

**SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, STROJARSTVA I
BRODOGRADNJE**

DIPLOMSKI RAD

**AUTOMATSKO POZICIONIRANJE
PLOVILA**

Luka Grgičević

Split, lipanj 2021.

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. MODELIRANE PLOVILA S TRI STUPNJA SLOBODE.....	2
2.1. Kinematika i kinetika krutog tijela.....	2
2.2. Utjecaj vode na plovilo.....	6
2.3. Definiranje hidrodinamičkih derivacija.....	11
2.4. Utjecaj vjetra na plovilo.....	13
2.5. Definiranje potiska.....	15
3. POJEDNOSTAVNjeni MODEL ZA DIZAJN REGULATORA.....	18
4. VREMENSKI OPTIMALNA REGULACIJA KURSA.....	20
4.1. Dizajn PID regulatora.....	21
4.1.1. Definiranje pogreške.....	21
4.1.2. PID regulacija udaljenosti od kružnice.....	22
4.1.3. PID regulacija kursa.....	25
4.2. Dizajn regulacije metodom povratnog hoda.....	28
5. REZULTATI SIMULACIJA.....	34
6. ANALIZA.....	43
7. ZAKLJUČAK.....	46
 LITERATURA.....	47
POPIS SLIKA.....	49
POPIS FORMULA.....	50
SAŽETAK.....	53
SUMMARY.....	54

1. UVOD

Skladištenje energije je danas postala premostiva zapreka za ekonomičnu upotrebu električkih motora pri upravljanju plovilom. Cijena električkih potisnika opada, a luksuz i potreba koje automatsko vođenje i pozicioniranje plovila pruža, je prihvatljiv. Motivacija za ovaj diplomski rad je bila eventualna ušteda potrošnje baterija, koje koriste današnja rješenja za sidrenje manjih ribarskih plovila (engl. *trolling motor*). Zbog toga što očekujemo sve jeftinije motore i sve veći kapacitet baterija, dovoljno je razmišljati o jednom krmenom električkom motoru za malo plovilo.

U drugom poglavlju analiziran je način modeliranja broda za potrebe pozicioniranja. U trećem, prezentiran je jednostavniji model za dizajn regulatora, koji je razvijen zbog brzine simulacija i dokaza stabilnosti regulatora. U četvrtom, objašnjeni su već praksi poznati algoritmi, koji se mogu realizirati uz pomoć jeftinih mikrokontrolera. Rezultati simulacija potpunijeg modela iz drugog poglavlja, kod kojeg je bolje definirano trenje plovila i uračunata relativna brzina, prezentirani su u petom poglavlju.

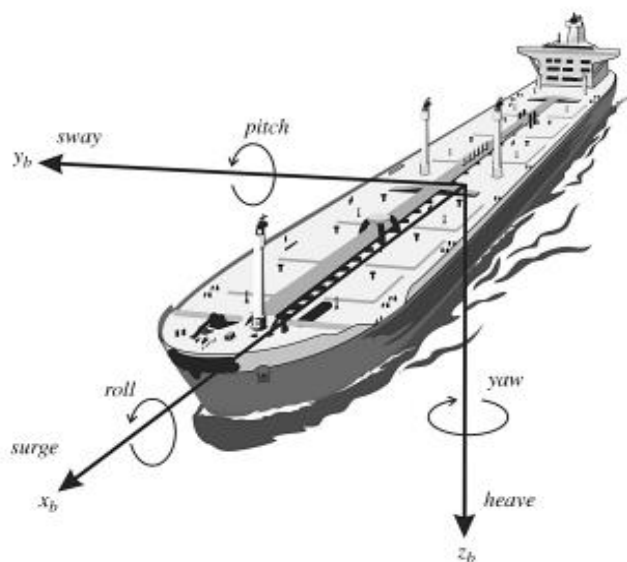
Automatsko pozicioniranje je ostvareno posebnom tehnikom održavanja optimalnog kursa broda, jedino uz mjerenje položaja i smjera broda. Kod takve vrste pozicioniranja, brod se giba po obodu kružnice, a srednja sila vremenskih utjecaja predstavlja polje, u kojem je brod pramcem okrenut prema centru kružnice. Ideja za takvo, vremenski optimalno pozicioniranje, proizlazi iz ponašanje njihala u polju gravitacijske sile, koje je stabilnije, što je krak njihala duži. Upravo zbog tog razloga, analizirana je kvaliteta održavanja točnog kursa za različite radijuse kružnice. Rezultati su prezentirani u šestom poglavlju.

2. MODELIRANE PLOVILA S TRI STUPNJA SLOBODE

Za potrebe dinamičkog pozicioniranja (engl. *Dynamic positioning, DP*), pozicioniranja s vremenski optimalnim kursom (engl. *Weather optimal heading control, WOHC*) ili položajem (engl. *Weather optimal position control, WOPC*), plovilo se modelira kao kruto tijelo s dva translacijska i jednim rotacijskim stupnjem slobode:

- Zalijetanje ili zastajkivanje (engl. *surge*)
- Zanošenje (engl. *sway*)
- Skretanje ili zaošijanje (engl. *yaw*).

Stabilizacija broda u valjanju (engl. *roll*) se najčešće regulira zasebno. Za aktivnu stabilizaciju valjanja plovila, dimenzija do deset metara, koriste se žiroskopi, a rjeđe bočna krilca inspirirana ribljim perajama [1]. Utjecaj valjanja nije zanemarivo, no njegovo modeliranje je izostavljeno zbog skupe regulacije i pretpostavke da se pasivnom stabilizacijom, dodacima na trup, svodi na minimum.



Slika 2.1. Prikaz plovila sa šest stupnjeva slobode, zahvala autoru [2]

Cjelokupan opis plovila opisanog u ovom diplomskom radu temelji se na knjizi [2]. U knjizi je prikazan detaljan opis kinematike, kinetike, hidrodinamičkih i hidrostatičkih utjecaja, te razni oblici regulacije opisanih modela plovila.

2.1. Kinematika i kinetika krutog tijela

Koordinatni sustav, u kojemu prikazujemo gibanje plovila, je inercijalni koordinatni sustav *NED* (engl. *North-East-Down*). Kod simulacije gibanja, ortogonalna *y* os predstavlja geografsku širinu (engl. *North*), a horizontalna *x* os predstavlja geografsku dužinu (engl. *East*). Koordinatni sustav, u kojemu prikazujemo brzine broda u sva tri stupnja slobode, je rotirajući sustav.

Ta dva sustava povezuje rotacijska matrica [3]. Rotacijska matrica nam služi za prikaz položaja u horizontalnoj ravnini i kod dizajniranja greške za proračun parametara regulatora.

Njegovo središte *CO* (engl. *centre of origin*) se poklapa s centrom gravitacije krutog tijela *CG* (engl. *centre of gravity*). U slučaju da se radi implementacija regulacije na stvarnom sustavu, to nije slučaj. Položaj mjerimo *GPS* uređajem u točki *CO*. Sve sile, koje djeluju na kruto tijelo, imaju hvatište u točki *CG*, a ono ovisi o distribuciji mase na brodu. Obje točke leže na pravcu, koji prolazi kroz središte plovila, te se pretpostavlja da je simetrično s obzirom na taj pravac. U stvarnosti, te dvije točke nikada nisu iste, te je potrebno uzeti u obzir prostornu razliku r_b kod proračuna *Coriolisove* i centripetalne sile. Centar gravitacije se može procijeniti na temelju mjerenih brzina i akceleracija broda, ali u praksi proračun položaja točke pretežito ovisi o ručno unesenim promjenama distribucije mase.

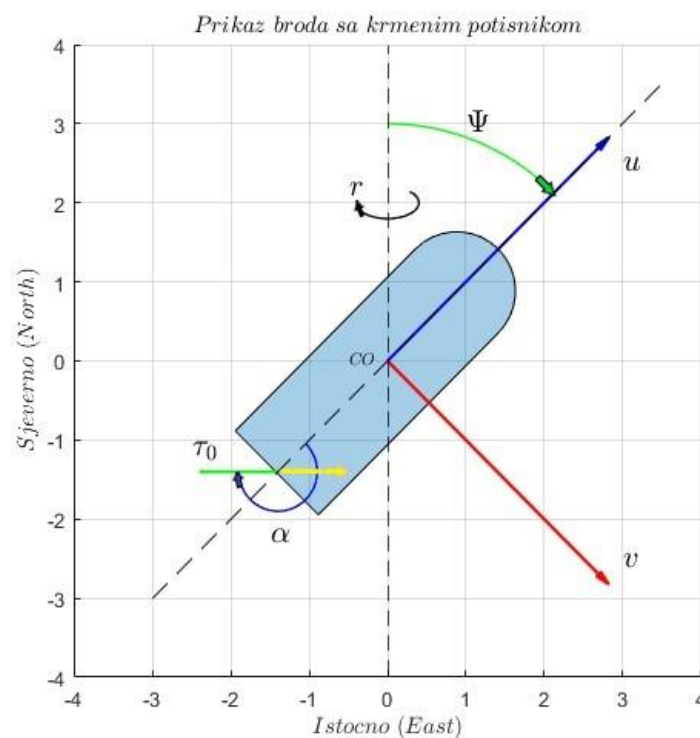
Brod rotira oko osi, koja prolazi kroz točku rotacije (engl. *pivot point*). U praksi, jedan od načina procjene položaja točke tijekom gibanja plovila, računa se na temelju izraza:

$$x_p(t) = -\frac{v_{gn}(t)}{r(t)} \quad (2.1.1.)$$

gdje je:

- $x_p(t)$ udaljenost točke rotacije od centra gravitacije, funkcija vremena t
- $r(t)$ brzina zakretanja plovila, funkcija vremena t
- $v_{gn}(t)$ brzina zanošenja u sustavu *NED*, funkcija vremena t .

Kod modeliranja plovila pretpostavljeno je da su sve tri točke iste i označene su na slici 2.1.1. s *CO*.



Slika 2.1.1. Prikaz veličina, koje opisuju gibanje plovila

Na tom pravcu, u smjeru zastajkivanja ili zalijetanja, leži vektor uzdužne brzine u . Okomito na njega, u smjeru zanošenja, vektor poprečne brzine v . Oba vektora imaju hvatište u točki CO .

Kutna brzina broda r predstavlja brzinu promjene kursa broda ψ . Definiranjem brzina, a time i akceleracija, možemo definirati sile i momente, koje djeluju u navedena tri stupnja slobode. U uzdužnom smjeru suma svih sila je X , u smjeru zanošenja Y , a momenata u smjeru zakretanja N , s pozitivnim smjerom u smjeru kazaljke na satu.

Za razmatrani brod u tri dimenzije sile i momenti proizlaze iz hidrodinamički utjecaja, utjecaja vjetra, valova i struja, te upravljačkog potiska, koji je označen žutim vektorom na slici 2.1.1. Svaki utjecaj rastavlja se na odgovarajuću komponentu u uzdužnom i poprečnom smjeru, te se pomoću kraka sile dobiva moment, koji djeluje na plovilo.

Zbog proračuna položaja u inercijalnom sustavu, koristeći brzinu u rotirajućem sustavu, uključujemo *Coriolisove* i centripetalne sile. Koristimo se *Newton-Eulerovim* zakonima gibanja.

Definiramo vektor pomaka broda u inercijalnom koordinatnom sustavu NED:

$$\eta = \begin{bmatrix} y \\ x \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \\ E \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2.1.2.)$$

gdje je:

- y /m ili N /m položaj u metrima na ortogonalnoj osi
- x /m ili E /m položaj u metrima na horizontalnoj osi
- ψ /rad ili ψ /° je kut u radijanima ili stupnjevima koji uzdužni pravac, koji prolazi kroz CO broda, zatvara s osi y ili N .

Derivacijom tog vektora dobivamo brzine, a da bi vektore brzina prebacili u koordinatni sustav vezan za CO na brodu koristimo transformacijsku matricu $R(\psi)$, ovisnu o kutu zakreta sustava vezanog za brod, tj. kursu broda. Za pozitivne kutove u smjeru kazaljke na satu na slici, rotacijska matrica je :

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1.3.)$$

Vektor brzina broda s ishodištem u CO je :

$$v = \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix} \quad (2.1.4.)$$

Vektor položaja u NED mirujućem sustavu i vektor brzina u sustavu vezanog za plovilo vezani su jednačbom:

$$\dot{\eta} = R(\psi)v \quad (2.1.5.)$$

Jednačbe gibanja krutog tijela računamo u CG , a pošto je ranije definirani vektor r_b jednak nuli, to je ujedno i točka CO . U suprotnom, jednačbe bi bile drugačije. Suma svih sila na tijelo jednaka je umnošku mase i akceleracije.

Jednadžbe translacije u sustavu vezanog za brod pišemo za svaku os zasebno:

$$m\dot{u}_b = X \quad (2.1.6.)$$

$$m\dot{v}_b = Y \quad (2.1.7.)$$

gdje je:

- m masa broda
- u_b uzdužna akceleracija broda
- v_b poprečna akceleracija broda
- X suma svih sila, koje djeluju na brod u uzdužnom smjeru
- Y suma svih sila, koje djeluju na brod u poprečnom smjeru.

Brzine (v) u praksi dobivamo derivacijom položaja dobivenog *GPS* uređajem, koji ima određenu maksimalnu točnost mjerenja. Ti podaci se filtriraju i dodatno procjenjuju *Kalmanovim* filtrom. U modelu je smatrano da su mjerenja apsolutno točna, a rješenja diferencijalne jednadžbe dobivena su metodom *Runge-Kutta*, s korakom od 0,01 sekunde, u programu *Matlab*.

Vektore akceleracije prebacujemo u inercijski sustav koristeći osnovnu jednadžbu kinematike. Drugim riječima, dodajemo fiktivnu *Coriolisovu* i centripetalnu silu.

Općenito, derivacija vektora u inercijalnom sustavu *NED*, jednaka je derivaciji vektora u sustavu vezanog za brod, uz dodatak vektorskog produkta kutne brzine rotirajućeg sustava i tog vektora.

$$m(\dot{u} + r \times u) = m(\dot{u} - rv) = X \quad (2.1.8.)$$

$$m(\dot{v} + r \times v) = m(\dot{v} + ru) = Y \quad (2.1.9.)$$

Vektorski umnožak dvaju vektora možemo također prikazati s antisimetričnom matricom sastavljene od prvog vektora pomnoženom s drugim vektorom. Na primjer:

$$\omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}; v = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.1.10.)$$

$$\omega \times v = S(\omega)v = -S^T(\omega)v = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.1.11.)$$

Za brod opisanog sa šest stupnjeva slobode sa slike 2.1., ω je vektor kutnih brzina u rotirajućem sustavu broda, a v je vektor translacijskih brzina u tom sustavu. Ako su nam p , q i w nula, tada govorimo o tri stupnja slobode, pa vektorskim umnoškom dobijemo članove iz jednadžbi (2.1.8.) i (2.1.9.) :

$$\omega \times v = \begin{bmatrix} 0 & -r & 0 \\ r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u \\ v \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -rv \\ ru \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1.12.)$$

Jednadžbu rotacije dobijemo iz jednadžbe:

$$I_z * \dot{r} = N \quad (2.1.13.)$$

gdje je:

- I_z moment inercije oko vertikalne osi, koja prolazi kroz točku $CO=CG$
- N je suma svih momenata, koji djeluju na brod
- \dot{r} kutna akceleracija broda.

Moment inercije ovisi o distribuciji mase broda i tereta, a funkcija je udaljenosti od točke CG i gustoće materijala. Moment inercije može se procijeniti empirijskom formulom, koja je funkcija osnovnih dimenzija broda [4]. Procjena parametara empirijskim formulama opisana je u poglavlju 2.3.

Ako napišemo jednadžbe gibanja krutog tijela u matricnoj formi dobijemo:

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ N \end{bmatrix} \quad (2.1.14.)$$

gdje su matrice M_{RB} i C_{RB} :

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2.1.15.)$$

$$C_{RB}(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mv \\ 0 & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mv \\ 0 & 0 & mu \\ mv & -mu & 0 \end{bmatrix} = -C_{RB}^T(v) \quad (2.1.16.)$$

Dodavanjem dva člana u trećem retku matrice C_{RB} nismo ništa promijenili. Takva forma praktična je kod dizajniranja nelinearnih regulatora i procjenitelja stanja. Primjeri identifikacije parametara mogu se pronaći u [2], [5] i [6].

τ_{RB} je vektor, koji sadrži sume svih sila i momenata u tri stupnja slobode, a sastoji se od:

$$\tau_{RB} = \tau_{HD} + \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_0 \quad (2.1.17.)$$

gdje je:

- τ_{HD} sile uzrokovane gibanjem plovila u fluidu
- τ_{vj} sile uzrokovane vjetrom
- τ_{st} sile uzrokovane morskim strujama
- τ_0 propulzijske sile broda.

Sile uzrokovane valovima nisu uzete u obzir, iako imaju značajan utjecaj na ponašanje plovila. One bi također bile u stupčastom vektoru, a iznos bi ovisio o frekvenciji i visini valova, koje možemo dobiti iz poznatog frekvencijskog spektra, te iz srednje brzine i smjera vjetra [2],[13]. Radi demonstracije regulatora za pozicioniranje plovila dovoljne su sile struja i vjetra, prezentirane u poglavljima 2.2. i 2.4

U sljedećem poglavlju, utjecaji fluida prikazani vektorima τ_{HD} i τ_{st} , zamijenjeni su efektom dodane mase i *Coriolisove* i centripetalne sile vezanje za nju, te linearnim i nelinearnim trenjem.

2.2. Utjecaj vode na plovilo

Dodatne informacije vezane za ovo poglavlje mogu se pronaći u [7], [8], [9], [10], [11] i [14].

Sustav fluid-plovilo, znanstvena grana mehanike fluida, opisuje kao klasičan sustav masa, prigušnica i opruge. Efekt opruge proizlazi iz hidrostatičkih utjecaja, a oni se zanemaruju za gibanje u dvije dimenzije. Osim mase broda postoji i dodatna masa zbog činjenice da brod, koji ubrzava ili usporava kroz fluid, mora pomaknuti određeni volumen fluida. Viskozno trenje ovisi o relativnoj brzini plovila kroz fluid i trupu plovila. Ostali oblici trenja su, među ostalim, trenje zbog polaganog klizanja valova, trenje uzrokovano vrtlozima itd.

Dodana masa ne ovisi o brzini fluida i konstantna je. Kako se strujanje fluida povećava, trenje se povećava proporcionalno brzini, a efekt opruge s kvadratom brzine.

Dodana masa i ostali oblici trenja zajedno predstavljaju efekt memorije fluida. Memorija fluida opisuje se *Cumminsovom* jednadžbom, čije rješenje, za pojedino kruto tijelo i fluid, jest upravo dodana masa i trenje, koji ovise o frekvenciji oscilacija plovila [2].

Drugi način proračuna dodane mase i trenja je primjenom hidrodinamičkih ili *CFD* programa (engl. *computational fluid dynamics*), koji se u načelu zasnivaju na principu da se oplata plovila dizajnira u nekim od grafičkih alata, podijeli u segmente, a zatim se pojednostavnjena verzija *Navier-Stokesove* jednadžbe rješava za pojedini segment.

Treći način dobivanja dodane mase i trenja su empirijske formule dobivene teoretskim znanjem iz područja brodogradnje i mehanike fluida. Uz eksperimentalne provjere, te su se formule ispravljale, za pojedine klase brodova, regresijskim metodama. Za potrebe ovog diplomskog rada, korištena je ova metoda, a objašnjena je u poglavlju 2.3.

