МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова”

КАФЕДРА МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ И ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СТРУИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
Белоножко Д. Ф.

Выполнила:
студент гр. ЭН-21МО
Кондакова Д. Д.

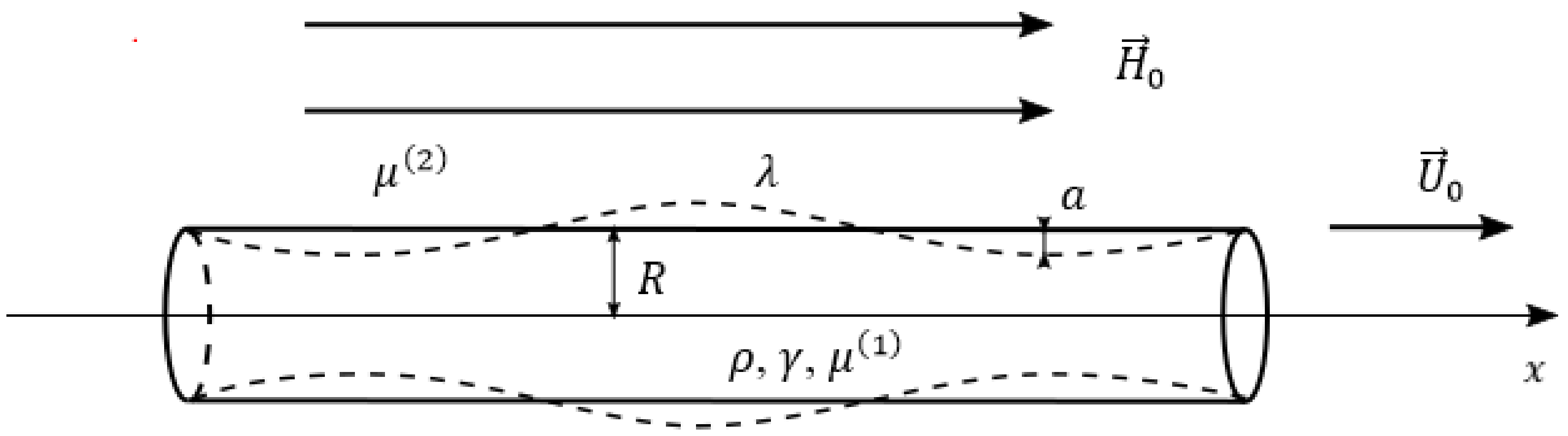
Ярославль, 2021

Конфигурация задачи

$\vec{H}_0$ – напряжённость внешнего магнитного поля

$\mu^{(1)}$ и $\mu^{(2)}$ – магнитные проницаемости магн. жидкости и внешней среды соответственно

$$a \ll \lambda$$



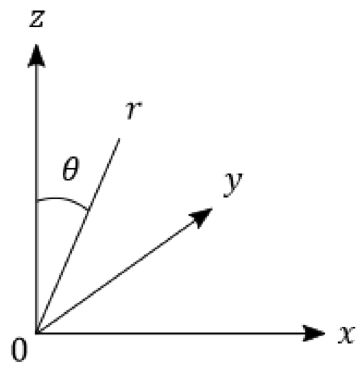


Рис. 1. Условное изображение фрагмента цилиндрического столба магнитной жидкости, по поверхности которого бежит капиллярная волна с амплитудой a и длиной λ

Основные величины

$\xi(t,\theta,x)$ – отклонение частиц жидкости от идеальной цилиндрической поверхности струи в радиальном направлении

$$\boxed{\xi(t,\theta,x) = r - R}$$

$\Phi(t,r,\theta,x)$ – гидродинамический потенциал

$$\boxed{\vec{U} = \vec{\nabla}\Phi(t,r,\theta,x)}$$

$\psi^{(1)}(t,r,\theta,x)$ – потенциал магнитного поля в магнитной жидкости

$$\boxed{\vec{H} = -\vec{\nabla}\psi(t,r,\theta,x)}$$

$\psi^{(2)}(t,r,\theta,x)$ – потенциал магнитного поля во внешней среде

$$\boxed{\psi = \psi_0 + \psi_1 = -H_0 x + \psi_1}$$

Математическая формулировка задачи

Уравнения Лапласа для гидродинамического потенциала и потенциалов магнитного поля:

