

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

"МИРЭА - Российский технологический университет" РТУ МИРЭА

Институт Информационных Технологий **Кафедра** Вычислительной Техники

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

по дисциплине «Теория принятия решений» Симплексный метод

Студент группы: <u>ИКБО-15-22</u> Оганнисян Г.А. (Φ .И.О. студента)

Преподаватель Железняк Л.М.

(Ф.И.О. преподавателя)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД	
1.1 Постановка задачи	
1.2 Математическая модель задачи	
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	
СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ	
ПРИЛОЖЕНИЯ	
111 YI/IO/KETIYI/1	1.

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе мы рассматриваем применение симплекс-метода для решения задач линейного программирования с произвольным количеством переменных. Симплекс-метод представляет собой эффективный алгоритм, который начинает решение задачи с анализа вершин многогранника условий. Путем последовательного перехода от одной вершины к другой, улучшая значение функции цели, метод стремится к достижению оптимального решения. В случае максимизации функции цели, метод ищет вершину, где значение функции увеличивается, а при минимизации - уменьшается.

Преимущество симплекс-метода заключается в том, что он гарантирует нахождение оптимального решения или устанавливает, что задача неразрешима, за конечное число шагов. Этот метод представляет собой целенаправленный перебор опорных решений ЗЛП в многомерном пространстве переменных.

Таким образом, симплекс-метод является мощным инструментом для решения сложных задач линейного программирования, обеспечивая эффективный и надежный подход к оптимизации целевой функции при линейных ограничениях.

1 СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД

1.1 Постановка задачи

Решить прямую ЗЛП с помощью симплексного метода и обратную с помощью теорем двойственности. Определить интервалы устойчивости.

Задача. Фабрика может производить тарелки и кружки. На производство тарелки идет 5 единиц материала, на производство кружки — 20 единиц (керамики). Тарелка требует 10 человеко-часа, кружка — 15. На производство тарелки тратится 0,5 кВатт электроэнергии, кружки — 0,3. Расходы при производстве тарелки равны 1 рубль, а кружки — 2 рубля. Имеется 400 единиц материала и 450 человеко-часов, 25 кВатт энергии и объем накладных расходов равен 300 рублей. Эти данные представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1. Исходные данные задачи.

Pecypc	To	Объем	
	Тарелки Кружки		pecypca
Материал	5	20	400
Человеко-часы	10	15	450
Электроэнергия	0,5	0,3	25
Расходы	1	2	300

Прибыль при производстве тарелки — 20 рублей, при производстве кружки — 50 рублей. Сколько надо сделать тарелок и кружек, чтобы получить максимальную прибыль?

1.2 Математическая модель задачи

Пусть х1 — тарелки, х2 — кружки. Максимальный выпуск продукции составит $20x_1 + 50x_2$.

Ограничения задачи:

$$\begin{cases} 5x_1 + 20x_2 \le 400 \\ 10x_1 + 15x_2 \le 450 \\ 0.5x_1 + 0.3x_2 \le 25 \\ x_1 + 2x_2 \le 300 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Таким образом, переходим к задаче линейного программирования:

$$f(x) = 20x_1 + 50x_2 \to max$$

$$\begin{cases}
5x_1 + 20x_2 \le 400 \\
10x_1 + 15x_2 \le 450 \\
0.5x_1 + 0.3x_2 \le 25 \\
x_1 + 2x_2 \le 300 \\
x_1, x_2 > 0
\end{cases}$$

Приведем задачу к канонической форме. Для этого в левые части ограничений вводим дополнительные переменные: $x3 \ge 0, x4 \ge 0, x5 \ge 0, x6 \ge 0$. Эти переменные выбираются так, чтобы они обращали неравенства в равенства.

$$\begin{cases} 5x_1 + 20x_2 + x_3 = 400 \\ 10x_1 + 15x_2 + x_4 = 450 \\ 0.5x_1 + 0.3x_2 + x_5 = 25 \\ x_1 + 2x_2 + x_6 = 300 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$f(x) = 20x_1 + 50x_2 + 0x3 + 0x4 + 0x5 + 0x6$$

