Universidade do Minho — Lic. em Ciências da Computação
Departamento de Matemática e Aplicações

# Análise

Folha de exercícios 1 — 2018'19

1. Considere os vectores $X = (3, 4)$ e $Y = (-1, \sqrt{3})$ do espaço $\mathbb{R}^2$.
   (a) Determine a norma de cada um dos vectores apresentados;
   (b) Determine a distância entre os dois vectores apresentados;
   (c) Determine o produto interno entre $X$ e $Y$, identificando o ângulo entre eles.
2. Considere os vectores $X = (3, 4, -1)$ e $Y = (0, -1, \sqrt{3})$ do espaço $\mathbb{R}^3$.
   (a) Determine a norma de cada um dos vectores apresentados;
   (b) Determine a distância entre os dois vectores apresentados;
   (c) Determine o produto interno entre $X$ e $Y$, identificando o ângulo entre eles.
3. Obtenha uma equação da recta, no espaço $\mathbb{R}^2$, que passa nos pontos $(2, 3)$ e $(-1, 0)$.
4. Obtenha uma equação da recta, no espaço $\mathbb{R}^2$, que passa no ponto $(1, 2)$ e tem a direcção do vector $(-1, 1)$.
5. Obtenha as equações da recta, no espaço $\mathbb{R}^3$, que passa nos pontos $(2, 3, 0)$ e $(-1, 0, 1)$.
6. Obtenha as equações da recta, no espaço $\mathbb{R}^3$, que passa no ponto $(1, 2, 0)$ e tem a direcção do vector $(-1, -1, 1)$.
7. Obtenha uma equação do plano, no espaço $\mathbb{R}^3$, que contenha o ponto $(1, 0, 2)$ e é perpendicular ao vector $(-1, 0, 3)$.
8. Obtenha um vector, no espaço $\mathbb{R}^2$, perpendicular ao vector $(1, -3)$.
9. Obtenha um vector, no espaço $\mathbb{R}^3$, perpendicular aos vectores $(1, 1, 0)$ e $(0, 2, -1)$.
10. Obtenha uma equação do plano, no espaço $\mathbb{R}^3$, que contenha os pontos $(1, 0, 2)$, $(1, 1, 1)$ e $(-1, 0, -2)$.
11. Identifique as bolas $B(2, 1)$, $B((1, -1), 1)$ e $B((0, 1, 1), 1)$ nos espaços $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ respectivamente.
12. Para cada um dos seguintes conjuntos, faça um esboço e identifique o interior, a aderência, o derivado e a fronteira.
    (a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1 \text{ e } -1 \leq y < 2\} \cup \{(0, 0)\}$;
    (b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x\}$;
    (c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 \leq 4\}$;
    (d) $D = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 > x \text{ ou } x \geq 1\big\} \cap \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \dfrac{x^2}{4} + y^2 \leq 1\right\}$;
    (e) $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4 \text{ e } y \neq 0\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0 \text{ e } |x| > 2\}$;
    (f) $F = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq \pi\big\}$.
13. Dos conjuntos da alínea anterior, identifique os limitados, os fechados e os abertos.
14. Para cada um dos seguintes conjuntos, identifique o interior, a aderência, o derivado e a fronteira.
    (a) $A = \{(x, y, x) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 4 \text{ ou } z = 0\}$;
    (b) $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x\}$;
    (c) $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 \leq 4\}$;
    (d) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^2 : x + y + z = 1\}$;
15. Dos conjuntos da alínea anterior, identifique os limitados, os fechados e os abertos.