1) $f(x) = e^{-x^2}$

$$g(x) = e^{x}$$

$$h(x) = -x^2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} g(h(x)) = h'(x)\, g'(h(x))$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = (-2x)\, e^{-x^2}.$$

2) $f(x) = x^{x} = e^{\ln(x^x)} = e^{x\ln(x)}$

$$\frac{\partial}{\partial x} x\ln(x) = \ln(x) + 1.$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = (\ln(x) + 1)\, e^{x\ln(x)}$$

3) $f(x, y, z) = 2^{xy} + z\cos(x)$

$$= e^{xy\ln(2)} + z\cos(x)$$

OH!

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y\ln(2)\, e^{xy\ln(2)} \underset{-}{\cancel{+}} z\sin(x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x\ln(2)\, e^{xy\ln(2)} + 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = 0 + \cos(x)$$

Exercice 2 :

1) $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ symétrique

7 valeur propre associée au vect. propre $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} a+b = 7 \\ b+c = 7 \end{cases} \quad +$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$ donc $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est le vect. propre associé à 1.

$$\begin{cases} a-b = 1 \\ b-c = -1 \end{cases} \quad \#$$

$2a = 8$

$a = 4.$

$\Rightarrow b = 3$

$\Rightarrow c = 4.$

2)

$$\nabla^2 f(x_1,x_2) = \begin{pmatrix} 12x_1^2+4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

est définie positive. (question 1)

Comme $12x_1^2 \geq 0$ $\forall x_1$

la hessienne aura des valeurs propres $\geq$ aux v.p. de la matrice A.

3) Non car elle peut avoir un "minimum à l'infini"

Ex $x \longmapsto e^{-x}$