Построим начальную симплекс-таблицу. Запишем систему в векторной форме:

$$A1x1 + A2x2 + A3x3 + A4x4 + A5x5 + A6x6 = A0,$$

$$A1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}, A2 = \begin{pmatrix} 20 \\ 15 \\ 0,3 \\ 2 \end{pmatrix}, A3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, A4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, A5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, A6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$A0 = \begin{pmatrix} 400 \\ 450 \\ 25 \\ 300 \end{pmatrix}$$

Векторы *А*3, *А*4, *А*5, *А*6 являются линейно независимыми единичными векторами 3х-мерного пространства и образуют базис этого пространства.

Поэтому за базисные переменные выбираем переменные x3, x4, x5, x6. Небазисными переменными являются x1, x2. Разложение позволяет найти первое базисное допустимое решение.

Для этого свободные переменные x1, x2 приравниваем нулю. В результате получим разложение

$$A3x3 + A4x4 + A5x5 + A6x6 = A0$$

Которому соответствует первоначальный опорный план

$$\mathbf{x}^{(0)} = (\mathbf{x}1, \mathbf{x}2, \mathbf{x}3, \mathbf{x}4, \mathbf{x}5, \mathbf{x}6) = (0,0,0,0,20,50),$$

$$f(\mathbf{x}^{(0)}) = 0.$$

Для проверки плана $x^{(0)}$ на оптимальность построим первую симплекстаблицу. Введем в рассмотрение вектор коэффициентов целевой функции при базисных переменных.

$$\overline{C_B} = (c3, c4, c5, c6)^T = (0,0,0,0)^T.$$

В левый столбец Таблицы 1.2 запишем переменные x3, x4, x5, x6 образующие базис, в верхней строке – небазисные переменные x1, x2. В строке c_j запишем коэффициенты целевой функции, соответствующие небазисным переменным c1 = 20, c2 = 50. В столбце $\overline{C_R}$ запишем коэффициенты целевой

функции, соответствующие базисным переменным Столбец, определяемый переменной x1, состоит из коэффициентов вектора $\overline{A_1}$. Аналогично, столбец, определяемый переменной x2, состоит из коэффициентов вектора $\overline{A_2}$. Крайний правый столбец заполняется элементами столбца $\overline{A_0}$, в нем же в результате вычислений получаем оптимальный план.

Заполнение f-строки (Таблица 1.3). Найдем относительные оценки $\Delta 1,\,\Delta 2$ и значение целевой функции Q.

$$\Delta_1 = (\overline{C_B} * \overline{A_1}) - c_1 = 0 * 5 + 0 * 10 + 0 * 0,5 + 0 * 1 - 20 = -20;$$

$$\Delta_2 = (\overline{C_B} * \overline{A_2}) - c_2 = 0 * 20 + 0 * 15 + 0 * 0,3 + 0 * 2 - 50 = -50;$$

$$Q = (\overline{C_B} * \overline{A_0}) = 0 * 20 + 0 * 50 = 0.$$

Таблица 1.2 – Начальная симплекс-таблица задачи

	c_{j}	20	50		
$\overline{C_B}$		X1	X2	$\overline{A_0}$	
0	X3	5	20	400	•
0	X4	10	15	450	
0	X5	0,5	0,3	25	
0	X6	1	2	300	
	f				•
		Δ_1	Δ_2	Q	

Таблица 1.3 – Заполнение f-строки

	c_j	20	50		
$\overline{\mathcal{C}_B}$		X1	X2	$\overline{A_0}$	
0	X3	5	20	400	400 / 20 = 20 min
0	X4	10	15	450	450 / 15 = 30
0	X5	0,5	0,3	25	25 / 0,3 = 32
0	X6	1	2	300	300 / 2 = 150
	f	-20	-50	0	
		Δ_1	Δ_2	Q	<u> </u>

Для оптимальности опорного решения в задаче на максимум требуется выполнение не отрицательности всех относительных оценок $\Delta i \geq 0$. Так как

оценки $\Delta 1 = -20$ и $\Delta 2 = -50$ в f-строке отрицательны, то это свидетельствуют о возможности улучшения полученного решения. Наибольшая по модулю отрицательная оценка $\Delta 2 = -50$. В базис будет включена соответствующая ей небазисная переменная x2. Составим отношения свободных членов к положительным элементам разрешающего столбца. Данные отношения приведены справа от таблицы. Наименьшему частному соответствует строка с переменной x5. Эта переменная исключается из базиса. В Таблице 1.3 разрешающий столбец и разрешающая строка выделены. Разрешающим элементом является число a23 = 0.3.