Dodana masa se zbraja s već predstavljenom matricom M_{RB} iz jednadžbe (2.1.14.), a sastoji se od tako zvanih hidrodinamičkih derivacija. U načelu, članovi te matrice predstavljaju utjecaj pojedine komponente akceleracije plovila na pojedinu komponentu sile ili momenta u obliku parcijalne derivacije. Na primjer:

$$Y_u = \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}} \quad (2.2.1.)$$

predstavlja dodanu masu u poprečnom smjeru y zbog akceleracije u uzdužnom smjeru x . Za 3 stupnja slobode matrica dodane mase M_A ima pet članova u obliku :

$$M_A = \begin{bmatrix} -X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & -Y_{\dot{r}} & -N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.2.2.)$$

Matrica dodane mase je uvijek pozitivna i semidefinitna ($M_A = M_A^T$). Pošto i dodana masa rotira u inercijalnom sustavu, moramo uračunati *Coriolisove* i centripetalne sile, koje dodana masa uzorkuje. *Coriolisova* i centripetalna matrica C_A zbraja se na matricu C_{RB} iz jednadžbe (2.1.14.). Konačan oblik matrice može se dobiti iz *Kirchhoffove* jednadžbe za očuvanje kinetičke energije T .

$$T = \frac{1}{2} \mathbf{v}^T M_A \mathbf{v} \quad (2.2.3.)$$

v je vektor svih šest brzina kada opisujemo brod sa šest stupnjeva slobode, a M_A matrica 6x6.

$$v_1 = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 0 \end{bmatrix}; v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{bmatrix} \quad (2.2.4.)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_1} \right) + v_2 \times \frac{\partial T}{\partial v_1} = [X \quad Y \quad 0]^T \quad (2.2.5.)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_1} \right) + \begin{bmatrix} 0 & -r & 0 \\ r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial v_1} = [X \quad Y \quad 0]^T \quad (2.2.6.)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_2} \right) + v_2 \times \frac{\partial T}{\partial v_2} + v_1 \times \frac{\partial T}{\partial v_1} = [0 \quad 0 \quad N]^T \quad (2.2.7.)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_2} \right) + \begin{bmatrix} 0 & -r & 0 \\ r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial v_2} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & v \\ 0 & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial v_1} = [0 \quad 0 \quad N]^T \quad (2.2.8.)$$

Uvrštavanjem se dobije :

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_v v + Y_r r \\ 0 & 0 & X_u u \\ -Y_v v - Y_r r & -X_u u & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.9.)$$

Više u izvorima [2] i [12].

Brod koji se pozicionira, giba se brzinama manjim od 2 m/s. U tom slučaju trenje se može modelirati kao linearno viskozno trenje, a funkcija je hidrodinamičkih derivacija i brzine plovila. Modelirano je matricom D :

$$D = \begin{bmatrix} -X_u & 0 & 0 \\ 0 & -Y_v & -Y_r \\ 0 & -N_v & -N_r \end{bmatrix} \quad (2.2.10.)$$

Kao što je već spomenuto, članovi ove matrice mogu se dobiti iz rješenja *Cumminsove* jednadžbe ili iz hidrodinamičkih programa. Dodatno, sila uzrokovana ovim trenjem, može se modelirati da eksponencijalno opada, kako se relativna brzina broda povećava.

Može se primijetiti da je gibanje u uzdužnom smjeru neovisno od gibanja u ostala dva stupnja slobode.

Sada jednadžbu (2.1.14.) možemo napisati kao:

$$(M_{RB} + M_A)\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_A(v))v + Dv = \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_0 \quad (2.2.11.)$$

Relativna brzina broda V_{RC} s obzirom na fluid određena je brzinom morskih struja V_C , koja ima komponente u_c i v_c :

$$V_{RC} = \sqrt{(u - u_c)^2 + (v - v_c)^2} \quad (2.2.12.)$$

Brzina broda određena je formulom:

$$U = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2.2.13.)$$

Brzina struja je određena formulom:

$$V_c = \sqrt{u_c^2 + v_c^2} \quad (2.2.14.)$$

Na slici 2.2.1. prikazano je plovilo s kursom ψ i vektor struja iznosa V_c . Kut upada struja na brod je γ_c , a pozitivan je u smjeru kazaljke na satu. Utjecaj struja na brod ovisi o kutu γ_c u svakom trenutku, a za potrebe simulacije, mijenja se samo promjenom kursa broda i određen je izrazom:

$$\gamma_c = \psi - \pi - \beta_c \quad (2.2.15.)$$

gdje je:

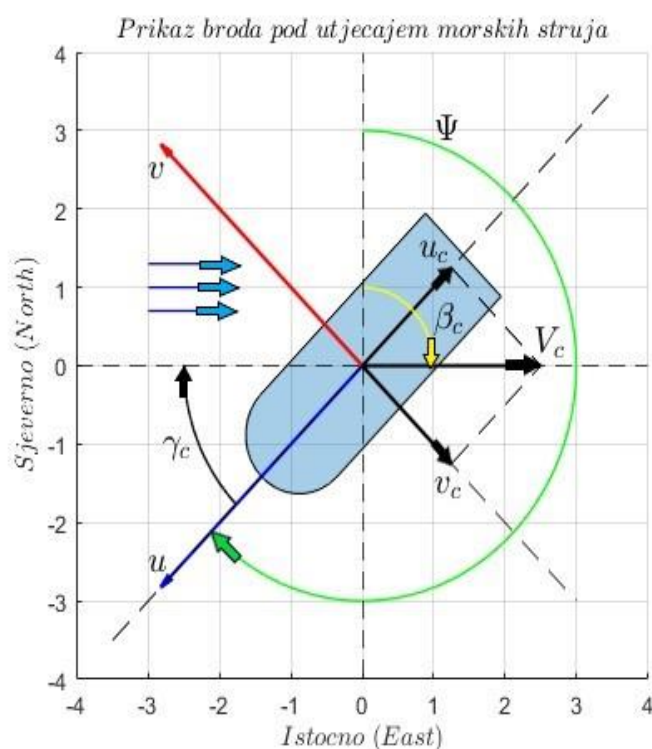
- β_c kurs struje
- γ_c kut upada struja na brod
- ψ kurs broda.

Komponente brzina struja kod proračuna relativne brzine broda možemo dobiti iz:

$$u_c = -V_c \cos(\gamma_c) \quad (2.2.16.)$$

$$v_c = V_c \sin(\gamma_c) \quad (2.2.17.)$$

Potrebno je uzeti u obzir da je kurs realni broj iz seta od 0 do 2π , a kut upada struja na brod iz seta $-\pi$ do π . Struje na slici 2.2.1. djeluju tako da smanjuju brzinu broda u uzdužnom i poprečnom smjeru.



Slika 2.2.1. Prikaz kutova i vektora brzina broda i morskih struja

Morske struje uzrokuju dodatno trenje, koje ovisi o gustoći fluida, obliku i finoći oplata broda pod vodom, kutnoj brzini broda itd.

To su integracijske formule, koje se mogu približno opisati pomoću koeficijenata C_x , C_y i C_n [2]. Ono je prikazano stupčastim vektorom d , koji će preuzeti ulogu trenja pri većim relativnim brzinama.

$$d(V_{RC}, \gamma_C) = \begin{bmatrix} -k \frac{1}{2} \rho A_F C_x(\gamma_C) V_{RC}^2 \\ -k \frac{1}{2} \rho A_L C_y(\gamma_C) V_{RC}^2 \\ -\frac{1}{2} \rho A_L L C_n(\gamma_C) V_{RC}^2 - N_{|r|r} |r| r \end{bmatrix} \quad (2.2.18.)$$

gdje je:

- k -1 ako je brzina broda U veća od brzine struja V_c , a 1 ako je manja
- ρ gustoća fluida
- A_F približna frontalna površina broda pod vodom
- A_L približna uzdužna površina broda pod vodom
- L duljina broda
- r kutna brzina broda
- $N_{|r|r}$ hidrodinamička derivacija.

Približna frontalna površina je umnožak gaza i širine broda, a približna uzdužna površina je umnožak gaza i duljine broda.

Član $N_{|r|r} |r| r$ predstavlja destabilizirajući moment, kojim je objašnjena nestabilnost kursa zbog načina izvedbe brodova [2]. C_x , C_y i C_n se mogu odrediti eksperimentima u zračnim tunelima.

Zbog toga što se ti koeficijenti mijenjaju ovisno o kutu upada struje na smjer broda, mogu se procijeniti s trigonometrijskim formulama, uz proizvoljne vršne vrijednosti.

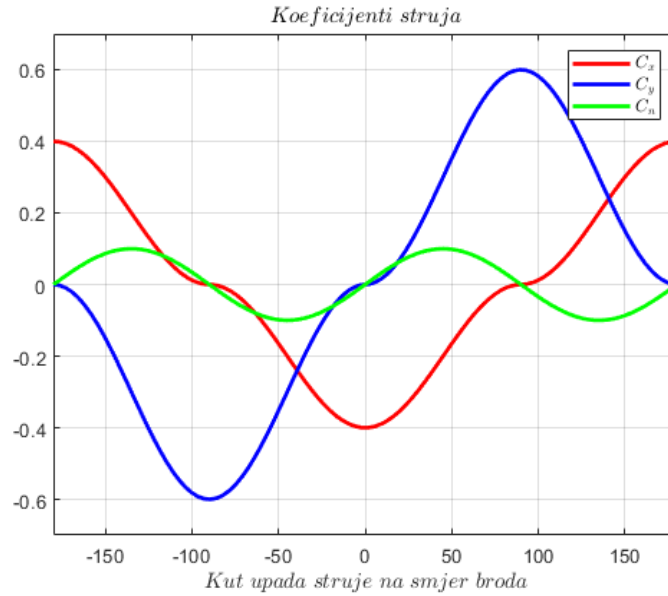
U ovom diplomskom radu vršne vrijednosti C_{xmax} , C_{ymax} i C_{nmax} , koeficijenti između nule i jedan, preuzeti su iz eksperimentalnih rezultata za tanker [2].

$$C_x(\gamma_C) = -C_{xmax} \cos(\gamma_C) |\cos(\gamma_C)| \quad (2.2.19.)$$

$$C_y(\gamma_C) = C_{ymax} \sin(\gamma_C) |\sin(\gamma_C)| \quad (2.2.20.)$$

$$C_n(\gamma_C) = C_{nmax} \sin(2\gamma_C) \quad (2.2.21.)$$

Na slici 2.2.2. prikazani su koeficijenti struja u ovisnosti o kutu upada struja na brod.



Slika 2.2.2. Koefficienti struja C_x , C_y i C_n kao funkcije kuta γ_c

Formula (2.2.11.) sada poprima oblik:

$$(M_{RB} + M_A)\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_A(v))v + e^{-\alpha V_{RC}} D v_R + d(V_{RC}, \gamma_C) = \tau_{vj} + \tau_0 \quad (2.2.22.)$$

gdje je:

- v_R vektor relativne brzine plovila određen formulom 2.2.19.
- $e^{-\alpha V_{RC}}$ eksponencijalno prigušenje ovisno o relativnoj brzini plovila i faktoru prigušenja α .

$$v_R = v - v_C = \begin{bmatrix} u - u_C \\ v - v_C \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_R \\ v_R \\ r \end{bmatrix} \quad (2.2.23.)$$

Moguća je zamjena vektora v s v_R bez utjecaja na rješenje jednadžbe, uz uvjet da je brzina morskih struja linearna i da se matrica C_{RB} napiše kao u jednadžbi (2.1.16.) [2]. Uz postavljanje faktora prigušenja α na jedinicu i zamjene:

$$M = M_{RB} + M_A \quad (2.2.24.)$$

$$C = C_{RB} + C_A \quad (2.2.25.)$$

Jednadžbu (2.2.18.) možemo napisati kao:

$$M \dot{v}_R + C(v_R) v_R + e^{-V_{RC}} D v_R + d(V_{RC}, \gamma_C) = \tau_{vj} + \tau_0 \quad (2.2.26.)$$

Koordinate broda u inercijalnom sustavu dobijemo iz jednadžbe (2.1.5.).

2.3. Određivanje hidrodinamičkih derivacija

Hidrodinamičke derivacije, članove matrica M i C , mogu se dobiti iz polu empirijskih formula [15], [16] i [4]. Ovako proračunate derivacije mogu poslužiti kao početna procjena u

Kalmanovom filtru kod stvarne implementacije algoritma. U praksi, sve brzine, parametri regulatora i modela se procjenjuju na temelju mjerenja položaja [5], [23].

Jednadžbe su dobivene temeljem teoretske dodane mase tijela sličnom avionskom krilu uronjenog u idealni fluid. Kasnije su te osnovne formule modificirane eksperimentalnim podacima i regresijskim metodama, da bi se dobio ovakav oblik. Dodana masa u uzdužnom smjeru X_u je zanemariva prema toj teoriji, pa se krilo zamijenilo produljenim elipsoidom.

Iz referenci su izvučeni bezdimenzionalni koeficijenti trenja (engl. *prime system* [2]). Tako odredimo hidrodinamičke derivacije preko osnovnih dimenzija broda i volumena broda pod vodom. Ako definiramo:

- duljina broda L je 3,5 m
- širina broda B je 1,5 m
- dubina gaza broda T je 0,15 m
- C_b je bezdimenzionalni koeficijent, procijenjen na 0,6, koji određuje omjer volumena broda pod vodom i volumena pravokutne prizme sa stranicama L, B i T
- ρ je gustoća morske vode, koja ovisi o salinitetu i temperaturi, a za potrebe simulacije postavljena je na 1024 kg/m^3 .

Volumen broda pod mirnom vodom je:

$$\nabla = C_b L B T \quad (2.3.1.)$$

Masu broda od 483,84 kg, dobijemo iz (2.3.1.):

$$m = \rho \nabla \quad (2.3.2.)$$

Članove matrice M i C određujemo preko sljedećih izraza:

$$X_u = -\frac{m}{\pi \sqrt{\frac{L^3}{\nabla}} - 14} [kg] \quad (2.3.3.)$$

$$Y_v = 0,5 \rho L^3 \left(-\pi \left(\frac{T}{L} \right)^2 \left(1 + 0,16 \left(\frac{C_b B}{T} \right) - 5,1 \left(\frac{B}{T} \right)^2 \right) \right) [kg] \quad (2.3.4.)$$

$$Y_r = 0,5 \rho L^4 \left(-\pi \left(\frac{T}{L} \right)^2 \left(0,67 \left(\frac{B}{L} \right) - 0,0033 \left(\frac{B}{T} \right)^2 \right) \right) [kgm] \quad (2.3.5.)$$

$$N_r = 0,5 \rho L^5 \left(-\pi \left(\frac{T}{L} \right)^2 \left(0,0833 + 0,017 \left(\frac{C_b B}{T} \right) - 0,33 \left(\frac{B}{L} \right) \right) \right) [kgm^2] \quad (2.3.6.)$$

$$I_z = 1,4(C_b * 0,055 + 0,029)mL^2 [kgm^2] \quad (2.3.7.)$$

Članove matrice D određujemo preko sljedećih izraza:

$$Y_r = \left(\frac{1}{2}\rho L^3 u_o\right) \left(-\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2\right) \left(-0,5 + 2,2 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,08 \left(\frac{B}{T}\right)\right) \left[\frac{kgm}{s}\right] \quad (2.3.8.)$$

$$Y_v = \left(\frac{1}{2}\rho L^2 u_o\right) \left(-\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \left(1 + 0,4 \left(\frac{C_B B}{T}\right)\right)\right) \left[\frac{kg}{s}\right] \quad (2.3.9.)$$

$$N_v = \left(\frac{1}{2}\rho L^3 u_o\right) \left(-\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \left(0,5 + 2,4 \left(\frac{T}{L}\right)\right)\right) \left[\frac{kgm}{s}\right] \quad (2.3.10.)$$

$$N_r = \left(\frac{1}{2}\rho L^4 u_o\right) \left(-\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \left(0,25 + 0,039 \left(\frac{B}{T}\right) - 0,56 \left(\frac{B}{L}\right)\right)\right) \left[\frac{kgm^2}{s}\right] \quad (2.3.11.)$$

Trenje u uzdužnom smjeru X_u neovisno je o ostalim smjerovima gibanja i ovisi o obliku trupa pod vodom. Zbog nemogućnosti pronalaženja adekvatnog izvora, procijenjeno je kao četvrtina trenja u poprečnom smjeru Y_v .

$$X_u = 0,25 Y_v \quad (2.3.12.)$$

Hidrodinamička derivacija $N_{|r|r}$ iz destabilizirajućeg člana, tako zvanog *Munk* momenta, nadodanog u vektoru nelinearnog trenja d , može se procijeniti kao:

$$N_{|r|r} = \left(\frac{1}{2}\rho L^5\right) 0,05 \left(\frac{T}{L}\right) \left(1,1 + 0,045 \frac{L}{T} - 0,27 \frac{B}{T} + 0,016 \left(\frac{B}{T}\right)^2\right) [kgm^2] \quad (2.3.13.)$$

2.4. Utjecaj vjetra na plovilo

Više o simulaciji utjecaja vjetra je u [2] i [13]. Vektor vjetra τ_{vj} možemo modelirati slično kao i struje, pomoću koeficijenata vjetra i izložene površine:

$$\tau_{vj} = \frac{1}{2} \rho_v V_{Rv}^2 \begin{bmatrix} Cx_v(\gamma_v) A_{Fv} \\ Cy_v(\gamma_v) A_{Lv} \\ Cn_v(\gamma_v) A_{Lv} L \end{bmatrix} \quad (2.4.1.)$$

gdje je:

- ρ_v gustoća vjetra, ovisna o temperaturi i vlažnosti, a postavljena je na $1,225 \text{ kg/m}^3$
- V_{Rv} je relativna brzina vjetra, koja je određena formulom (2.4.2.)
- γ_v je kut, koji srednji smjer vjetara zatvara sa smjerom gibanja.

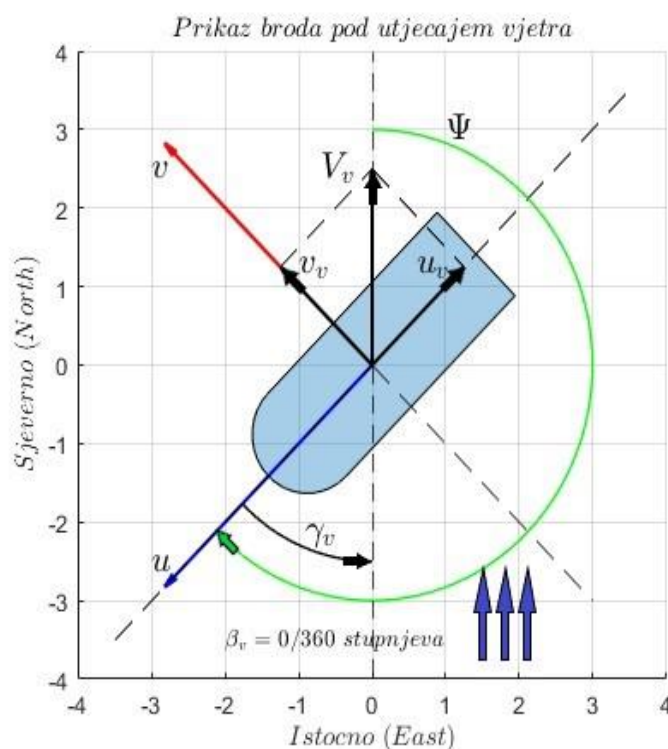
$$V_{Rv} = \sqrt{(u - u_v)^2 + (v - v_v)^2} \quad (2.4.2.)$$

$$\gamma_v = \psi - \pi - \beta_v \quad (2.4.3.)$$

Komponente brzine vjetra u_v i v_v mogu se dobiti iz formula:

$$u_v = -V_v \cos(\psi_v) \quad (2.4.4.)$$

$$v_v = V_v \sin(\psi_v) \quad (2.4.5.)$$



Slika 2.4.1. Prikaz kutova i vektora brzina broda i vjetra

V_v je srednja brzina vjetra, koja se u praksi dobije regresijom mjerenih podataka u periodu od 5 do 15 minuta ili slično.

Za potrebe simulacije, brzina vjetra i kurs vjetra β_v su konstantni, kao i kod morskih struja.

Na slici 2.3.1. grafički su ilustrirane sve veličine.

Kut γ_v je pozitivan obrnuto od smjera kazaljke na satu i kreće se u rasponu od -180 do 180 stupnjeva. Određen je formulom (2.4.3.).

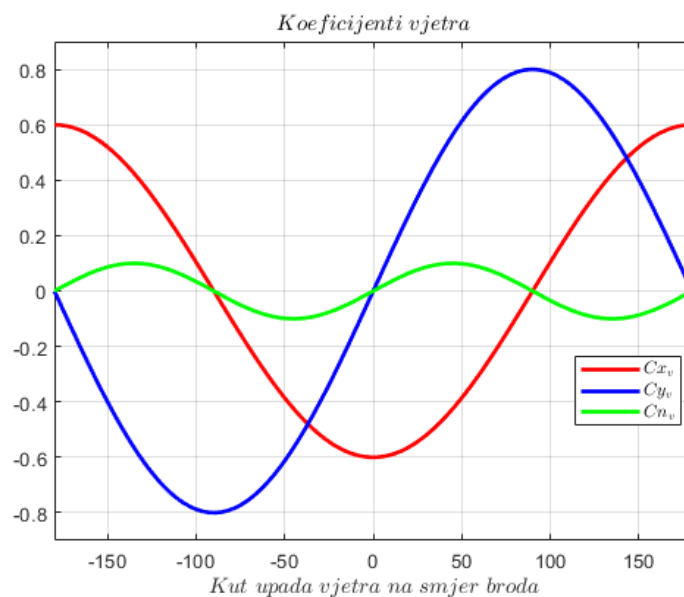
Koeficijenti ovise o obliku broda, ali se mogu za potrebe simulacije, kao i struje, aproksimirati trigonometrijskim formulama:

$$Cx_v \approx -c_{xmax} \cos(\gamma_v) \quad (2.4.6.)$$

$$Cy_v \approx c_{ymax} \sin(\gamma_v) \quad (2.4.7.)$$

$$Cn_v \approx c_{nmax} \sin(2\gamma_v) \quad (2.4.8.)$$

Vršne vrijednosti koeficijenata c_{xmax} , c_{ymax} i c_{nmax} se mogu aproksimirati s 0,6, 0,8 i 0,1.



