

**Pojednostavljena, prediktivna kontrola dizala na  
temelju osnovnog modela**



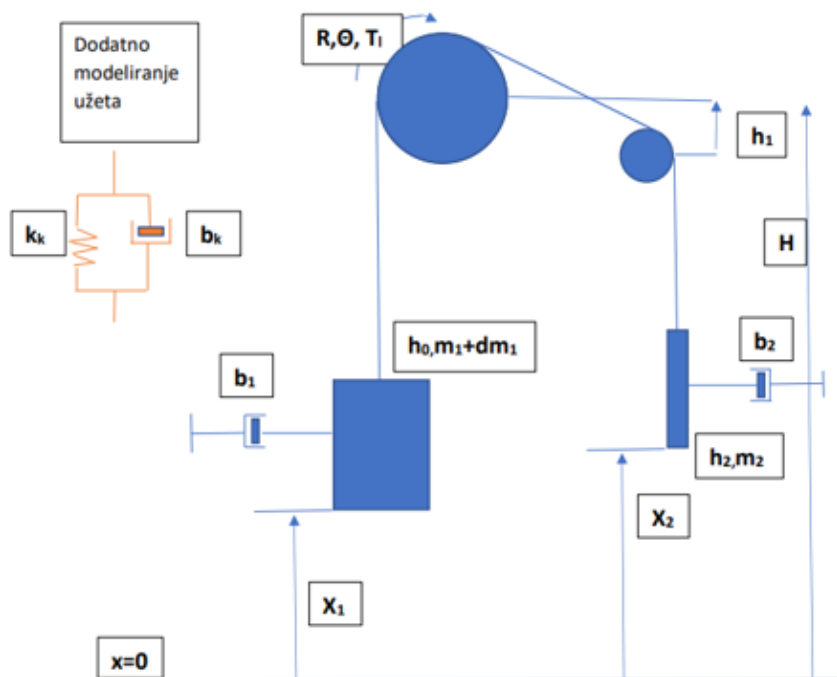
*Slika 1. Dizalo na Eifelovom tornju 19.st*



*Slika 2. Motor dizala na Burj Khalifi (500 m ,12 m/s, do 4.5 tona)*

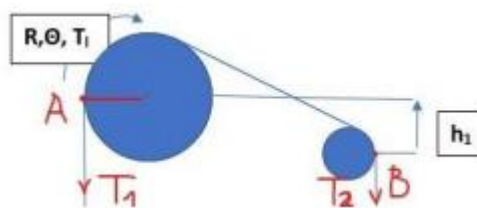
*firma Otis*

Dizalo se modelira kao jednostavna Antwoodova naprava ,tj. kao uteg i protu uteg povezani užetom preko koloture koje pokreće neki motor, električki ili hidraulički. Jednostavni model je prikazan na slici 3.



Slika 3. Shema iz koje gradimo model

Na slici 4. prikazan je dio slike iz kojega postavljamo osnovnu jednadžbu za balans momenata u sustavu.



Slika 4. Balans momenata

$T_1$  i  $T_2$  su zatezne sile koje djeluju zbog gravitacije i akceleracije sustava,  $T_1$  je moment koji stvara motor, a zadnji član je moment koji stvara kolotura sa kutnom akceleracijom  $\ddot{\Theta}$  i inercijom  $J$ .

$$T_2 * R + T_l = T_1 * R + J * \ddot{\Theta}$$

Sile  $T_1$  i  $T_2$  su navedene u sljedećim jednadžbama:

$$T_1 = (m_1 + \Delta m_1)g + (H - x_1 - h_0)\rho g + b_1\dot{x}_1 + (m_1 + \Delta m_1 + (H - x_1 - h_0)\rho)\ddot{x}_1$$

$$T_2 = m_2g + (H - h_1 - h_2 - x_2)\rho g + b_2\dot{x}_2 + (m_2 + (H - h_1 - h_2 - x_2)\rho)\ddot{x}_2$$

$R$  je radijus koloture (0.25m),  $m_1$  je masa dizala (60 kg),  $\Delta m_1$  (20 kg) je masa putnika,  $g$  (9.81 m/s<sup>2</sup>) je gravitacija,  $\rho$  (0.1 kg/m) je masa užeta po metru,  $H$  je ukupna visina (200m),  $h_1$  (2m) je razlika u prienosnom dijelu,  $h_2$  (1m) je visina protu utega,  $h_0$  (1m) je visina lifta,  $b_1$  (0.5 Nm s / rad),  $b_2$  (0.45 Nm s / rad),  $J$  je inercija koloture (0.1 kg/m<sup>2</sup>),  $x_1$  i  $x_2$

su položaji lifta i protu utega. Treba obratiti pažnju na to da je položaj lifta i protu utega u centru mase, hvatištu sile, pa u modelu treba oduzeti tu udaljenost.