$$\Delta\Phi = 0, \qquad r < R \qquad (1)$$

$$\Delta\psi_1^{(1)} = 0, \quad r < R \qquad (2)$$

$$\Delta\psi_1^{(2)} = 0, \quad r > R \qquad (3)$$

Условия для потенциалов на оси струи и на бесконечности:

$$\vec{\nabla}\Phi < \infty, \qquad r = 0 \qquad (4)$$

$$\vec{\nabla}\psi_1^{(1)} < \infty, \quad r = 0 \qquad (5)$$

$$\vec{\nabla}\psi_1^{(2)} \to 0, \quad r \to \infty \qquad (6)$$

Условие баланса давлений на поверхности струи:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{\gamma}{\rho R^2}\xi - \frac{\gamma}{\rho R^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial\theta^2} - \frac{\gamma}{\rho}\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{H_0}{4\pi\rho}\left(\mu^{(1)}\frac{\partial\psi_1^{(1)}}{\partial x} - \mu^{(2)}\frac{\partial\psi_1^{(2)}}{\partial x}\right) = 0, \qquad r = R \qquad (7)$$

Математическая формулировка задачи

Кинематическое граничное условие:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0, \qquad r = R \qquad (8)$$

Условие непрерывности тангенциальных компонент векторов $\vec{H}$ на границе раздела сред:

$$\frac{\partial \psi_1^{(2)}}{\partial x} - \frac{\partial \psi_1^{(1)}}{\partial x} = 0, \qquad r = R \qquad (9)$$

Условие непрерывности нормальных компонент векторов $\vec{B}$ на границе раздела сред:

$$\left(\mu^{(2)} \frac{\partial \psi_1^{(2)}}{\partial r} - \mu^{(1)} \frac{\partial \psi_1^{(1)}}{\partial r}\right) + H_0 \frac{\partial \xi}{\partial x}\left(\mu^{(2)} - \mu^{(1)}\right) = 0, \qquad r = R \qquad (10)$$

Материальные уравнения:

$$\left(\mu^{(1)} - 1\right)\vec{H}_0 = 4\pi \vec{M}_0$$
$$\left(\mu^{(2)} - 1\right)\vec{H}_0 = 0 \qquad (11)$$

$\vec{M}_0$ – намагниченность магнитной жидкости

Решение задачи

$$\xi(t,\theta,x) = a\exp[i(\omega t - kx + l\theta)]$$

$$\psi_1^{(1)}(t,r,\theta,x) = f_2(r)\exp[i(\omega t - kx + l\theta)]$$

$$\Phi(t,r,\theta,x) = f_1(r)\exp[i(\omega t - kx + l\theta)]$$

$$\psi_1^{(2)}(t,r,\theta,x) = f_3(r)\exp[i(\omega t - kx + l\theta)]$$

Дисперсионное уравнение в безразмерных переменных:

$$\boxed{\omega^{*2} = 4\pi M_0^{*2} K^2 \frac{s_K S_I}{s_K S_I \mu^{(1)} - s_I S_K \mu^{(2)}} + K(l^2 + K^2 - 1)\frac{S_I}{s_I}}$$

$K \equiv kR$ – безразмерное волновое число

l – азимутальное число

$$I_l(kR) \equiv s_I > 0, \qquad \left.\frac{\partial I_l(kr)}{\partial(kr)}\right|_{r=R} \equiv S_I > 0$$

$$K_l(kR) \equiv s_K > 0, \qquad \left.\frac{\partial K_l(kr)}{\partial(kr)}\right|_{r=R} \equiv S_K < 0$$