Slika 2.4.2. Koefficienti vjetra C_{xv} , C_{yv} i C_{nv} kao funkcije kuta γ_v

A_{Fv} i A_{Lv} su frontalna i uzdužna površina plovila izložene vjetru i dobiju se iz:

$$A_{Fv} = BH \quad (2.4.9.)$$

$$A_{Lv} = LH \quad (2.4.10.)$$

gdje je H visina plovila iznad vodene linije, a procijenjena je na 0,6 m.

2.5. Definiranje potiska

τ_0 je vektor potiska, koje djeluju s hvatištem iz točke CG , neelastičnog tijela. Pretpostavljeno je da je na krmi električki motor s brodskim vijkom radijusa D_0 i definiran je okretajima po minuti n . Približni potisak koji električki motor može dati, određen je s te dvije dimenzije i koeficijentom klizanja. Na potisak utječe blizina oplata broda, strujanje fluida u okolini vijka, položaj vijka, te sama izvedba vijka i okolnog kućišta. Detaljniji opis se može pronaći u [17], [18], [19] i [20].

Za mapiranje broja okretaja vijka s proizvedenom silom, može se koristiti približna formula (2.5.1.).

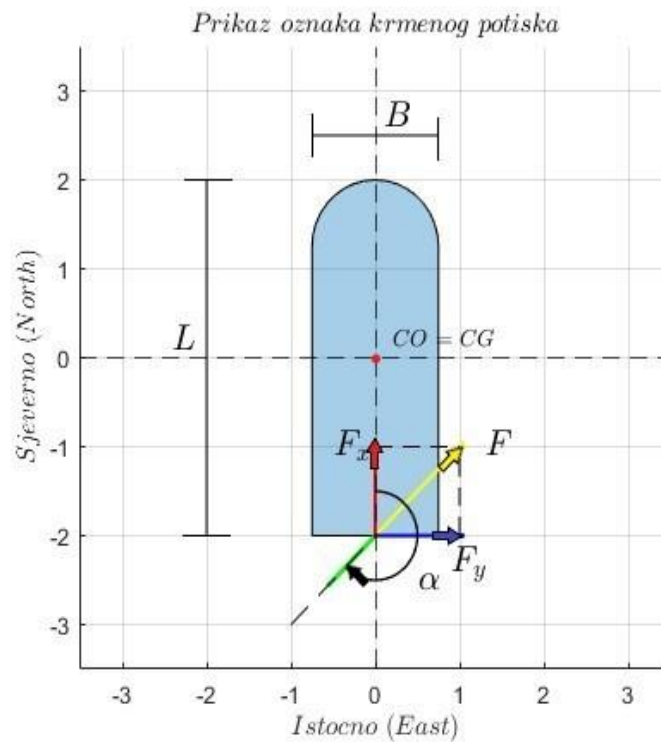
$$F(n) = K\rho n^2 D_0^4 \quad (2.5.1.)$$

gdje su:

- n broj okretaja vijka
- ρ gustoća fluida
- D_0 dijаметar vijka, koji je procijenjen na 0,15 m
- K je redukcijaska konstanta potiska, a postavljena je na 1.

Generator potiska modeliran je tako da ima ograničenje kuta u zakretanju α , da se može okretati samo u jednom smjeru, te da ima ograničenje u maksimalnom potisku.

Kad potisnik postigne dovoljan broj okretaja i kut zakreta je 180° , tada će se brod gibati po uzdužnom pravcu u smjeru x . Na slici 2.5.1. prikazane su osnovne veličine potiska i oznake dimenzija broda.



Slika 2.5.1. Tlocrt plovila s prikazom sila krmenog potisnika

Regulaciju vršimo preko članova vektora u_r :

$$u_r = \begin{bmatrix} u_{rx} \\ u_{ry} \\ u_{rN} \end{bmatrix} \quad (2.5.2.)$$

Regulator generira željenu silu u uzdužnom smjeru:

$$u_{rx} = F_x \quad (2.5.3.)$$

i željeni moment:

$$u_{rN} = F_y L/2 \quad (2.5.4.)$$

gdje je $L/2$ krak sile F_y , odnosno udaljenost od točke CO do brodskog vijka u horizontalnoj ravnini.

Iz željenog momenta i sile definira se iznos vektora F :

$$F = \sqrt{F_y^2 + F_x^2} \quad (2.5.5.)$$

Maksimalni iznos vektora ograničen je na oko 400 N. Potreban kut zakreta motora se proračuna iz:

$$\alpha = \pi - \arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \quad (2.5.6.)$$

Ograničenja su postavljena tako da je maksimalni kut zakreta 250° , minimalni kut zakreta 110° i da je maksimalna brzina zakretanja $\dot{\alpha}$ $40^\circ/\text{s}$. Time smo dobili iznose maksimalne sile u poprečnom smjeru:

$$F_{y\max-} = -400 \sin(110^\circ) \quad (2.5.7.)$$

$$F_{y\max+} = -400 \sin(250^\circ) \quad (2.5.8.)$$

Pomoću dobivenog vektora F i kuta zakreta α , proračunavamo komponente F_y i F_x :

$$F_x = -F \cos(\alpha) \quad (2.5.9.)$$

$$F_y = -F \sin(\alpha) \quad (2.5.10.)$$

Sile, koje propuštamo da djeluju na model, su:

$$\tau_0 = \begin{bmatrix} \tau_{0x} \\ \tau_{0y} \\ \tau_{0N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F \cos(\alpha) \\ -F \sin(\alpha) \\ F \sin(\alpha) L/2 \end{bmatrix} (1 - e^{-t/2}) \quad (2.5.11.)$$

Tromost generiranja potiska je dodana zbog nedostatnog modela brodskog vijka, ali i zbog toga što nisu modelirani motor, prijenosni zupčanici i osovine. Prijenosna funkcija prvog reda s vremenskom konstantom od 2 sekunde je prebačena u vremensko područje i nadodana vektoru τ_0 u jednadžbi (2.5.2.).

Potreban broj okretaja brodskog vijka dobijemo iz (2.5.1.) i (2.5.5.):

$$n = \sqrt{\frac{F}{\rho D_o^4}} \quad (2.5.12.)$$

3. POJEDNOSTAVLJENI MODEL ZA DIZAJN REGULATORA

Utjecaj struja prikazan je kao vektor, koji ne ovisi o brzini broda, već je pretpostavljeno da su te brzine zanemarive za pozicioniranje plovila u obliku *DP* ili *WOHC*.

Matrica nelinearnog trenja d i pojam relativne brzine zamijenjen je vektorom τ_{st} . Modeliranje vodenih struja sada ima približno isti oblik kao i modeliranje sila vjetra. Iznos sila ovisi isključivo o brzini fluida, približnoj površini izloženoj kontaktu i koeficijentima, koji ovise o orijentaciji plovila i smjeru struja ili vjetra.

Jednadžba broda, na osnovu koje ćemo dizajnirati regulator je:

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v = \tau_o + \tau_{vj} + \tau_{st} \quad (3.1.)$$

gdje je:

- M matrica mase i dodane mase, formula (3.2.)
- C matrica *Coriolisovih* i centripetalnih sila, formula (3.3.)
- D matrica linearnog viskoznog trenja, formula (2.2.10.)
- v vektor brzina u sustavu broda
- τ_{vj} procijenjene sile vjetra, formula (3.4.)
- τ_{st} procijenjene sile morskih struja, formula (3.5.)
- τ_o upravljački vektor, sile koje generira aktuator.

$$M = \begin{bmatrix} m - X_{\ddot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\ddot{v}} & -Y_{\ddot{r}} \\ 0 & -Y_{\ddot{r}} & I_z - N_{\ddot{r}} \end{bmatrix} \quad (3.2.)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (Y_{\dot{v}} - m)v + Y_{\dot{r}}r \\ 0 & 0 & (X_{\dot{u}} + m)u \\ (-Y_{\dot{v}} + m)v - Y_{\dot{r}}r & -(X_{\dot{u}} + m)u & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.)$$

Vektori, koji predstavljaju sile i moment struja i vjetra, iz formula (2.4.1.) i (2.2.14.), sada su:

$$\tau_{vj} = \frac{1}{2} \rho_v V_v^2 \begin{bmatrix} Cx_v(\gamma_v)BH \\ Cy_v(\gamma_v)LH \\ Cn_v(\gamma_v)L^2H \end{bmatrix} \quad (3.4.)$$

$$\tau_{st} = \frac{1}{2} \rho V_c^2 \begin{bmatrix} Cx(\gamma_c)BT \\ Cy(\gamma_c)LT \\ Cn(\gamma_c)L^2T \end{bmatrix} \quad (3.5.)$$

Magnitude brzina struja i vjetra, V_c i V_v , djeluju iz središta broda s relativnim smjerom na brod γ_c i γ_v . Kutovi upada na brod, γ_c i γ_v , se mijenjaju kako se kurs broda mijenja.

Nakon raspisivanja jednadžbi za svaki stupanj slobode, imamo jednadžbu translacije u smjeru x broda:

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} + rv(Y_{\dot{v}} - m) + Y_{\dot{r}}r^2 - X_{\dot{u}}u = \tau_{0x} + 0.5\rho_v V_v^2 C_{x_v}(\gamma_v)BH + 0.5\rho V_c^2 C_x(\gamma_c)BT \quad (3.6.)$$

jednadžbu translacije u smjeru y broda:

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - Y_{\dot{r}}\dot{r} + (X_{\dot{u}} + m)ur - Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r = \tau_{0y} + 0.5\rho_v V_v^2 C_{y_v}(\gamma_v)LH + 0.5\rho V_c^2 C_y(\gamma_c)LT \quad (3.7.)$$

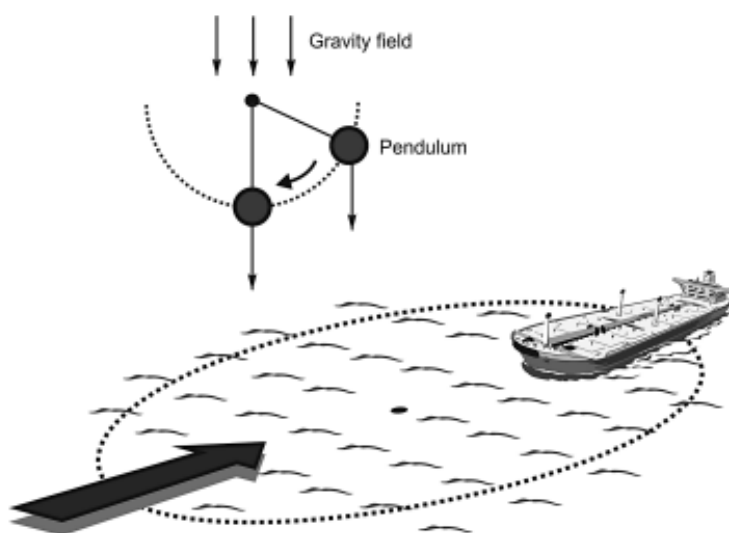
i jednadžbu rotacije oko osi z broda:

$$(-Y_{\dot{r}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} - (Y_{\dot{v}} - m)vu + Y_{\dot{r}}ru - (X_{\dot{u}} + m)uv - N_{\dot{v}}v - N_{\dot{r}}r = \tau_{0N} + 0.5\rho_v V_v^2 C_{n_v}(\gamma_v)L^2H + 0.5\rho V_c^2 C_n(\gamma_c)L^2T \quad (3.8.)$$

4. VREMENSKI OPTIMALNA REGULACIJA KURSA

Vremenski optimalna regulacija kursa (engl. *Weather optimal heading control* ili *WOHC*) je način stabilizacije kursa broda, tako da je pramac okrenut srednjoj uzrokovanoj sili, koja djeluje na plovilo, a uzorkuju je sile vjetra, valova i morskih struja. Ideja je proizašla iz stabilizacije njihala u vertikalnom položaju i u polju gravitacijske sile.

Njihalo (engl. *pendulum*) je obješena masa na čvrstoj niti, a stabilizacija u nestabilnom ekvilibrijumu se vrši primjenom momenta na osovinu o koju je obješeno, tako da masa na čvrstoj niti stoji uspravno. Kada na masu djeluje samo gravitacijska sila, ona je u stabilnom ekvilibrijumu. Analogno tome, brod se pokušava stabilizirati u stabilnom ekvilibrijumu na kružnici stalnog radijusa, tako da pramac broda gleda prema centru kružnice. To je ilustrirano na slici 4.1.



Slika 4.1. Brod na obodu kružnice u polju nepoznate sile u stabilnom ekvilibrijumu, zahvala autoru [2]

Regulator je dizajniran za neki oblik dinamičkog sidrenja manjeg plovila. Dinamičko sidrenje koriste moderne izvedbe malih električkih motora za pozicioniranje, koji se postavljaju na pramac broda (engl. *trolling motor*). Postavljanjem aktuatora na pramac, plovilo će uvijek biti okrenuto prema srednjoj sili vremenskih utjecaja.

U ovom slučaju, kada je aktuator na krmi broda, regulator dobiva informacije o koordinatama broda i kursu broda, a brzine u sustavu broda procjenjuje *Kalmanovim* filtrom, uz pomoć mjerenja iz akcelometara. Dakle, broj senzora i aktuatora ostaje isti. Dizajn regulatora koncentriran je na robusnost za vrijeme održavanja pozicije, odnosno, može se jedino upotrijebiti za slučaj kada se želimo zadržati na obodu kružnice proizvoljne koordinate, tako da prosljedimo regulatoru trenutne koordinate, odnosno koordinate centra kružnice.

Za potrebe manevriranja, potrebni su drugačiji modeli plovila, a time i druga vrsta regulacije [24] i [25].

4.1. DIZAJN PID REGULATORA

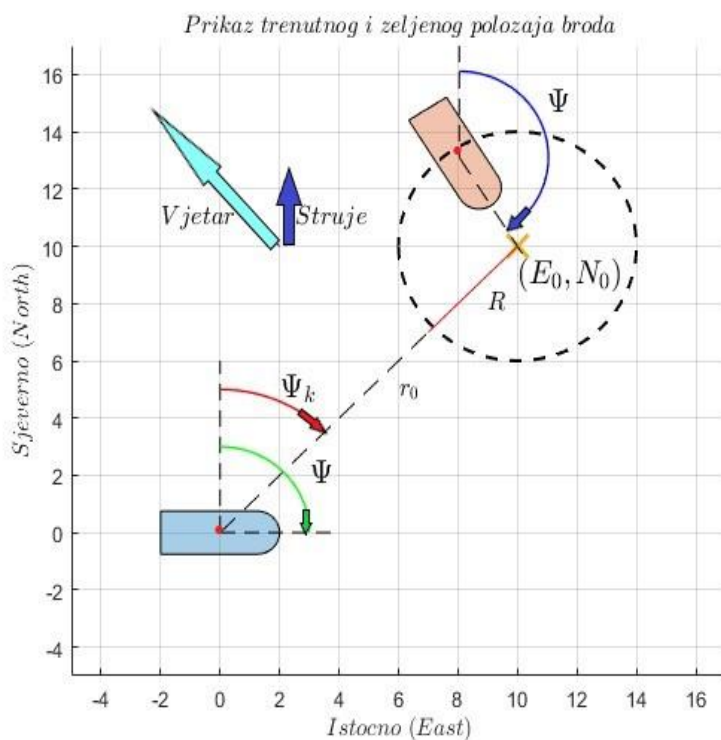
Više o vremenski optimalnom pozicioniranju i detaljniji opis regulacije može se pronaći u [2], [21] i [22]. *PID* (proporcionalna, integracijska i derivacijska) regulacija, prezentirana u ovom poglavlju, zasniva se na navedenim referencama uz blage modifikacije zakona upravljanja.

4.1.1. Definiranje pogreške

Pogrešku u uzdužnom smjeru broda definiramo kao dužinu, koja spaja točku na kružnici i točku *CO* na brodu. Pogrešku u kursu definiramo kao razliku u stupnjevima između kursa broda i kuta koji zatvara dužina r_0 i ortogonalna os *N* ili *y*. Kako bi djelovali na broj okretaja i kuta zakreta aktuatora, potrebno je definirati mjerljive ili procjenjive veličine, koje će poslužiti za dizajn regulatora. Regulaciju vršimo *PID* regulatorom na temelju razlike željene kutne brzine i brzine napredovanja, jer modelirani aktuator ima samo mogućnost jednog smjera okretanja. Na slici 4.1.1.1. ilustriran je trenutni i ciljani položaj broda s odgovarajućim oznakama. Položaj broda u sustavu *NED* definiramo vektorom:

$$\eta = \begin{bmatrix} N \\ E \\ \psi \end{bmatrix} \quad (4.1.1.1.)$$

Radijus kružnice označen je s R , a koordinate središta kružnice s N_0 i E_0 . Trenutni željeni kurs označen je s ψ_k , a računa se iterativno pomoću trenutnih koordinata broda i koordinata kružnice pomoću formule (4.1.1.3). Na slici 4.1.1.1. prikazani su vektori vjetra i struja. Vidljivo je da bi se brod trebao pozicionirati na kružnici, s kursom negdje između njih, ovisno o jačini obaju vektora. U ovom slučaju, brzina vjetra je 8 m/s, struja 0,3 m/s, a konačan kurs broda je $147,81^\circ$.



Slika 4.1.1.1. Željeni i trenutni položaj broda s naznačenim vektorima vjetra i struja

Odstupanje od kružnice je:

$$e = r_0 - R = \sqrt{(E_0 - E)^2 + (N_0 - N)^2} - R \quad (4.1.1.2)$$

Odstupanje od kursa je:

$$e_\psi = \psi_k - \psi = \arctg\left(\frac{E - E_0}{N - N_0}\right) - \psi \quad (4.1.1.3)$$

Dobiveni kut ψ_k i kurs broda ψ potrebno je računati ili mjeriti sa svakim novim položajem broda i preslikati u područje između -180 do 180 stupnjeva.

Greška položaja je u mirujućem sustavu NED , pa je stoga trebamo prebaciti u sustav broda koristeći transponiranu transformacijsku matricu $R^T(\psi)$ [2].

$$R^T(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1.1.4)$$

Stupčasti vektor odstupanja u sustavu broda e_b ima tri člana:

$$e_b = \begin{bmatrix} e_{bx} \\ e_{by} \\ 0 \end{bmatrix} = R^T(\psi) \begin{bmatrix} e \cos(\psi_k) \\ e \sin(\psi_k) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.1.5)$$

Komponenta greške, koja nas zanima, je uzdužna komponenta e_{bx} , jer je dovoljno održavati brod na pravilnom kursu i na kružnici. Tako će e_{by} konvergirati nuli.

$$e_{bx} = \left(\sqrt{(E_0 - E)^2 + (N_0 - N)^2} - R \right) (\cos(\psi_k) \cos(\psi) + \sin(\psi_k) \sin(\psi)) \quad (4.1.1.6)$$

4.1.2. PID regulacija udaljenosti od kružnice

Parametri regulatora i dizajn funkcija za prilagodbu pogreške, pronađeni su metodom pokušaja i pogreške. Željenu silu u uzdužnom smjeru u_{rx} , spomenute u formuli (2.5.3), izračunati ćemo na temelju greške e_{bx} , te razlike željene i mjerene ili procijenjene brzine plovila.