Položaj lifta i protu utega povezani su sa kutom zakreta koloture.

$$\begin{aligned}x_1 &= x_{10} + \theta * R & x_2 &= x_{20} - \theta * R \\ \dot{x}_1 &= \dot{\theta} R & \dot{x}_2 &= -\dot{\theta} R \\ \ddot{x}_1 &= \ddot{\theta} R & \ddot{x}_2 &= -\ddot{\theta} R\end{aligned}$$

Nakon uvrštavanja u prvu jednačbu , dobijemo diferencijalnu jednačbu drugog reda sa konstantnim koeficijentima.

$$\begin{aligned}& [(m_1 + \Delta m_1)g + (H - (x_{10} + \theta * R) - h_0)\rho g + b_1(\dot{\theta} R) \\ & + (m_1 + \Delta m_1 + (H - (x_{10} + \theta * R) - h_0)\rho)\ddot{\theta} R] * R + T_l = \\ & [m_2 g + (H - h_1 - h_2 - (x_{20} - \theta * R))\rho g \\ & + b_2(-\dot{\theta} R) + (m_2 + (H - h_1 - h_2 - (x_{20} - \theta * R))\rho) * (-\ddot{\theta} R)] * R + J * \ddot{\theta}\end{aligned}$$

Sređena jednačba izgleda ovako:

$$T_l + d = a * \ddot{\theta} + b * \dot{\theta} + c * \theta$$

Gdje su  $a, b, c$  i  $d$  konstante :

$$a = J + R^2(m_1 + \Delta m_1 + m_2) + R^2\rho(2H - x_{10} - x_{20} - h_0 - h_1 - h_2)$$

$$b = R^2(b_1 + b_2)$$

$$c = -2R^2\rho g$$

$$d = Rg[m_2 - m_1 - \Delta m_1 + \rho(x_{10} - x_{20} + h_0 - h_1 - h_2)]$$

Nakon uvrštavanja imamo izraz koji sa lijeve strane ima upravljački signal  $T$ , koji je suma konstante  $d$  i stvarnog momenta dobivenog iz motora ,ali umanjenog i promijenjenog zbog prijenosa brzine, osovina itd.

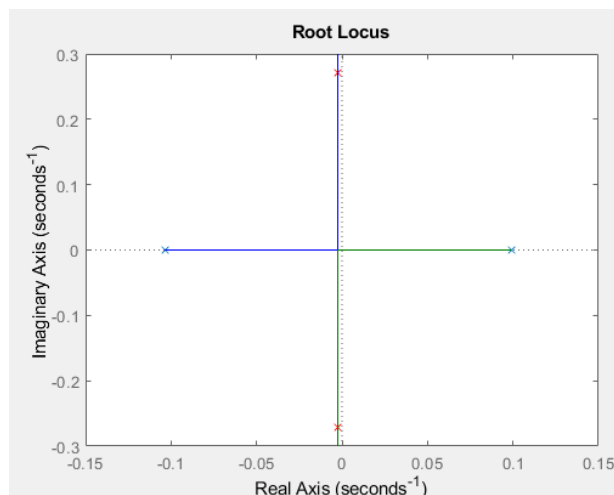
$$T_l - 24.2798 = 11.9563 * \ddot{\theta} + 0.0594 * \dot{\theta} - 0.1226 * \theta$$

$$T_l - 24.2798 = T$$

Konačno imamo prijenosnu funkciju u frekvencijskom području, sa dva pola na realnoj osi. Jedan stabilan, jedan nestabilan.

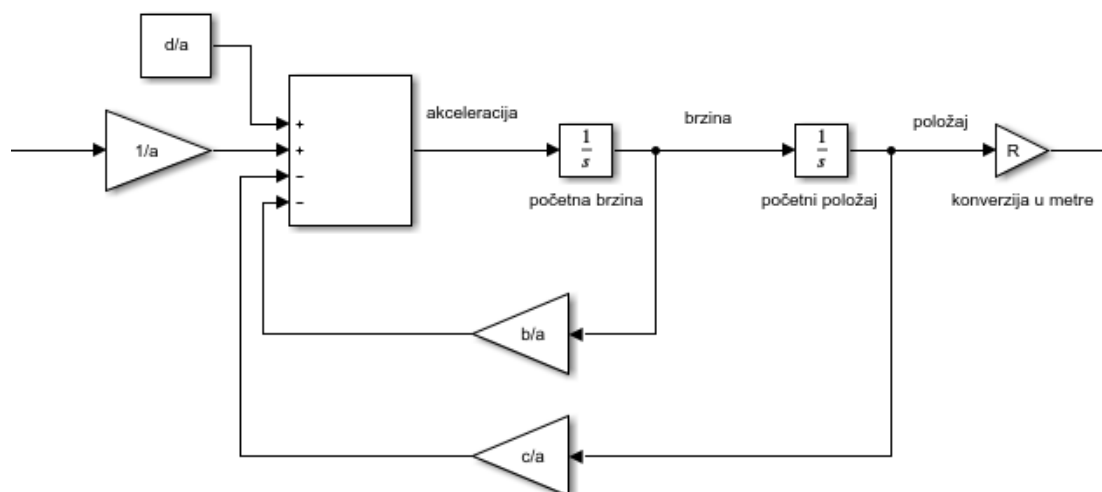
$$\frac{\theta}{T} = \frac{1}{11.9563 * s^2 + 0.0594 * s - 0.1226}$$

Na slici 5. prikazan je graf geometrijskog mjesta korijena, na kojemu se vidi da je sustav na granici stabilnosti. To je razumljivo, jer su uteg i protu uteg skoro u balansu zbog uštede energije.



