МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

"МИРЭА - Российский технологический университет"

РТУ МИРЭА

Институт Информационных Технологий

Кафедра Вычислительной Техники

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4

по дисциплине

«Теория принятия решений»

Графический метод

Студент группы: ИКБО-15-22 Оганнисян Г.А.

(Ф. И.О. студента)

Преподаватель Железняк Л.М.

(Ф.И.О. преподавателя)

Москва 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Стандартная форма ЗЛП – это задача, в которой система функциональных и прямых ограничений состоит из одних неравенств, переменные являются неотрицательными, а целевая функция может стремиться как к максимуму, так и к минимуму. Если в ЗЛП только две переменные, то наиболее простой и наглядный способ ее решения – это графический метод.

Для решения ЗЛП необходимо ввести понятие «область допустимых решений». Совокупность всех допустимых решений образует область допустимых решений (ОДР) ЗЛП. При этом ОДР является выпуклой линейной комбинацией своих угловых точек. Тогда согласно основной теореме линейного программирования оптимальное решение ЗЛП достигается в одной из угловых точек ОДР.

Таким образом, графический метод решения ЗЛП условно можно разбить на два этапа: Первый этап — остроение ОДР ЗЛП, второй этап — нахождение среди всех точек ОДР такой точки ($x1*$, $x2*$) в которой целевая функция $f(x)$ принимает максимальное (минимальное) значение. Перейдем к рассмотрению этих этапов.

1. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД

1.1. Постановка задачи

Решить задачу линейного программирования с двумя переменными графическим методом.

1.2. Данные индивидуального варианта

$$f(x) = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow min/max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 13 \\ 6x_1 + x_2 \leq 34 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1.3. Подготовка данных

В среде Microsoft Excel добавим 4 столбца:

1. x_1 – значения от 0 до 10 с шагом 0,5;
2. $x_2 = \frac{13 - x_1}{2}$ – значения ограничения $x_1 + 2x_2 \leq 13$;
3. $x_2 = 34 - 6x_1$ – значения ограничения $6x_1 + x_2 \leq 30$
4. $x_2 = \frac{5x_1}{6}$ – значения $f(x) = 5x_1 + 6x_2 = 0$.

Таблица 1.1 – Данные для графика

x_1	$x_2 = \frac{13 - x_1}{2}$	$x_2 = 34 - 6x_1$	$x_2 = \frac{5x_1}{6}$
0	6,5	34	0,00
0,5	6,25	31	0,42
1	6	28	0,83
1,5	5,75	25	1,25
2	5,5	22	1,67
2,5	5,25	19	2,08
3	5	16	2,50
3,5	4,75	13	2,92
4	4,5	10	3,33
4,5	4,25	7	3,75
5	4	4	4,17
5,5	3,75	1	4,58
6	3,5	-2	5,00
6,5	3,25	-5	5,42
7	3	-8	5,83
7,5	2,75	-11	6,25
8	2,5	-14	6,67
8,5	2,25	-17	7,08
9	2	-20	7,50
9,5	1,75	-23	7,92
10	1,5	-26	8,33

1.4. Построение графика

Выделим таблицу подготовленных данных и построим гладкий график. Произведем настройку шага координатной оси x1 и получим следующий график (Рисунок 1.1)

