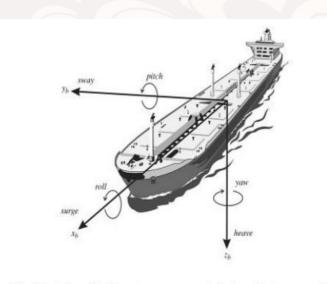




#### CILJ DIPLOMSKOG RADA

- Modelirati plovilo u tri stupnja slobode (zalijetanje, zanošenje i zakretanje)
- Dizajnirati regulacijski sustav za pozicioniranje, koji potencijalno troši manje energije, uz upotrebu krmenog potisnika s ograničenim sposobnostima
- Usporediti dva algoritma za vremenski optimalnu regulaciju kursa



Slika 2.1. Prikaz plovila sa šest stupnjeva slobode, zahvala autoru [2]

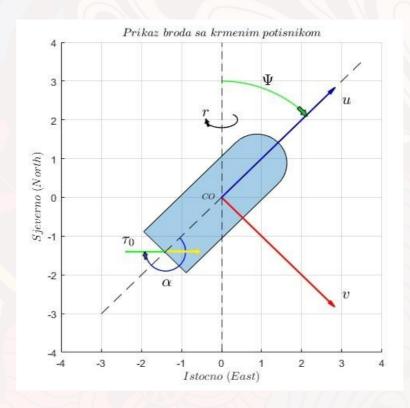


[2] T.I. Fossen, Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control, izdavač John Wiley & Sons, mjesto Chichester, West Sussex, Velika Britanija, 2011.



## KINETIKA KRUTOG TIJELA

- NED sustav je inercijalni, a sustav s ishodištem u CO, rotacijski
- Referentna točka za dizajn regulatora CO nije centar gravitacije



#### NED koordinate točke CO

$$\eta = \begin{bmatrix} y \\ x \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \\ E \\ \psi \end{bmatrix}$$

Brzine koje se neposredno mjere

$$v = \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix}$$

#### Rotacijska matrica

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0\\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Odnos dvaju vektora

$$\dot{\eta} = R(\psi)\nu$$



#### KINEMATIKA KRUTOG TIJELA

Balans sila za kruto tijelo u sustavu u mirovanju

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ N \end{bmatrix}$$

#### Matrica mase

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

Matrica Coriolisovih i centripetalnih sila

$$C_{RB}(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mv \\ 0 & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mv \\ 0 & 0 & mu \\ mv & -mu & 0 \end{bmatrix} = -C_{RB}^{T}(v)$$

Vektori hidrodinamičkih sila, sila vjetra i morskih struja, te potisnih sila

$$\tau_{RB} = \tau_{HD} + \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_0$$



#### KINEMATIKA PLOVILA NA VODI

Balans sila za kruto tijelo u sustavu u mirovanju:

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ N \end{bmatrix}$$

- Sustav masa prigušnica
- Hidrostatičke sile ne modeliramo
- Zbog interakcije fluida i plovila, pojavljuje se efekt dodatne mase plovila
- Modeliramo linearno i nelinearno trenje

#### POJEDNOSTAVNJENI MODEL

Balans sila za plovilo na vodi:

$$(M_{RB} + M_A)\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_A(v))v + Dv = \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_0$$

#### POTPUNI MODEL

Balans sila za plovilo na vodi, gdje su morske struje zamijenjene relativnom brzinom i nelinearnim trenjem:

$$M\dot{v_R} + C(v_R)v_R + e^{-V_{RC}}Dv_R + d(V_{RC}, \gamma_C) = \tau_{vj} + \tau_0$$



Balans sila za plovilo na vodi:

$$(M_{RB} + M_A)\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_A(v))v + Dv = \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_0$$

Matrica dodane mase:

$$M_{A} = \begin{bmatrix} -X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & -Y_{\dot{r}} & -N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$

Primjer hidrodinamičke derivacije:

$$Y_{\dot{u}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}}$$

Rezultirajuća matrica dodanih Coriolisovih i centripetalnih sila:

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r \\ 0 & 0 & X_{\dot{u}}u \\ -Y_{\dot{v}}v - Y_{\dot{r}}r & -X_{\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix}$$