Slika 5. Graf GMK

Model sustava u Simulinku je prikazan na slici 6.



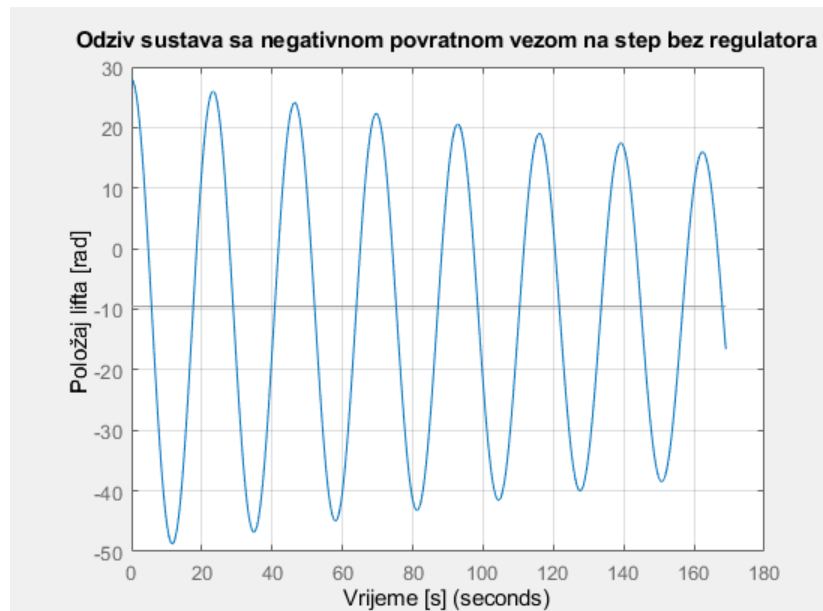
Slika 6. Model u Simulinku

Ako mjerimo položaj lifta kontinuirano na motoru, enkoderom ili pak na tračnicama linijskim optičkim senzorima i slično, možemo dizajnirati regulator koji će dovesti lift na željenu visinu, uz željenu brzinu i akceleraciju na potrebnu visinu. Putnički liftovi su ograničeni po brzini i akceleraciji zbog sigurnosti i ugodnosti putovanja. Svaki lift ima ugrađene mehaničke osigurače ,koji koče lift ako prijeđe brzinu 20 % veću od nominalne. Motori su upravljani digitalnim regulatorima (PLC-ovima).

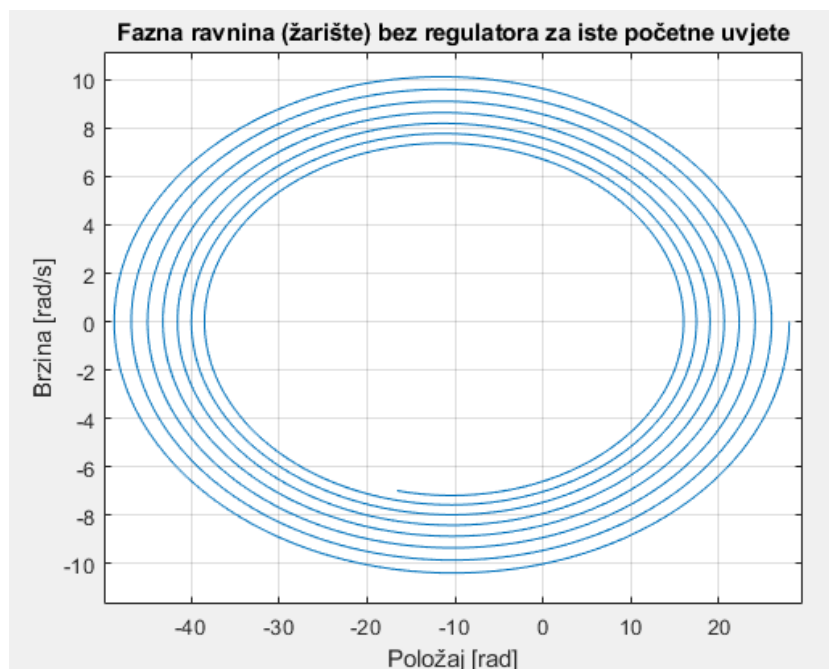
U osnovi kontrola visine lifta je kontrola položaja osovine motora i kontrola njene brzine, uz razne mogućnosti dodavanja regulacijskih petlji za poboljšanje točnosti.

U ovom slučaju, upravljačka veličina je moment dobiven iz motora, primjera radi.

Na slici 7 prikazan je odziv sustava zatvorenog sa negativnom povratnom vezom na jedinični step ,bez regulatora . Položaj lifta nije ograničen sa donjom granicom od 0, da bi se prikazao utjecaj konstante  $d$  (gravitacije) na sustav. Na slici 8 prikazana je fazna trajektorija sustava za iste početne uvjete, penjanje lifta sa drugog na deseti kat.

