

# Fondamenti di Programmazione (A)

I7 - Funzioni (visibilità, call stack e funzioni ricorsive)

Vincenzo Arceri - Università degli Studi di Parma - [vincenzo.arceri@unipr.it](mailto:vincenzo.arceri@unipr.it)

# Puntate precedenti

- Funzioni
- Passaggio di parametri
  - Passaggio per valore
  - Passaggio per riferimento
- Differenze fra C e C++

# Scoping

- Il **campo d'azione (scope)** di una dichiarazione è l'insieme di parti di programma in cui il binding nome-oggetto denotabile è **visibile**

# Scoping

- Il **campo d'azione (scope)** di una dichiarazione è l'insieme di parti di programma in cui il binding nome-oggetto denotabile è **visibile**
- Regole di scope: sono le regole che determinano la visibilità di un'associazione nome-oggetto denotabile

# Scoping

## Funzioni

```
int g, h;

int fact(int n) {
    int result = 1;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        result *= i;
    return result;
}
```

```
int main() {
    int x;
    cin >> x;
    cout << fact(x) << endl;
}
```

x: variabile locale a main

# Scoping

## Funzioni

```
int g, h;
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

result: variabile locale a fact

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
}
```

# Scoping

## Funzioni

```
int g, h;
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

i: variabile locale a fact

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
}
```

# Scoping

## Funzioni

```
int g, h;
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
}
```

fact: visibile dalla sua dichiarazione



# Scoping

## Funzioni

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}  
  
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}  
  
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

# Scoping

## Funzioni

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

# Scoping

## Funzioni

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

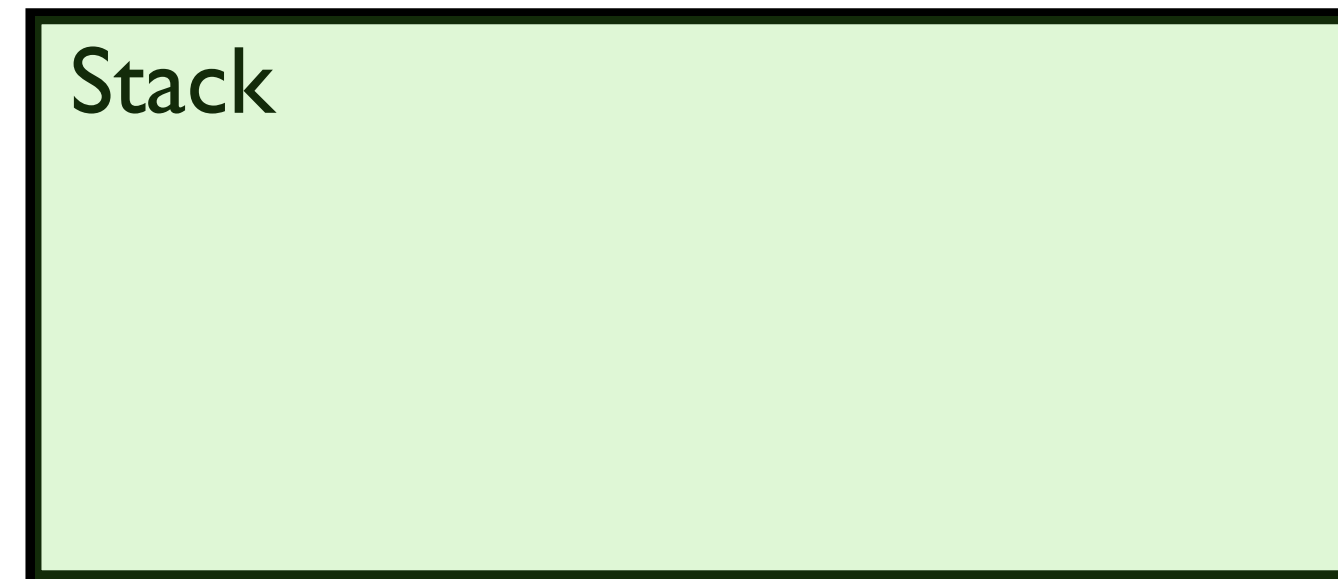
Variabili locali:  
esistono in  
memoria solo  
quando la funzione  
che la contiene è  
attiva

# Layout della memoria

## C++

# Layout della memoria

C++



...



...



...

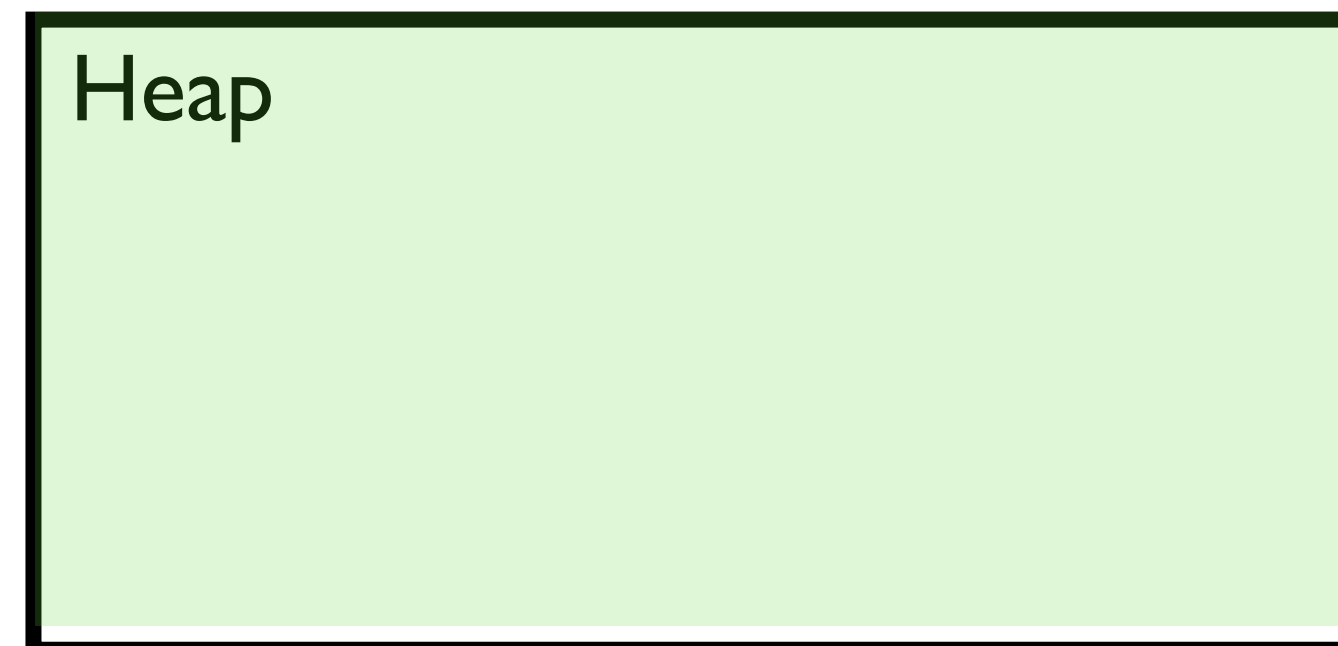
Variabili locali, passare  
argomenti alle funzioni,  
ritornare valori alle funzioni,  
gestire le chiamate a funzioni

# Layout della memoria

C++



...



...



...

Allocazione dinamica della  
memoria (prossime lezioni)

# Layout della memoria

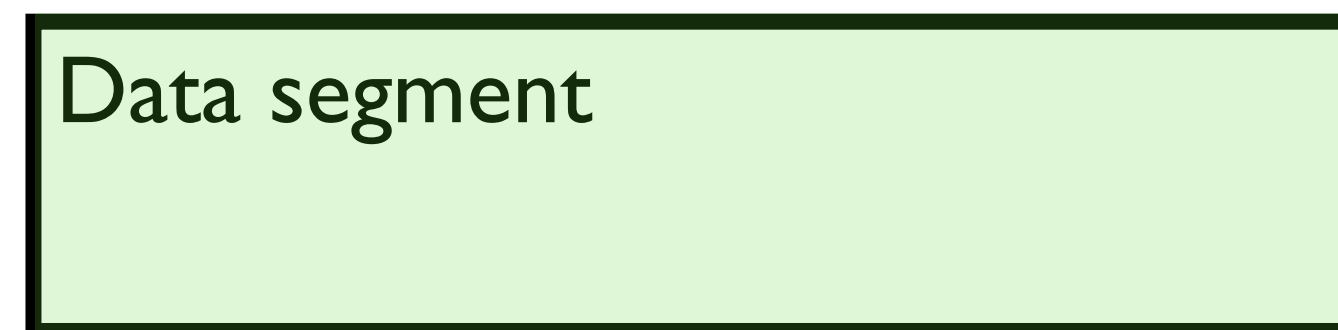
C++



...



...

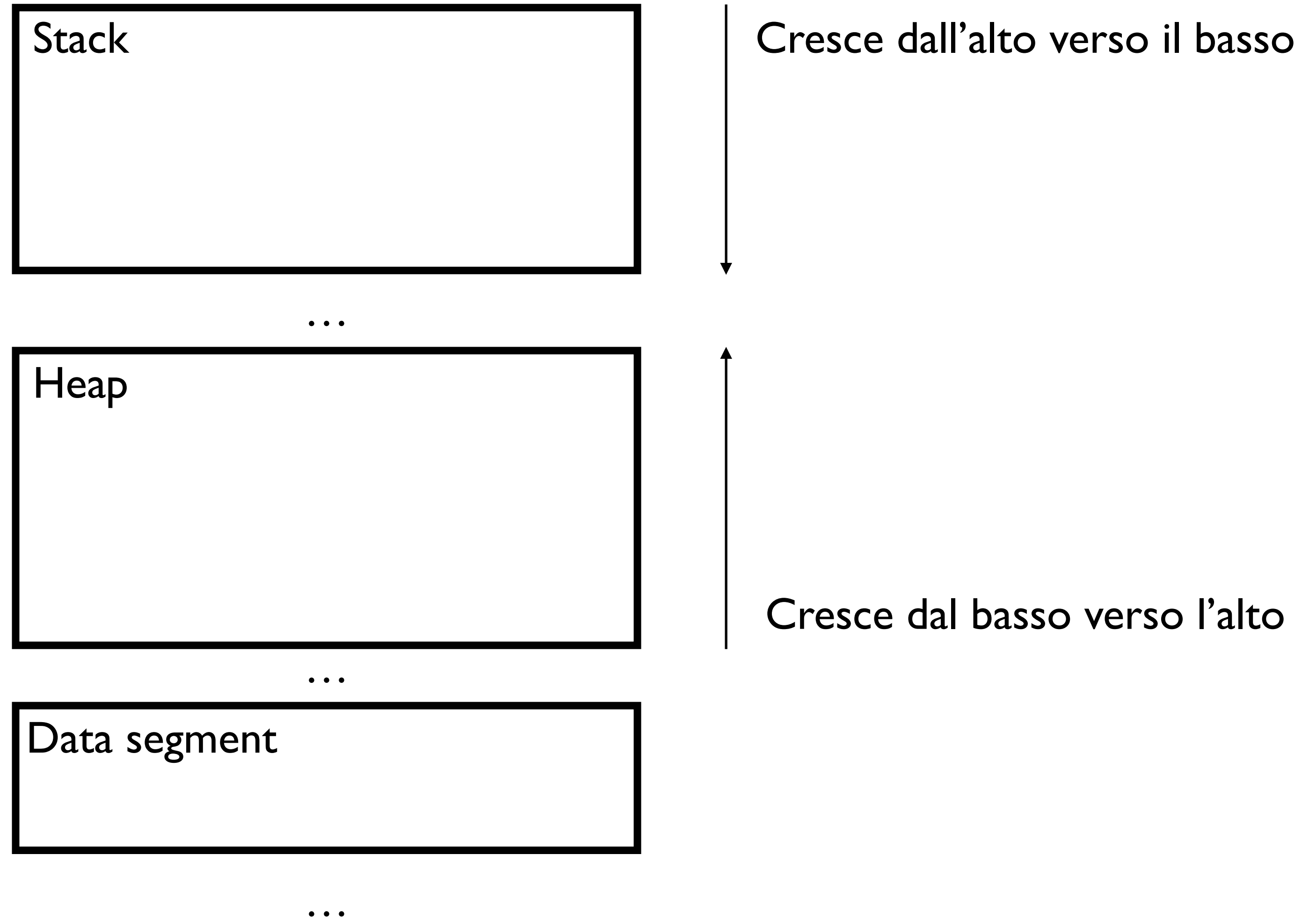


...