Matrica linearnog viskoznog trenja:

$$D = \begin{bmatrix} -X_u & 0 & 0 \\ 0 & -Y_v & -Y_r \\ 0 & -N_v & -N_r \end{bmatrix}$$

Hidrodinamičke derivacije dobijemo iz:

- Hidrodinamički i/ili *CFD* programi, uz pomoć trodimenzionalnog modela u nekom od grafičkih alata
- Cumminisova jednadžba
- Empirijske formule ovisne o osnovnim veličinama, koje opisuju plovilo
- Online procjena.



Balans sila za plovilo na vodi:

$$(M_{RB} + M_A)\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_A(v))v + Dv = \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_0$$

Primjer empirijske formule za dodanu masu u smjeru zanošenja zbog akceleracije zakretanja broda:

$$Y_{r} = 0.5\rho L^{4} \left( -\pi \left( \frac{T}{L} \right)^{2} \left( 0.67 \left( \frac{B}{L} \right) - 0.0033 \left( \frac{B}{T} \right)^{2} \right) \right) [kgm]$$

- Dobivene eksperimentima u kombinaciji s regresijskim metodama
- L = 3.5/m je duljina plovila na vodenoj liniji
- B = 1,5/m je širina plovila na vodenoj liniji
- T = 0.15/m je gaz
- Cb = 0.6 je koeficijent ovisan o obliku trupa pod vodom
- $m = \rho Cb LBT = 483,84/kg je masa broda$



#### Balans sila za plovilo na vodi:

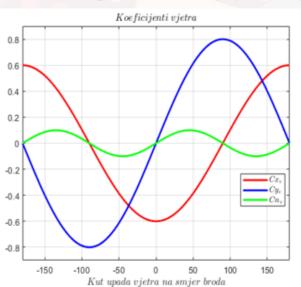
$$(M_{RB} + M_{A})\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_{A}(v))v + Dv = \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_{0}$$

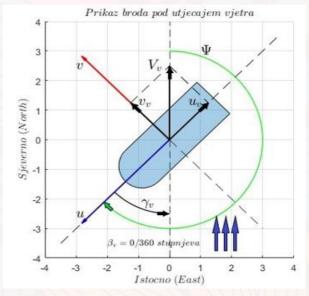
## Sile vjetra:

$$\tau_{vj} = \frac{1}{2} \rho_v V_v^2 \begin{bmatrix} C x_v(\gamma_v) B H \\ C y_v(\gamma_v) L H \\ C n_v(\gamma_v) L^2 H \end{bmatrix}$$

#### Ovise o:

- Brzini i gustoći vjetra
- Koeficijentima ovisnih o kutu upada vjetra na brod
- Površini plovila izloženoj vjetru (H je visina plovila)







#### Balans sila za plovilo na vodi:

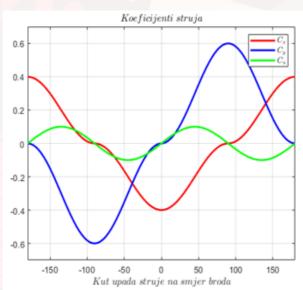
$$(M_{RB} + M_{A})\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_{A}(v))v + Dv = \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_{0}$$

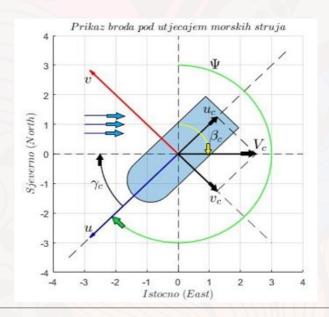
#### Sile vodenih struja:

$$\tau_{st} = \frac{1}{2} \rho V_c^2 \begin{bmatrix} C_x(\gamma_c)BT \\ C_y(\gamma_c)LT \\ C_n(\gamma_c)L^2T \end{bmatrix}$$

#### Ovise o:

- Brzini struja i gustoći vode
- Koeficijentima ovisnih o kutu upada struja na brod
- Površini plovila izloženoj strujama