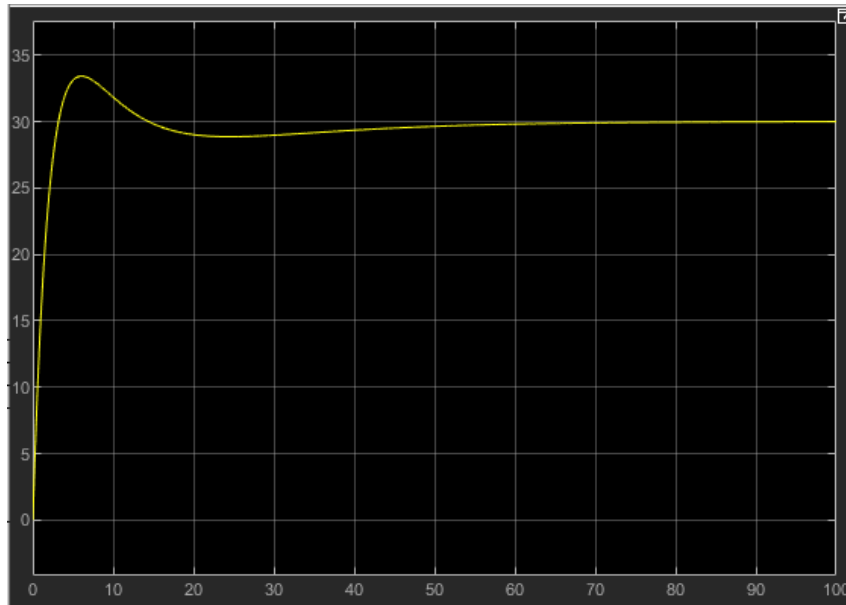


*Slika 7. Odziv na step uz početni položaj od 28 rad (drugi kat)*



*Slika 8. Fazna ravnina za iste početne uvjete*

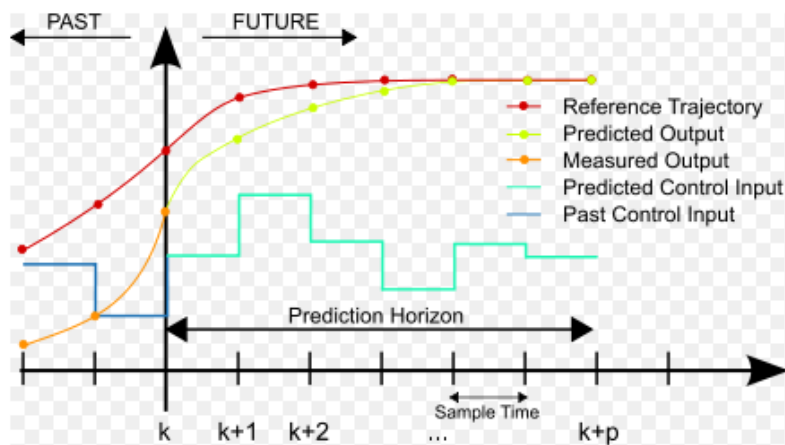
Ako primijenimo PID regulator nemamo kontrolu nad brzinom ni akceleracijom lifta. Rezultati su prikazani na slici 9.



*Slika 9. Penjanje lifta do 30m, PID regulator*

Bolji rezultati dobiju se prediktivnom kontrolom temeljnom na modelu (MPC control). Ideja je da se sustav diskretizira, prikaže varijablama stanja (položaj i brzina lifta) i da se traži optimalan upravljački signal u svakom diskretnom trenutku. Taj signal ćemo dobiti tako da tražimo minimum funkcije koja opisuje sustav u ovisnosti o vrijednosti upravljačkog signala, uz neke početne uvjete.

$$X[k + 1] = \phi * X[k] + \psi * u[k]$$



*Slika 10. Princip prediktivne kontrole temeljene na modelu sustava*

Osnova ovakvog načina vođenja je model sustava, tj. matematički opis sustava i željena trajektorija po kojoj će se sustav ponašati u svakom diskretnom trenutku.

**Način kontrole primijenjen na ovom modelu malo je jednostavniji i opisan je u daljnjem tekstu.**

Program koji je napisan za ovaj slučaj upravo polazi od generiranje željene trajektorije na osnovu trenutnog položaja lifta (kata na kojem se nalazi).