Razlika u brzinama poslužiti će za dizajn derivacijskog člana regulatora, koji će kompenzirati za brze promjene struja i vjetra. Oblik zakona regulacije u_{rx} je:

$$u_{rx} = K_{dx}(u_d - u) + K_{ix} \int k_{ix} e_{bx} dt + K_{px} k_{px} \quad (4.1.2.1.)$$

gdje je:

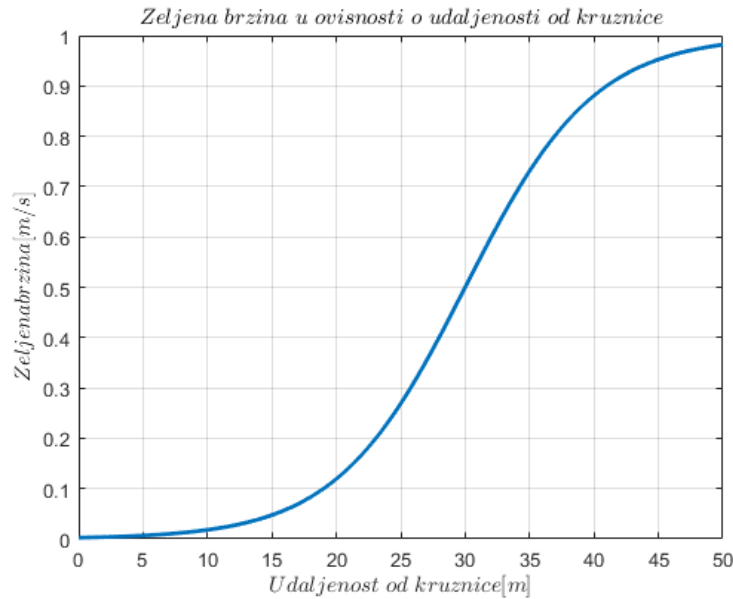
- K_{dx} derivacijska konstanta napredovanja
- K_{ix} integracijska konstanta napredovanja
- K_{px} proporcionalna konstanta napredovanja
- k_{ix} funkcija integracijske prilagodbe i ovisi o e_{bx}
- k_{px} funkcija proporcionalne prilagodbe i ovisi o e_{bx}
- u_d željena brzina napredovanja.

Željenu brzinu napredovanja dizajniramo na temelju udaljenosti od kružnice e_{bx} i uvijek je pozitivna zbog mogućnosti vrtnje vijka samo u jednom smjeru.

Osim toga, moramo voditi računa o maksimalnog uzdužnoj brzini plovila, što je za ovakav deplasmanski brod, procijenjeno na 1 m/s.

Željeni oblik brzine je prikazan na slici 4.1.2.1. , a u obliku formule je:

$$u_d = 0.5 \tanh\left(\frac{e_{bx} - 30}{10}\right) + 0.5 \quad (4.1.2.2.)$$



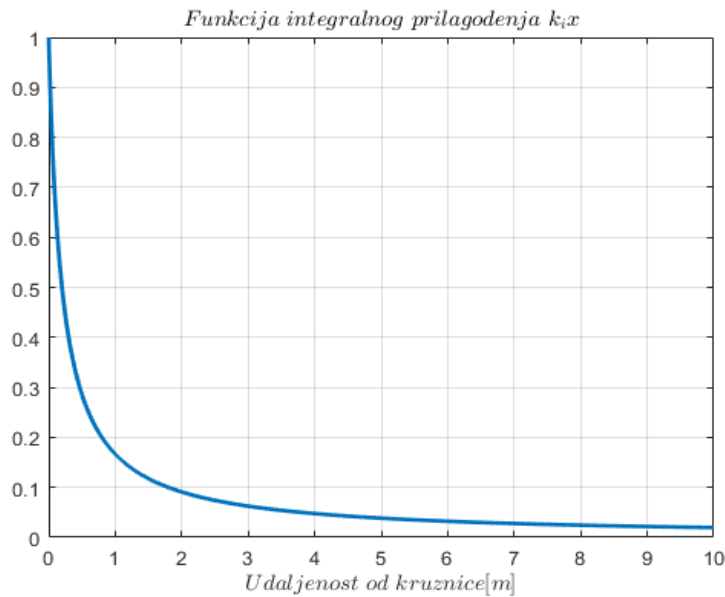
Slika 4.1.2.1. Željena brzina napredovanja

Derivacijska konstanta pronađena je na 420. Integracijski član je nužan kada je plovilo blizu ili na kružnici, zbog održavanja približno konstantne sile, koja će poništavati utjecaj vjetra i valova.

Dodaje se funkcija integracijske prilagodbe k_{ix} , da bi se osiguralo da taj dio regulatora značajnije djeluje kada su udaljenosti e_{bx} male. Na slici 4.1.2.2. je prikazan oblik funkcije, a u obliku formule je:

$$k_{ix} = \left| \frac{1}{5e_{bx} + 1} \right| \quad (4.1.2.3.)$$

U modelu je dodana funkcija ograničena između 1 i 0, zbog numeričke točnosti.



Slika 4.1.2.2. Funkcija integracijske prilagodbe k_{ix}

Integracijska konstanta je 0,25. Proporcionalna prilagodba k_{px} je u obliku:

$$k_{px} = 15 \tanh\left(\frac{e_{bx} - 30}{10}\right) + 15 \quad (4.1.2.4.)$$

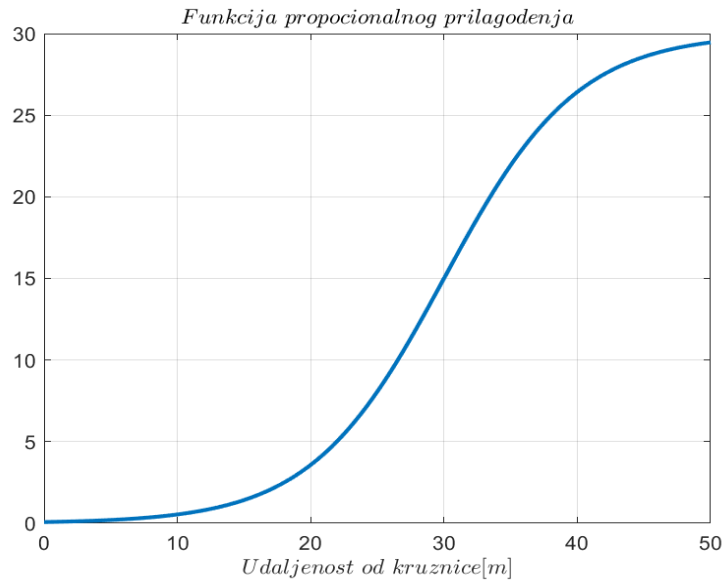
Proporcionalna konstanta pronađena je na 51. Na slici 4.1.2.3. ilustriran je oblik funkcije u ovisnosti o udaljenosti od kružnice.

Proporcionalni član je dodan zbog činjenice da derivacijski član postaje negativan, kada je razlika brzina negativna. Kada je brzina broda veće od željene brzine, jedino što možemo napraviti je svesti traženu silu u_{rx} na nulu, jer nemamo načina za usporiti brod.

Ako se približavamo cilju s brzinom većom od željene, derivacijski član će biti dovoljno negativan da poništi djelovanje proporcionalnog i integracijskog člana. Integracijski član se značajnije aktivira, tek na oko 2 m od cilja.

Kad se brod nalazi unutar kružnice, nije potrebna regulacija napredovanja. Dovoljno je okretati brod prema centru kružnice sa smanjenim djelovanjem, kao što je objašnjeno u poglavlju 4.1.3.

Kad se brod nađe unutar kružnice, a pogreška e iz formule (4.1.1.2), postane manja od jedinice umanjene za radijus kružnice, tražena sila u smjeru napredovanja je nula. To učinimo tako da pogrešku e_{bx} množimo s nulom.



Slika 4.2.3. Funkcija proporcionalne prilagodbe k_{px}

4.1.3. PID regulacija kursa

Željeni moment u_{rN} dobije se iz formule:

$$u_{rN} = K_{p\psi} \tanh(e_\psi) + K_{d\psi}(r_d - r) + K_{i\psi} \int k_{i\psi} e_\psi dt \quad (4.1.3.1.)$$

gdje je:

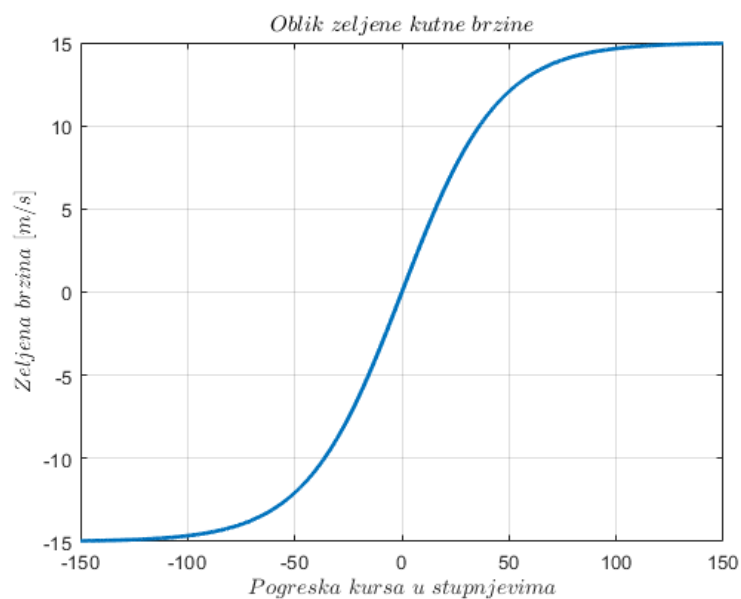
- $K_{d\psi}$ derivacijska konstanta regulacije kursa
- $K_{i\psi}$ integracijska konstanta regulacije kursa
- $K_{p\psi}$ proporcionalna konstanta regulacije kursa
- $k_{i\psi}$ funkcija integracijske prilagodbe
- r_d željena kutna brzina plovila
- e_ψ pogreška kursa definirana formulom (4.1.1.3.).

Regulacije kursa je najbitnija kod ovakvog tipa pozicioniranja, a derivacijski član ima glavnu ulogu kod reagiranja na nagle promjene vjetra i struja.

Željenu kutnu brzinu dizajniramo na temelju pogreške kursa e_ψ i maksimalne kutne brzine plovila, koja je procijenjena na 15 °/s. Oblik željene kutne brzine prikazan je na slici 4.1.3.1., a u obliku formule je:

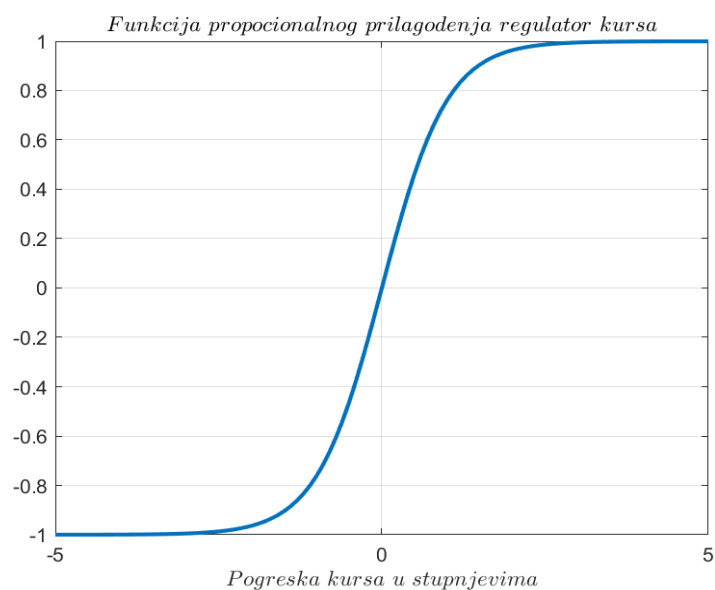
$$r_d = 15 * \tanh\left(\frac{e_\psi}{45}\right) \quad (4.1.3.2.)$$

Derivacijska konstanta $K_{d\psi}$ postavljena je na 8. Kod simulacija, primijećeno je da regulator s derivacijskom konstantom manjom 8, ne može podnijeti veće udare vjetra.



Slika 4.3.1. Željena brzina zakretanja broda, ovisna o pogrešci kursa

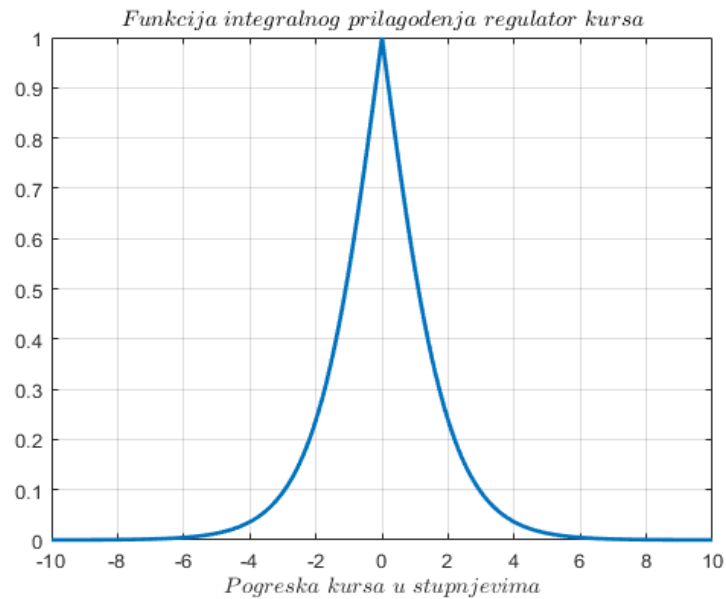
Proporcionalni član je dodan, jer je primijećeno da ubrzava konvergenciju pogreške kursa. Na slici 4.1.3.2. , ilustriran je oblik funkcije $\tanh(e_\psi)$. Proporcionalna konstanta je 1.



Slika 4.1.3.2. Funkcija $\tanh(e_\psi)$

Integracijski član regulatora je dodan da bi sveo pogrešku kursa na nulu. Kao i kod regulatora napredovanja, dodana je funkcija prilagodbe, ilustrirana na slici 4.1.3.3. , u obliku:

$$k_{i\psi} = 1 - |\tanh\left(\frac{e_\psi}{2}\right)| \quad (4.1.3.3.)$$



Slika 4.1.3.3. Funkcija integracijske prilagodbe $k_{i\psi}$

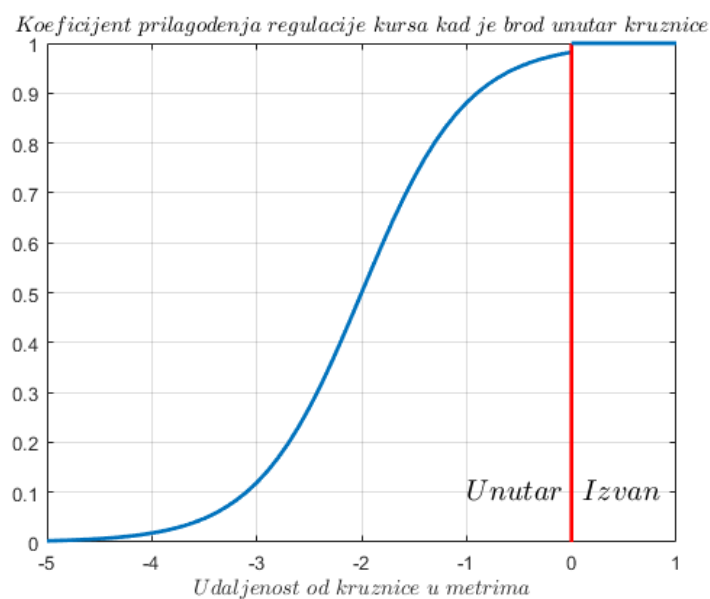
Integracijska konstanta $K_{i\psi}$ postavljena je na 0,05. Kada se brod nalazi unutar kružnice, potrebno je regulaciju kursa svesti na minimum, jer osim momenta koji signal u_{rN} stvara, na plovilo djeluje i sila u poprečnom smjeru. Slično kao kod regulacije napredovanja djelujemo na pogrešku kursa e_ψ koeficijentom p_k između 0 i 1 :

$$p_k = p_0 * (-0.5 - 0.5 \tanh(|e| - 2)) + 1 \quad (4.1.3.4.)$$

gdje je:

- e je udaljenost od kružnice određena formulom (4.1.1.2.)
- p_0 je jedan ako je brod na obodu ili unutar kružnice, a nula u suprotnom.

Na slici 4.1.3.4. prikazana je funkcija $p_k(e)$.



Slika 4.1.3.4. Ilustracija koeficijenta p_k u ovisnosti o udaljenosti broda od kružnice

4.2. DIZAJN REGULACIJE METODOM POVRATNOG HODA

Osnovno načelo metode povratnog hoda (engl. *backstepping*) polazi od analize stabilnosti sustava preko *Lyapunovljeve* funkcije. Ta funkcija predstavlja zbroj ukupne kinetičke i potencijalne energije koje sustav posjeduje.

Sustavu, koji je opisan diferencijalnim jednadžbama, potrebno je pronaći zakon upravljanja tako da je vrijednost te funkcije, u stabilnom ekvilibrijumu, nula. Za sva ostala stanja sustava, vrijednost te funkcije kontinuirano raste kako se odmičemo od minimuma. Derivacija *Lyapunovljeve* funkcije po vremenu podrazumijeva lančano pravilo i mora biti negativno definitna (*Barbalatova* lema [26]). Drugim riječima, ima maksimum u stabilnom ekvilibrijumu, a vrijednost funkcije stalno opada kako se udaljujemo od maksimuma. U načelu, oblik *Lyapunovljeve* funkcije nije poznat, te se ona aproksimira nekim oblikom kvadratnih funkcija pogreške. Ako imamo objekt, koji prati referentnu trajektoriju u prostoru stanja ili proces, koji se mora stabilizirati oko referentne vrijednosti, definirana pogreška će u oba slučaja težiti ka nuli.

Upravo iz uvjeta da funkcija mora biti negativno definitna, odabiremo zakon upravljanja, kojim kratimo ili nadvladavamo nelinearnosti, kojima ne znamo predznak, te osiguravamo eksponencijalnu konvergenciju prema stabilnom ekvilibrijumu.

Detaljno objašnjenje značenja stabilnosti sustava i analiza nelinearnih sustava, gledano kroz prizmu *Lyapunovljeve* funkcije, može se pronaći u [26], [27], [28] i [2]. U nastavku će površno biti prikazan dizajn zakona upravljanja, a u potpunosti se temelji na članku [21].

Polazimo od sustava diferencijalnih jednadžbi opisanih u trećem poglavlju.

$$\dot{\eta} = R(\psi)v \quad (4.2.1)$$

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v = \tau_o + w \quad (4.2.2.)$$

gdje je w ukupni neznani vremenski utjecaj na brod, u našem slučaju kombinirani utjecaj vjetera i struja.

Zbog lakšeg dizajna, prikazujemo položaj broda u polarnim koordinatama. Udaljenost točke CO broda od centra kružnice (E_0, N_0) je r_0 , a određena je formulom (4.1.1.2.). Kut, koji uzdužna os broda zatvara za osi N , je ψ_k , a određen je formulom (4.1.1.3.). Odnos *Kartezijevih* koordinata iz jednadžbe (2.1.2.) i polarnih koordinata je:

$$E = E_0 + r_0 \cos(\psi_k) \quad (4.2.3.)$$

$$N = N_0 + r_0 \sin(\psi_k) \quad (4.2.4.)$$

Definiramo nova stanja:

$$x = [r_0, \psi_k, \psi]^T \quad (4.2.5.)$$

Derivacijom jednadžbi (4.2.3.) i (4.2.4), te uz činjenicu da je centar kružnice konstantan, dobivamo izraz u vektorsko-matričnoj formi:

$$\dot{\eta} = R(\psi)H(r_0)\dot{x} \quad (4.2.6.)$$

gdje je $H(\psi_k)$ matrica 3x3, određena formulom (4.2.7.).

$$H(r_0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.7.)$$

Kombinacijom formula (4.2.1.) i (4.2.6.) imamo:

$$\dot{x} = T(x)v = H^{-1}(r_0)R^T(\psi_k - \psi)v \quad (4.2.8.)$$

Ako izrazimo brzine u sustavu broda preko polarnih koordinata iz formule (4.2.8.) i uvrstimo u (4.2.2.) dobivamo:

$$M_x(x)\ddot{x} + C_x(x, v)\dot{x} + D(x, v)\dot{x} = T^{-1}\tau_o + T^{-1}w \quad (4.2.9.)$$

$$M_x(x) = T^{-T}(x)MT^{-1}(x) \quad (4.2.10.)$$

$$C_x(x, v) = T^{-T}(x)(C(v) - MT^{-1}(x)\dot{T}(x))T^{-1}(x) \quad (4.2.11.)$$

$$\dot{T}(x) = -\dot{r}_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_0^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - (\dot{\psi}_k - \dot{\psi})H^{-1}(r_0) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} R(\psi_k - \psi) \quad (4.2.12.)$$

$$D_x(x, v) = T^{-T}(x)D(v)T^{-1}(x) \quad (4.2.13.)$$

Razliku kutova, $\psi_k - \psi$, već smo definirali formulom (4.1.1.3.). Cilj regulacije je već objašnjen u uvodnom tekstu četvrtog poglavlja, no potrebno je naglasiti da će na brod u stabilnom ekvilibrijumu, a okrenut pramcem prema centru kružnice, djelovati rezultirajuća sila vjetra i struje samo u uzdužnom smjeru. Tako da će vektor w , nakon pozicioniranja broda na optimalnom kursu i položaju na kružnici, biti:

$$w = \phi F_e = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_e \quad (4.2.14.)$$

gdje je F_e rezultirajuća sila na brod od vjetra i struja u uzdužnom smjeru.

