

## Análise

— Folha de exercícios 9 — 2018'19 —

1. Calcule o valor do integral  $\iiint_{\mathcal{R}} f(x, y, z) d(x, y, z)$ , onde:

- (a)  $f(x, y, z) = x + y + z$  e  $\mathcal{R} = [1, 2] \times [0, 1] \times [-2, 1]$ ;
- (b)  $f(x, y, z) = ze^{x+y}$  e  $\mathcal{R} = [0, 1]^3$ ;
- (c)  $f(x, y, z) = xy$  e  $\mathcal{R} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \leq 1\}$ ;
- (d)  $f(x, y, z) = x$  e  $\mathcal{R} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq z \leq 3\}$ .

2. Use integrais tripos para expressar o volume do sólido definido pela superfície  $z = 2 - x^2 - y^2$  e pelo plano  $XOY$ .

3. Determine as coordenadas cilíndricas dos pontos cuja representação cartesiana é

$$A = (1, \sqrt{3}, -1), \quad B = (2, 0, 0), \quad C = (0, -5, 3) \quad \text{e} \quad D = (3, -3, 2).$$

4. Usando coordenadas cilíndricas, calcule  $\iiint_{\mathcal{R}} f(x, y, z) d(x, y, z)$ , para

- (a)  $f(x, y, z) = x$  e  $\mathcal{R} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 3, x^2 + y^2 \leq z\}$ ;
- (b)  $f(x, y, z) = ze^{x^2+y^2}$  e  $\mathcal{R} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2 \leq z \leq 3, x^2 + y^2 \leq 4\}$ ;
- (c)  $f(x, y, z) = z\sqrt{x^2+y^2}$  e  $\mathcal{R}$  a região do primeiro octante limitada pelas superfícies cilíndricas de equações  $x^2 + y^2 = 1$  e  $x^2 + y^2 = 9$  e pelos planos de equações  $z = 0$ ,  $z = 1$ ,  $x = 0$  e  $x = y$ ;
- (d)  $f(x, y, z) = x + y$  e  $\mathcal{R} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4 - (x^2 + y^2)\}$ .

5. Seja  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ . Calcule o volume de  $V$ , usando coordenadas cilíndricas.

6. Determine as coordenadas esféricas dos pontos cuja representação cartesiana é

$$A = (1, -1, 0), \quad B = (1, 1, \sqrt{2}), \quad C = (-1, -1, \sqrt{2}) \quad \text{e} \quad D = (0, 1, -1).$$

7. Calcule o volume da esfera de centro na origem e raio 2.

8. Usando coordenadas esféricas, calcule o valor do integral

$$\iiint_S \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} d(x, y, z),$$

$$\text{onde } S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4\}.$$

9. Calcule o volume do sólido que é:

- (a) definido pelas condições  $3z \geq x^2 + y^2$  e  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ ;
- (b) definido pelas condições  $x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$ ;
- (c) limitado pela superfície esférica de equação  $\rho = 1$  e pela superfície cónica de equação  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ .

10. Calcule o volume do sólido  $S$ , onde  $S$  é descrito por

- (a)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{16 - x^2 - y^2}\}$ ;
- (b)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 + \sqrt{4 - x^2 - y^2}\}$ .