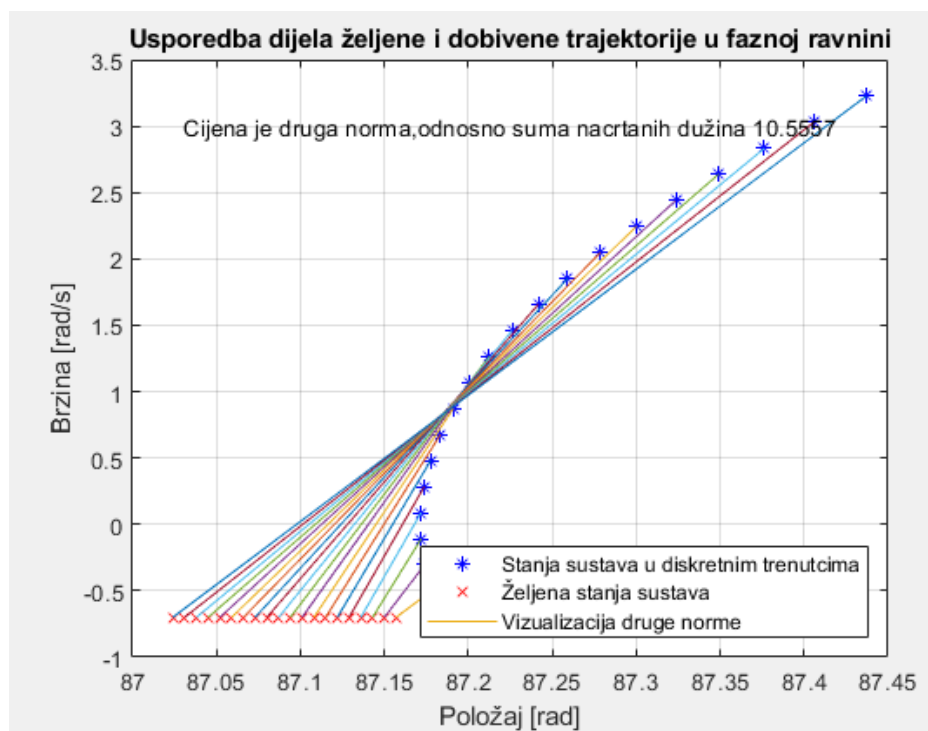
Algoritam se može ukratko posložiti ovako:

- Generiranje željene trajektorije na osnovu početnog i krajnjeg kata , s time da uzimamo u obzir se lift giba konstantnom akceleracijom prvih 9 sekundi (ubrzanje) , nastavlja se gibati konstantnom brzinom , a kako prilazi cilju usporava 9 sekundi konstantnom akceleracijom
- Računanje najboljeg upravljačkog signala u sljedećem diskretnom trenutku tako da testiramo pojedini signal iz seta signala sa malim razmakom među njima (2 Nm) . Sustav simuliramo samo 20 koraka (duljina horizonta, 0.2 s) za svaki upravljački signal i računamo cijenu. Upravljački signal sa najmanjom cijenom primjenjuje se na sustav. Dobiveni signal može se filtrirati. Cijena je razlika između 20 koraka željene trajektorije i 20 koraka učinjenih kada je primijenjen testni upravljački signal :

$$J(u_k) = \| X - X_{ref} \|_2 = \sqrt{(x_1 - x_{1ref})^2 + (x_2 - x_{2ref})^2}$$

- Sustav je u novom diskretnom trenutku (nova početna stanja), horizont se pomiče za jedan korak i dalje iznosi 20 koraka, te nalazimo najbolji upravljački signal iz istoga seta vrijednosti načinom koji je opisan u koraku 2

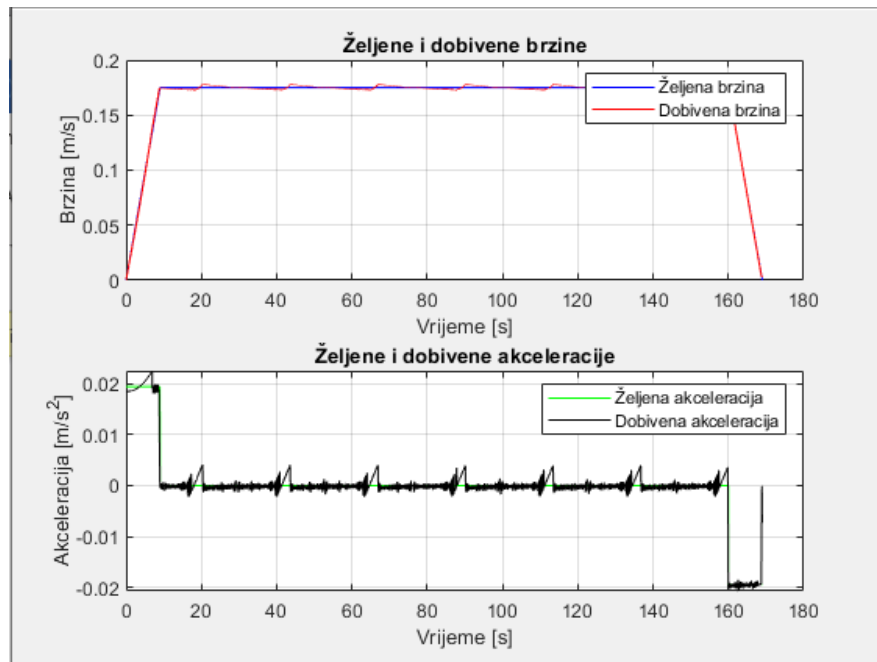
Na slici 11 prikazane su trajektorije koje se uspoređuju za svaki upravljački signal iz seta za svaki diskretni trenutak. Imamo 201 različitih upravljačkih signala, a 20 koraka horizonta, što bi dalo 4020 prolaska kroz petlju za računanje najboljeg signala za jedan diskretni trenutak.



Slika 11. Usporedba trajektorija na duljini jednog horizonta, za jedan upravljački signal iz seta

Generiranje trajektorije nam je prvi korak u algoritmu , a rezultat koji se dobije kada nam je početni kat prvi ,a odredište peti kat prikazan je na slici 12. Visina kata je 3.5 m.