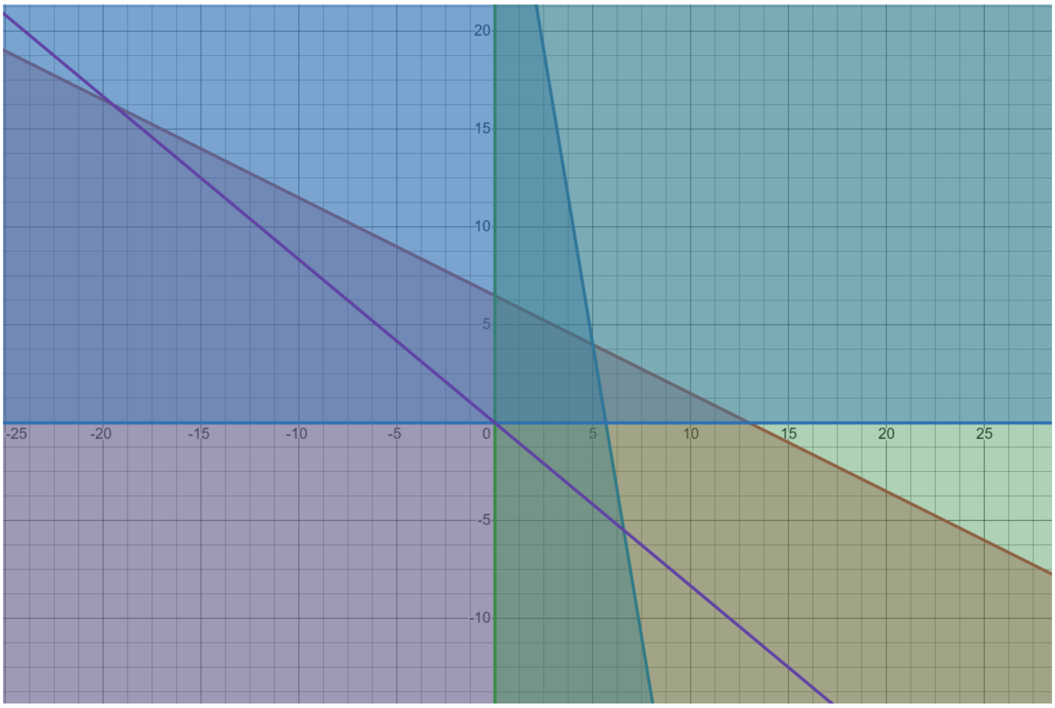

Рисунок 1.1 – Построение графиков по данным

1.5. Выделение области допустимых решений

Чтобы определить форму ОДР надо рассмотреть каждую из построенных прямых по отдельности и, заменив мысленно в соответствующем уравнении знак равенства на исходное неравенство, определить, с какой стороны от рассматриваемой прямой лежит ОДР. Для этого необходимо решить соответствующее неравенство относительно точки (0,0). Если неравенство истинно, то ОДР лежит в полуплоскости, которой принадлежит точка (0,0), если ложно – то в полуплоскости, которая не содержит точку (0,0). ОДР будет являться областью пересечения всех полуплоскостей, задаваемых неравенствами-ограничителями.

В результате получим область допустимых решений, представленную на Рисунке 1.2.