Далее построим новую симплекс-таблицу. Ниже поэтапно демонстрируется процесс заполнения новой симплекс-таблицы (Таблицы 1.4, 1.5).

Таблица 1.4 – Новая симплекс-таблица

isiene iiici	Ostoregor				
	c_{j}	20	0		
$\overline{C_B}$		X1	X3	$\overline{A_0}$	
50	X2		0,05		
0	X4				
0	X5				
0	X6				
	f				
		Δ_1	Δ_2	Q	

В Таблице 1.4 переменные x2 и x3 меняются местами вместе с коэффициентами cj. Разрешающий элемент заменяется на обратный. В Таблице 1.5 элементы разрешающей строки делятся на разрешающий элемент. Элементы разрешающего столбца делятся на разрешающий элемент и меняют знак.

Таблица 1.5 – Симплекс преобразования

npeoopuse	Ochivest				
	c_{j}	20	0		
$\overline{C_B}$		X1	X3	$\overline{A_0}$	
50	X2	0.25	0.05	20	
0	X4		-0.75		
0	X5		-0.02		
0	X6		-0.1		
	f		2.5		
		Δ_1	Δ_2	Q	

Таблица 1.6 – Итерация 1

ттериц	<i>un</i> 1	_			
	c_{j}	20	0		
$\overline{C_B}$		X1	X3	$\overline{A_0}$	
50	X2	0.25	0.05	20	20 / 0.25 = 80
0	X4	6.25	-0.75	150	150 / 6.25 = 24 min
0	X5	0.42	-0.02	19	19 / 0.42 = 45.23
0	X6	0.5	-0.1	260	260 / 0.5 = 520
	f	-7.5	2.5	1000	
		Δ_1	Δ_2	Q	

Остальные элементы (Таблица 1.6) рассчитываются по «правилу прямоугольника».

$$a_{21} = \frac{(20*10) - (5*15)}{20} = 6.25; \ a_{31} = \frac{(20*0.5) - (5*0.3)}{20} = 0.42;$$

$$a_{41} = \frac{(20*1) - (5*2)}{20} = 0.5; \ \Delta_1 = \frac{(20*(-20)) - (5*(-50))}{20} = -7.5;$$

$$a_{23} = \frac{(20*450) - (400*15)}{20} = 150; \ a_{33} = \frac{(20*25) - (400*0.3)}{20} = 19;$$

$$a_{43} = \frac{(20*300) - (400*2)}{20} = 260;$$

Базисное решение, которое дает последняя таблица

$$x^{(1)} = (x1, x2, x3, x4, x5, x6) = (0, 150, 20, 0, 19, 260),$$

$$f(x^{(1)}) = (\overline{C_B} * \overline{A_0}) = 50 * 20 + 0 * 150 + 0 * 19 + 0 * 260 = 1000.$$

Это решение не является оптимальным, так как в f-строке имеется отрицательная оценка $\Delta 1$.

В Таблице 1.6 разрешающий столбец и разрешающая строка выделены. Разрешающим элементом является число a21 = 6.25.

Поэтому, построим новую симплекс-таблицу. Ниже поэтапно демонстрируется процесс заполнения новой симплекс-таблицы (Таблицы 1.7, 1.8).