Balans sila za plovilo na vodi:

$$(M_{RB} + M_A)\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_A(v))v + Dv = \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_0$$

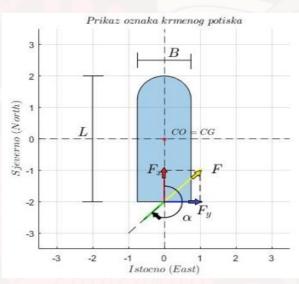
Vektor potisnih sila i momenta:

$$\tau_0 = \begin{bmatrix} \tau_{0x} \\ \tau_{0y} \\ \tau_{0N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F\cos(\alpha) \\ -F\sin(\alpha) \\ F\sin(\alpha)L/2 \end{bmatrix} (1 - e^{-t/2})$$

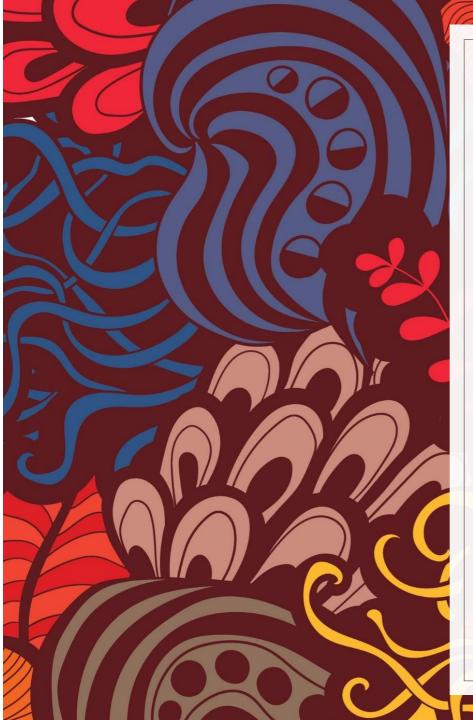
Sile koje generira regulator:

$$F(n) = K\rho n^2 D_0^4 \qquad u_{rx} = F_x$$
$$u_{rN} = F_y L/2$$

- 1. Regulator, na temelju definirane greške, generira tražene sile i moment koji je potrebno primijeniti na model
- 2. Proračunava se optimalni kut zakreta i broj okretaja vijka, da bi se ti zahtjevi ispunili
- 3. Sustavom prvog reda modeliramo kašnjenje u primjeni te sile



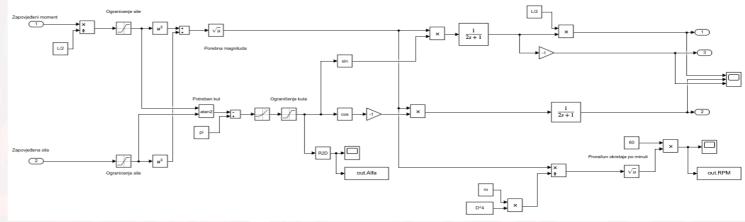
- Mogućnost vrtnje vijka samo u jednom smjeru
- Kut zakreta aktuatora ograničen na 110-250 stupnjeva
- Maksimalna brzina zakretanja je 40 stupnjeva po sekundi
- Maksimalna potisna sila je 400/N
- Približno 63% tražene sile primjeni se nakon 2 sekunde (vremenska konstanta sustava prvog reda)



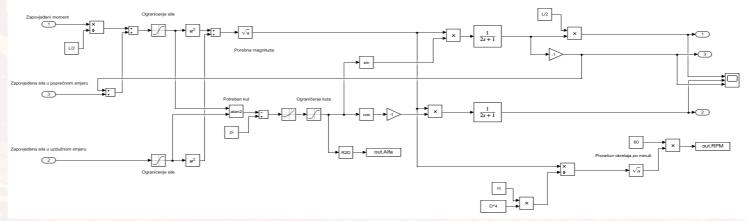
# Balans sila za plovilo na vodi:

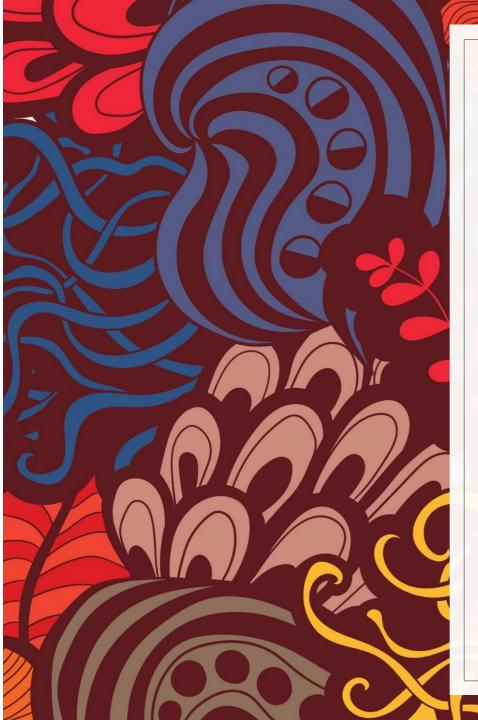
$$(M_{RB} + M_{A})\dot{v} + (C_{RB}(v) + C_{A}(v))v + Dv = \tau_{vj} + \tau_{st} + \tau_{0}$$

## Aktuator kod PID regulacije



# Aktuator kod regulacije metodom povratnog hoda





#### PID REGULATOR

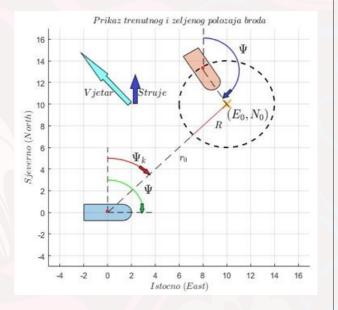
- Vremenski optimalna regulacija kursa
- Cilj regulacije je držati plovilo pramcem okrenuto prema srednjim i nemjerenim utjecajima okoliša, a na obodu kružnice
- Zasebnom regulacijom kursa, greška u smjeru zanošenja konvergira ka nuli

#### Pogreška udaljenosti

$$e = r_0 - R = \sqrt{(E_o - E)^2 + (N_0 - N)^2} - R$$

#### Pogreška kursa

$$e_{\psi} = \psi_k - \psi = arctg\left(\frac{E - E_0}{N - N_0}\right) - \psi$$



#### Pogreška udaljenosti u sustavu broda

$$e_{bx} = \left(\sqrt{(E_o - E)^2 + (N_0 - N)^2} - R\right) \left(\cos(\psi_k)\cos(\psi) + \sin(\psi_k)\sin(\psi)\right)$$

$$e_b = \begin{bmatrix} e_{bx} \\ e_{by} \\ 0 \end{bmatrix} = R^T(\psi) \begin{bmatrix} e\cos(\psi_k) \\ e\sin(\psi_k) \\ 0 \end{bmatrix}$$

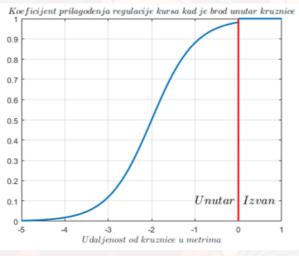
$$R^{T}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

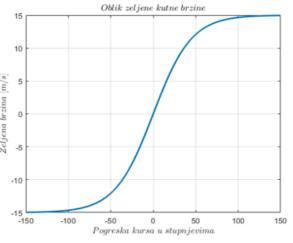


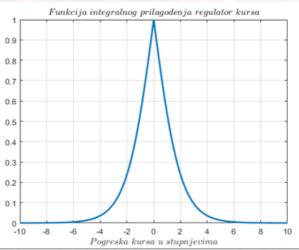
## PID REGULACIJA

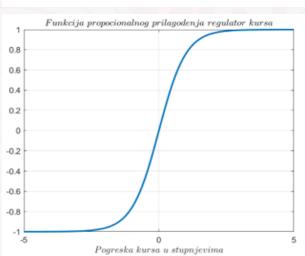
## Regulacija kursa

$$u_{rN} = K_{p\psi} \tanh(e_{\psi}) + K_{d\psi}(r_d - r) + K_{i\psi} \int k_{i\psi} e_{\psi} dt$$