Sada definiramo vektor željenih stanja broda:

$$x_d = [r_{0_d} \quad \psi_{kd} \quad \psi_d]^T \quad (4.2.15.)$$

Željena udaljenost od centra kružnice r_{0_d} je njen radijus R , a željeni kurs broda ψ_d je kut ψ_k , preslikan u područje između 0 i 360 stupnjeva. Željeni kut je ψ_{kd} je nepoznat, ali znamo da bi brod trebao imati minimalnu tangencijalnu brzinu po kružnici, pa je derivacija, $\dot{\psi}_{kd}$, nula.

Sljedeće, preslikavamo stanja x u nova stanja z i definiramo:

$$z_1 = x - x_d \quad (4.2.16.)$$

Jednadžba (4.2.16.) predstavlja odstupanja od željenih trajektorija.

Drugo stanje z_2 povezujemo s prvim, stabilnim sustavom prvog reda:

$$z_2 = \dot{z}_1 + \Lambda z_1 \quad (4.2.17.)$$

gdje je Λ dijagonalna 3x3 matrica, a vrijednosti pozitivnih konstanti se moraju pronaći ili online prilagođavati.

Formula (4.2.17.) predstavlja mjeru praćenja, a koliko brzo varijabla z_1 konvergira prema z_2 , određuju vremenske konstante određene dijagonalnim članovima matrice Λ . Poželjno je da su polovi tog sustava prvog reda što dalje od ostalih polova sustava prema ishodištu kompleksne ravnine i ostale nemodelirane dinamike i okoliša [28]. Sada definiramo pomoćnu varijablu, referencu, x_r :

$$z_2 = \dot{x} - x_r \quad (4.2.18.)$$

Možemo definirati stanja \dot{x} i \ddot{x} , preko formule (4.2.18.), kao:

$$\dot{x} = z_2 + \dot{x}_r \quad (4.2.19.)$$

$$\ddot{x} = \dot{z}_2 + \ddot{x}_r \quad (4.2.20.)$$

a sustav (4.2.9.) izraziti preko varijabli z_2 i x_r :

$$M_x \dot{z}_2 + C_x z_2 + D_x z_2 = T^{-1} \tau_o + T^{-1} w - M_x \ddot{x}_r - C_x \dot{x}_r - D \dot{x}_r \quad (4.2.21.)$$

Dizajn zakona regulacije kreće od definiranja *Lyapunovljeve* funkcije V i definiranja jednog oblika nelinearnog PD zakona, preko varijabli z_1 i z_2 , a da je derivacija funkcije V negativno definitna. U ovom slučaju imamo sustav drugog reda, tako i dvije varijable z i dvije *Lyapunovljeve* funkcije V_1 i V_2 . Prvi korak je definiranje prvog dijela funkcije, V_1 za prvu varijablu greške z_1 :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^T K_p z_1 \quad (4.2.22.)$$

gdje je K_p dijagonalna matrica 3x3, a vrijednosti proporcionalnih pozitivnih konstanti se moraju pronaći ili online prilagođavati.

Derivacija V_1 je:

$$\dot{V}_1 = \frac{\partial V_1}{\partial z_1} \dot{z}_1 = -z_1^T K_p \Lambda z_1 + z_1^T K_p z_2 \quad (4.2.23.)$$

Smatra se da u sustavu nema potencijalne energije, uzrokovane efektom opruge, već samo trenje i sile propulzije, te vremenski utjecaji. Kinetičku energija je dobivena zbog akceleracije broda. Drugi dio, funkcija V_2 , je pseudo kinetička energija:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^T M_x z_2 \quad (4.2.24.)$$

Derivacijom funkcije V_2 , pojavljuje nam se upravljački signal, kojim ćemo prisiliti funkciju da bude negativno definitna.

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2^T M_x \dot{z}_2 + \frac{1}{2} z_2^T \dot{M}_x z_2 \quad (4.2.25.)$$

Vidimo da drugi član dobijemo iz (4.2.21.), a treći član. Konačan izraz je:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -z_1^T K_p \Lambda z_1 + z_1^T K_p z_2 \\ & + z_2^T (T^{-1} \tau_o + T^{-1} w - M_x \ddot{x}_r - C_x \dot{x}_r - D \dot{x}_r - C_x z_2 - D_x z_2) + \frac{1}{2} z_2^T \dot{M}_x z_2 \end{aligned} \quad (4.2.26.)$$

Kako je $z_1^T K_p z_2 = z_2^T K_p z_1$, a zbroj $z^T (\dot{M}_x - 2C_x)z$ jednak je nuli, za svaki z i x ([28],[21]), imamo:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -z_1^T K_p \Lambda z_1 - z_2^T D_x z_2 \\ & + z_2^T (K_p z_1 + T^{-1} \tau_o + T^{-1} w - M_x \ddot{x}_r - C_x \dot{x}_r - D \dot{x}_r) \end{aligned} \quad (4.2.27.)$$

Vektor τ_o oblikujemo tako da je funkcija negativno definitna. Vremenskim utjecajima ne znamo predznak ni iznos, stoga dodajemo derivacijski član, kojim ćemo osigurati konvergenciju greške ka nuli. Stoga s upravljačkim signalom oblika:

$$\tau_o = T^T (M_x \ddot{x}_r + C_x \dot{x}_r + D \dot{x}_r - K_p z_1 - K_d z_2) \quad (4.2.28.)$$

dobivamo oblik funkcije:

$$\dot{V}_2 = -z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 + z_2^T T^{-T} w \quad (4.2.29.)$$

Prirodno trenje je iskorišteno za povećanje stabilnosti sustava, koje se postiže samo uz upravljački signal (engl. *input-to-state stable* ili *ISS*). Kod implementacije algoritma, varijabla x_r prikazuje se jednačbom (4.2.18.). Matrica K_d je također dijagonalna pozitivno definitna matrica 3x3. Integracijsko djelovanje je potrebno, jer će postojati pogreška ustaljenog stanja. Potrebno je u svakoj iteraciji algoritma procjenjivati vremenski utjecaj i djelovati na upravljački signal:

$$\tau_o = T^T (M_x \ddot{x}_r + C_x \dot{x}_r + D \dot{x}_r - K_p z_1 - K_d z_2) - \phi \hat{F}_e \quad (4.2.30.)$$

Sada funkcija \dot{V}_2 ima oblik:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 + z_2^T T^{-T} w - z_2^T T^{-T} \phi \hat{F}_e = \\ & -z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 + z_2^T T^{-T} (\phi F_e - \phi \hat{F}_e) = \\ & -z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 - z_2^T T^{-T} \phi \tilde{F}_e = \\ & -z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 - \phi^T T^{-1} z_2 \tilde{F}_e \end{aligned} \quad (4.2.31.)$$

Način adaptacije dobije se definiranjem treće *Lyapunovljeve* funkcije V_3 :

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2\sigma} \tilde{F}_e^2 \quad (4.2.32.)$$

gdje je :

- $\tilde{F}_e = \hat{F}_e - F_e$ je razlika procijenjene i stvarne sile vremenskih utjecaja, koja djeluje na brod u stabilnom ekvilibrijumu iz jednačbe (4.2.14.)
- σ adaptacijska konstanta veća od nule.

Derivacija V_3 je:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + \frac{1}{\sigma} \dot{\tilde{F}}_e \tilde{F}_e \quad (4.2.33.)$$

Pretpostavljamo da je derivacija stvarnih utjecaja sporo promjenjiva, pa zaključujemo da je $\dot{F}_e = 0$, a time je i $\dot{\tilde{F}}_e = \dot{\hat{F}}_e$. Uvrštavanjem (4.2.31) u (4.2.33) dobivamo izraz za \dot{V}_3 :

$$\dot{V}_3 = -z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 + \tilde{F}_e (-\phi^T T^{-1} z_2 + \frac{1}{\sigma} \dot{\hat{F}}_e) \quad (4.2.34.)$$

Odabirom adaptacijskog pravila:

$$\dot{\hat{F}}_e = \sigma \phi^T T^{-1} z_2 \quad (4.2.35.)$$

Član u zagradama postaje nula, a time tjeramo funkciju \dot{V}_3 da zasigurno bude negativno definitna.

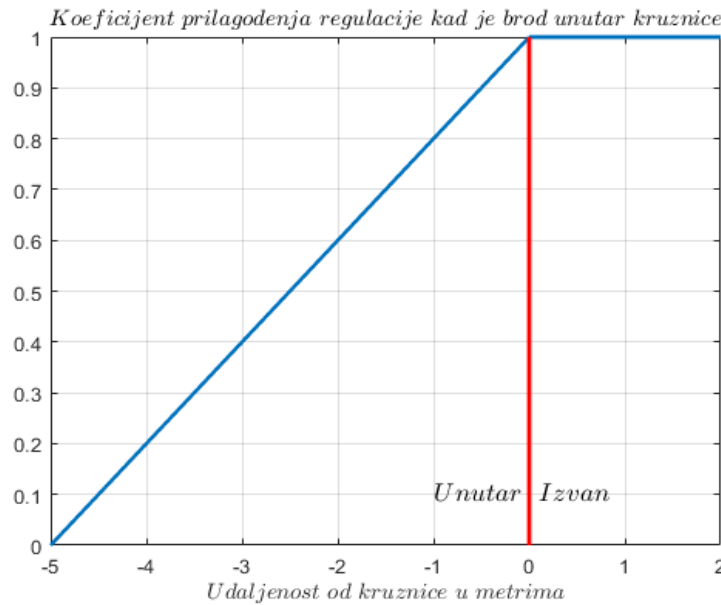
Koeficijenti matrica Λ , K_p i K_d , te σ , mogu se određivati procjenjivanjem tokom rada (engl. *online*) [27]. U ovom slučaju, koeficijenti su određeni metodom pokušaja i pogreške, kao i kod dizajna PID regulatora:

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} = \text{diag}\{0.02, 0, 1.3\} \quad (4.2.36.)$$

$$K_p = \text{diag}\{k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}\} = \text{diag}\{4, 0, 400\} \quad (4.2.37.)$$

$$K_d = \text{diag}\{k_{d1}, k_{d2}, k_{d3}\} = \text{diag}\{25, 10, 700\} \quad (4.2.38.)$$

Integracijska konstanta pronađena je na 2,5. Članovi λ_2 i k_{p2} su nula, čime se dopušta slobodno gibanje po tangenti kružnice, a k_{d2} određuje iznos trenja u smjeru zanošenja. Kada se brod nalazi unutar kružnice dodana je jednostavna, linearna prilagodba iznosu od 0 do 1, a ovisno o udaljenosti od centra kružnice.



Slika 4.2.1. Prilagodba regulacije za brod unutar kružnice

Koeficijent prilagodbe množi se silama i momentom, koje generira regulator. U ovom slučaju postoji i tražena sila u smjeru zanošenja iz formule (2.5.2.) u_{ry} , koju također trebamo uzeti u obzir. Potrebno je napraviti modifikaciju tražene sile potiska F_y iz formule (2.5.5). Sada proračunati moment u_{rN} dijelimo s krakom $L/2$, da dobijemo silu zanošenja zbog željenog momenta. Nju zbrajamo s u_{ry} i zbrajamo s procijenjenom silom u smjeru zanošenja \hat{t}_{0y} , određene formulom (2.5.11).

$$\hat{t}_{0y} = -F \sin(\alpha) \left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right) \quad (4.2.39.)$$

Potrebno je napomenuti da će model javiti grešku kod inicijalizacije položaja točno u centru kružnice, a zbog dijeljenja s nulom. Da bi se to izbjeglo dovoljno je pomaknuti inicijalni položaj za mali broj, reda numeričke pogreške.

U modelu su učinjene dvije, manje modifikacije s obzirom na postupak opisan ranije, a da bi rezultati imali smisla. Prva modifikacija je da je pogreška kuta iz formule (4.1.1.3.) pomnožena s -1 prije formiranja trećih članova varijabli z_1 i z_2 , za zakretanje. Posljedično tome, druga modifikacija je napravljena kod formiranja dijelova kontrolnog zakona iz formule (4.2.30.). Konkretno članovi za smjer napredovanja i smjer zanošenja $K_p z_1$ i $K_d z_2$ su također pomnoženi s -1.

Razlog pogreške može biti kod definiranja razlike kursa broda i tražene orijentacije $\psi_k - \psi$.

5. REZULTATI SIMULACIJA

Regulatori su dizajnirani na temelju modela iz trećeg poglavlja, a testirani su na modelu s uračunatom relativnom brzinom i nelinearnim trenjem, objašnjenom u drugom poglavlju. Potrebno je naglasiti da destabilizirajući *Munk* moment, kod modeliranja nelinearnog trenja, postaje nerealno velik, kod kratkotrajnih kutnih brzina broda od 10 stupnjeva po sekundi, pa je utjecaj tog člana reduciran na 50 %. Rezultati testiranja prikazani su u daljnjem tekstu.

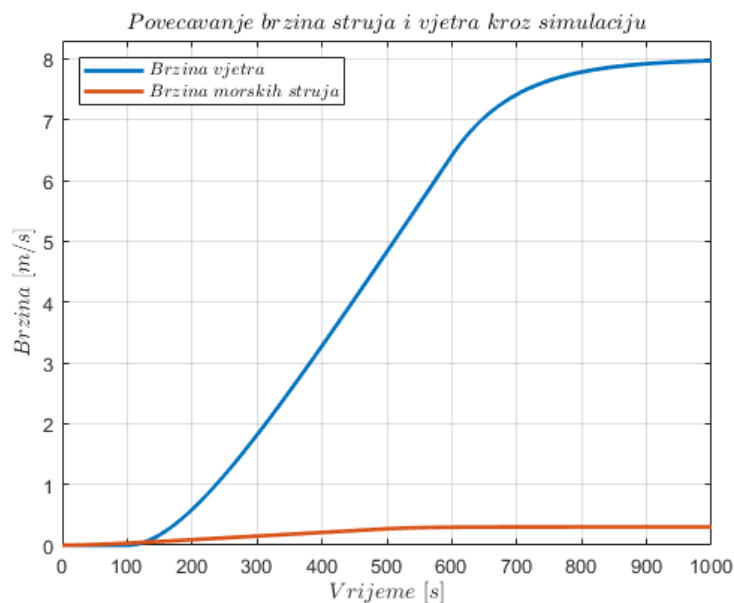
Početne koordinate broda, koje su i koordinate centra kružnice (E_0, N_0), odabrane su na (10,10). Radijus kružnice je 4 m. Simulacija traje 1000 s, a vrijeme uzorkovanja je 0,01 s. Utjecaj brzine struja je simuliran funkcijom rampe (engl. *ramp*), nagiba 0,002, s maksimalnim iznosom brzine V_{c0} od 0,3 m/s, s dodanom prijenosnom funkcijom prvog reda, uz vremensku konstantu od 50 s, u obliku:

$$V_{c0} = V_c 0,002t \left(1 - e^{-\frac{t}{50}}\right) \quad (5.1.)$$

Utjecaj brzine vjetra simuliran je na sličan način, s razlikom da funkcija rampe počinje u 100-toj sekundi, prijenosna funkcija ima vremensku 100 s, a maksimalni iznos brzine V_{v0} je 8 m/s:

$$V_{v0} = V_v 0,002t \left(1 - e^{-\frac{t}{100}}\right) \quad (5.2.)$$

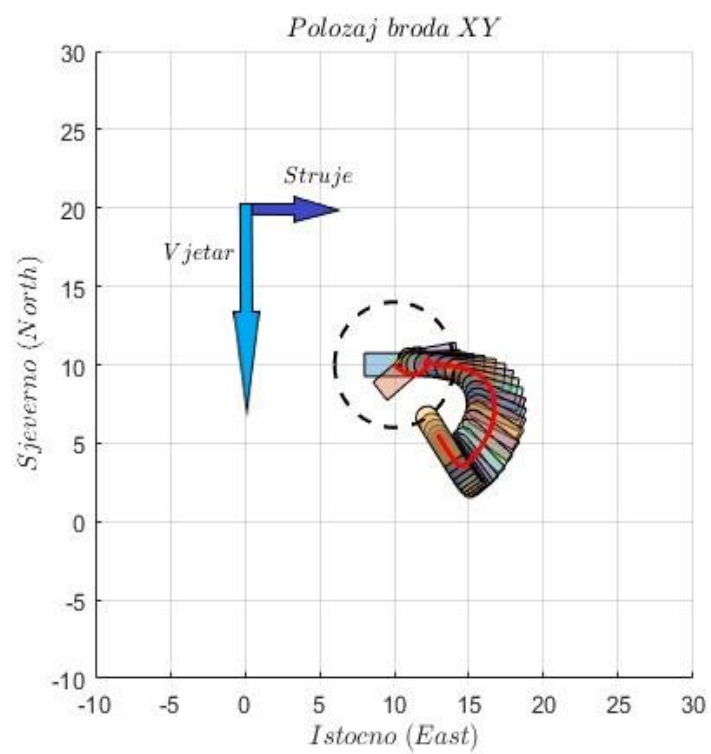
Na slici 5.1. ilustriran je prikaz utjecaja struja i vjetra za vrijeme simulacije.



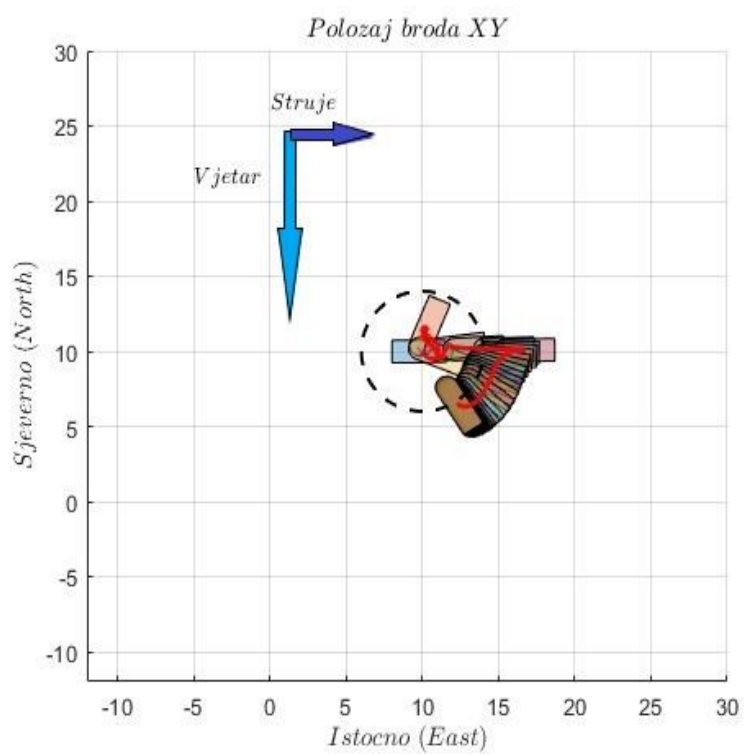
Slika 5.1. Povećavanje brzine struja i vjetra kroz simulaciju

Početni kurs broda je 90° , početni kut vjetra i početni kut struja su stalni kroz simulaciju. Na slici 5.2. prikazana je upotreba *PID* regulatora. Početni kut vjetra 90° , odnosno ima kurs $\beta_v 0^\circ$ ili 360° , a početni kut struja je 180° ili -180° , odnosno imaju kurs $\beta_c 270^\circ$. Na slici 5.4. prikazani su grafovi kursa ψ , uzdužne u i poprečne v brzine broda, procijenjeni broj okretaja brodskog vijka n i kut zakreta aktuatora α .

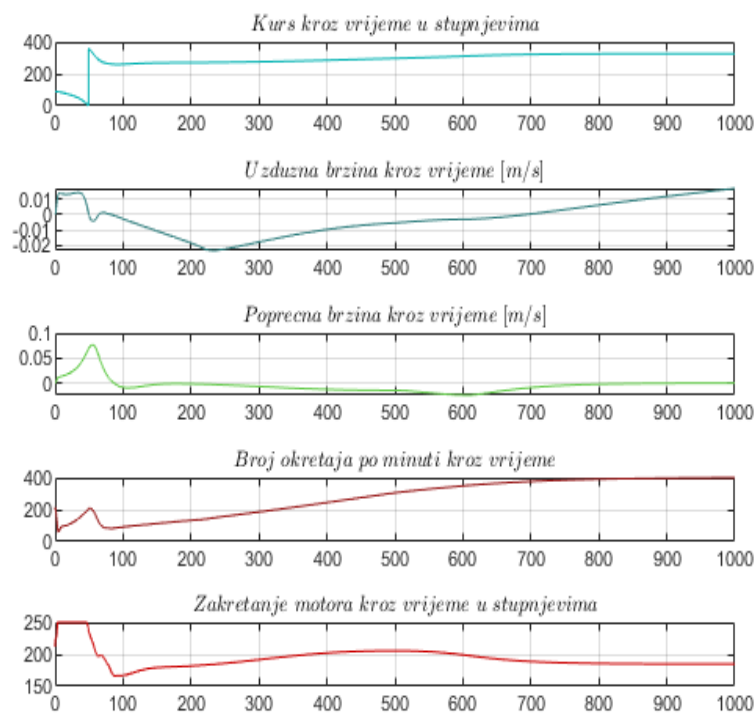
Usporedbe radi, na slici 5.3. prikazan je upotreba regulatora povratnog hoda, a na slici 5.5., ostali pripadajući signali.