Таблица 1.7 – Новая симплекс-таблица

	c_j	0	0		
$\overline{C_B}$		X4	X3	$\overline{A_0}$	
50	X1				
20	X2	0.16			
0	X5				
0	X6				
	f				
		Δ_1	Δ_2	Q	

В Таблице 1.4 переменные *x*1 и *x*3 меняются местами вместе с коэффициентами *cj*. Разрешающий элемент заменяется на обратный. В Таблице 1.5 элементы разрешающей строки делятся на разрешающий элемент. Элементы разрешающего столбца делятся на разрешающий элемент и меняют знак.

Таблица 1.8 – Симплекс преобразования

- F	c_{j}	0	0	
$\overline{C_B}$		X4	X3	$\overline{A_0}$
50	X1	-0.04		
20	X2	0.16	-0.12	24
0	X5	-0.07		
0	X6	-0.08		
	f	1.2		
		Δ_1	Δ_2	Q

Таблица 1.9 – Итерация 2

	c_j	0	0	
$\overline{C_B}$		X4	X3	$\overline{A_0}$
50	X1	-0.04	0.08	14
20	X2	0.16	-0.12	24
0	X5	-0.07	0.04	8.8
0	X6	-0.08	-0.04	248
	f	1.2	1.6	1180
		Δ_1	Δ_2	0

Остальные элементы (Таблица 1.6) рассчитываются по «правилу прямоугольника».

$$a_{12} = \frac{(6.25 * 0.05) - (0.25 * (-0.75))}{6.25} = 0.08;$$

$$a_{13} = \frac{(6.25 * 20) - (150 * 0.25))}{6.25} = 14;$$

$$a_{32} = \frac{(6.25 * (-0.02)) - (0.42 * (-0.75))}{6.25} = 0.04;$$

$$a_{33} = \frac{(6.25 * 19) - (0.42 * 150)}{6.25} = 8.8;$$

$$a_{42} = \frac{(6.25 * (-0.1)) - (0.5 * (-0.75))}{6.25} = -0.04; a_{43}$$

$$= \frac{(6.25 * 260) - (0.5 * 150)}{6.25} = 248;$$

$$\Delta_2 = \frac{(6.25 * 2.5) - (-7.5 * (-0.75))}{6.25} = 2.5;$$

Если в последней таблице f-строке не содержит отрицательных оценок, то это свидетельствует об оптимальности полученного решения:

Подставляем базисное решение, которое дает последняя таблица

$$x^{(2)} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (14, 24, 0, 0, 8.8, 248),$$

 Γ де n – количество итераций, n – степень у x.

$$f(x^{(2)}) = (\overline{C_B} * \overline{A_0}) = 14 * 50 + 24 * 20 + 0 * 8.8 + 0 * 248 = 1180.$$

Проверим решение по «правилу прямоугольника».

$$f_{max} = Q = (\overline{C_B} * \overline{A_0}) = \frac{(6.25 * 1000) - (-7.5 * 150)}{6.25} = 1180.$$

Таким образом, предприятие должно выпускать в течении недели x1 = 24 шт. тарелок и x2 = 14 шт. кружек. Тогда предприятие получит программу по максимальному доходу - 1180 [шт.].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы мы изучили и применили симплекс-метод для решения задач линейного программирования с произвольным количеством переменных. Симплекс-метод представляет собой эффективный алгоритм, основанный на последовательном переходе от одной вершины многогранника условий к другой с целью улучшения значения целевой функции.

Плюсы симплекс-метода:

- 1. Гарантированное нахождение оптимального решения или определение неразрешимости задачи в конечное число шагов.
- 2. Эффективность в решении сложных задач оптимизации при линейных ограничениях.
- 3. Относительная простота реализации и понимания алгоритма.
- 4. Возможность применения к широкому спектру задач линейного программирования.

Минусы симплекс-метода:

- 1. Неэффективность в случае большого количества переменных или огромных размеров задачи.
- 2. Возможность зацикливания в некоторых случаях, что приводит к невозможности нахождения оптимального решения.
- 3. Не всегда обеспечивает оптимальное решение на практике из-за ограничений математической модели или особенностей конкретной задачи.

Тем не менее, несмотря на некоторые ограничения, симплекс-метод остается мощным инструментом для решения множества задач линейного программирования, обеспечивая надежное и точное определение оптимальных решений.

СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Болотова Л. С. Многокритериальная оптимизация. Болотова Л. С., Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Метод. указания по вып. курсовой работы М.: МИРЭА, 2015.
- 2. Сорокин А. Б. Методы оптимизации: гибридные генетические алгоритмы. Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие М.: МИРЭА, 2016.
- 3. Сорокин А. Б. Линейное программирование: практикум. Сорокин А. Б., Бражникова Е. В., Платонова О. В. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие М.: МИРЭА, 2017.

приложения

Приложение A – Код реализации симплексного метода на языке Python.

Приложение А

Код реализации симплексного метода на языке Python.

Листинг А.1. Реализация симплексного метода.

```
import numpy as np
class LinearModel:
    # Инициализация параметров модели
    def __init__(self, A=np.empty([0, 0]), b=np.empty([0, 0]), c=np.empty([0,
0]), minmax="MAX"):
        self.A = A # Матрица коэффициентов ограничений
        self.b = b # Вектор правой части ограничений self.c = c # Вектор коэффициентов целевой функции
        self.x = [float(0)] * len(c) # Начальное решение (все переменные равны
нулю)
        self.minmax = minmax # Тип оптимизации (минимизация или максимизация)
        self.printIter = True # Флаг для печати итераций
        self.optimalValue = None # Оптимальное значение целевой функции
        self.transform = False # Флаг для преобразования модели
    def \ addA(self, \ A): \ \# \ Установка \ матрицы коэффициентов ограничений
        self.A = A
    def addB(self, b): # Установка вектора правой части ограничений
        self.b = b
    def addC(self, c): # Установка вектора коэффициентов целевой функции
        self.c = c
        self.transform = False
    def setObj(self, minmax): # Установка типа оптимизации
        self.minmax = minmax
        self.transform = False
    def setPrintIter(self, printIter): # Установка флага для печати итераций
        self.printIter = printIter
    def printSoln(self): # Печать решения и оптимального значения
        print(" Коэффициенты: ")
        print("", self.x)
        print("\n Оптимальное значение: ")
        print("", self.optimalValue)
    def getTableau(self): # Создание симплекс-таблицы
        num var = len(self.c) # Получение количества переменных
        num slack = len(self.A) # Получение количества ограничений
        # Создание верхней строки таблицы
        t1 = np.hstack(([None], [0], self.c, [0] * num slack))
```

Продолжение листинга А.1. Реализация симплексного метода.

```
# Создание базисных переменных и расширение матрицы А, если необходимо
       basis = np.array([0] * num slack) # Создание массива для базисных
переменных
        for i in range(0, len(basis)):
           basis[i] = num var + i # Установка индексов базисных переменных
       A = self.A
        if not ((num slack + num var) == len(self.A[0])):
            # Если матрица А не квадратная, добавляем единичную матрицу для
расширения
           B = np.identity(num slack)
           A = np.hstack((self.A, B))
        # Создание нижних строк таблицы
        t2 = np.hstack((np.transpose([basis]), np.transpose([self.b]), A))
        # Объединение верхней и нижней частей таблицы
        tableau = np.vstack((t1, t2)) # Слияние верхней и нижней частей
таблицы
       tableau = np.array(tableau, dtype='float') # Преобразование в массив
NumPy
       return tableau # Возвращение симплекс-таблицы
   def optimize(self): # Оптимизация симплекс-методом
        tableau = self.getTableau() # Получение симплекс-таблицы
        if self.printIter:
           print(" Стартовая таблица:")
           self.print_table(tableau, True) # Печать начальной симплекс-
таблины
       optimal = False \# Флаг для проверки на оптимальность
        iter = 0 # Счетчик итераций
       while 1:
           if self.printIter:
               if iter > 0:
                   print("\n=======\n")
                   print(" Итерация :", iter)
                    self.print table(tableau, False) # Печать текущей
симплекс-таблицы
           for profit in tableau[0, 2:]:
               if profit > 0:
                   optimal = False
                   break
               optimal = True
            if optimal:
               break
           n = tableau[0, 2:].tolist().index(np.amax(tableau[0, 2:])) + 2 #
Выбор разрешающего столбца
           minimum = 99999 # Инициализация минимального значения
           r = -1 # Инициализация разрешающей строки
           for i in range(1, len(tableau)):
               if tableau[i, n] > 0:
                   val = tableau[i, 1] / tableau[i, n]
                    if val != 0 and val < minimum:
                       minimum = val # Обновление минимального значения
                        r = і # Обновление разрешающей строки
           pivot = tableau[r, n] # Получение разрешающего элемента
           print("\n Разрешающий столбец:", n - 1)
           print(" Разрешающая строка:", r)
           print(" Разрешающий элемент: ", pivot)
           tableau[r, 1:] = tableau[r, 1:] / pivot # Деление строки на
разрешающий элемент
           for i in range(0, len(tableau)):
```