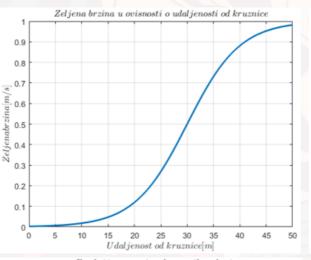


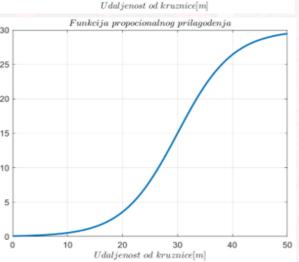


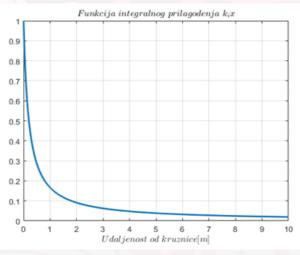
# PID REGULACIJA

# Regulacija udaljenosti

$$u_{rx} = K_{dx}(u_d - u) + K_{ix} \int k_{ix} e_{bx} dt + K_{px} k_{px}$$







- Oblici funkcija i koeficijenti regulatora dobiveni su metodom pokušaja i pogrešaka
- Relativno visoka osjetljivost regulatora na manje promjene parametara



Sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\dot{\eta} = R(\psi)\nu$$

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v = \tau_o + w$$

Prelazak na polarne koordinate

$$E = E_0 + r_0 cos(\psi_k)$$

$$N = N_0 + r_0 sin(\psi_k)$$

Nova stanja sustava

$$x = [r_0, \psi_k, \psi]^T$$

Redefiniranje jednadžbi sustava preko novih stanja

$$\dot{\eta} = R(\psi)H(r_0)\dot{x}$$

$$H(r_0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = T(x) v = H^{-1}(r_0) R^T(\psi_k - \psi) v$$



- Cilj regulacije je identičan *PID* regulaciji (vremenski optimalna kontrola kursa)
- Imamo osnovno znanje o dinamici sustava, koje će biti dio zakona upravljanja, a služe za unaprijedno djelovanje
- Prebacujemo sustav u polarne koordinate
- Definiramo pomoćne varijable, koje predstavljaju kvalitetu praćenja referentne putanje stanja (varijable greške)
- Dizajniramo Lyapunovljevu funkciju, kojom opisujemo disipaciju energije u sustavu, a ovisi o varijablama greške
- Iz nužnih uvjeta o obliku funkcije, dizajniramo zakon upravljanja, koji će svesti grešku na minimum i održati sustav stabilnim

$$\begin{split} M_x(x)\ddot{x} + C_x(x,\nu)\dot{x} + D(x,\nu)\dot{x} &= T^{-1}\tau_o + T^{-1}w \\ M_x(x) &= T^{-T}(x)MT^{-1}(x) \\ C_x(x,\nu) &= T^{-T}(x)(C(\nu) - MT^{-1}(x)\dot{T}(x))T^{-1}(x) \\ \dot{T}(x) &= -\dot{r_0}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_0^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \left(\dot{\psi_k} - \dot{\psi}\right)H^{-1}(r_0)\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}R(\psi_k - \psi) \\ D_x(x,\nu) &= T^{-T}(x)D(\nu)T^{-1}(x) \end{split}$$



## Vektor željenih stanja

$$x_d = [r_{0_d} \quad \psi_{kd} \quad \psi_d]^T$$

Definiranje greške kao dinamike sustava prvog reda

$$z_1 = x - x_d$$

$$z_2=\dot{z_1}+\Lambda z_1$$

Pomoćna varijabla

$$z_2 = \dot{x} - \dot{x_r}$$

$$\dot{x}=z_2+\dot{x_r}$$

$$\ddot{x} = \dot{z_2} + \ddot{x_r}$$

Sustav izražen preko pomoćnih varijabli i varijabli greške

$$M_{x}\dot{z_{2}}+C_{x}z_{2}+D_{x}z_{2}=T^{-1}\tau_{o}+T^{-1}w-M_{x}\ddot{x_{r}}-C_{x}\dot{x_{r}}-D\dot{x_{r}}$$