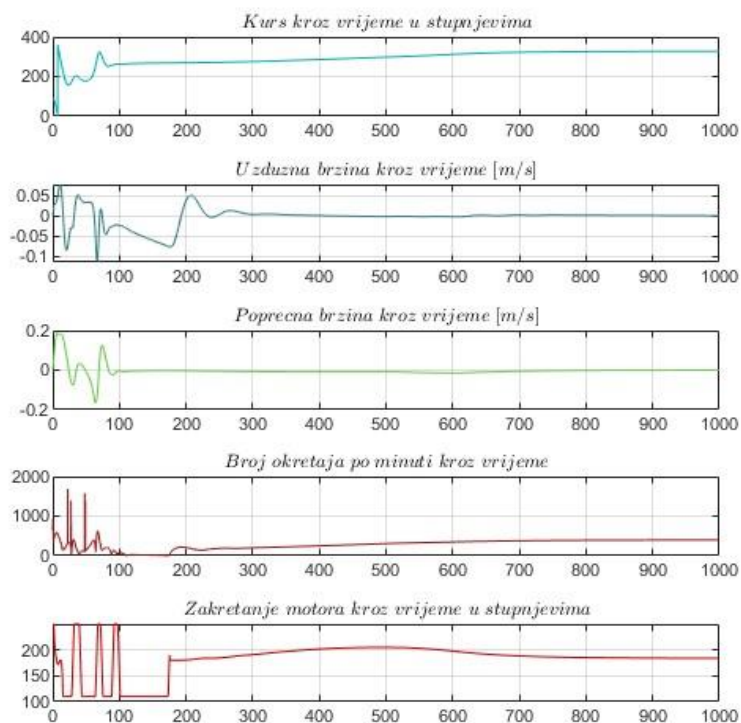
Slika 5.2. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za prvi slučaj, PID regulacija



Slika 5.3. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za prvi slučaj, metoda povratnog hoda

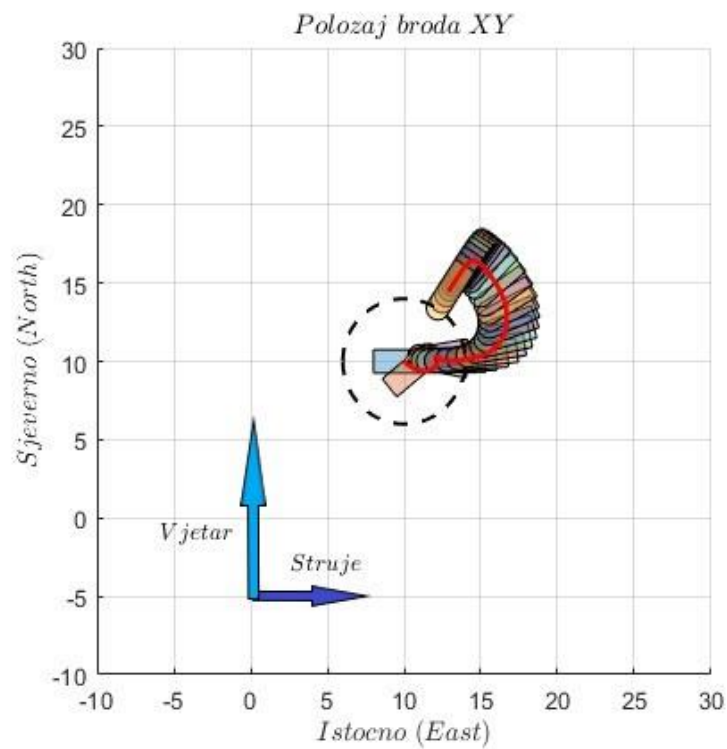


Slika 5.4. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za prvi slučaj, PID regulacija

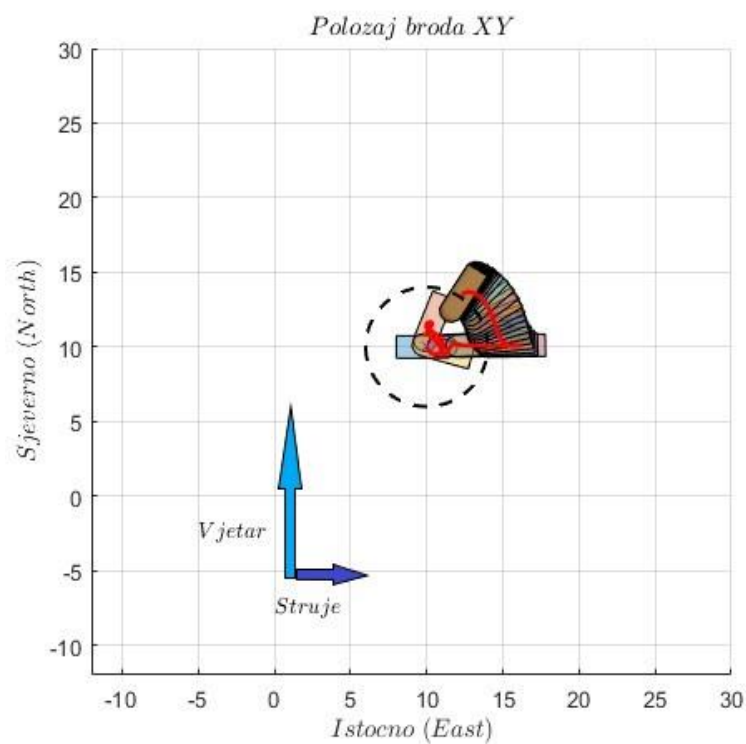


Slika 5.5. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za prvi slučaj, metoda povratnog hoda

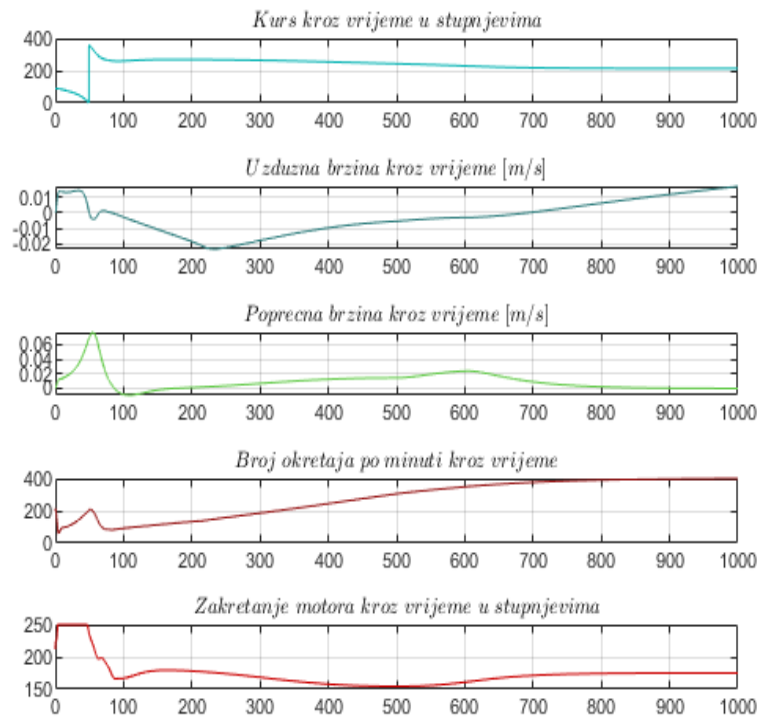
Na slikama 5.6., 5.7., 5.8. i 5.9. prikazan je drugi slučaj kada je početni kut vjetra -90° , odnosno ima kurs β_v 0° ili 360° , a početni kut struja je 180° ili -180° , odnosno imaju kurs β_c 90° .



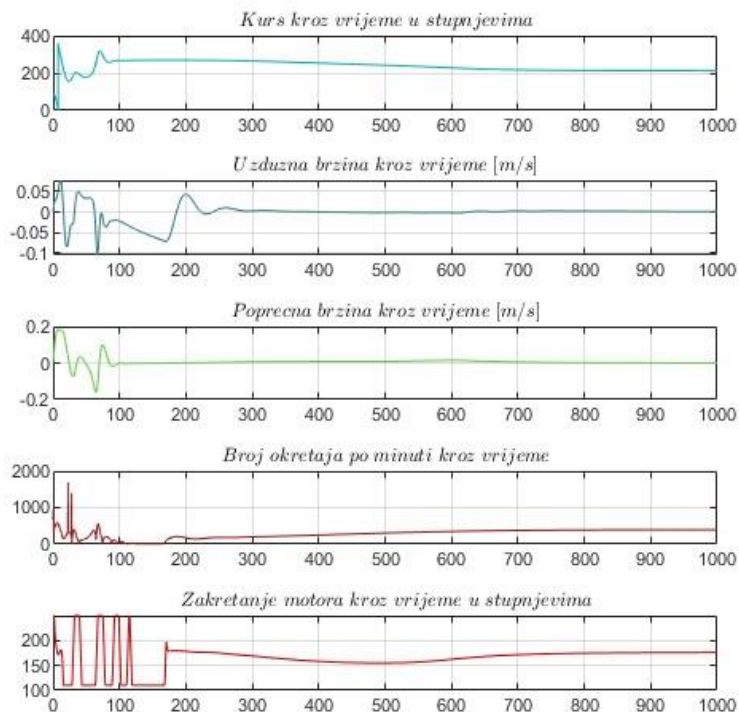
Slika 5.6. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za drugi slučaj, PID regulacija



Slika 5.7. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za drugi slučaj, metoda povratnog hoda

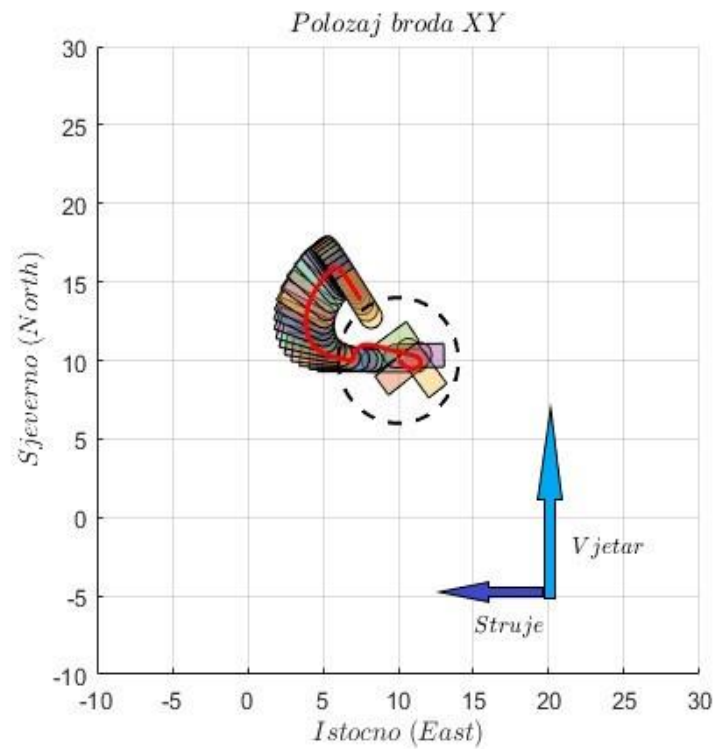


Slika 5.8. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za drugi slučaj, PID regulacija

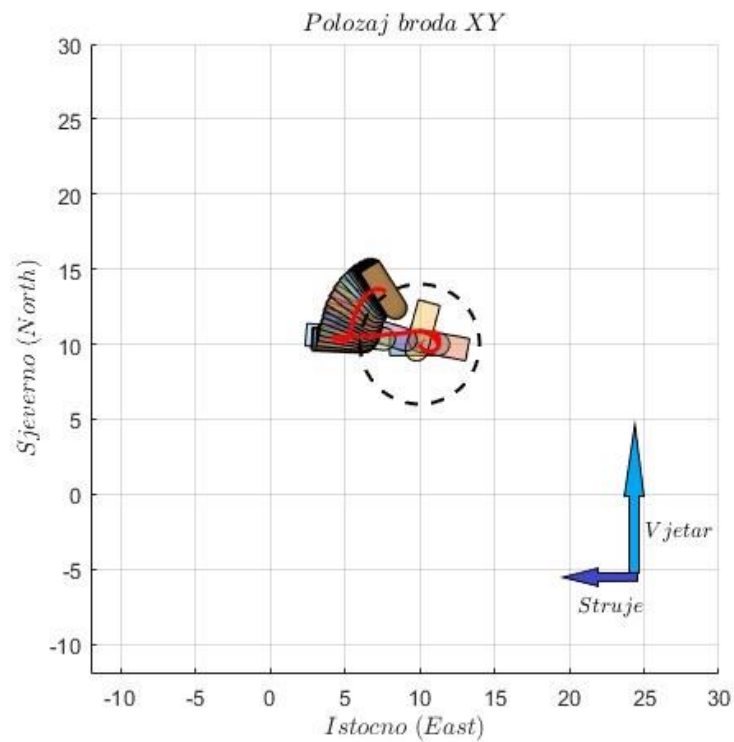


Slika 5.9. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za drugi slučaj, metoda povratnog hoda

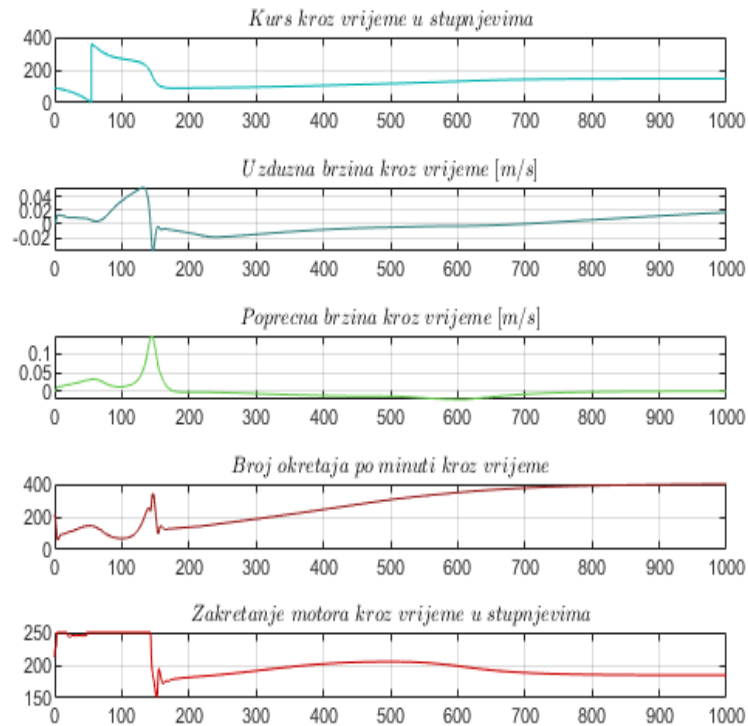
Na slikama 5.10., 5.11., 5.12. i 5.13. prikazan je treći slučaj kada je početni kut vjetra -90° , odnosno ima kurs $\beta_v 0^\circ$ ili 360° , a početni kut struja je 0° , odnosno imaju kurs $\beta_c 270^\circ$.



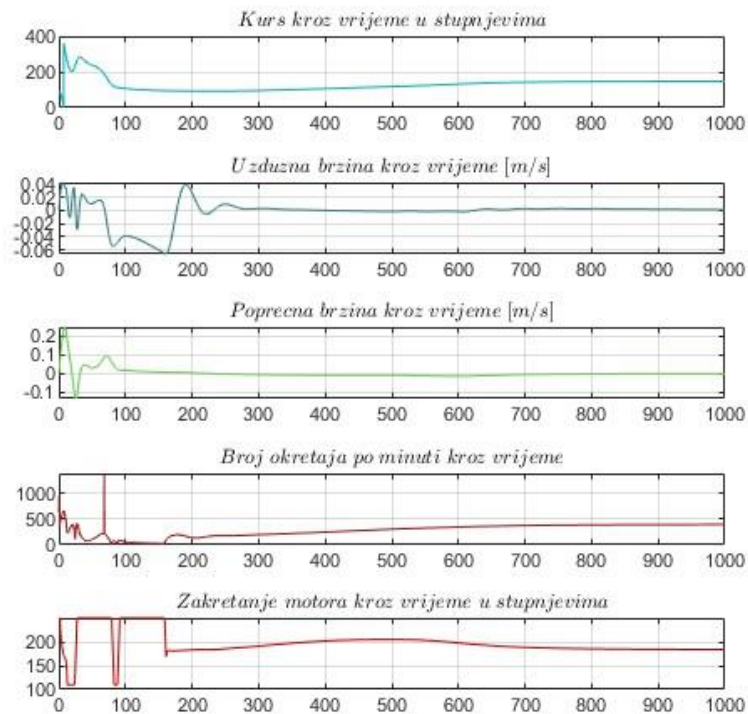
Slika 5.10. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za treći slučaj, PID regulacija



Slika 5.11. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za treći slučaj, metoda povratnog hoda

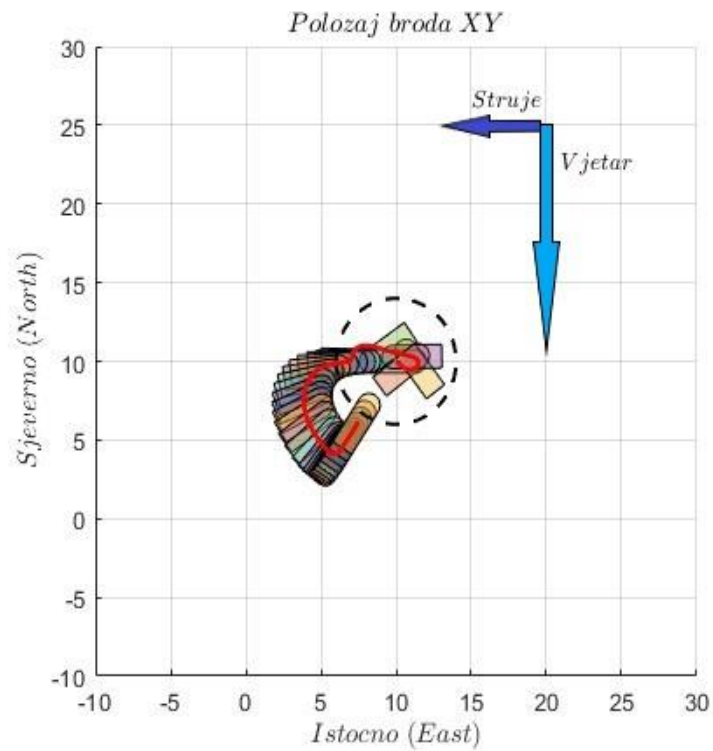


Slika 5.12. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za treći slučaj, PID regulacija

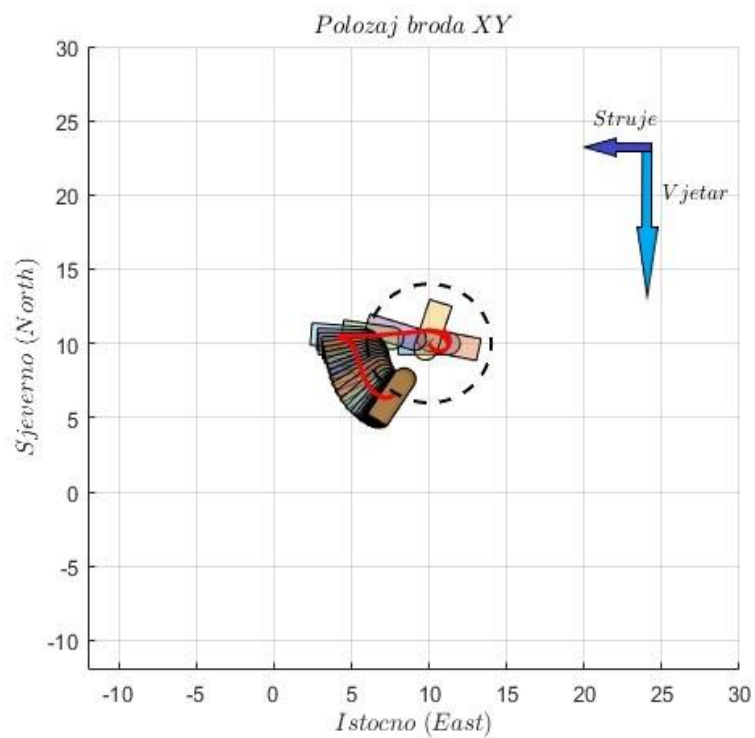


Slika 5.13. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za treći slučaj, metoda povratnog hoda

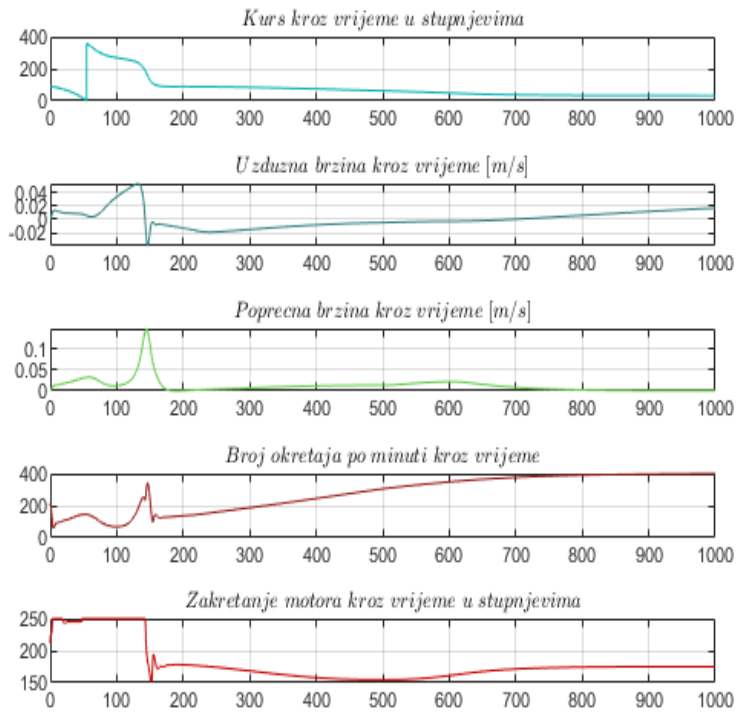
Na slikama 5.14., 5.15., 5.16. i 5.17 prikazan je četvrti slučaj kada je početni kut vjetra 90° , odnosno ima kurs $\beta_v 180^\circ$, a početni kut struja je 0° , odnosno imaju kurs $\beta_c 270^\circ$.