Variabili globali e statiche

# Layout della memoria

C++





# Layout della memoria

C++

Indirizzo di  
memoria  
più alto



...



...



Indirizzo di  
memoria  
più basso



...

Cresce dall'alto verso il basso



Cresce dal basso verso l'alto



# Layout della memoria

C++

Indirizzo di  
memoria  
più alto



Cresce dall'alto verso il basso

...



Cresce dal basso verso l'alto

...



Indirizzo di  
memoria  
più basso



...

# Stack

- Struttura di dati astratta con accesso LIFO (*Last In First Out*)
- Call stack, execution stack, function stack,...
- Zona di memoria del programma utilizzata per gestire le **chiamate** di funzione **attive**
- Cresce dall'alto verso il basso
- Variabili locali, parametri, valori di ritorno, ...
- Versione semplificata: più dettagli al corso di Sistemi Operativi (2° anno)

# Stack

## LIFO



# Stack

## LIFO



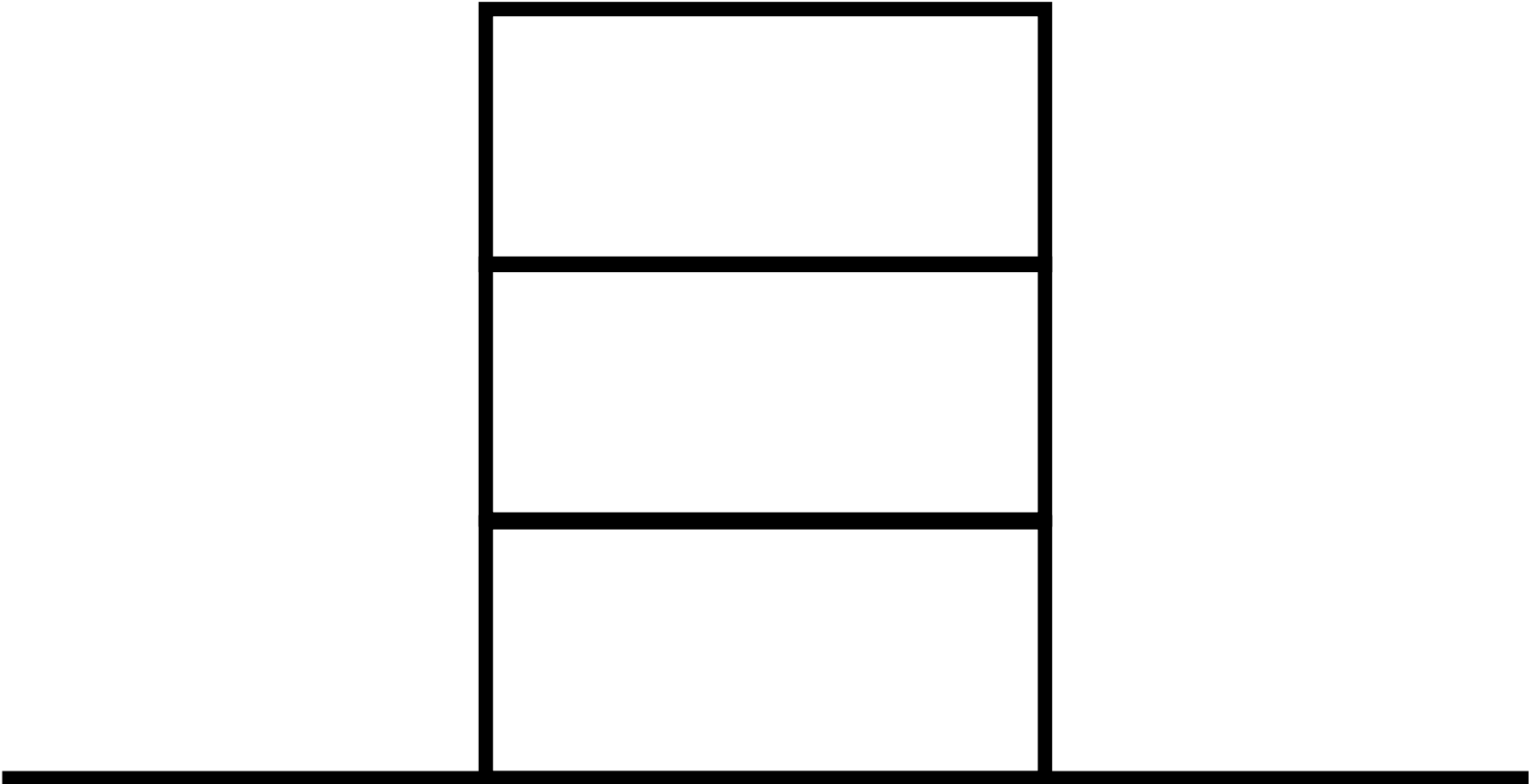