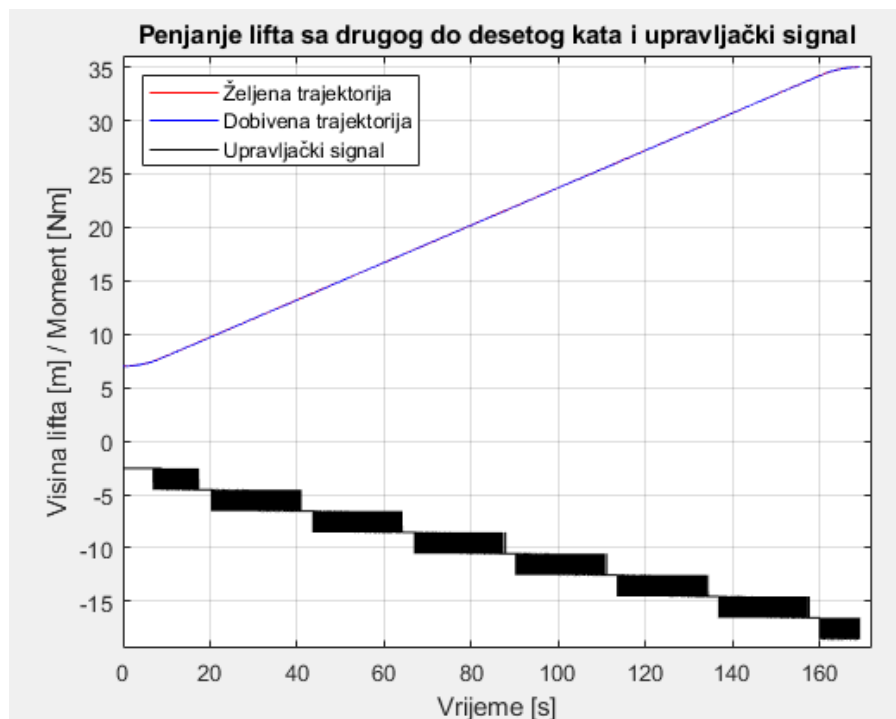




Slika 12. Željene i dobivene brzine i položaj lifta za penjanje lifta od drugog do desetog kata

Vektor dobivenih brzina ima nagle promjene visoke frekvencije koje se ne bi odrazile ne ponašanje sustava, ali kod crtanja dobivene akceleracije, deriviranjem tog signala, stvaraju velike oscilacije koje se mogu otkloniti filtriranjem.

Na slici 13 prikazano je penjanje lifta u metrima od drugog do desetog kata.