Prvi korak

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^T K_p z_1$$

$$\dot{V_{1}} = \frac{\partial V_{1}}{\partial z_{1}} \dot{z_{1}} = -z_{1}^{T} K_{p} \Lambda z_{1} + z_{1}^{T} K_{p} z_{2}$$

- Željena udaljenost od centra kružnice je njen radijus
- Željeni kurs broda je  $\psi_k$
- Derivacija željenog kuta  $\psi_k$  je nula



## Drugi korak

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^T M_x z_2$$

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2^T M_x \dot{z}_2 + \frac{1}{2} z_2^T \dot{M}_x z_2$$

$$\dot{V_2} = -z_1^T K_p \Lambda z_1 + z_1^T K_p z_2$$

$$+z_2^T(T^{-1}\tau_o+T^{-1}w-M_x\ddot{x_r}-C_x\dot{x_r}-D\dot{x_r}-C_xz_2-D_xz_2)+\frac{1}{2}z_2^T\dot{M_x}z_2$$

$$\begin{split} \dot{V_2} &= -z_1^T K_p \Lambda z_1 - z_2^T D_x z_2 \\ &+ z_2^T \left( K_p z_1 + T^{-1} \tau_o + T^{-1} w - M_x \dot{x_r} - C_x \dot{x_r} - D \dot{x_r} \right) \end{split}$$

# Rezultirajući upravljački signal

$$\tau_o = T^T \big( M_x \ddot{x_r} + C_x \dot{x_r} + D \dot{x_r} - K_p z_1 - K_d z_2 \big)$$

Rezultirajuća Lyapunovljeva funkcija, negativno definitna

$$\dot{V_2} = -z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 + z_2^T T^{-T} w$$

Treći korak, integralno djelovanje

$$\tau_o = T^T \big( M_x \ddot{x_r} + C_x \dot{x_r} + D \dot{x_r} - K_p z_1 - K_d z_2 \big) - \phi \widehat{F_e}$$

$$w = \phi F_e = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_e$$



Rezultirajuća Lyapunovljeva funkcija, gdje poništavamo utjecaj okoliša s procjenom koja se adaptivno mijenja

$$\begin{split} \dot{V_2} &= -z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 + z_2^T T^{-T} w - z_2^T T^{-T} \phi \widehat{F_e} = \\ &- z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 + z_2^T T^{-T} (\phi F_e - \phi \widehat{F_e}) = \\ &- z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 - z_2^T T^{-T} \phi \widetilde{F_e} = \\ &- z_1^T K_p z_1 - z_2^T (D_x + K_d) z_2 - \phi^T T^{-1} z_2 \widetilde{F_e} \end{split}$$

Pronalaženje zakona adaptacije

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2\sigma} \widetilde{F_e}^2$$

$$\widetilde{F}_e = \widehat{F}_e - F_e$$

$$\dot{\widetilde{F}}_e = \dot{\widehat{F}}_e$$

$$\dot{V_3} = \dot{V_2} + \frac{1}{\sigma} \dot{\widetilde{F_e}} \widetilde{F_e}$$

$$\dot{V}_{3} = -z_{1}^{T} K_{p} z_{1} - z_{2}^{T} (D_{x} + K_{d}) z_{2} + \tilde{F}_{e} (-\phi^{T} T^{-1} z_{2} + \frac{1}{\sigma} \dot{\hat{F}}_{e})$$

$$\dot{\widehat{F}}_e = \sigma \phi^T T^{-1} z_2$$



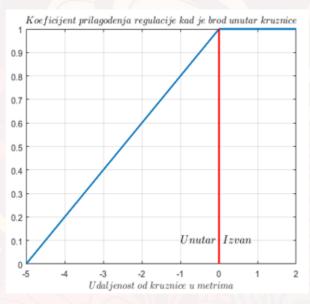
Integracijska konstanta je 2,5, a parametri za podešavanje regulatora su:

$$\Lambda = diag\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} = diag\{0.02, 0, 1.3\}$$

