lim\limits_n b_n = 0^- \\ \text{sem limite nos outros casos} \end{cases}$$