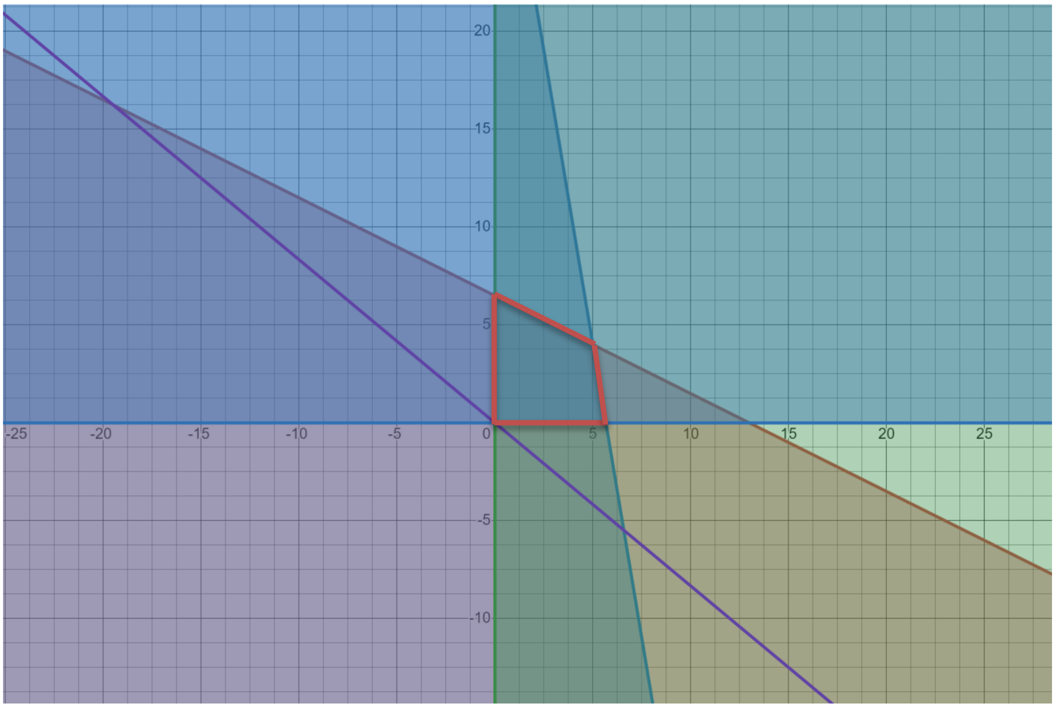

Рисунок 1.2 – Выделение области допустимых решений

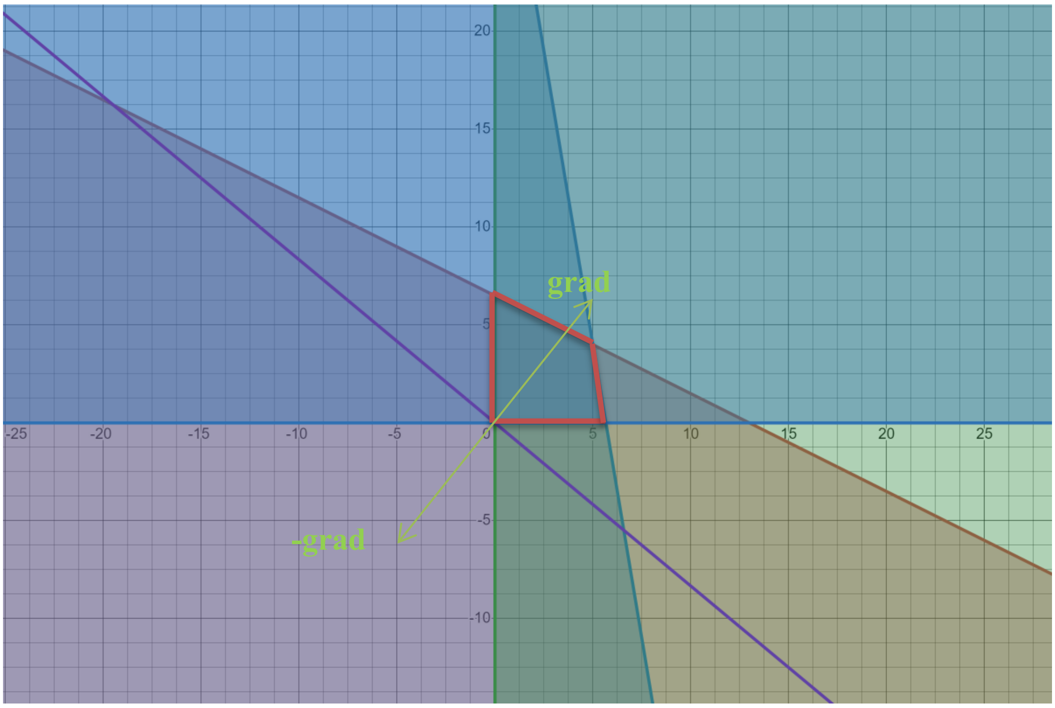

Рисунок 1.3 – Построение векторов градиента и антиградиента

1.6. Максимум функции

Для нахождения максимума функции найдем её градиент по формуле 1.1:

$$\overline{\text{gradf}(x)} = \left\{ \frac{df(x)}{dx_1}, \frac{df(x)}{dx_2} \right\}$$

(1.1)

Для нахождения минимума функции найдем её градиент по формуле 1.1:

$$-\overline{gradf(x)} = \left\{ -\frac{df(x)}{dx_1}, -\frac{df(x)}{dx_2} \right\}$$

(1.2)

Градиент функции будет равен {5; 6}, а антиградиент функции будет равен {-5; -6}. Изобразим эти вектора на графике (Рисунок 1.4).

Теперь начинаем мысленно сдвигать прямую целевой функции в направлении градиента, и определяем последнюю точку ОДР, которая лежит на пути прямой. Найдем её координаты:

