

# Zusammenschrift zur Kombinatorik

9. Mai 2015

## 1 Permutation

### 1.1 ohne Wiederholung

#### 1.1.1 Definition

Eine Permutation ohne Wiederholung ist der Austausch von  $n$  verschiedenen Dingen untereinander. Also können  $n$  Dinge nacheinander in einer beliebigen Reihenfolge angeordnet werden.

$$n! \quad (1)$$

#### 1.1.2 Mathcad

In Mathcad gibt es für die Permutation ohne Wiederholung keinen Befehl.

#### 1.1.3 Beispiel

- 10 Leute gehen nacheinander durch eine Türe. Anzahl von Möglichkeiten, wie sie durch die Türe gehen können:

$$10! = 3628800 \quad (2)$$

- Ein Alphabet besteht aus den Buchstaben 'ABC'. Wieviele Wörter können entstehen, wenn keine Wiederholungen enthalten sein dürfen?

$$3! = 6 \quad (3)$$

### 1.2 mit Wiederholung

#### 1.2.1 Definition

Eine Permutation mit Wiederholung ist der Austausch von  $n$  verschiedenen Dingen untereinander. Dabei können aber  $m$  verschiedene Teilmengen von  $n$  doppelt auftreten.  $n_m$  stellt die Anzahl der  $m$ -ten Teilmenge.

$$\frac{n!}{n_0! \cdot n_1! \cdot n_m!} \quad (4)$$

#### 1.2.2 Mathcad

In Mathcad gibt es für die Permutation mit Wiederholung keinen Befehl.

#### 1.2.3 Beispiel

- Ein Alphabet besteht aus den Buchstaben 'ABBCC'. Wieviele Wörter können entstehen?

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6 \quad (5)$$

## 2 Variation

### 2.1 ohne Wiederholung

#### 2.1.1 Definition

Eine Variation ist eine Auswahl  $k$  von  $n$  verschiedenen Elementen (es gilt  $k \leq n$ ). Dabei ist die Reihenfolge von Bedeutung. In den  $n$  Elementen darf jedes Element nur einmal vorkommen.

$$\frac{n!}{(n-k)!} \quad (6)$$

#### 2.1.2 Mathcad

In Mathcad lautet der Befehl:

$$\text{permut}(n, k) \quad (7)$$

#### 2.1.3 Beispiele

- Wieviele zweiziffrige Zahlen kann man aus den Ziffern 1, 4, 6, 8 und 9 bilden, wenn in der Zahl jede Ziffer nur einmal vorkommen darf?

$$\text{permut}(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!} = 20 \quad (8)$$

### 2.2 mit Wiederholung

#### 2.3 Definition

Eine Variation mit Wiederholung ist eine Auswahl  $k$  von  $n$  verschiedenen Elementen. Dabei ist die Reihenfolge wichtig, jedoch können alle ausgewählten  $k$  Elemente gleich sein.

$$n^k \quad (9)$$

#### 2.3.1 Mathcad

In Mathcad gibt es für die Variation mit Wiederholung keinen Befehl.

#### 2.4 Beispiele

- Ein Alphabet besteht aus den Buchstaben "ABCDEFGH". Wieviele Passwörter können aus diesem Alphabet generiert werden, wenn ein Passwort eine Länge von 5 Buchstaben besitzen muss?

$$8^5 = 16807 \quad (10)$$

## 3 Kombination

### 3.1 ohne Wiederholung

#### 3.1.1 Definition

Bei einer Kombination ohne Wiederholung wird eine Auswahl  $k$  von  $n$  Elementen getroffen. Dabei ist die Reihenfolge egal und jedes Element von  $n$  kann nur einmal ausgewählt werden.

$$\frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad (11)$$

#### 3.1.2 Mathcad

$$\text{combin}(n, k) \quad (12)$$

### 3.1.3 Beispiele

- In einem Koordinatensystem gibt es 10 Punkte. Wieviele Geraden können gezeichnet werden, wenn maximal 3 Punkte auf einer Gerade liegen dürfen?

$$\text{combin}(10, 3) = \frac{10!}{3! \cdot (10 - 3)!} = 120 \quad (13)$$

## 3.2 mit Wiederholung

### 3.2.1 Definition

Bei einer Kombination mit Wiederholung wird eine Auswahl **k** von **n** Elementen getroffen. Dabei ist die Reihenfolge egal und es können alle ausgewählten **k** Elemente gleich sein.

$$\binom{n + k - 1}{k} \quad (14)$$

### 3.2.2 Mathcad

In Mathcad gibt es für die Kombination mit Wiederholung keinen Befehl, jedoch kann dafür der *combin()*-Befehl missbraucht werden.

$$\text{combin}(n + k - 1, k) \quad (15)$$

### 3.2.3 Beispiele

- In einer Klasse mit 20 Schülern soll die Aufgabe des Klassenordners und des Kassiers bestimmt werden, dabei kann beide Funktionen auch eine Person übernehmen. Wieviele Möglichkeiten gibt es?

$$\text{combin}(20 + 2 - 1, 2) = \binom{20 + 2 - 1}{2} = 210 \quad (16)$$

## 4 Wahrscheinlichkeit

### 4.1 Definition

Die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, wenn die Anzahl **x** von Möglichkeiten gegeben ist, ist relativ einfach:

$$\frac{1}{x} \quad (17)$$

### 4.2 Beispiel

- Wie wahrscheinlich ist es in Lotto 6 aus 45 zu gewinnen den Jackpot zu gewinnen (6 richtige Zahlen benötigt, egal in welcher Reihenfolge)?

$$\frac{1}{\text{combin}(45, 6)} = \frac{1}{\frac{45!}{6! \cdot (45-6)!}} = \frac{1}{8145060} \quad (18)$$