



Nome

Número

**As respostas ao exercício 7 são dadas na folha do enunciado.
Todas as respostas deverão ser justificadas.**

Exercício 1. [3 valores] Calcule $\int \frac{e^{-x}}{\sqrt{e^{-x} + 1}} dx$.

Exercício 2. [3 valores] Calcule, usando integração por partes, $\int x^2 \ln^2 x \, dx$.

Exercício 3. [3 valores] Calcule $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5}{2 - \operatorname{tg} x} dx$.

Sugestão: usar a mudança de variável $\operatorname{tg} x = t$.

Exercício 4. [3 valores] Considere a região do plano

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq -1 \wedge 0 \leq y \leq 1 - x \wedge y \leq e^x\}.$$

- a) Apresente um esboço gráfico da região R .
- b) Escreva uma expressão integral que permita calcular a área da região R .

Exercício 5. [4 valores] Estude a natureza das séries:

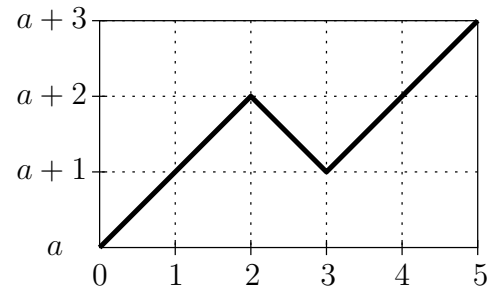
- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{n^3}}$;
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$.

Exercício 6. [2 valores] Indique, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

- a) Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é integrável então é primitivável;
- b) Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua então é primitivável;
- c) Se $\lim_n a_n = 0$ então $\lim_n a_{n+1} = 1$;
- d) Se $\lim_n a_n = 0$ então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente.

Exercício 7. [2 valores] **Responder na folha do enunciado.**

Considere a função $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura anexa e onde a representa um número real.



a) Indique o valor de $\int_0^3 f(x) dx$, quando $a = -1$.

b) Considerando a função $G(x) = \int_0^{\sqrt{x+1}} f(t) dt$, calcule o valor de $G'(0)$.

c) Indique um valor de a de modo a que a série $\sum_{n=1}^{\infty} f(\frac{1}{n})$ seja convergente.

d) Indique qual dos gráficos seguintes poderá corresponder ao gráfico da função $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

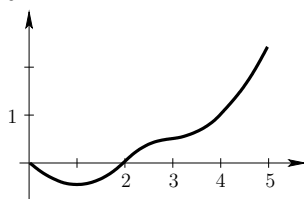


Gráfico 1

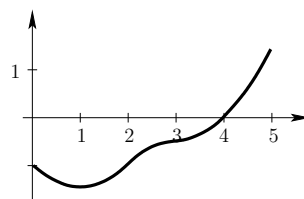


Gráfico 2

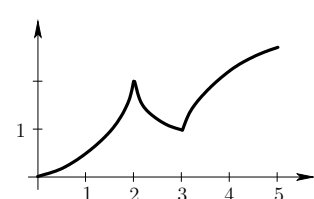


Gráfico 3