$$K_{p} = diag \big\{ k_{p1} \, , \, k_{p2} \, , k_{p3} \big\} = diag \{ 4 \, , 0 \, , 400 \}$$

$$K_d = diag\{k_{d1}\,,\,k_{d2}\,,k_{d3}\} = diag\{25\,,10\,,700\}$$

Ublažavanje regulacije kad je plovilo unutar kružnice



- Polove sustava prvog reda matrice  $\Lambda$  namjestiti što bliže ishodištu imaginarne ravnine
- Za ostale parametre, regulator je manje osjetljiv na promjene



$$M\dot{v_R} + C(v_R)v_R + e^{-V_{RC}}Dv_R + d(V_{RC},\gamma_C) = \tau_{vj} + \tau_0$$

$$d(V_{RC},\gamma_C) = \begin{bmatrix} -k\frac{1}{2}\rho A_F C_x(\gamma_C) V_{RC}^2 \\ -k\frac{1}{2}\rho A_L C_y(\gamma_C) V_{RC}^2 \\ -\frac{1}{2}\rho A_L L C_n(\gamma_C) V_{RC}^2 - N_{|r|r}|r|r \end{bmatrix}$$

$$V_{RC} = \sqrt{(u - u_c)^2 + (v - v_c)^2}$$

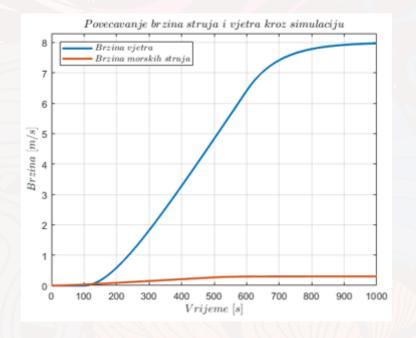
$$\gamma_C = \psi - \pi - \beta_C$$

$$u_c = -V_c \cos(\gamma_C)$$

$$v_c = V_c sin(\gamma_c)$$

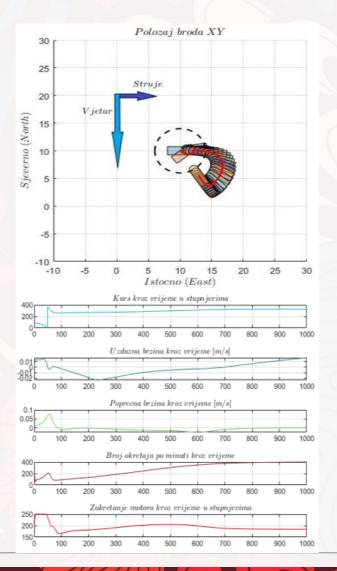
$$v_{R} = v - v_{C} = \begin{bmatrix} u - u_{c} \\ v - v_{c} \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{R} \\ v_{R} \\ r \end{bmatrix}$$

- k je koeficijent -1 ili 1
- A<sub>f</sub> = TB frontalna izloženost strujama
- $A_1 = TL$  uzdužna izloženost strujama
- N<sub>|r|r</sub> je hidrodinamička derivacija (destabilizirajući faktor, pa je smanjena za 50 %)

