Zusammenschrift zu den diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen

8. Mai 2015

1 Hypergeometrische Verteilung

1.1 Defintion

Bei der hypergeometrische Verteilung existiert eine Grundgesamtheit *N* und eine Teilmenge *M* mit einem besonderen Merkmal. Durch eine Stichprobe vom Umfang *n* entsteht eine Schnittmenge von *x* Elementen. Diese *x* Elemente sind Teil der Menge *M* und *n*. Mit der hypergeometrischen Verteilung wird die Wahrscheinlichkeit berechnet eben *x* Elemente bei einer Stichprobe von *n* Elementen zu ziehen.
Eine hypergeometrische Verteilung identifiziert sich durch folgende Aussagen:

- Die Wahrscheinlichkeit ein besonderes/gesuchtes Element zu ziehen verändert sich nach jedem Zug.
- Eine Ziehung kann nur zwei Ausgänge besitzen (entweder wurde ein besonderes/gesuchtes Element oder ein gewöhnliches Element gezogen).

Zusammenfassung der Variablen:

N Grundgesamtheit

M Besondere/gesuchte Elemente, die eine Teilmenge der Grundgesamtheit sind.

n Stichprobenumfang

x Anzahl der Elemente in der Stichprobe, die besonders sind.

1.2 Wahrscheinlichkeiten

1.2.1 Bestimmte Wahrscheinlichkeit

$$dhypergeom(x, M, N-M, n) = \frac{\binom{M}{x} \cdot \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \text{Wahrscheinlichkeit x Elemente zu erhalten} \tag{1}$$

1.2.2 Kumulative Wahrscheinlichkeit

$$phypergeom(x, M, N-M, n) = \text{Wahrscheinlichkeit höchstens x Elemente zu erhalten} \tag{2}$$

1.2.3 Inverse kumulative Wahrscheinlichkeit

$$qhypergeom(p_{\text{höchstens x Elemente}}, M, N-M, n) = \text{x Elemente} \tag{3}$$

2 Binomial-Verteilung

2.1 Defintion

Eine Grundgesamtheit *n* besteht aus besonderen und normalen Elementen. Die Wahrscheinlichkeit ein besonderes Element zu ziehen liegt bei *p* $* 100$ Prozent. Es wird nun ermittelt, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass in *n* *x* besondere Elemente enthalten sind.
Eine Binomial-Verteilung kann folgendermaßen identifiziert werden:

- Die Wahrscheinlicht ein besonderes/gesuchtes Element zu ziehen verändert sich nicht (auch nicht nach unendlich vielen Ziehungen).

- Eine Ziehung kann nur zwei Ausgänge besitzen (entweder wurde ein besonderes/gesuchtes Element oder ein gewöhnliches Element gezogen).

Zusammenfassung der Variablen:

n Grundgesamtheit

p Die Wahrscheinlichkeit aus n besondere/gesuchte Elemente zu erhalten.

x Die Anzahl von gezogen besonderen/gesuchten Elemente in n.

2.2 Wahrscheinlichkeiten

2.2.1 Bestimmte Wahrscheinlichkeit

$$dbinom(x, n, p) = \text{Wahrscheinlichkeit x Elemente zu erhalten} \tag{4}$$

2.2.2 Kumulative Wahrscheinlichkeit

$$pbinom(x, n, p) = \text{Wahrscheinlichkeit höchstens x Elemente zu erhalten} \tag{5}$$

2.2.3 Inverse kumulative Wahrscheinlichkeit

$$qbinom(p_{\text{höchstens x Elemente}}, n, p) = \text{x Elemente aus n} \tag{6}$$

3 Poisson-Verteilung

3.1 Defintion

Die Poisson-Verteilung ist aus der Binomial-Verteilung entstanden und ist zu verwenden, so bald gilt $n \to \infty$ und $n \to 0$. Es wird mit ihr die Wahrscheinlichkeit gesucht, dass eine bestimmte Anzahl von Ereignissen pro Einheit auftritt, wenn bereits ein Erwartungswert für das Auftreten von Ereignissen ermittelt wurde.
Identifikation einer Poisson-Verteilung:

- Die Wahrscheinlicht ein besonderes/gesuchtes Element zu ziehen verändert sich nicht (auch nicht nach unendlich vielen Ziehungen).
- Ein Erwartungswert für den Auftritt von Ereignissen pro Einheit ist ermitteltbar.

Zusammenfassung der Variablen:

μ mittelere Anzahl von Auftritten eines Ereignisses pro Einheit

x Auftreten von einer bestimmten Anzahl von Ereignissen pro Einheit

3.2 Wahrscheinlichkeiten

3.2.1 Bestimmte Wahrscheinlichkeit

$$dpois(x, \mu) = \text{Wahrscheinlichkeit x Ereignisse zu erhalten} \tag{7}$$

3.2.2 Kumulative Wahrscheinlichkeit

$$ppois(x, \mu) = \text{Wahrscheinlichkeit höchstens x Ereignisse zu erhalten} \tag{8}$$

3.2.3 Inverse kumulative Wahrscheinlichkeit

$$qpois(p_{\text{höchstens x Ereignisse}}, \mu) = xEreignisse \tag{9}$$