# Stack

## LIFO



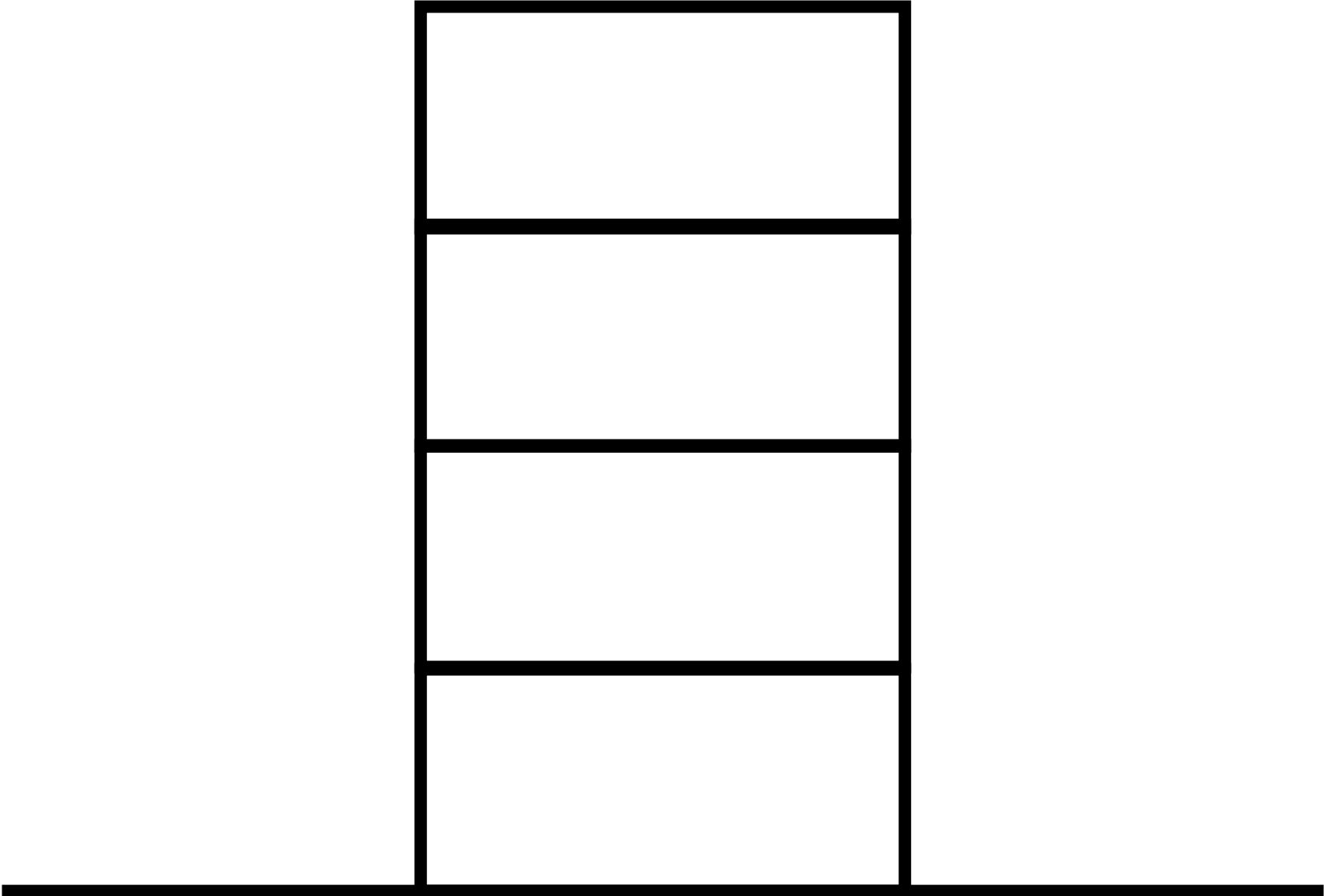
# Stack

## LIFO



# Stack

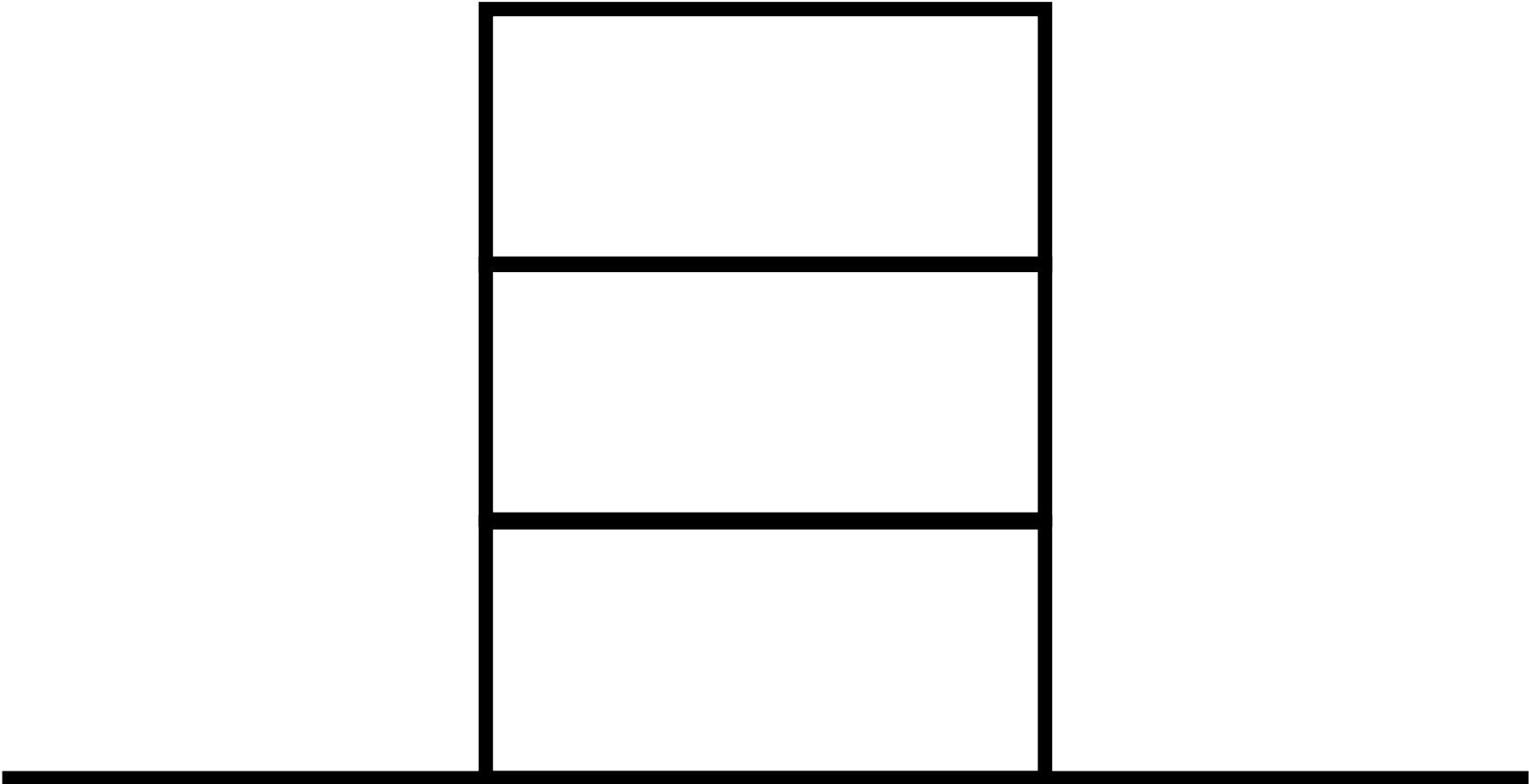
## LIFO





# Stack

## LIFO



# Stack

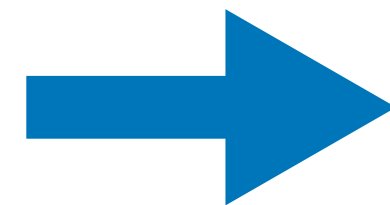
## LIFO



# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

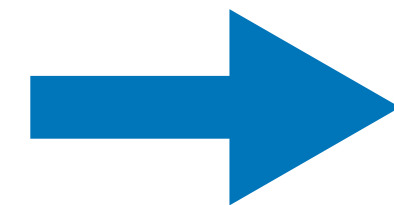


```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

# Stack

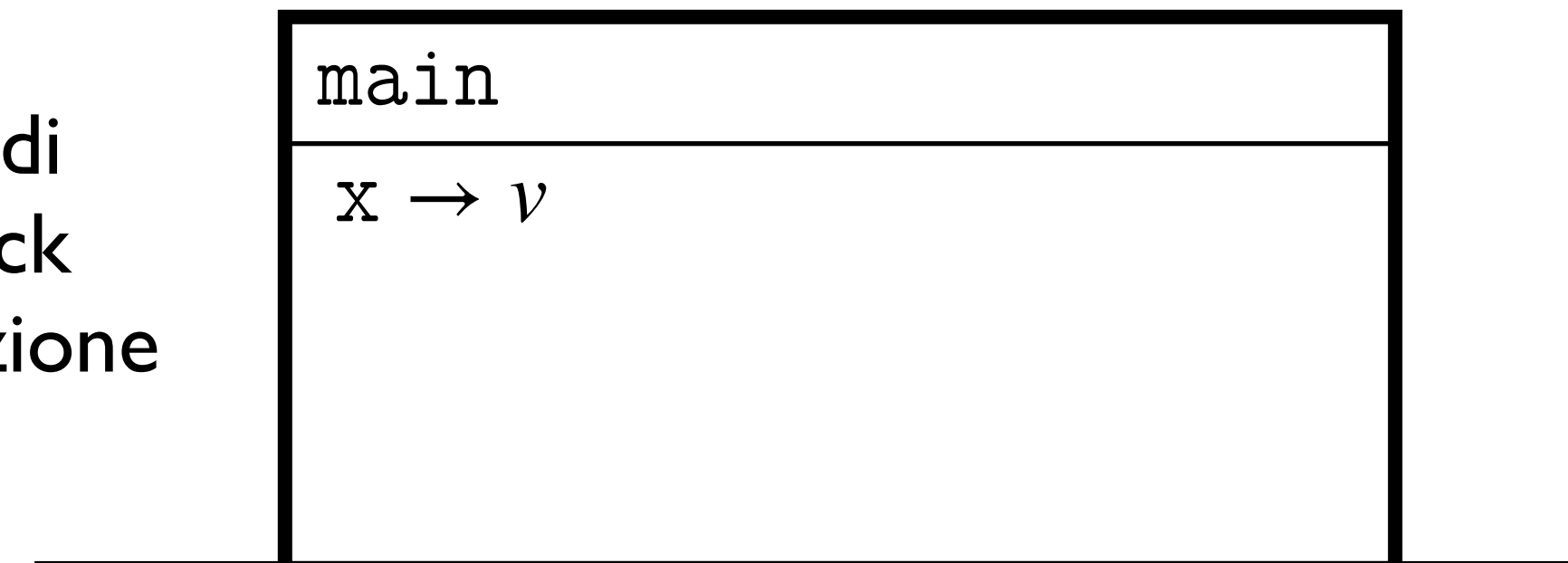
```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```



```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

Stack frame: zona di  
memoria dello stack  
riservato ad una funzione  
attiva

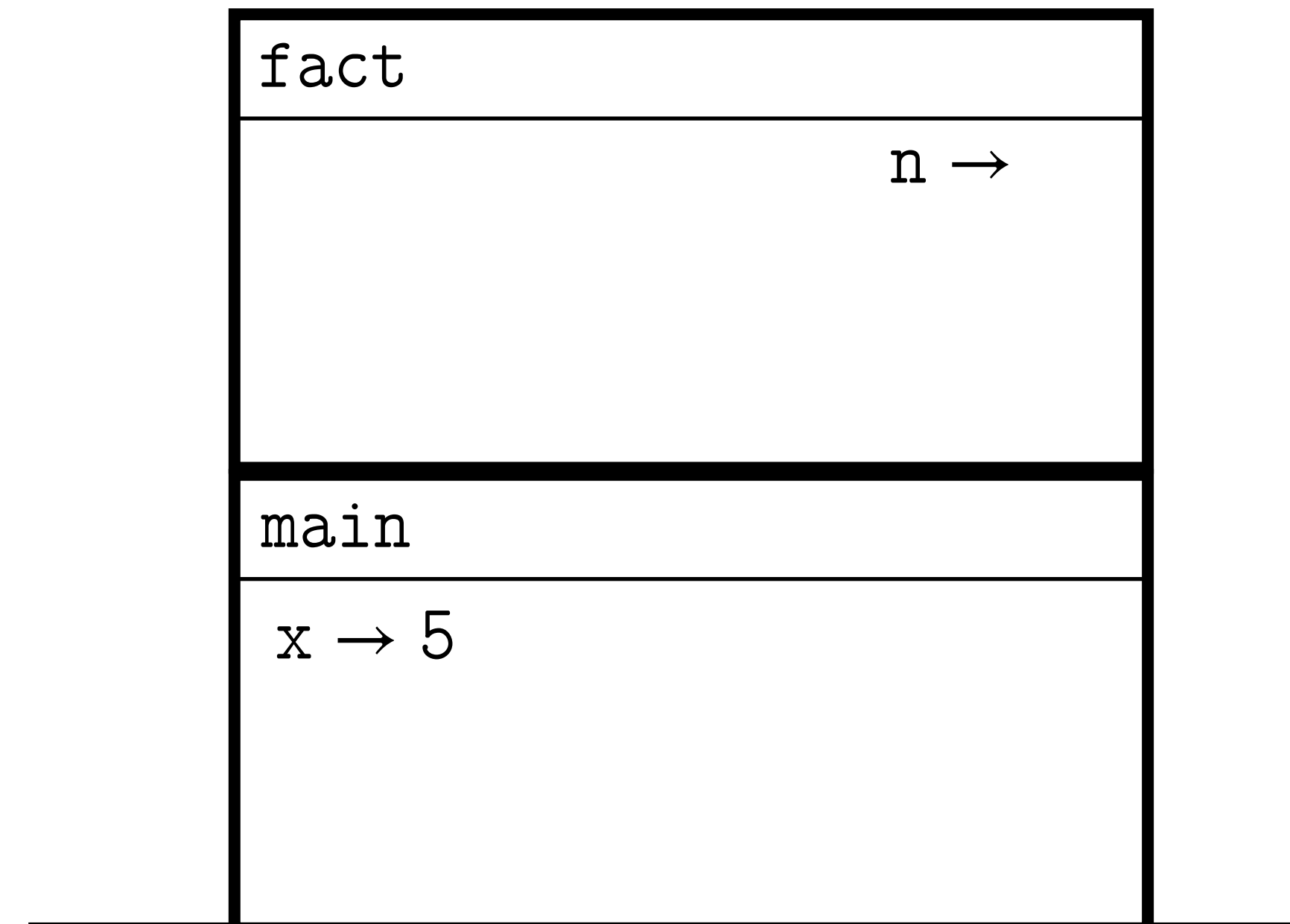
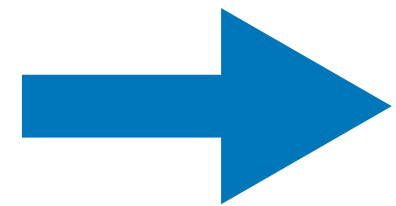


# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

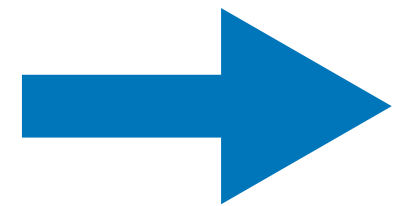


# Stack

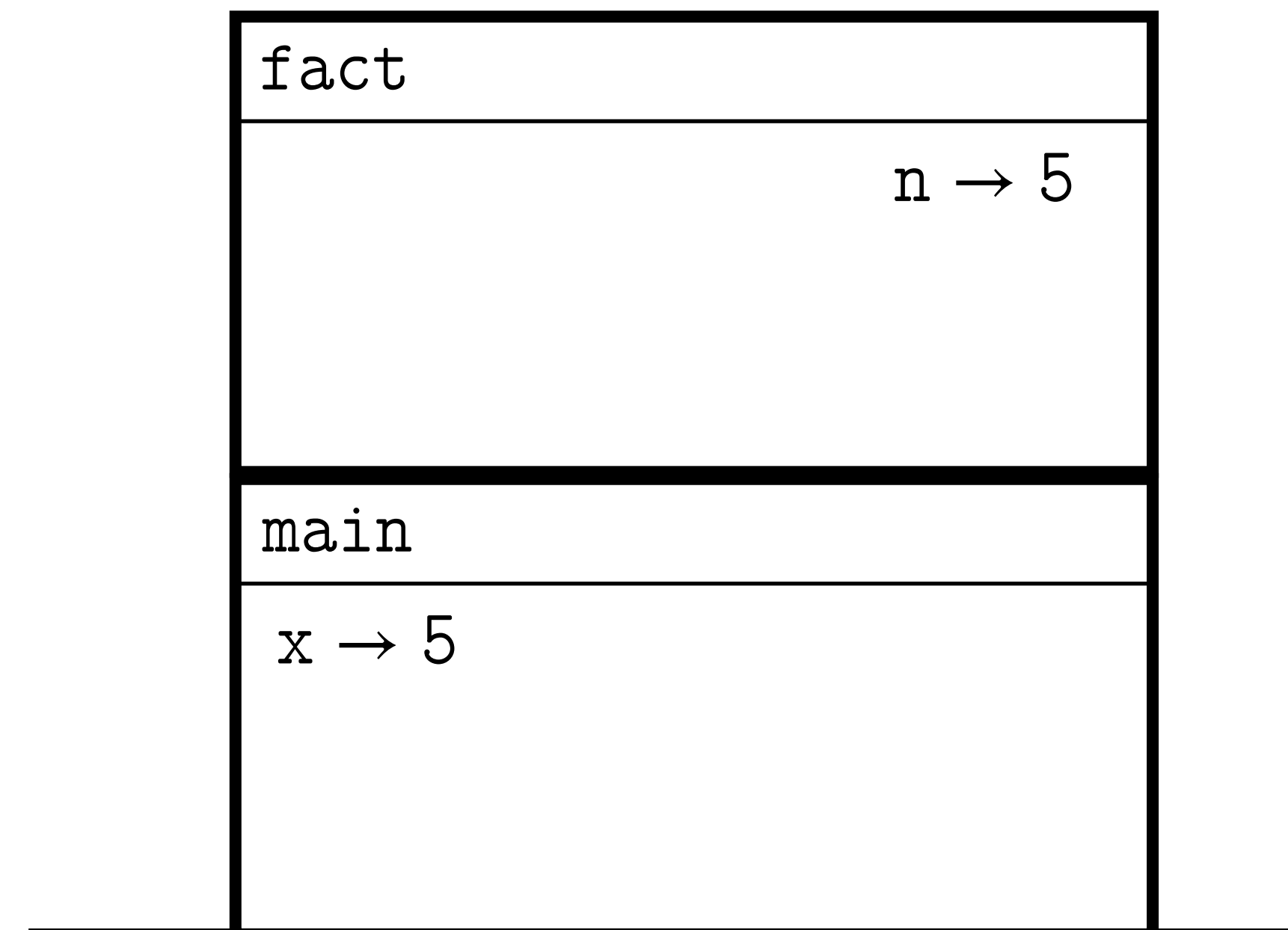
```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