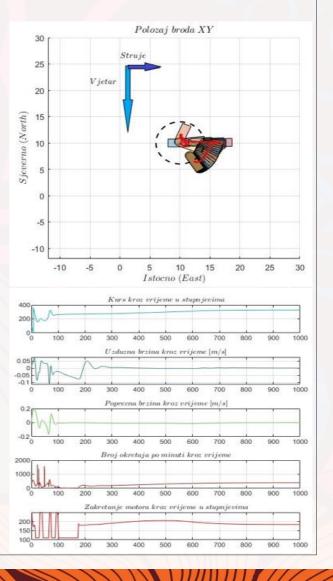




## PID regulacija



#### Metoda povratnog hoda

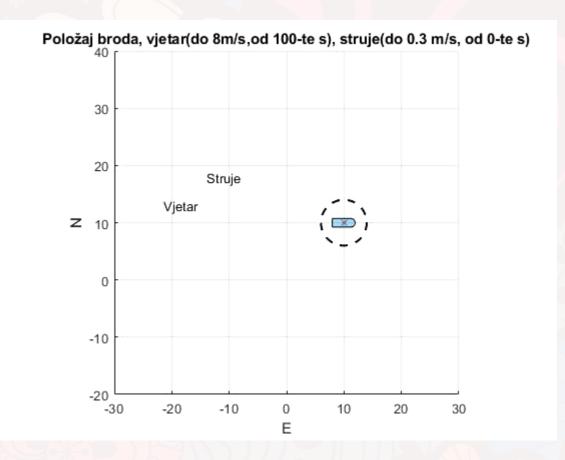




- Uz bolje namještanje parametara i funkcija za podešavanje regulatora, mogući su dobri rezultati s *PID* regulatorom
- PID regulator teže podnosi naglija povećanja sila struja ili vjetra
- *PID* regulator prije prelazi u nestabilan rad kod povećanja brzina vjetra ili struja, nego regulator dizajniran metodom povratnog hoda
- Iako upravljački signal ima blaže promjene kod *PID* regulacije, može se zaključiti da ne bi trebao biti povoljniji izbor zbog smanjene robusnosti i težeg namještanja parametara
- Uz procjenu parametara u realnom vremenu možda to nije slučaj
- Metoda povratnog hoda može se poboljšati dodavanjem dinamike aktuatora u dizajn Lyapunovljeve funkcije i procjenom parametara sustava, koji služi za unaprijedno vođenje, te parametara regulatora
- Položaj mjeren *GPS*-om i kurs broda dobiven kompasom potrebno je filtrirati, a posebno zbog utjecaja valova
- Kod stvarne implementacije potrebno je brzine u sustavu broda procijeniti uz pomoć akcelerometara



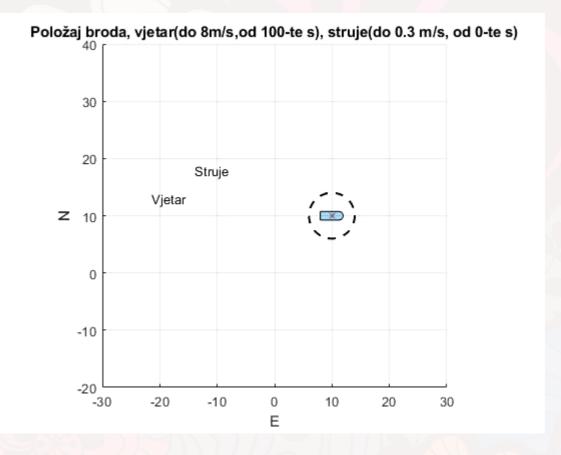
#### **PID REGULATOR**



• Maksimalna kutna brzina plovila je 6 stupnjeva u sekundi



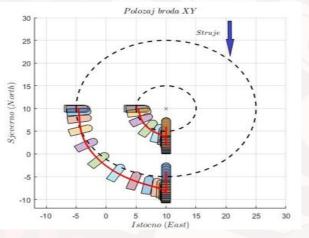
#### REGULACIJA METODOM POVRATNOG HODA

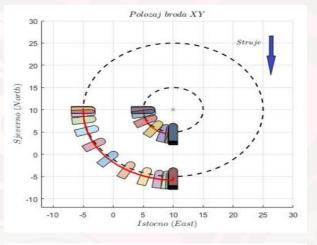


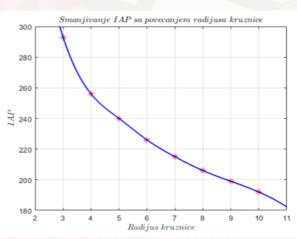
• Maksimalna kutna brzina plovila je 12 stupnjeva u sekundi

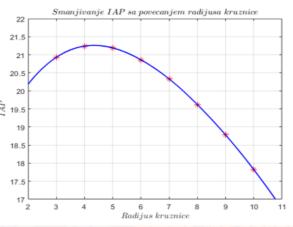
# ANALIZA REZULTATA

$$IAP = \int_0^T \left| e_\psi \right| dt$$









• Možemo zaključiti, da je povećanjem radijusa kružnice, regulacija stabilnija