– модифицированные функции Бесселя 1-го и 2-го рода и их частные производные

Анализ дисперсионного уравнения

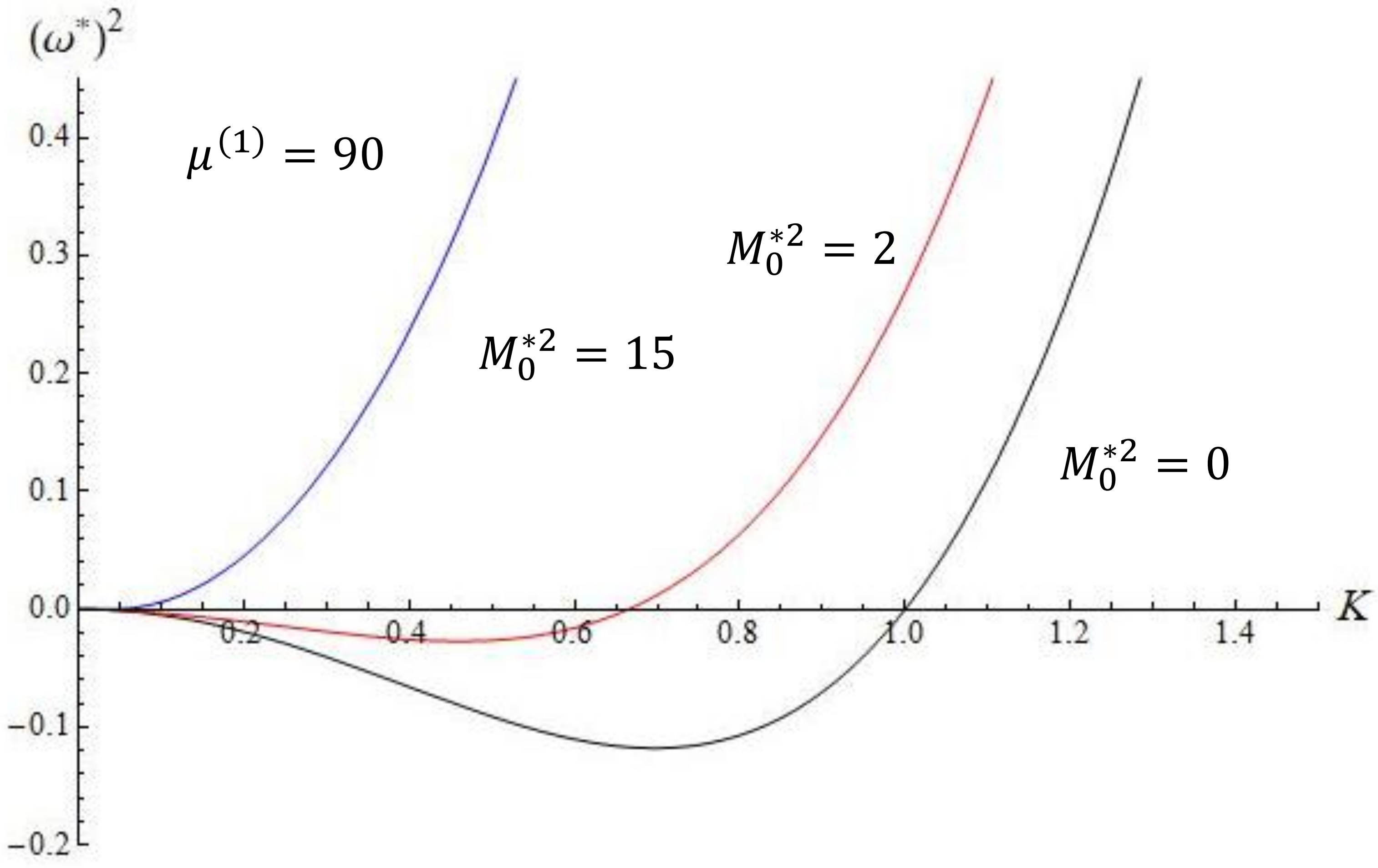


Рис. 2. График зависимости квадрата частоты от волнового числа для осесимметричных возмущений (построено при параметрах: $\mu^{(1)} = 90$ и $\mu^{(2)} = 1$)

Вклад в развитие неустойчивости дают только моды с $l = 0$

Диапазон неустойчивых мод сужается при увеличении намагниченности (магнитного поля) и смещается в сторону более длинных волн.

Вывод

Наличие внешнего магнитного поля изменяет картину неустойчивости поверхности струи магнитной жидкости, а именно, магнитное поле способствует стабилизации поверхности.

При этом, чем выше значение напряжённости магнитного поля (или намагниченности магнитной жидкости), тем более устойчива поверхность струи.

Спасибо за внимание!