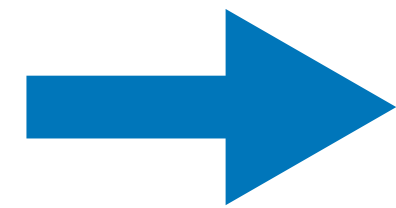


Passaggio dei parametri



# Stack

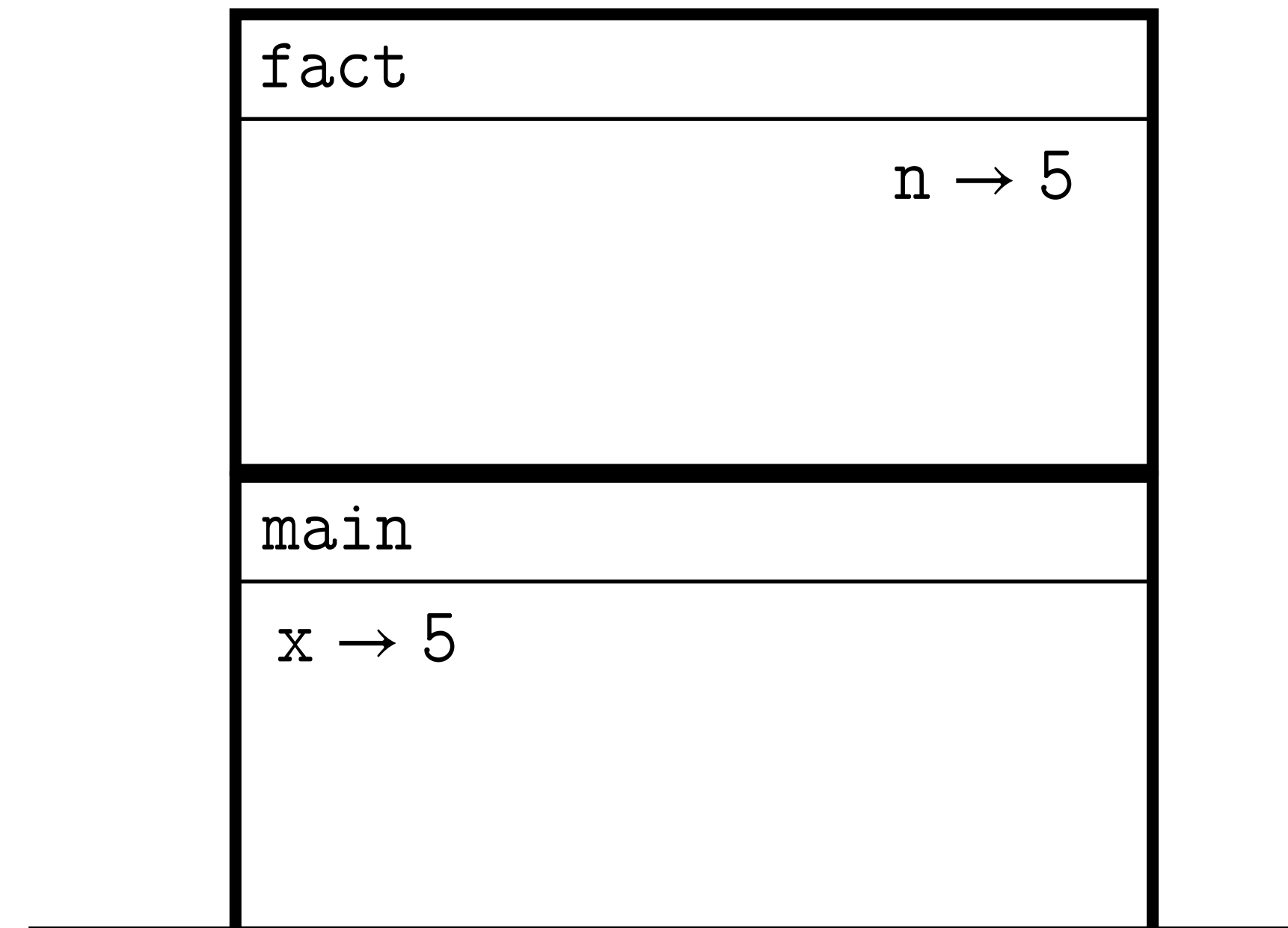
```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```



```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

Il controllo passa alla funzione fact

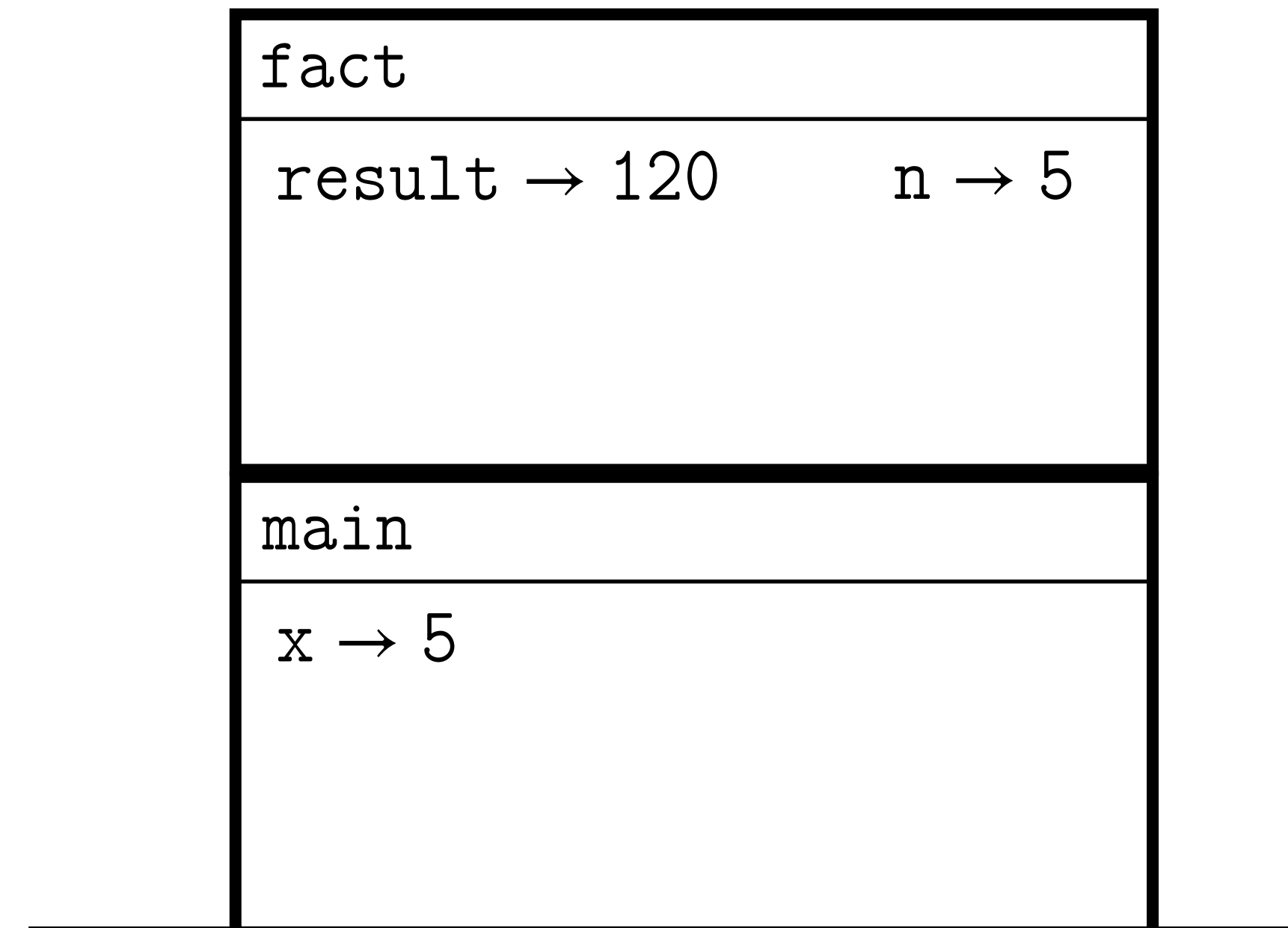
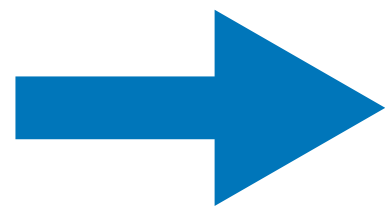


# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```



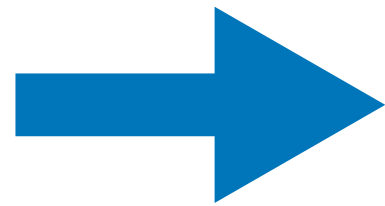


# Stack

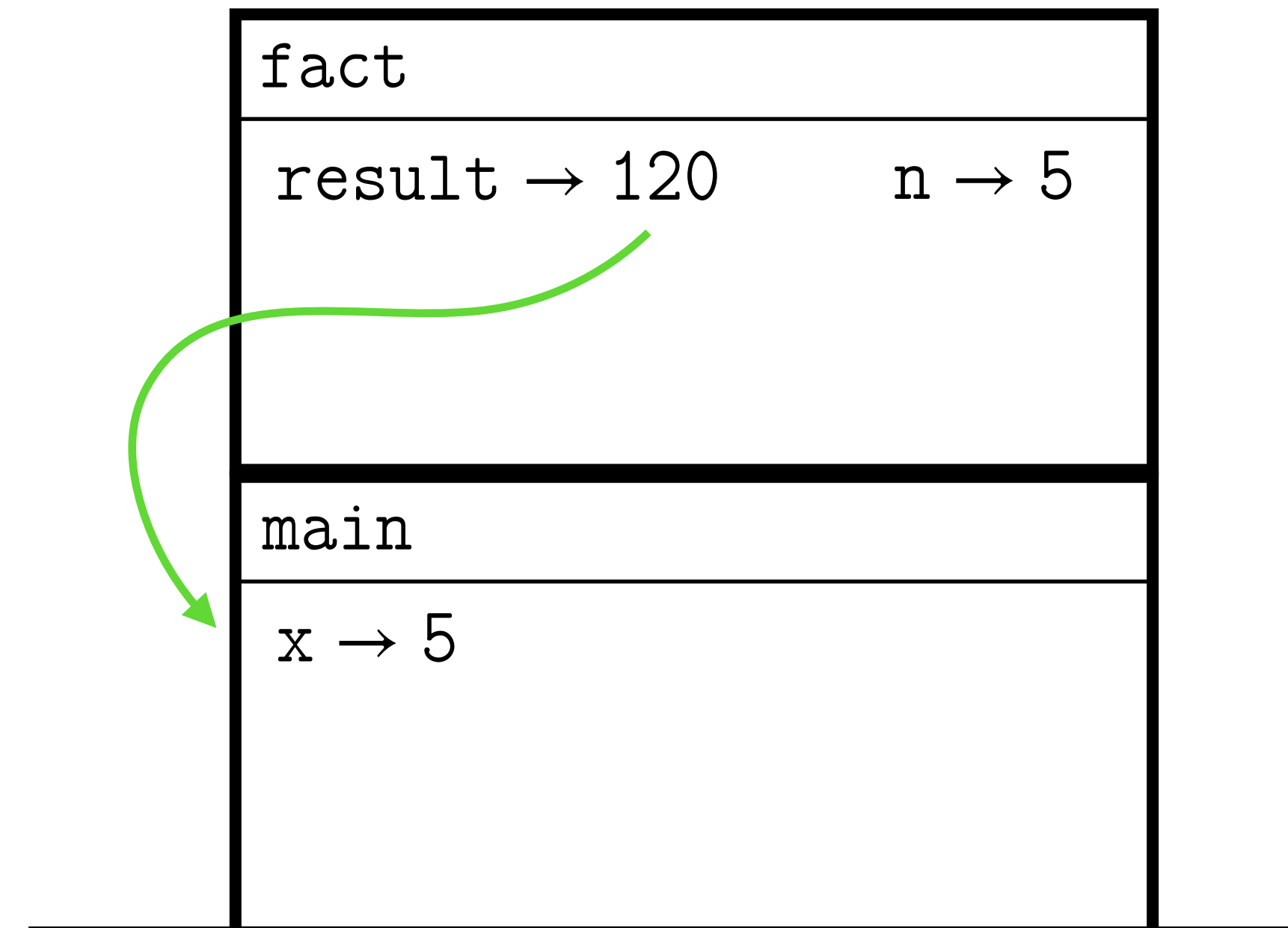
```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```



La funzione fact ritorna al chiamante

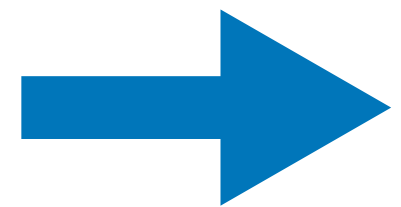


# Stack

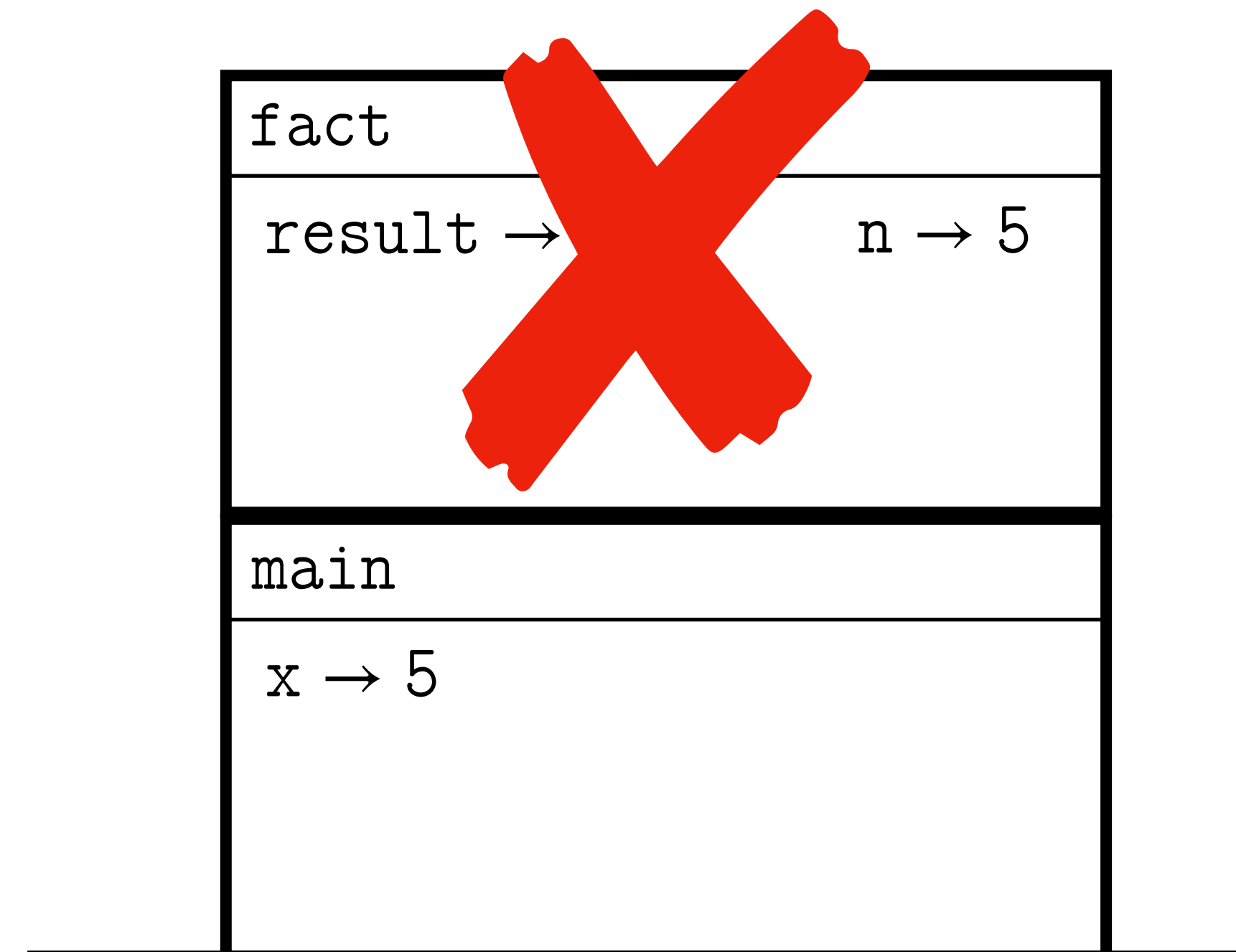
```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```



Il controllo passa nuovamente alla  
funzione main

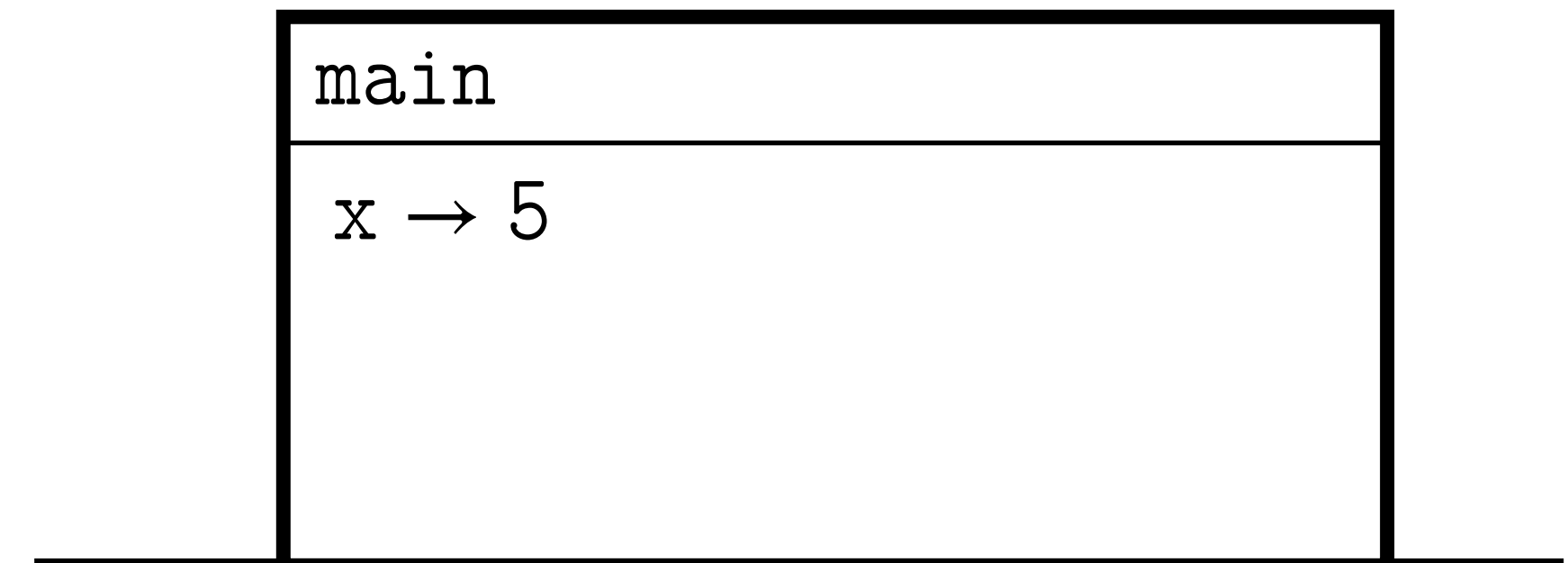
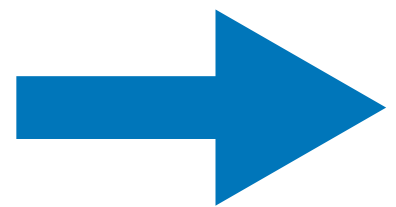


# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

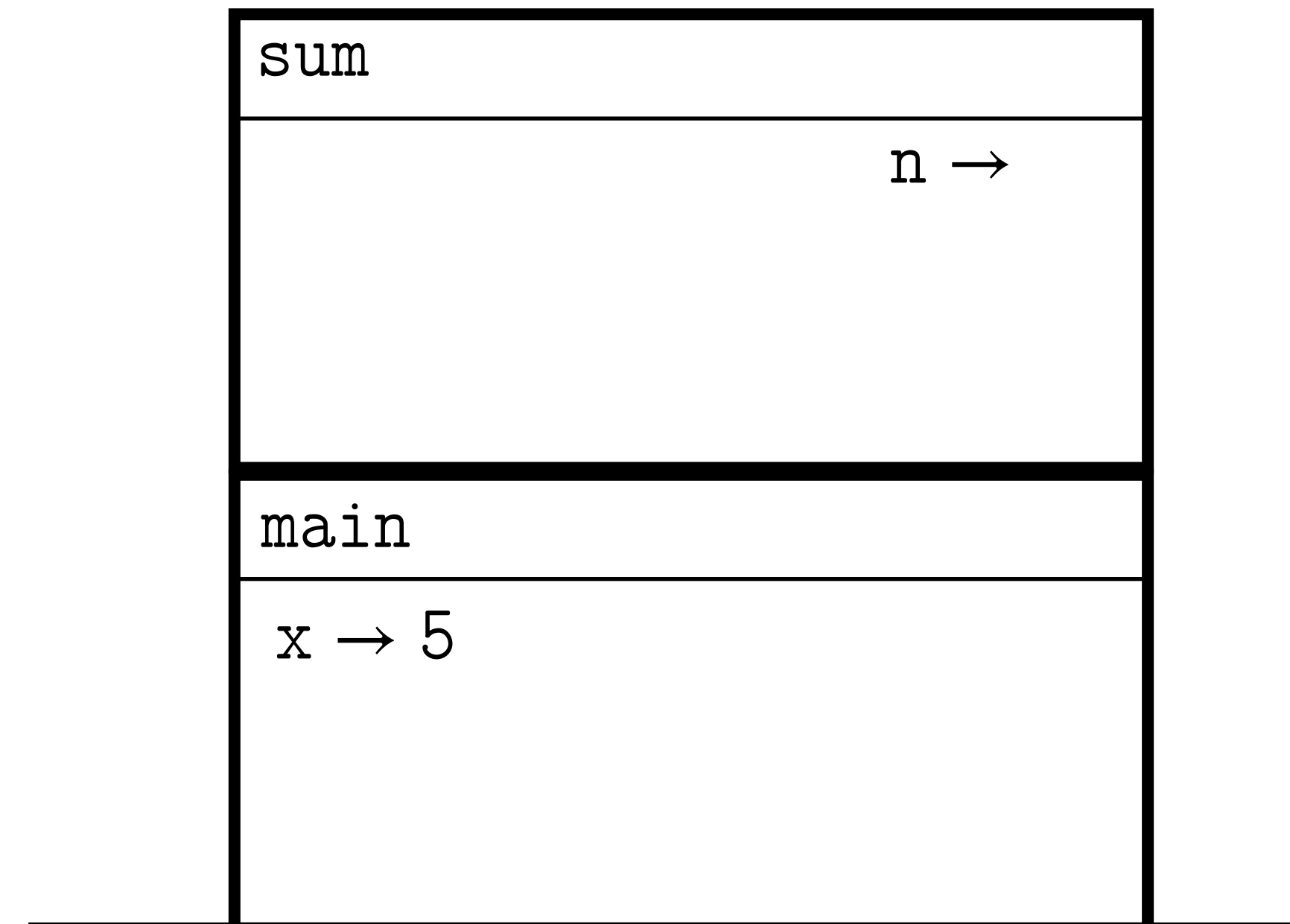
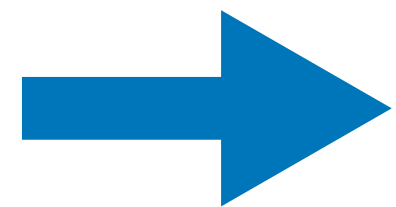


# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

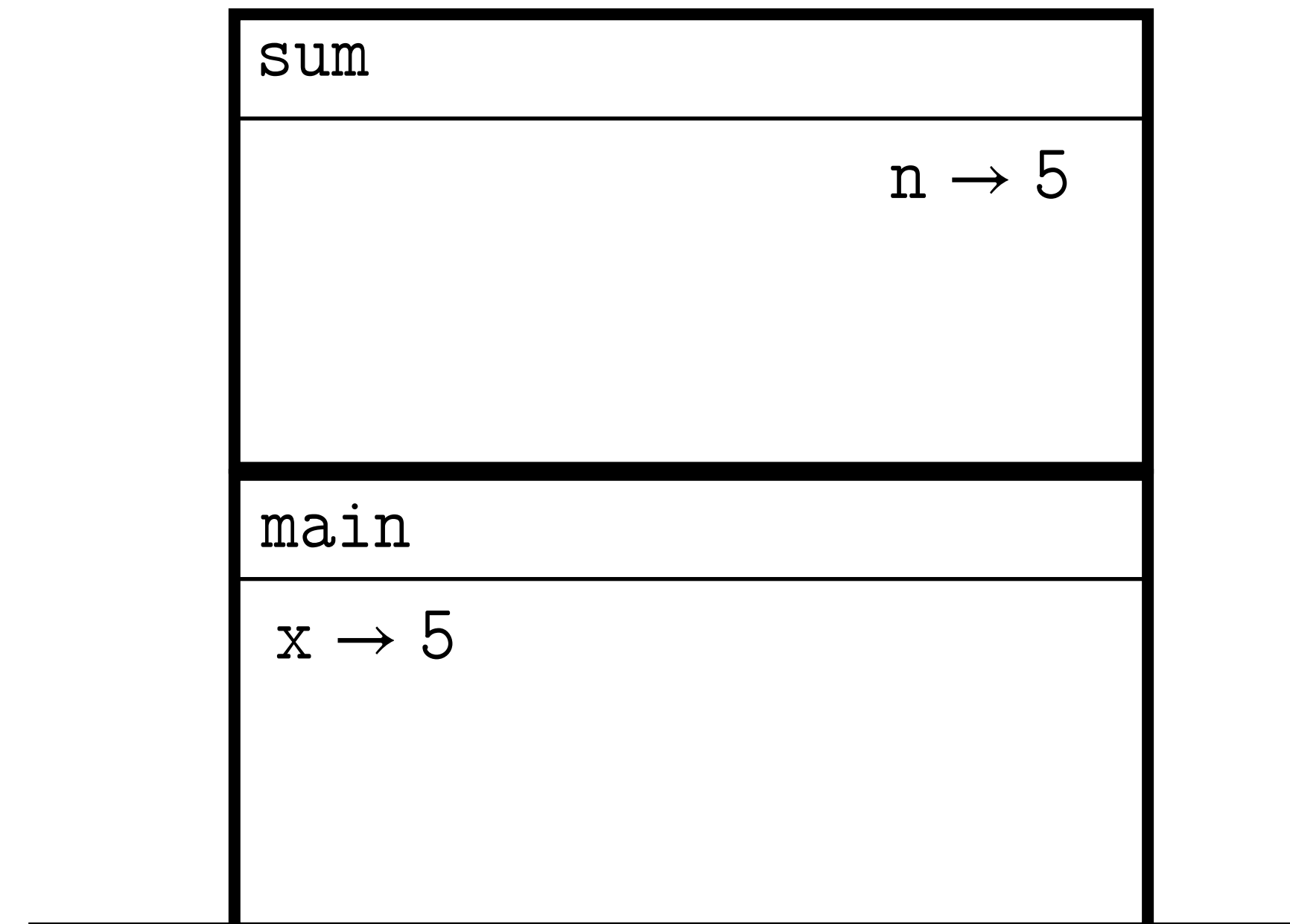
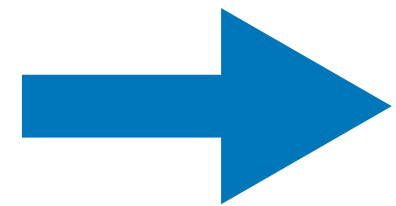