Продолжение листинга А.1. Реализация симплексного метода.

```
if i != r:
                   mult = tableau[i, n] / tableau[r, n] # Вычисление
множителя
                   tableau[i, 1:] = tableau[i, 1:] - mult * tableau[r, 1:] #
Обновление строк
           tableau[r, 0] = n - 2 # Обновление индекса базисной переменной в
таблине
           iter += 1 # Увеличение счетчика итераций
       if self.printIter:
           print("\n----\n")
           print(" Финальная таблица была получена за", iter, "итерации")
           self.print table(tableau, False) # Печать финальной симплекс-
таблицы
       else:
           print("Решено")
       self.x = np.array([0] * len(self.c), dtype=float) # Создание массива
для решения
        for key in range(1, (len(tableau))):
           if tableau[key, 0] < len(self.c):
               self.x[int(tableau[key, 0])] = tableau[key, 1] # Обновление
значений переменных
           self.optimalValue = -1 * tableau[0, 1] # Установка оптимального
значения
    def print table(self, tableau, start): # Функция для печати симплекс-
таблицы
       print("ind A0\t\t ", end="") # Печать заголовка столбца с индексом и
AΩ
        for i in range(1, len(self.c) + 1): # Печать заголовков столбцов
переменных х
           print("x " + str(i), end="\t")
        for i in range(1, 5): \# Печать заголовков столбцов правой части
ограничений
           print("b " + str(i), end="\t ")
       print() # Переход на новую строку после печати заголовка
        for j in range(0, len(tableau)): # Перебор строк таблицы
            for i in range(0, len(tableau[0])): # Перебор элементов в строке
               if not np.isnan(tableau[j, i]): # Проверка, что элемент не
NaN
                   if i == 0: # Если это первый столбец (индекс базисной
переменной)
                       print('x ' + str(int(tableau[j, i]) + 1), end="\t")
                   else:
                       if j == 0 and start is False: # Если это первая
строка и start равно False
                           if round(tableau[j, i], 2) == 0:
                               print(round(tableau[j, i], 2), end="\t") #
Если значение округленное до 2 знаков после запятой равно 0
                           else:
                              print((-1) * round(tableau[j, i], 2), end="\t
") # В противном случае, печать отрицательного значения
             else:
                           print(round(tableau[j, i], 2), end="\t ") # Если
не первая строка или start равно True
               else:
                   print('F', end="\t ") # Если элемент NaN, печать символа
'F' вместо значения
           print() # Переход на новую строку после печати строки таблицы
```

Продолжение листинга А.1. Реализация симплексного метда

```
if __name__ == '__main__':
     \overline{\text{model1}} = \overline{\text{LinearModel}}()
     A = np.array(
           [
                 [16, 12],
                 [0.2, 0.4],
                 [6, 5],
                 [3, 4]
           ]
     )
     b = np.array(
           [1200, 30, 600, 300]
     c = np.array(
          [260, 300]
     model1.addA(A)
     model1.addB(b)
     model1.addC(c)
     print("\n Дано:")
print("> A = \n", A, "\n")
print("> A0 = \n", b, "\n")
print("> C = \n", c, "\n\n")
     model1.optimize()
     print("\n")
     model1.printSoln()
```