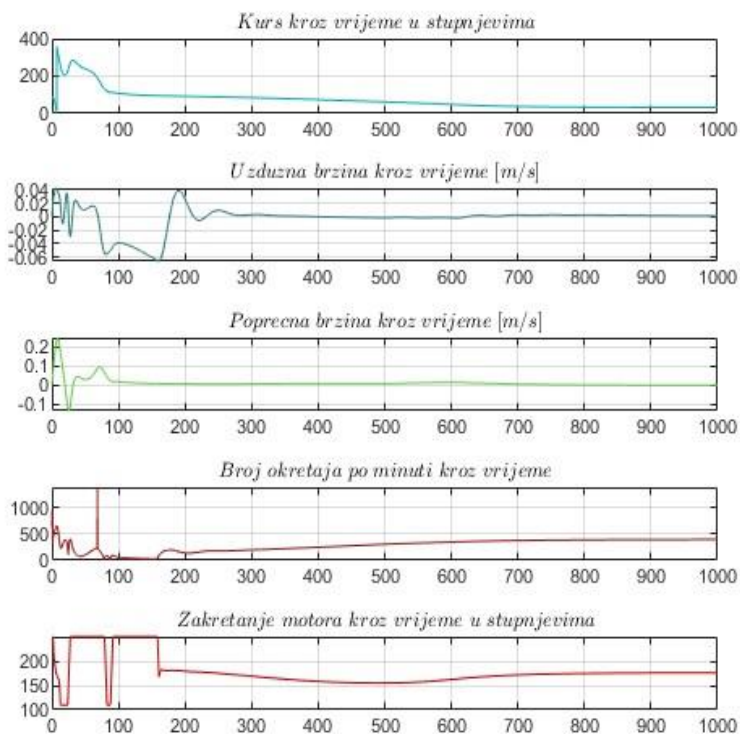
Slika 5.14. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za četvrti slučaj, PID regulacija



Slika 5.15. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za četvrti slučaj, metoda povratnog hoda



Slika 5.16. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za četvrti slučaj, PID regulacija



Slika 5.17. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za četvrti slučaj, metoda povratnog hoda

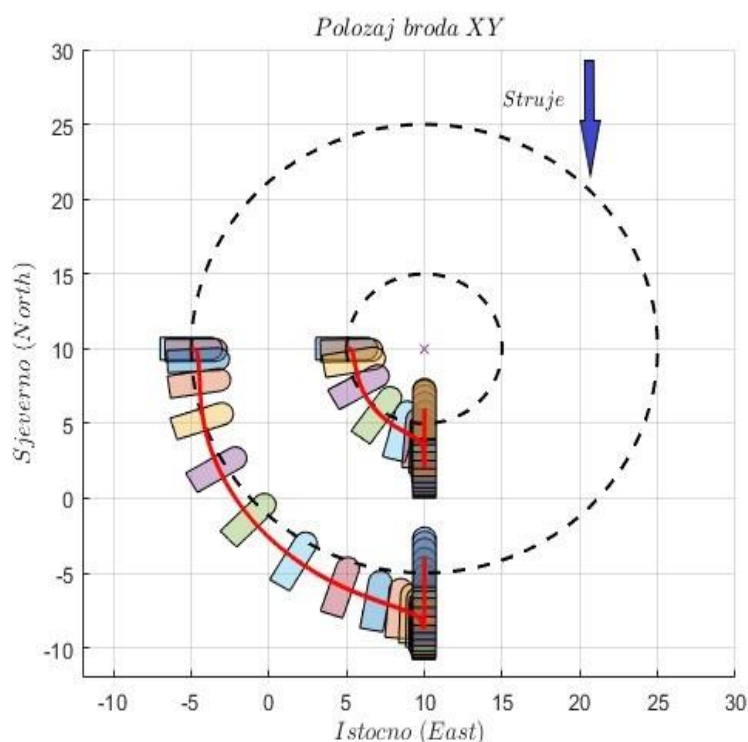
6. ANALIZA

Analizirana je stabilnost kursa plovila za različite radijuse kružnice, na kojoj se brod nastoji održati. Kod njihala je poznato da produljivanjem čvrste niti, o koju je obješena masa, smanjujemo oscilatorno ponašanje mase oko stabilnog ekvilibrijuma. Drugim riječima, linearizirana diferencijalna jednačba, koja opisuje gibanje njihala postaje sve više opravdana [22]. Na slici 6.1. prikazane su kružnice od 5 i 15 m, a od vremenskih utjecaja postoji samo morske struje, maksimalnog iznosa 0,5 m/s. Plovilo ima početni kurs 90°, a struje imaju početni kut upada na plovilo od 90°, odnosno dolaze sa sjevera. Stabilnost kursa izmjerila se integracijom apsolutne pogreške:

$$IAP = \int_0^T |e_\psi| dt \quad (6.1.)$$

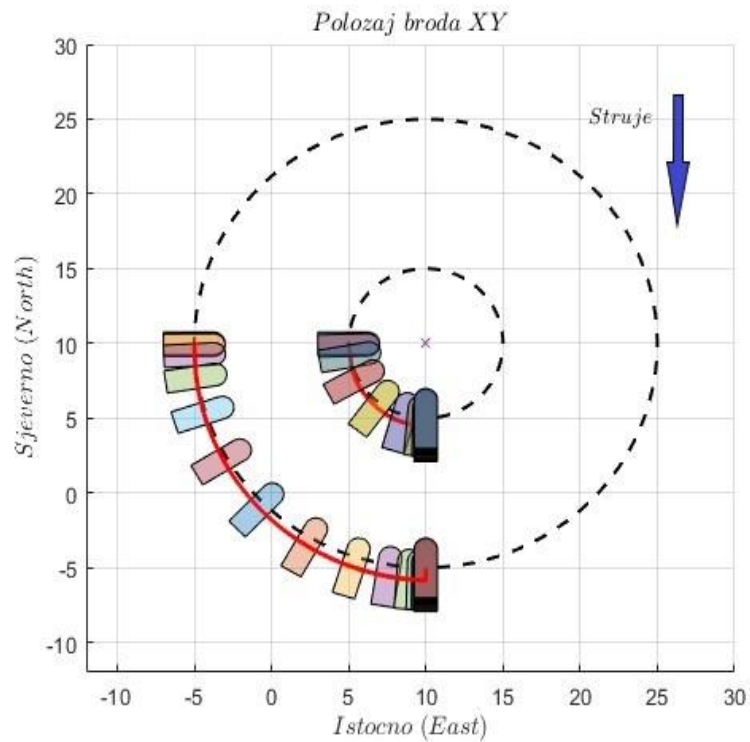
gdje je:

- e_ψ pogreška kursa iz jednačbe (4.1.1.3)
- T vrijeme simulacije od 1000 s.



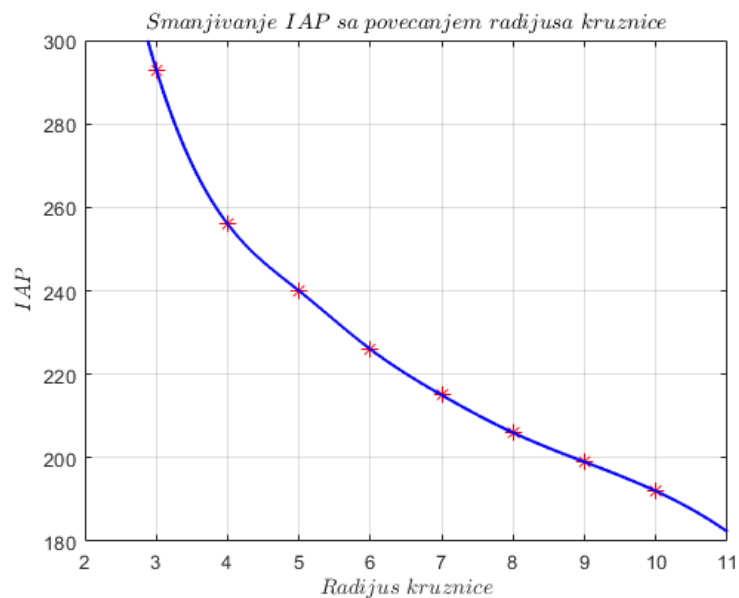
Slika 6.1. Gibanje plovila za različite radijuse kružnice uz djelovanje morskih struja sa sjevera, PID regulacija

Za kraći radijus kružnice, IAP je veći, što pokazuje da je potrebno više vremena da se brod stabilizira na točan kurs, odnosno pramcem okrenut rezultirajućem vektoru vremenskih utjecaja. Na slici 6.2. prikazan je učinak metodom povratnog hoda za iste uvjete i položaj broda. Osim boljeg održavanja na obodu kružnice, regulacija povratnog hoda daje bolje rezultate i u pogrešci IAP , što je ilustrirano usporedbom slika 6.3. i 6.4.

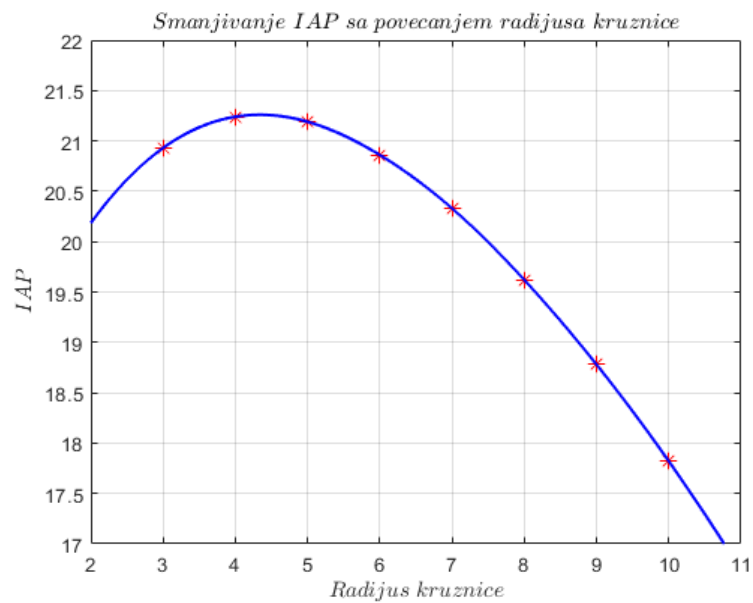


Slika 6.2. Gibanje plovila za različite radijuse kružnice uz djelovanje morskih struja sa sjevera, metoda povratnog hoda

Na slici 6.3. prikazano je smanjivanje IAP s povećanjem radijusa kružnice. Osam točaka, označeno crvenim markerima, dobiveno je iz osam simulacija, a interpolacija podataka izvršena je kubičnim splajnom.



Slika 6.3. Smanjivanje integrala apsolutne pogreške e_{ψ} s povećanjem radijusa kružnice uz iste vremenske uvjete, PID regulacija



Slika 6.4. Smanjivanje integrala apsolutne pogreške e_ψ s povećanjem radijusa kružnice uz iste vremenske uvjete, metoda povratnog hoda

Naravno, veća točnost uzrokuje veći trud aktuatora, veće kutne brzine broda i naglije promjene brzine okretaja propelera. Međutim takvo ponašanje aktuatora je karakteristično za većinu nelinearni regulacijskih tehnika.

7. ZAKLJUČAK

U ovom diplomskom radu napravljena su dva jednostavna modela plovila, u simulacijskom alatu *Simulink*, na osnovu mnoštva referenci, a za potrebe automatskog pozicioniranja. Komplicirani parametri diferencijalnih jednažbi, hidrodinamičke derivacije, procijenjene su empirijskim formulama. Vremenski utjecaji, utjecaj vjetra i morskih struja, također su simulirani pojednostavljenim jednažbama.

Za aktuator je odabran krmeni motor za mogućnošću vrtnje samo u jednom smjeru, s ograničenjem brzine zakretanja i limitom na kut zakreta. Dodatno, dinamika generiranja sile modelirana je prijenosnom funkcijom prvog reda. Međutim, za precizniji dizajn, bolji model aktuatora bi bio poželjan. Idealno bi bilo mapirati, eksperimentalnim podacima, generirani potisak s brojem okretaja po minuti osovine motora. Brzina vrtnje bi se kontrolirala u zasebnoj regulacijskoj petlji.

Potrebno je naglasiti da je nužno dizajnirati procjenitelj stanja u svrhu određivanja filtriranih položaja broda, brzina u sustavu broda i točnijeg određivanja hidrodinamičkih derivacija.

Parametri regulatora mogu se podešavati tokom rada, adaptacijskim metodama.

Metoda povratnog hoda može se unaprijediti, tako da se uzme u obzir dinamika aktuatora kod definiranja *Lyapunovljeve* funkcije [2].

Velika prednost *WOHC* metode je moguća ušteda energije okretanjem broda pramcem prema srednjim vremenskim utjecajima, uz manipulaciju veličine radijusa kružnice, po kojoj se brod giba.

Dovoljno je imati *GPS* uređaj za mjerenje položaja, ali ne i senzor za mjerenje vjetra. Osim glavnog električnog motora, koji bi pokretao propeler, predviđen je dodatni, manji motor za zakretanje osovine većeg motora. Od senzora, potrebni su kompas i senzor za mjerenje broja okretaja glavnog motora. Bilo bi poželjno koristiti energetski učinkovitu metodu vektorske kontrole brzine električnog motora s permanentnim magnetima. Akcelerometri bi također bili od koristi za točniju procjenu svih brzina broda.

Dobiveni rezultati su relativno realni i ohrabruju za izradu skaliranog modela plovila i moguću implementaciju *PID* i algoritma povratnog hoda.

LITERATURA

- [1] Članak s Wikipedije, s interneta, https://en.wikipedia.org/wiki/Ship_stability, 26.04.2021.
- [2] T.I. Fossen, Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control, izdavač John Wiley & Sons, mjesto Chichester, West Sussex, Velika Britanija, 2011.
- [3] Članak s Wikipedije, s interneta, https://en.wikipedia.org/wiki/Rotation_matrix, 26.04.2021.
- [4] W. Gierusz, Simulation model of the ship handling training boat "Blue Lady", IFAC Control Application in Marine Systems, Glasgow, Škotska, Velika Britanija, 2001.
- [5] T.I. Fossen, S.I. Sagatun i A.J. Sørensen, Identification of dynamically positioned ships, Elsevier, 1995.
- [6] T.I. Fossen, S.I. Sagatun i A.J. Sørensen, Design of a dynamic positioning system using model-based control, Elsevier, 1995.
- [7] O.M. Faltinsen, Sea loads on ships and offshore structures, Cambridge university press, 1999.
- [8] El-Hawary (urednik), više autora, The ocean engineering handbook, CRC Press LLC, 2001.
- [9] J.M.J. Journée i W.W. Massie, Offshore hydromechanics, 2001.
- [10] V. Bertram, Practical ship hydrodynamics, Oxford, Velika Britanija, Elsevier, 2012.
- [11] T.I. Fossen, Guidance and control of ocean vehicles, Wiley, 1994.
- [12] Caviglia G. i Morro A., Kirchhoff's equations for the rigid body motion revisited, Springer Science, 2016.
- [13] T.I. Fossen, How to incorporate wind, waves and ocean currents in the marine craft equations of motion, 9th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft, mjesto Arenzano, Italija, 2012.
- [14] T. Perez i T. I. Fossen, A Matlab toolbox for parametric identification of radiation-force models of ships and offshore structures, izdavač Modelling, identification and control, 2009.
- [15] D. Clarke i drugi, The application of manoeuvring criteria in hull design using linear theory, The Royal Institution of Naval Architects, 1982.
- [16] G. Taimuri, A 6-DoF manoeuvring model for the rapid estimation of hydrodynamic actions in deep and shallow waters, Elsevier Ocean Engineering, 2020.
- [17] A.H. Techet, Marine propellers, Hydrodynamics, 2016.
- [18] N. Bulten, R. Suijkerbuijk, Full scale thruster performance and load determination based on numerical simulations, Third International Symposium on Marine Propulsors, mjesto Launceston, Australia, 2013.
- [19] I. Stančić, A. Ljubičić, M. Cević, Identification of UAV engine parameters, WSEAS transactions on systems and control, 2015.

- [20] M. Blanke, K. Lindegaard, T. I. Fossen, Dynamic model for thrust generation of marine propellers, 5th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft, mjesto Aalborg, Denmark, 2000.
- [21] T. I. Fossen, J. P. Strand, Nonlinear passive weather optimal positioning control (WOPC) system for ships and rigs: experimental results, Elsevier Automatica, 2000.
- [22] M. Breivik, Ø. K. Kjerstad, Weather optimal positioning control for marine surface vessels, 8th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, 2010.
- [23] J. G. Balchen i drugi, Dynamic positioning of floating vessels based on Kalman filtering and optimal control, 19th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1980.
- [24] D. Stipaničev, Modeliranje i vođenje plovila i vozila, radna skripta na FESB-u, 2020.
- [25] S. Das, S. Talole, Evolution of Ship's Mathematical Model from Control Point of View, International Conference and Technology Meet on Military and Marine Applications, 2016.
- [26] J. E. Slotine, W. Li, Applied nonlinear control, Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
- [27] M. Krstić, I. Kanellakopoulos, P. Kokotović, Nonlinear and adaptive control design, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [28] Predavanja prof. Slotina, s interneta, <http://web.mit.edu/nsl/www/videos/lectures.html>, 13.06.2021.