# Stack

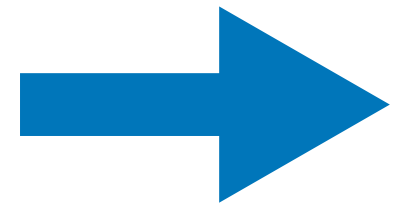
```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

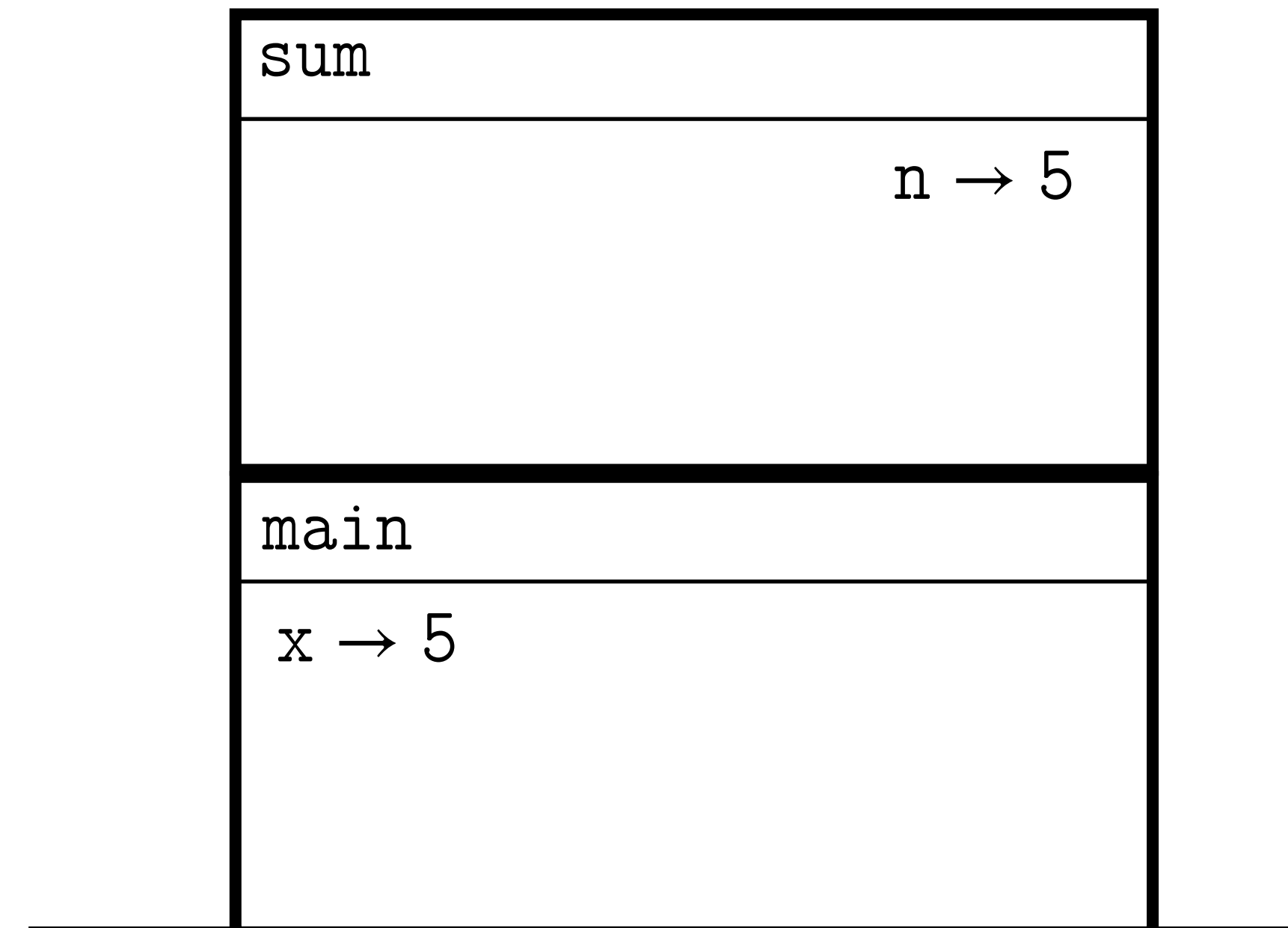
```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```



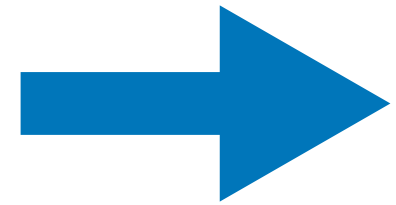
# Stack



```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}  
  
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}  
  
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```



# Stack



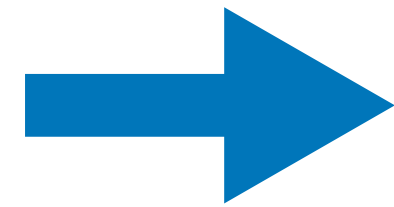
```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

sum	
result → 15	n → 5
main	
x → 5	

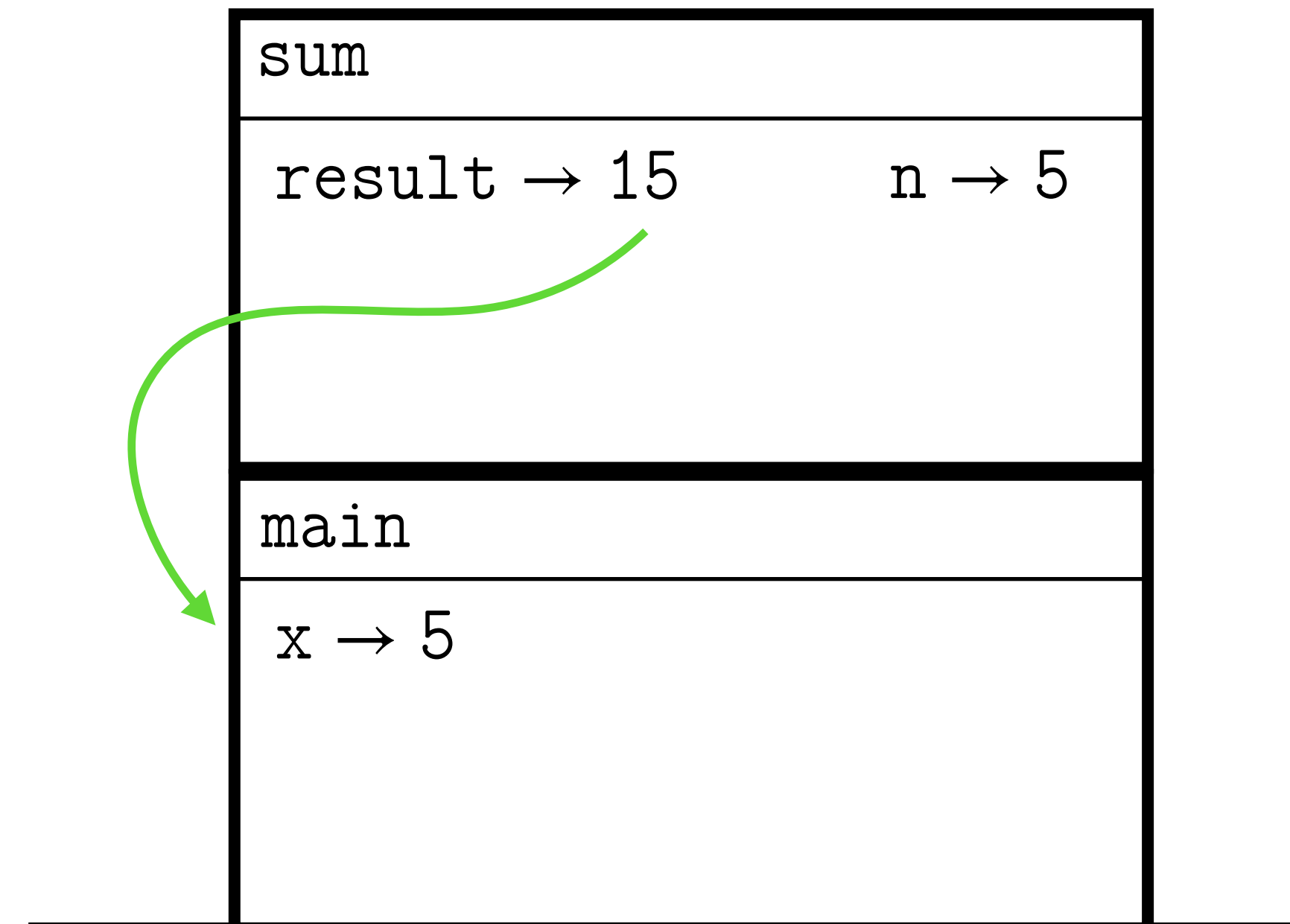
# Stack



```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```



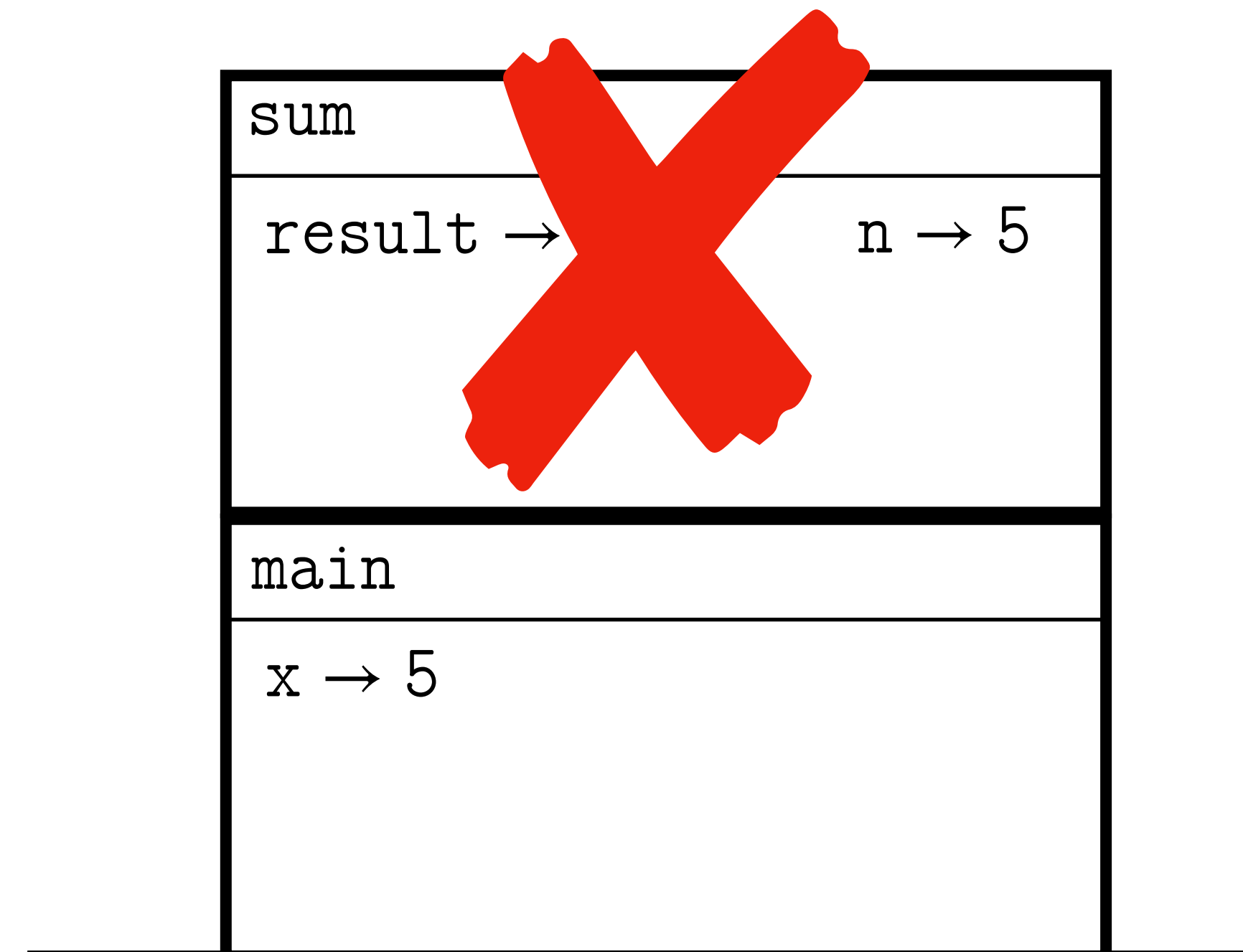


# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

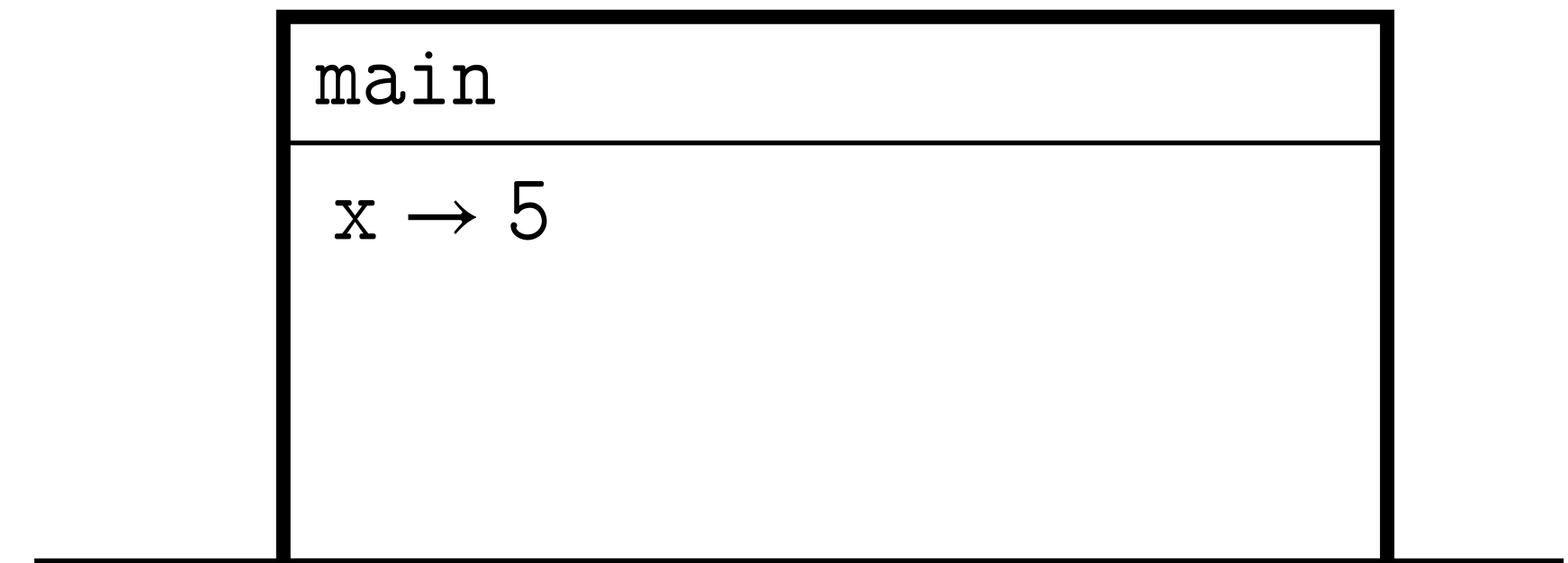
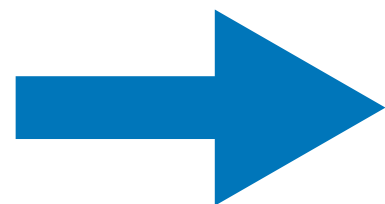


# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

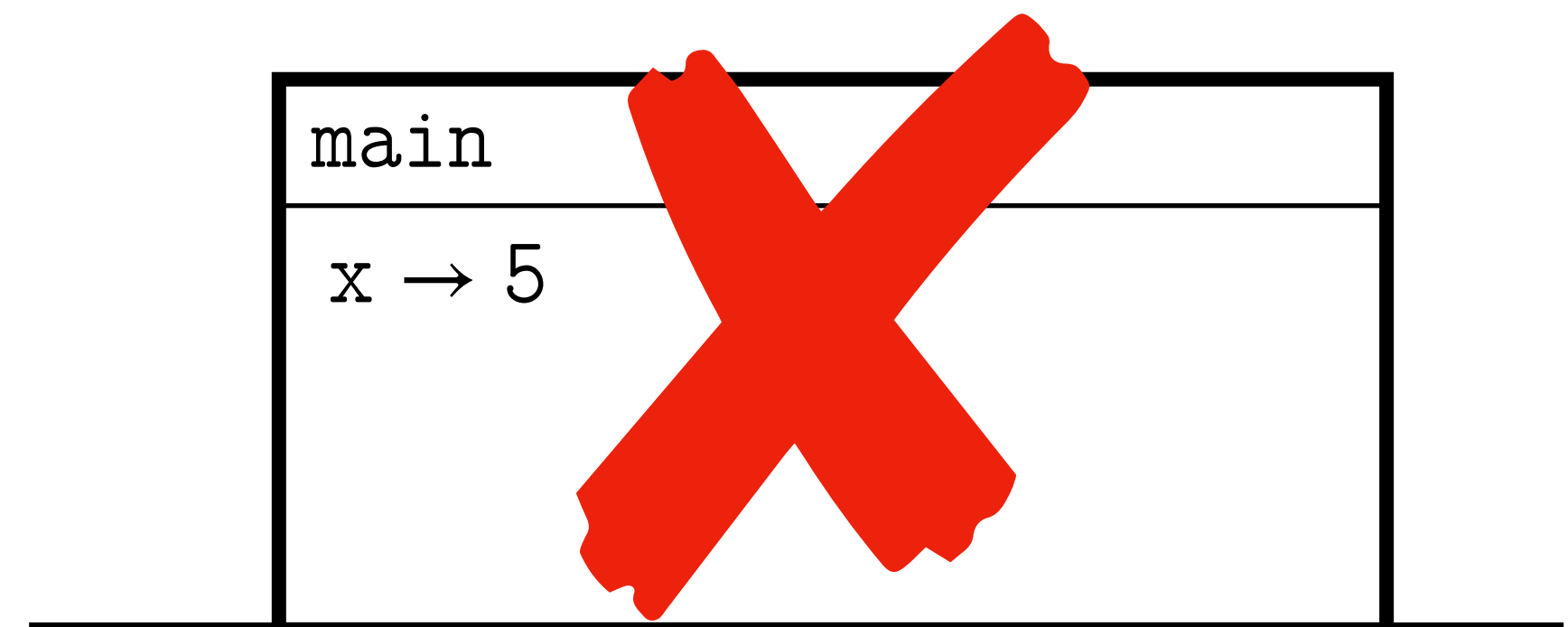
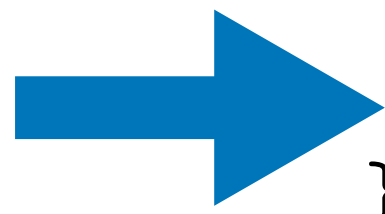


# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```

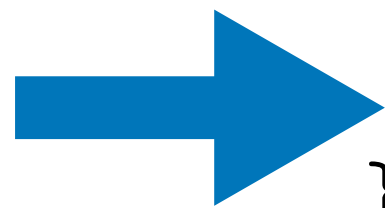


# Stack