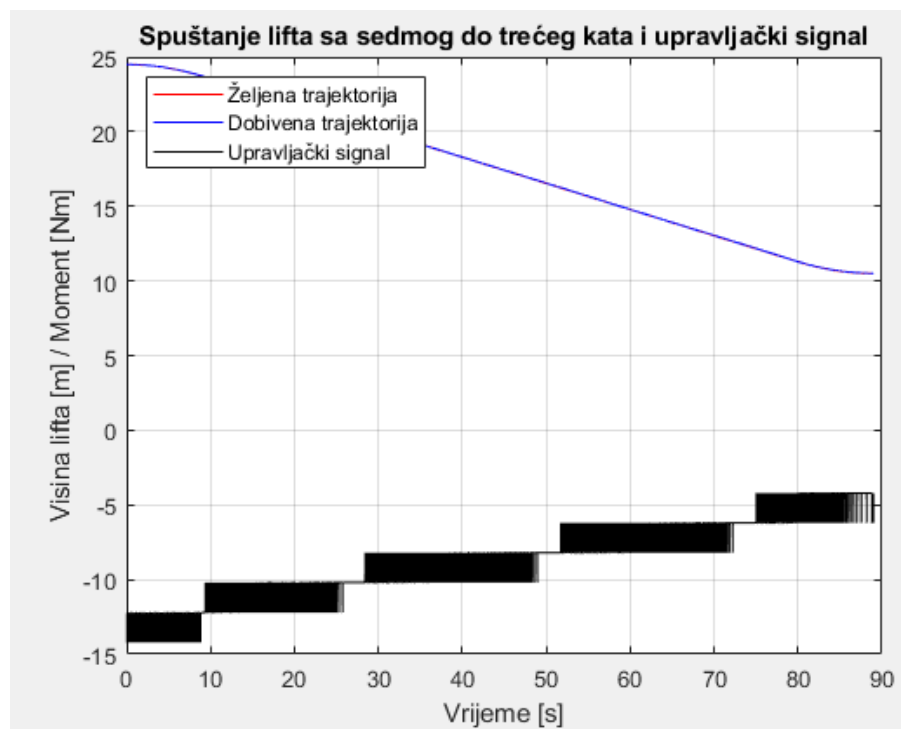


Slika 13. Gibanje lifta od prvog kata i prikaz upravljačkog signala

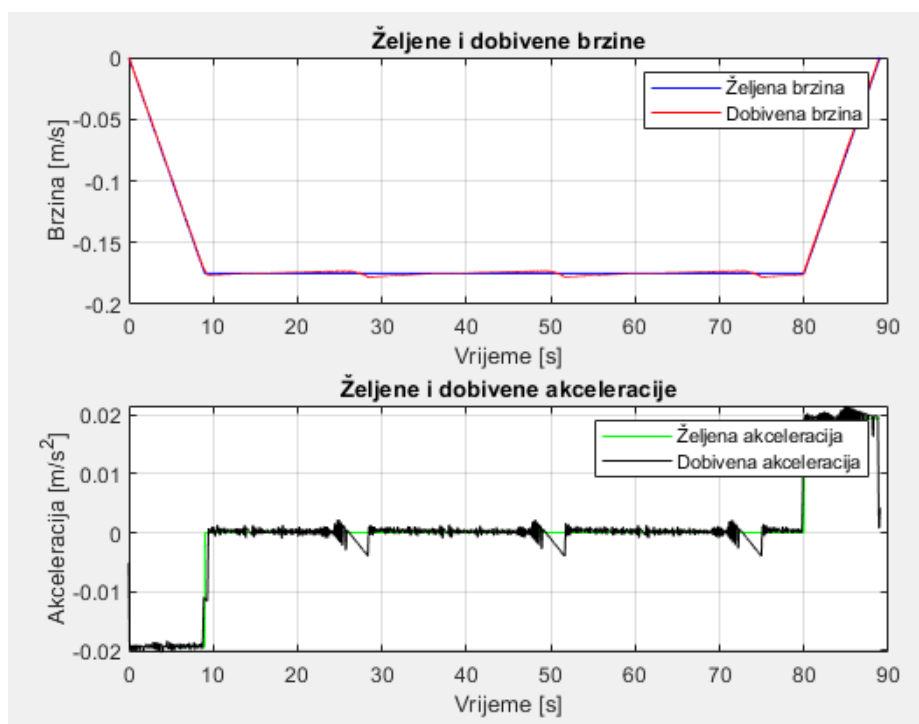
Vidimo da se trajektorije poklapaju, a upravljački signal oscilira u skokovima od 2 Nm jer je to njihova razlika u setu iz kojeg ga biramo. Utjecaj tih oscilacije je manji što je sustav teži.

Također treba napomenuti da oscilacije ove frekvencije i ne mogu realno postojati ako postoji prijenos momenta preko osovine motora i reduktora brzine i ako je motor električki, zbog vlastite tromosti, zone neosjetljivosti itd.

Na slici 14 prikazano je spuštanje lifta sa sedmog do trećeg kata. Željena i trajektorija dobivena oscilatornim , crnim upravljačkim signalom se poklapaju.



Slika 14. Položaj lifta za spuštanje sa sedmog na treći kat , u metrima



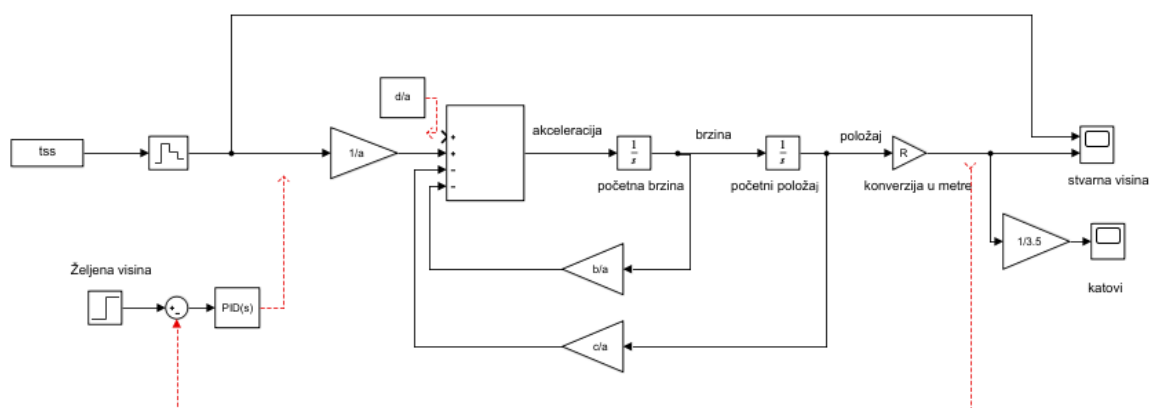
Slika 16. Usporedba brzina i akceleracija za spuštanje sa sedmog do trećeg kata

Model u Simulinku je prikazan na slici 16 . Dobiveni upravljački signal iz programa primjenjujemo na ulaz sustava ,bez povratne veze jer je ona već uključena u regulatoru.

Napomena, dobiveni vektor  $tss$  ima uključen u sebi već utjecaj konstante  $d$  pa kod simulacije to isključujemo.