POPIS SLIKA

<i>Slika 2.1. Prikaz plovila sa šest stupnjeva slobode, zahvala autoru [2].....</i>	<i>2</i>
<i>Slika 2.1.1. Prikaz veličina, koje opisuju gibanje plovila</i>	<i>3</i>
<i>Slika 2.2.1. Prikaz kutova i vektora brzina broda i morskih struja</i>	<i>9</i>
<i>Slika 2.2.2. Koeficijenti struja C_x, C_y i C_n kao funkcije kuta γ_c</i>	<i>11</i>
<i>Slika 2.4.1. Prikaz kutova i vektora brzina broda i vjetra</i>	<i>14</i>
<i>Slika 2.4.2. Koeficijenti vjetra C_{x_v}, C_{y_v} i C_{n_v} kao funkcije kuta γ_v</i>	<i>15</i>
<i>Slika 2.5.1. Tlocrt plovila s prikazom sila krmenog potisnika</i>	<i>16</i>
<i>Slika 4.1. Brod na obodu kružnice u polju nepoznate sile u stabilnom ekvilibrijumu, zahvala autoru [2]</i>	<i>20</i>
<i>Slika 4.1.1.1. Željeni i trenutni položaj broda s naznačenim vektorima vjetra i struja</i>	<i>21</i>
<i>Slika 4.1.2.1. Željena brzina napredovanja</i>	<i>23</i>
<i>Slika 4.1.2.2. Funkcija integracijske prilagodbe k_{ix}</i>	<i>24</i>
<i>Slika 4.1.2.3. Funkcija proporcionalne prilagodbe k_{px}</i>	<i>25</i>
<i>Slika 4.1.3.1. Željena brzina zakretanja broda, ovisna o pogrešci kursa</i>	<i>26</i>
<i>Slika 4.1.3.2. Funkcija $\tanh(e_\psi)$</i>	<i>26</i>
<i>Slika 4.1.3.3. Funkcija integracijske prilagodbe k_{iy}</i>	<i>27</i>
<i>Slika 4.1.3.4. Ilustracija koeficijenta p_k u ovisnosti o udaljenosti broda od kružnice</i>	<i>27</i>
<i>Slika 4.2.1. Prilagodba regulacije za brod unutar kružnice</i>	<i>32</i>
<i>Slika 5.1. Povećavanje brzine struja i vjetra kroz simulaciju</i>	<i>34</i>
<i>Slika 5.2. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za prvi slučaj, PID regulacija</i>	<i>35</i>
<i>Slika 5.3. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za prvi slučaj, metoda povratnog hoda</i>	<i>35</i>
<i>Slika 5.4. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za prvi slučaj, PID regulacija</i>	<i>36</i>
<i>Slika 5.5. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za prvi slučaj, metoda povratnog hoda</i>	<i>36</i>
<i>Slika 5.6. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za drugi slučaj, PID regulacija</i>	<i>37</i>
<i>Slika 5.7. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za drugi slučaj, metoda povratnog hoda</i>	<i>37</i>
<i>Slika 5.8. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za drugi slučaj, PID regulacija</i>	<i>38</i>
<i>Slika 5.9. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za drugi slučaj, metoda povratnog hoda</i>	<i>38</i>
<i>Slika 5.10. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za treći slučaj, PID regulacija</i>	<i>39</i>
<i>Slika 5.11. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za treći slučaj, metoda povratnog hoda</i>	<i>39</i>
<i>Slika 5.12. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za treći slučaj, PID regulacija</i>	<i>40</i>
<i>Slika 5.13. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za treći slučaj, metoda povratnog hoda</i>	<i>40</i>
<i>Slika 5.14. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za četvrti slučaj, PID regulacija</i>	<i>41</i>
<i>Slika 5.15. Gibanje broda kroz 1000 sekundi za četvrti slučaj, metoda povratnog hoda</i>	<i>41</i>
<i>Slika 5.16. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za četvrti slučaj, PID regulacija</i>	<i>42</i>
<i>Slika 5.17. Kurs, brzine broda, kut zakreta motora i broj okretaja vijka za četvrti slučaj, metoda povratnog hoda</i>	<i>42</i>
<i>Slika 6.1. Gibanje plovila za različite radijuse kružnice uz djelovanje morskih struja sa sjevera, PID regulacija</i>	<i>43</i>
<i>Slika 6.2. Gibanje plovila za različite radijuse kružnice uz djelovanje morskih struja sa sjevera, metoda povratnog hoda</i>	<i>44</i>
<i>Slika 6.3. Smanjivanje integrala apsolutne pogreške e_ψ s povećanjem radijusa kružnice uz iste vremenske uvjete, PID regulacija</i>	<i>44</i>
<i>Slika 6.4. Smanjivanje integrala apsolutne pogreške e_ψ s povećanjem radijusa kružnice uz iste vremenske uvjete, metoda povratnog hoda</i>	<i>45</i>

POPIS FORMULA

<i>Jednadžba (2.1.1.) Točka rotacije</i>	<i>3</i>
<i>Jednadžba (2.1.2.) Koordinate u sustavu NED</i>	<i>4</i>
<i>Jednadžba (2.1.3.) Rotacijska matrica</i>	<i>4</i>
<i>Jednadžba (2.1.4.) Vektor brzina u sustavu vezanog za brod</i>	<i>4</i>
<i>Jednadžba (2.1.5.) Odnos vektora brzina u mirujućem i rotirajućem sustavu</i>	<i>4</i>
<i>Jednadžba (2.1.6.) Uzdužna translacija u rotirajućem sustavu</i>	<i>4</i>
<i>Jednadžba (2.1.7.) Poprečna translacija u rotirajućem sustavu</i>	<i>5</i>
<i>Jednadžba (2.1.8.) Uzdužna translacija u sustavu NED</i>	<i>5</i>
<i>Jednadžba (2.1.9.) Poprečna translacija u sustavu NED</i>	<i>5</i>
<i>Jednadžba (2.1.10.) Vektori brzina u sustavu broda za 6 stupnjeva slobode</i>	<i>5</i>
<i>Jednadžba (2.1.11.) Veza antisimetrične matrice i vektorskog produkta</i>	<i>5</i>
<i>Jednadžba (2.1.12.) Vektorski produkt kutne brzine i vektora brzina u sustavu broda za 3 stupnja slobode</i>	<i>5</i>
<i>Jednadžba (2.1.13.) Jednadžba rotacije</i>	<i>5</i>
<i>Jednadžba (2.1.14.) Balans sila u matričnoj formi</i>	<i>6</i>
<i>Jednadžba (2.1.15.) Matrica mase krutog tijela</i>	<i>6</i>
<i>Jednadžba (2.1.16.) Matrica Coriolisove i centripetalne sile za kruto tijelo</i>	<i>6</i>
<i>Jednadžba (2.1.17.) Suma svih sila koje djeluju na kruto tijelo</i>	<i>6</i>
<i>Jednadžba (2.2.1.) Opis hidrodinamičke derivacije</i>	<i>7</i>
<i>Jednadžba (2.2.2.) Matrica dodane mase za tijelo s 3 stupnja slobode</i>	<i>7</i>
<i>Jednadžba (2.2.3.) Kirchhoffova jednadžba</i>	<i>7</i>
<i>Jednadžba (2.2.4.) Izvod matrice dodane Coriolisove i centripetalne sile zbog dodane mase 1.</i>	<i>7</i>
<i>Jednadžba (2.2.5.) Izvod matrice dodane Coriolisove i centripetalne sile zbog dodane mase 2.</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.6.) Izvod matrice dodane Coriolisove i centripetalne sile zbog dodane mase 3.</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.7.) Izvod matrice dodane Coriolisove i centripetalne sile zbog dodane mase 4.</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.8.) Izvod matrice dodane Coriolisove i centripetalne sile zbog dodane mase 5.</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.9.) Matrice dodane Coriolisove i centripetalne sile zbog dodane mase</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.10.) Matrica linearnog viskoznog trenja</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.11.) Balans sila u matričnoj formi bez pojma relativne brzine i nelinearnog trenja</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.12.) Relativna brzina broda u fluidu</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.13.) Iznos vektora brzine broda u rotirajućem sustavu</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.14.) Iznos vektora brzine struja u rotirajućem sustavu</i>	<i>8</i>
<i>Jednadžba (2.2.15.) Kut upada morskih struja na brod</i>	<i>9</i>
<i>Jednadžba (2.2.16.) Uzdužna komponenta brzine struja</i>	<i>9</i>
<i>Jednadžba (2.2.17.) Poprečna komponenta brzina struja</i>	<i>9</i>
<i>Jednadžba (2.2.18.) Vektor nelinearnog trenja ovisnog o relativnoj brzini broda</i>	<i>10</i>
<i>Jednadžba (2.2.19.) Koeficijent nelinearnog uzdužnog trenja</i>	<i>10</i>
<i>Jednadžba (2.2.20.) Koeficijent nelinearnog poprečnog trenja</i>	<i>10</i>
<i>Jednadžba (2.2.21.) Koeficijent nelinearnog trenja za rotaciju</i>	<i>10</i>
<i>Jednadžba (2.2.22.) Balans sila s nelinearnim trenjem i relativnom brzinom</i>	<i>11</i>
<i>Jednadžba (2.2.23.) Vektor relativne brzine broda</i>	<i>11</i>
<i>Jednadžba (2.2.24.) Kombiniranje matrica mase i dodane mase</i>	<i>11</i>
<i>Jednadžba (2.2.25.) Kombiniranje Coriolis i centripetalnih matrica sila</i>	<i>11</i>
<i>Jednadžba (2.2.26.) Skraćeni zapis balansa sila</i>	<i>11</i>
<i>Jednadžba (2.3.1.) Volumen broda pod vodom</i>	<i>12</i>
<i>Jednadžba (2.3.2.) Masa broda</i>	<i>12</i>
<i>Jednadžba (2.3.3.) Empirijske formule za dodanu masu 1.</i>	<i>12</i>
<i>Jednadžba (2.3.4.) Empirijske formule za dodanu masu 2.</i>	<i>12</i>
<i>Jednadžba (2.3.5.) Empirijske formule za dodanu masu 3.</i>	<i>12</i>
<i>Jednadžba (2.3.6.) Empirijske formule za dodanu masu 4.</i>	<i>12</i>
<i>Jednadžba (2.3.7.) Empirijske formule za dodanu masu 5.</i>	<i>12</i>

<i>Jednadžba (2.3.8.) Empirijske formule za linearno viskozno trenje 1.</i>	13
<i>Jednadžba (2.3.9.) Empirijske formule za linearno viskozno trenje 2.</i>	13
<i>Jednadžba (2.3.10.) Empirijske formule za linearno viskozno trenje 3.</i>	13
<i>Jednadžba (2.3.11.) Empirijske formule za linearno viskozno trenje 4.</i>	13
<i>Jednadžba (2.3.12.) Empirijske formule za linearno viskozno trenje 5.</i>	13
<i>Jednadžba (2.3.13.) Empirijska formula za Munk moment</i>	13
<i>Jednadžba (2.4.1.) Vektor sila vjetra</i>	13
<i>Jednadžba (2.4.2.) Relativna brzina broda s obzirom na vjetar</i>	13
<i>Jednadžba (2.4.3.) Kut upada vjetra na brod</i>	13
<i>Jednadžba (2.4.4.) Uzdužna komponenta brzine vjetra</i>	13
<i>Jednadžba (2.4.5.) Poprečna komponenta brzine vjetra</i>	14
<i>Jednadžba (2.4.6.) Koeficijenti utjecaja vjetra 1.</i>	14
<i>Jednadžba (2.4.7.) Koeficijenti utjecaja vjetra 2.</i>	14
<i>Jednadžba (2.4.8.) Koeficijenti utjecaja vjetra 3.</i>	14
<i>Jednadžba (2.4.9.) Aproksimacija frontalne površine izložene vjetru</i>	15
<i>Jednadžba (2.4.10.) Aproksimacija poprečne površine izložene vjetru</i>	15
<i>Jednadžba (2.5.1.) Povezivanje broja okretaja propelera sa stvorenim potiskom</i>	15
<i>Jednadžba (2.5.2.) Željeni upravljački vektor sila</i>	16
<i>Jednadžba (2.5.3.) Upravljačka uzdužna sila</i>	16
<i>Jednadžba (2.5.4.) Upravljački moment</i>	16
<i>Jednadžba (2.5.5.) Iznos sile koju stvara potisnik</i>	16
<i>Jednadžba (2.5.6.) Kut zakreta potisnika</i>	17
<i>Jednadžba (2.5.7.) Maksimalni iznos sile u poprečnom smjeru zbog ograničenja zakreta potisnika 1.</i>	17
<i>Jednadžba (2.5.8.) Maksimalni iznos sile u poprečnom smjeru zbog ograničenja zakreta potisnika 2.</i>	17
<i>Jednadžba (2.5.9.) Aproksimacija dobivenog potiska u uzdužnom smjeru</i>	17
<i>Jednadžba (2.5.10.) Aproksimacija dobivenog potiska u poprečnom smjeru</i>	17
<i>Jednadžba (2.5.11.) Aproksimacija ostvarenog potiska, stvarni upravljački vektor</i>	17
<i>Jednadžba (2.5.12.) Računanje broja okretaja propelera</i>	17
<i>Jednadžba (3.1.) Balans sila, pojednostavljeni model za dizajn regulatora</i>	18
<i>Jednadžba (3.2.) Matrica M</i>	18
<i>Jednadžba (3.3.) Matrica C</i>	18
<i>Jednadžba (3.4.) Sile vjetra</i>	18
<i>Jednadžba (3.5.) Sile morskih struja</i>	18
<i>Jednadžba (3.6.) Raspisane jednadžbe pojednostavljenog modela 1.</i>	19
<i>Jednadžba (3.7.) Raspisane jednadžbe pojednostavljenog modela 2.</i>	19
<i>Jednadžba (3.8.) Raspisane jednadžbe pojednostavljenog modela 3.</i>	19
<i>Jednadžba (4.1.1.1.) Koordinate u sustavu NED</i>	21
<i>Jednadžba (4.1.1.2.) Udaljenost točke CO od ruba kružnice</i>	22
<i>Jednadžba (4.1.1.3.) Odstupanje kursa broda od idealnog</i>	22
<i>Jednadžba (4.1.1.4.) Transponirana rotacijska matrica</i>	22
<i>Jednadžba (4.1.1.5.) Vektor greške u sustavu broda</i>	22
<i>Jednadžba (4.1.1.6.) Uzdužna pogreška u sustavu broda</i>	22
<i>Jednadžba (4.1.2.1.) Željena sila u uzdužnom smjeru, modificirana PID regulacija udaljenosti od kružnice</i>	22
<i>Jednadžba (4.1.2.2.) Željena uzdužna brzina</i>	23
<i>Jednadžba (4.1.2.3.) Funkcija za integracijsku prilagodbu, regulacija udaljenosti</i>	23
<i>Jednadžba (4.1.2.4.) Funkcija za proporcionalnu prilagodbu, regulacija udaljenosti</i>	24
<i>Jednadžba (4.1.3.1.) Željeni moment, modificirana PID regulacija kursa</i>	25
<i>Jednadžba (4.1.3.2.) Željena kutna brzina broda</i>	25
<i>Jednadžba (4.1.3.3.) Funkcija integracijsku prilagodbe, regulacija kursa</i>	26
<i>Jednadžba (4.1.3.4.) Ublažavanje regulacije za brod unutar kružnice</i>	27
<i>Jednadžba (4.2.1.) Veza između brzina u sustavu broda i NED sustavu</i>	28
<i>Jednadžba (4.2.2.) Pojednostavljeni model za dizajn regulatora</i>	28
<i>Jednadžba (4.2.3.) Veza između Kartezijevih i polarnih koordinata 1.</i>	28

<i>Jednadžba (4.2.4.) Veza između Kartezijevih i polarnih koordinata 2.</i>	28
<i>Jednadžba (4.2.5.) Definiranje stanja sustava, metoda povratnog hoda</i>	28
<i>Jednadžba (4.2.6.) Veza između stanja sustava i brzina u sustavu NED.</i>	28
<i>Jednadžba (4.2.7.) Pomoćna matrica H</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.8.) Veza između stanja sustava i brzina u sustavu broda</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.9.) Sustav izražen preko varijabli stanja 1.</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.10.) Sustav izražen preko varijabli stanja 2.</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.11.) Sustav izražen preko varijabli stanja 3.</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.12.) Sustav izražen preko varijabli stanja 4.</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.13.) Sustav izražen preko varijabli stanja 5.</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.14.) Idealni vektor vremenskih utjecaja</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.15.) Vektor željenih stanja sustava</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.16.) Definiranje pomoćnih stanja, varijabla z 1.</i>	29
<i>Jednadžba (4.2.17.) Definiranje pomoćnih stanja, mjera praćenja željene trajektorije</i>	30
<i>Jednadžba (4.2.18.) Definiranje pomoćne varijable x_r</i>	30
<i>Jednadžba (4.2.19.) Veza između stanja sustava i definiranih pomoćnih varijabli 1.</i>	30
<i>Jednadžba (4.2.20.) Veza između stanja sustava i definiranih pomoćnih varijabli 2.</i>	30
<i>Jednadžba (4.2.21.) Sustav izražen preko pomoćnih varijabli</i>	30
<i>Jednadžba (4.2.22.) Lyapunovljeva funkcija za prvi korak</i>	30
<i>Jednadžba (4.2.23.) Složena derivacija Lyapunovljeve funkcije</i>	30
<i>Jednadžba (4.2.24.) Lyapunovljeva funkcija za drugi korak</i>	30
<i>Jednadžba (4.2.26.) Derivacija Lyapunovljeve funkcije iz drugog koraka 1.</i>	31
<i>Jednadžba (4.2.26.) Derivacija Lyapunovljeve funkcije iz drugog koraka 2.</i>	31
<i>Jednadžba (4.2.27.) Derivacija Lyapunovljeve funkcije iz drugog koraka 3.</i>	31
<i>Jednadžba (4.2.28.) Željeni upravljački signal, metoda povratnog hoda</i>	31
<i>Jednadžba (4.2.29.) Negativno definitna derivacija Lyapunovljeve funkcije</i>	31
<i>Jednadžba (4.2.30.) Dodavanje adaptivnog člana upravljačkom signalu, za željenu uzdužnu silu</i>	31
<i>Jednadžba (4.2.31.) Derivacija Lyapunovljeve funkcije nakon dodavanja adaptivnog člana</i>	31
<i>Jednadžba (4.2.32.) Lyapunovljeva funkcija za treći korak</i>	31
<i>Jednadžba (4.2.33.) Derivacija Lyapunovljeve funkcije u trećem koraku 1.</i>	32
<i>Jednadžba (4.2.34.) Derivacija Lyapunovljeve funkcije u trećem koraku 2.</i>	32
<i>Jednadžba (4.2.35.) Odabir adaptacijskog pravila</i>	32
<i>Jednadžba (4.2.36.) Definiranje matrica za ugađanje, metoda povratnog hoda 1.</i>	32
<i>Jednadžba (4.2.37.) Definiranje matrica za ugađanje, metoda povratnog hoda 2.</i>	32
<i>Jednadžba (4.2.38.) Definiranje matrica za ugađanje, metoda povratnog hoda 3.</i>	32
<i>Jednadžba (4.2.39.) Procijenjena sila u smjeru zanošenja, eliminacija željene sile u poprečnom smjeru</i>	33
<i>Jednadžba (5.1.) Simulacija brzine struja</i>	34
<i>Jednadžba (5.2.) Simulacija brzine vjetra</i>	34
<i>Jednadžba (6.1.) Integral apsolutne pogreške kursa</i>	43

SAŽETAK

U ovom diplomskom radu prezentirano je modeliranje manjeg ribarskog broda u tri stupnja slobode, s krmenim motorom, uz ograničenja aktuatora. Utjecaj fluida na kruto tijelo aproksimirano je empirijskim formulama. Razvijen je *PID* algoritam i algoritam metode povratnog hoda, koji održavaju plovilo okrenuto ka centru kružnice s proizvoljnim koordinatama i na njenom obodu. Analogija dolazi od njihala u polju gravitacijske sile. Podaci iz okoline su kurs broda i *GPS* koordinate. Utjecaj valova i procjenitelj stanja nisu modelirani. Diferencijalne jednačbe simulirane su u programu *Simulink*, a rezultati su vizualizirani u *Matlabu*. Usporedbom integrala apsolutne pogreške kursa, pokazana je prednost nelinearne kontrole, uz agresivnije upravljanje.

KLJUČNE RIJEČI : Vremenski optimalna regulacija kursa, automatsko pozicioniranje plovila, *PID*, metoda povratnog hoda

SUMMARY

In this master thesis, modelling of a small fisherman's ship, in three degrees of freedom, is presented. Stern propulsion, with limits on speed, angle and rate is used. Fluid influence on the ship is approximated by empirical formulas. *PID* and *backstepping* algorithms are developed to keep the ship on the perimeter of the circle and facing towards the centre, despite of weather influences and currents. Analogy could be drawn to a pendulum in a gravitational force field. Coordinates of the circle centre and radius are provisional. Algorithms obtain information only from the course of the ship and its *GPS* location. Wave induced forces and state observer are not modelled. Differential equations are modelled in *Simulink* and visualisation is done by importing simulation results in *Matlab* workspace. By comparing the integral of absolute error of the ship's course, nonlinear control has shown its merits, but with more agile actuation.

KEYWORDS: Weather optimal heading regulation, automatic positioning of a ship, *PID*, backstepping