```
int sum(int n) {  
    int result = 0;  
    for (int i = 0; i <= n; i++)  
        result += i;  
    return result;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int result = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        result *= i;  
    return result;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    cin >> x;  
    cout << fact(x) << endl;  
    cout << sum(x) << endl;  
    return 0;  
}
```



# Fattoriale

$$fact : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

# Fattoriale

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(7) = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$$

# Fattoriale

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(7) = 7 \cdot \boxed{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5040$$

$fact(6)$

# Fattoriale

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(7) = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$$

*fact(6)*

$$fact(6) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

*fact(5)*



# Fattoriale

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(7) = 7 \cdot \boxed{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5040$$

$fact(6)$

$$fact(6) = 6 \cdot \boxed{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 720$$

$fact(5)$

$$fact(5) = 5 \cdot \boxed{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

$fact(4)$

# Fattoriale

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(7) = 7 \cdot \boxed{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5040$$

$fact(6)$

$$fact(6) = 6 \cdot \boxed{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 720$$

$fact(5)$

$$fact(5) = 5 \cdot \boxed{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

$fact(4)$

$$fact(4) = 4 \cdot \boxed{3 \cdot 2 \cdot 1} = 24$$

$fact(3)$

# Fattoriale

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(7) = 7 \cdot \boxed{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5040$$

$fact(6)$

$$fact(6) = 6 \cdot \boxed{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 720$$

$fact(5)$

$$fact(5) = 5 \cdot \boxed{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

$fact(4)$

$$fact(4) = 4 \cdot \boxed{3 \cdot 2 \cdot 1} = 24$$

$fact(3)$

$$fact(3) = 3 \cdot \boxed{2 \cdot 1} = 6$$

$fact(2)$

# Fattoriale

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(7) = 7 \cdot \boxed{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5040$$

$fact(6)$

$$fact(6) = 6 \cdot \boxed{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 720$$

$fact(5)$

$$fact(5) = 5 \cdot \boxed{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

$fact(4)$

$$fact(4) = 4 \cdot \boxed{3 \cdot 2 \cdot 1} = 24$$

$fact(3)$

$$fact(3) = 3 \cdot \boxed{2 \cdot 1} = 6$$

$fact(2)$

$$fact(2) = 2 \cdot \boxed{1} = 2$$

$fact(1) = 1$

# Funzioni ricorsive

$$fact : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot fact(n - 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

# Funzioni ricorsive

# Funzioni ricorsive

- Una funzione è detta ricorsiva se la sua definizione è espressa in termini di se stessa

# Funzioni ricorsive

- Una funzione è detta ricorsiva se la sua definizione è espressa in termini di se stessa
- Una funzione ricorsiva richiama se stessa su un'istanza dell'input *semplificata*



# Funzioni ricorsive

- Una funzione è detta ricorsiva se la sua definizione è espressa in termini di se stessa
- Una funzione ricorsiva richiama se stessa su un'istanza dell'input *semplificata*

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot fact(n - 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

# Funzioni ricorsive

- Una funzione è detta ricorsiva se la sua definizione è espressa in termini di se stessa
- Una funzione ricorsiva richiama se stessa su un'istanza dell'input *semplificata*

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot fact(n - 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Una funzione ricorsiva deve avere:
  - Una (o più) chiamate ricorsive
  - Uno (o più) casi base

# Funzioni ricorsive

Iterazione vs ricorsione

# Funzioni ricorsive

## Iterazione vs ricorsione

- Qualsiasi funzione ricorsiva può essere riscritta come una funzione iterativa e viceversa

# Funzioni ricorsive

## Iterazione vs ricorsione

- Qualsiasi funzione ricorsiva può essere riscritta come una funzione iterativa e viceversa

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot fact(n - 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

# Funzioni ricorsive

## Iterazione vs ricorsione

- Qualsiasi funzione ricorsiva può essere riscritta come una funzione iterativa e viceversa

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \vee n = 1 \\ n \cdot fact(n - 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Funzioni ricorsive: soluzioni più chiare ed eleganti
- Funzioni iterative: soluzioni più efficienti

# Esercizio

- **Problema:** si scriva una funzione ricorsiva che prende in input due interi  $x$  e  $y$  e calcoli  $x^y$

# Esercizio

- **Problema:** si scriva una funzione ricorsiva che prende in input un intero  $i$  e calcoli l' $i$ -esimo numero di Fibonacci



# Esercizio

- **Problema:** si scriva una funzione ricorsiva che presa in input una stringa, calcoli la sua lunghezza

# Esercizio

- **Problema:** si scriva una funzione ricorsiva che prende in input un array di interi e ritorna il massimo valore dell'array

# Esercizio

- **Problema:** si scriva una funzione ricorsiva che prende in input un array di interi e un intero  $x$  e ritorna `true` se l'array contiene  $x$ , `false` altrimenti