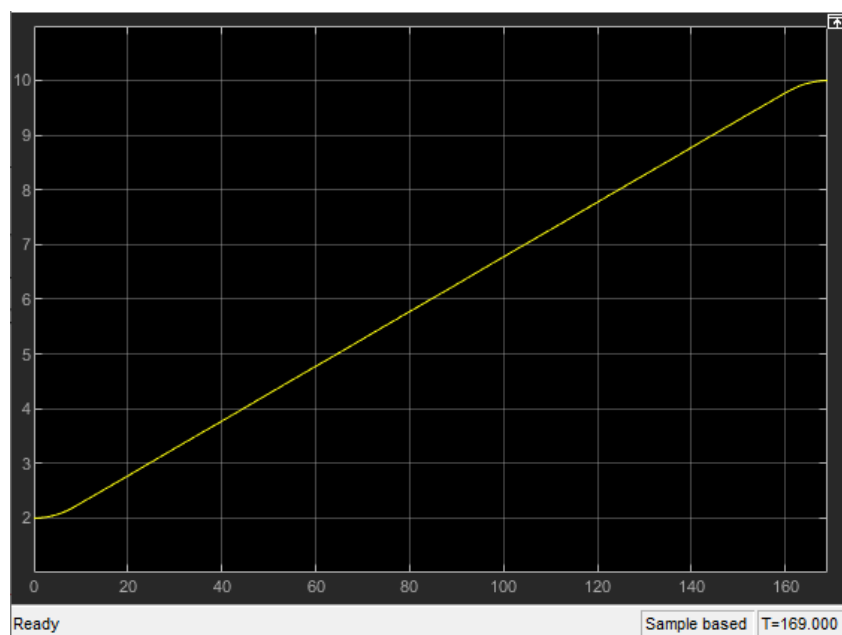
Dobiveni rezultat je vektor  $tss$  upravljačkih signala od onoliko članova koliko ima diskretnih trenutaka u simulaciji ,a koja ovisi o razlici u katovima koje zadajemo na početku programa.

Dobiveni vektor propustimo kroz filter prvog reda, ZOH i primjenjujemo na model u Simulinku direktno na sustav u otvorenoj petlji ('from workspace').

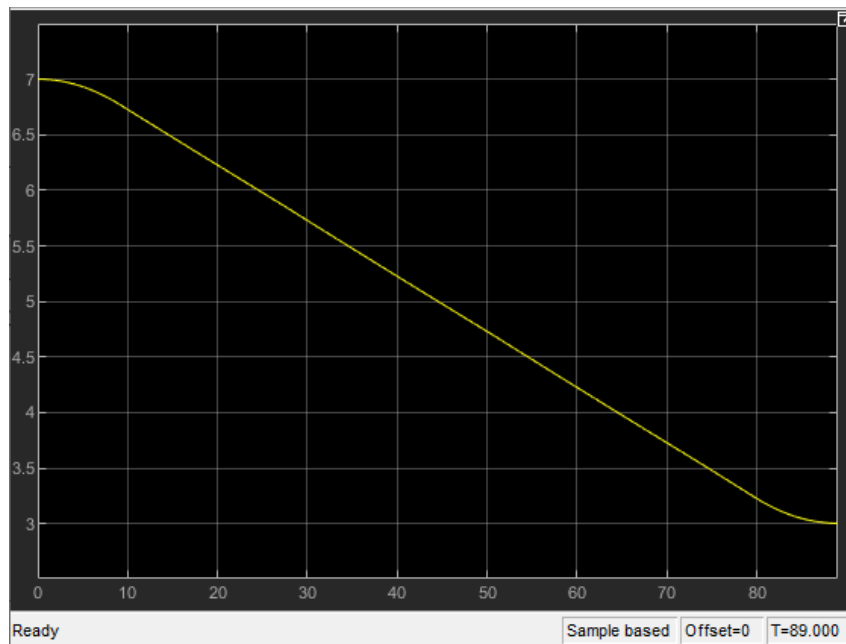


Slika 16. Model u Simulinku, upravljački vektor  $tss$

Na slikama 17 i 18 prikazane su simulacije modela, tj. položaj lifta po katovima za slučaj penjanja lifta od 2. do 10. i spuštanja od 7. do 3. kata.



Slika 17. Položaj lifta kod penjanja po katovima



*Slika 18. Položaj lifta kod spuštanja po katovima*

Treba napomenuti da prediktivna kontrola u osnovi bira najbolji, optimalni signal iz skupa svi realnih brojeva i uz dodana ograničenja (traženje minimuma više veličinske nelinearne jednadžbe), pa je rezultat za ovako pojednostavljenu kontrolu i više nego zadovoljavajući.

#### REFERENCE:

- Dynamic modelling and input-energy comparison for the elevator system ; Kun-Yung Chen, Ming-Shyan Huang, Rong-Fong Fung
- Modeliranje i simulacije dinamičkog ponašanja dizala ; Jovan Vladić, Radomir Đokić, Milan Kljajin, Mirko Karakašić
- Teorijsko-eksperimentalna analiza dinamičkih karakteristika rudničkih liftova ; Jovan Vladić, Miomir Jovanović, Radomir Đokić, Milan Kljajin, Mirko Karakašić
- Digitalno vođenje ; Darko Stipaničev, Jadranka Marasović
- YouTube ; Mohamed W. Mehrez ; MPC and MHE implementation in Matlab using Casadi
- Wikipedia ; Model predictive control
- Wikipedia ; Linear-quadratic regulator ...

#### INTERESANTNA VIDEO I STRANICE:

Izrada dizala :

<https://www.youtube.com/watch?v=YRAOp709JII>

'Governor' (mehanički osigurač) :

<https://www.youtube.com/watch?v=TOvJpQK5VxA>

Otis tvrtka za proizvodnju dizala :

<https://www.otis.com/hr/hr/>