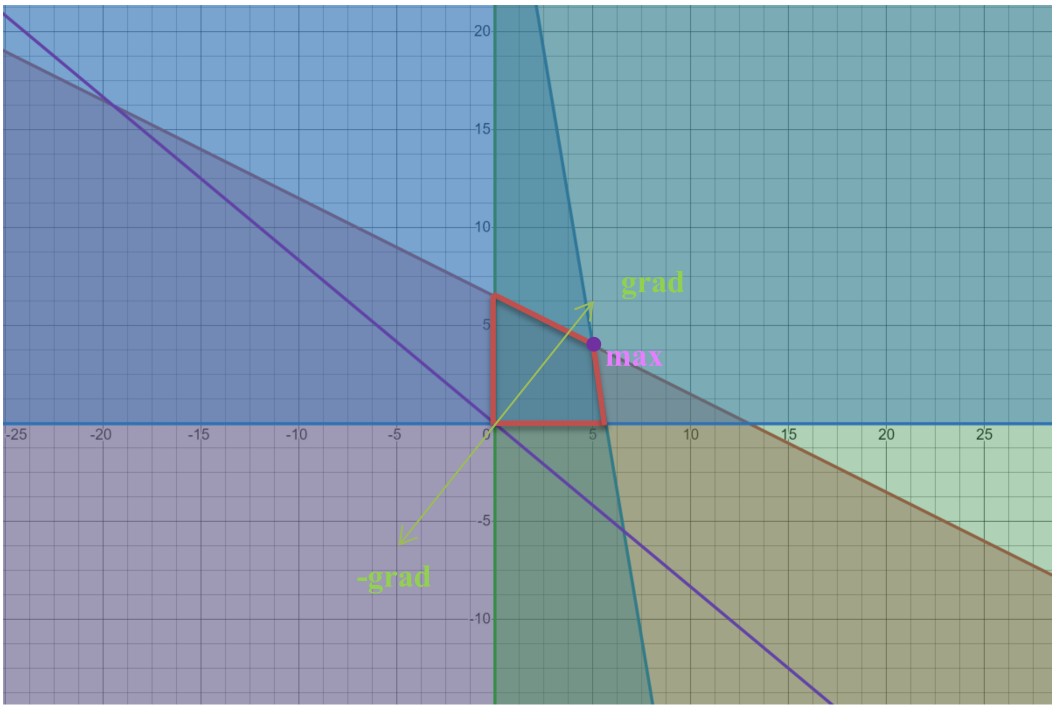

Рисунок 1.4 – Точка максимума функции

Найдем значение функции в точке максимума.

max = {5;4}

Подставив координаты найденных точек (максимума) в систему уравнения и убедимся, что точки принадлежать к области ОДР:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 13 \\ 6x_1 + x_2 \leq 34 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Получим значение равное F(x)max = 48.

1.7. Минимум функции

Для нахождения минимума функции будем перемещать прямую в сторону антиградиента. Отметим на графике найденную точку (Рисунок 1.5).

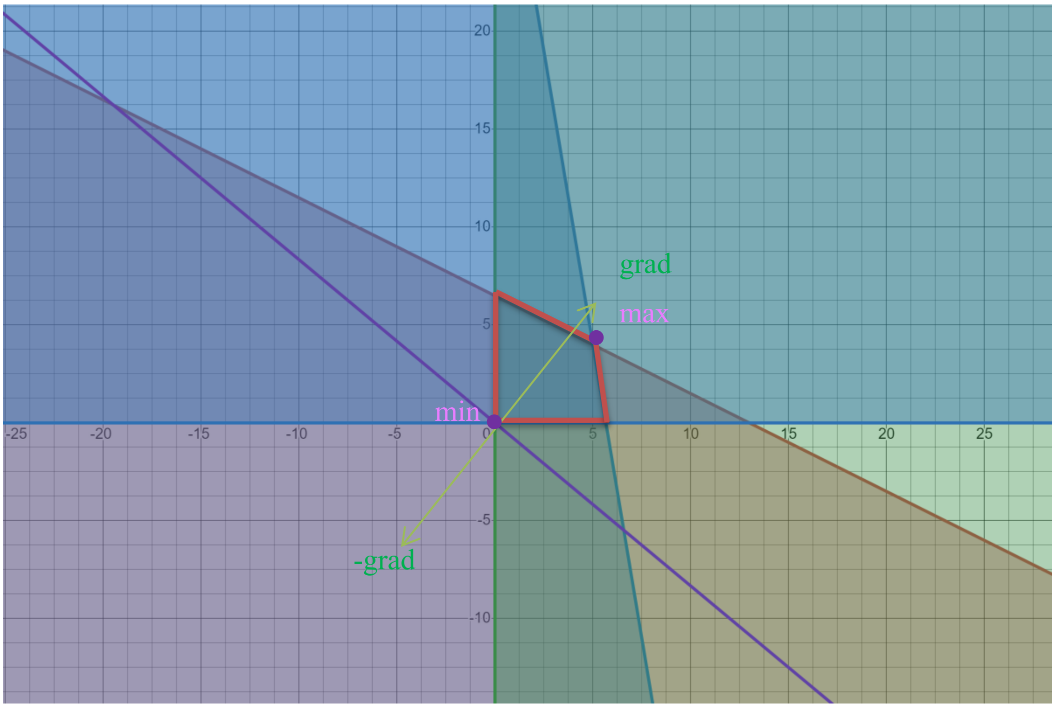

Рисунок 1.5 – Точка минимума функции

Найдем координаты точки минимума:

min = {0; 0}

Найдем значение функции в этой точке.

Подставив координаты найденных точек (минимума) в систему уравнения и убедимся, что точки принадлежать к области ОДР:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 13 \\ 6x_1 + x_2 \leq 34 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Получим результат F(x)min = 0

Ответ:

F(x)max = 48

F(x)min = 0

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы были полготовленны данные с помощью Microsoft Excel: решены уравнения относительно x_2 и при значении целевой функции $f(x) = 0$, построены графики, обозначена область допустимых решений, вычислен градиент и антиградиент. С помощью градиента и антиградиента были получены точки минимума и максимума и вычислены значения функции в этих точках.

СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Болотова Л. С. Многокритериальная оптимизация. Болотова Л. С., Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Метод. указания по вып. курсовой работы — М.: МИРЭА, 2015.

2. Сорокин А. Б. Методы оптимизации: гибридные генетические алгоритмы. Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2016.

3. Сорокин А. Б. Линейное программирование: практикум. Сорокин А. Б., Бражникова Е. В., Платонова О. В. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2017.