2. Следящая система с люфтом. Рассмотрим простейшую следящую систему с люфтом в контактном устройстве и в зубчатом зацеплении, описываемую безразмерным уравнением [152]
$x + x = S(x, x)(1)$
где x-координата сервомотора и $S(x, x)$-кусочно-постоянная (характеризующая безразмерную э. д. с. и сухое трение в системе). Общеизвестным приемом при исследовании точечных преобразований является представление и исследование точечного преобразования в параметрической форме, где в качестве параметра вводится время пробега изображающей точки по траекториям системы между точками сшивания.
Особенностью рассматриваемой задачи является возможность другого эффективного параметрического представления точечного преобразования с введением в качестве параметров некоторых отрезков в фазовом пространстве. Этот прием имеет значение, выходящее за рамки рассматриваемой задачи.
Разбиение плоскости (x, x) на области, где $C(x, x)$ сохраняет постоянное значение, производится в зависимости от двух параметров k и z, характеризующих соответственно люфт в котактном усростве и люфт в зацеплении.
Запишем уравнение (1) в виде системы
$x = y, y = S(x, y) - y(2)$
и будем рассматривать фазовые траектории на плоскости (x, y).
Разбиение фазовой плоскости на траектории будет симметрично относительно начала координат, если за начало отсчета принять середину максимального интервала длиной $z + k$, который сервомотор может пройти по инерции. На рис. 210 изображено разбиение плоскости (x, y) на десять областей, где $S(x, y)$ сохраняет постоянные значения, указанные на рисунке. Полосы шириной $y0$, примыкающие к оси x сверзу или снизу, соответствуют выбиранию сервомотором люфта в зубчатом зацеплении, и для них соответственно $S(x, y) = 1$ или $S(x, y) = -1$ (сухим трением при свободном движении сервомотора пренебрегаем). Полосе шириной k, содержащей внутри ось y, соответствует выбирание сервомотором совместно со следящей осью люфта в коптактном устройстве при движении по инерции. Здесь $S(x, y) = -r$ или $S(x, y) = r$ характеризует твердое трение в системе. На других участках фазовой плоскости величина $S(x, y)$ имеет значение $+ - 1 + -r$, где знаки выбираются в зависимости от знака скорости

и знака включенной э. д. с. или 0, если люфт в зацеплении проходится по инерции. Величина $y0$-максимаьная скорость, до которой разгоняется сервомотор, выбирая люфт в зацеплении,- есть однозначная функция параметра z и определяется уравнением
$z + y0 + ln(1 - y0) = 0$ (3)
Это уравнение получатется, если в (2) положить $S(x, y) = 1$ и потребовать для решения системы (2) выполнения условий $x = = -x0, y = 0; x = -x0 + z, y = y0$.
Построим точечное преобразование в себя полупрямой L : $y = 0, x <= -(z + k)/2$, примыкающей слева к отрезку покоя: $y = = 0, -(z + k)/2 < x < (z + k)/2$. Так как фазовое пространство симметрично оносительно начала координат, то задача сводится к построению точечного отображнеия полупрямой L в симметричную полупрямую L', примыкающую к отрезку покоя справа.
Рассмотрим траекторию в верзней полуплоскости, сшитую из четырех кском, начинающуюся в точке $(-u, 0)$ и заканчивающуюся в точке $(v, 0)$. Сшивание"траекторий в точках разрыва правых частей системы совершается элементарно, если знак правой части второго из уравнений (2) не изменяется при переходе через линию сшивания. Так будет, если $y0 <= 1 - r$, т. е. если r "не слишком велико". Точки пересечения этой траектории с полосой ширины k будут $x = (z - k)/2, y = ny$ и $x = (z + k)/2, y = epc$. Как оказывается, величины ny и epc целесообразно рассматривать как параметры точечного преобразования.
Из уравнения (2), полагая $S(x, y) = 1$ для первого куска траектории и $S(x, y) = 1 - r$ для второго и используя условия для концов кусков траекторий: $x = -u, y = 0; x = -u + z, y = y0;$ $x = (z - k)/2y = ri$, получим
$u = (z+k)/2+(1-r)*ln((1-r-y0)/(1-r-ny))+y0-ny, y0 <= ny < 1-r.$ (4)
Полагая далее $S(x, y) = -r$ для третьего куска траектории и $S(x, y) = -1 - r$ для четвертого и используя условия для концов кусков траекторий
$x = (z - k)/2, y = ny; x = (z + k)/2, y = \epsilon; x = v, y = 0,$
получим
$r * ln(\epsilon + r) - r * ln(\epsilon + r) + \nu - \epsilon - k = 0,$ (5)
$v = (z + k)/2 + \epsilon + (1 + r) * ln((1 + r)/(\epsilon + 1 + r), 0 <= \epsilon < \infty.$ (6)
Уравнения (4)-(6) определяют требуемое точечное преобразование в параметрической форме с двумя параметрами ν и ϵ.
Разбиение фазового пространства (x, y) на траектории определяется взаиморасположением кривых $u = u(\nu)$ и $v = v(\nu)$ на совмещенных плоскостях (ν, u) и (ν, v). Исследование взаиморасположения кривых проводится элементарно при использовании ν и ϵ как параметров.
Из (5) и(6) находим

$(d\eta)/(d\xi) = (\xi(\eta+r))/(\eta(\xi+r)) > 0, (dv)/(d\epsilon) = (\nu/(1+r+\epsilon))*((\epsilon+r)/(\nu+r)) > 0$. (7)
Из (4) имеем
$du/d\nu = \nu/(1-r-\epsilon)$. (8)
Сравнивая (7) и (8), непосредственно обнаруживаем, что для любого ν будет
$du/d\nu > dv/d\nu$,