§2. Следящая система с люфтом. Рассмотрим простейшую следящую систему с люфтом в контактном устройстве и в зуб чатом зацеплении, описываемую безразмерным уравнением [152]

$$\ddot{x} + \dot{x} = S(x, \dot{x}) \tag{1}$$

где x - координата сервомотора и $S(x, \dot{x})$ - кусочно-постоянная (характеризующая безразмерную э. д. с. и сухое трение в системе). Общеизвестным приемом при исследовании точечных преобразований является представление и исследование точечного преобразования в параметрической форме, где в качестве параметра вводится время пробега изображающей точки по траекториям системы между точками сшивания.

Особенностью рассматриваемой задачи является возможность другого эффективного параметрического представления точечного преобразования с введением в качестве параметров некоторых отрезков в фазовом пространстве. Этот прием имеет значение, вы ходящее за рамки рассматриваемой задачи.

Разбиение плоскости $(x, \dot{x})$ на области, где $C(x, \dot{x})$ сохраняет постоянное значение, производится в зависимости от двух пара- метров k и z, характеризующих соответственно люфт в котакт ном усростве и люфт в зацеплении.

Запишем уравнение (1) в виде системы

$$\dot{x} = y, \dot{y} = S(x, y) - y \tag{2}$$

и будем рассматривать фазовые траектории на плоскости (x, y). Разбиение фазовой плоскости на траектории будет симметрично относительно начала координат, если за начало отсчета принять середину максимального интерва ла длиной $z+k$, который сервомо тор может пройти по инерции. На рис. 210 изображено разбиение плоскости (x, y) на десять об ластей, где $S(x, y)$ сохраняет постоянные значения, указан ные на рисунке. Полосы ши риной $y0$, примыкающие к оси x сверзу или снизу, соответствуют выбиранию сервомотором люфта в зубчатом зацеплении, и для них соответственно $S(x, y) = 1$ или $S(x, y) = -1$ (сухим трением при свободном движении сервомотора пренебрегаем). Полосе шириной k, содержащей внутри ось y, соответствует выбирание сер вомотором совместно со следящей осью люфта в коптактном устройстве при движении по инерции. Здесь $S(x, y) = -r$ или $S(x, y) = r$ характеризует твердое трение в системе. На других участках фазовой плоскости величина $S(x, y)$ имеет значение $\pm 1 \pm r$, где знаки выбираются в зависимости от знака скорости и знака включенной э. д. с. или 0, если люфт в зацеплении про ходится по инерции. Величина y_0-максимаьная скорость, до которой разгоняется сервомотор, выбирая люфт в зацеплении, есть однозначная функция параметра z и определяется урав нением

$$z + y_0 + ln(1 - y_0) = 0. \tag{3}$$

Это уравнение получатется, если в (2) положить $S(x, y) = 1$ и потребовать для решения системы (2) выполнения условий $x = = -x_0, y = 0; x = -x_0 + z, y = y_0$.

Построим точечное преобразование в себя полупрямой $L : y = 0, x \leq \frac{-(z+k)}{2}$, примыкающей слева к отрезку покоя: $y = 0, \frac{-(z+k)}{2} < x < \frac{z+k}{2}$. Так как фазовое пространство симметрично оносительно начала координат, то задача сводится к построению точечного отображнеия полупрямой L в симметрич ную полупрямую L', примыкающую к отрезку покоя справа.

Рассмотрим траекторию в верзней полуплоскости, сшитую из четырех ксков, начинающуюся в точке $(-u, 0)$ и заканчиваю щуюся в точке $(v, 0)$. Сшивание"траекторий в точках разры ва правых частей системы совершается элементарно, если знак правой части второго из уравнений (2) не изменяется при пере ходе через линию сшивания. Так будет, если $y_0 \leq 1-r$, т. е. если r "не слишком велико". Точки пересечения этой траектории с по лосой ширины k будут $x = \frac{z-k}{2}, y = \eta$ и $x = \frac{z+k}{2}, y = x_i$. Как оказывается, величины η и ξ целесообразно рассматривать как параметры точечного преобразования.

Из уравнения (2), полагая $S(x, y) = 1$ для первого куска траектории и $S(x, y) = 1-r$ для второго и используя условия для концов кусков траекторий: $x = -u, y = 0; x = -u+z, y = y_0$; $x = \frac{z-k}{2} y = r_i$, получим

$$u = \frac{z+k}{2} + (1-r) ln \frac{1-r-y_0}{1-r-\eta} + y_0 - \eta, y_0 \leq \eta < 1-r. \tag{4}$$

Полагая далее $S(x, y) = -r$ для третьего куска траектории и $S(x, y) = -1-r$ для четвертого и используя условия для концов кусков траекторий

$$x = \tfrac{z-k}{2}, y = \eta; x = \tfrac{z+k}{2}, y = \xi; x = v, y = 0,$$

получим

$$rln(\xi + r) - rln(\xi + r) + \eta - \xi - k = 0, \tag{5}$$

$$v = \frac{z+k}{2} + \xi + (1+r) ln \frac{1+r}{\xi+1+r}, 0 \leq \xi < \infty. \tag{6}$$

Уравнения (4)-(6) определяют требуемое точечное преобра зование в параметрической форме с двумя параметрами η и ξ. Разбиение фазового пространства (x, y) на траектории определя ется взаиморасположением кривых $u = u(\eta)$ и $v = v(\eta)$ на сов мещенных плоскостях (ν, u) и (ν, v). Исследование взаиморас положения кривых проводится элементарно при использовании η и ξ как параметров.

Из (5) и(6) находим

$$\tfrac{d\eta}{d\xi} = \tfrac{\xi(\eta+r)}{\eta(\xi+r)} > 0, \tfrac{dv}{d\xi} = \tfrac{\xi}{\xi+1+r} > 0.$$

Откуда

$$\frac{dv}{d\eta} = \frac{\eta}{1+r+\xi} \frac{\xi+r}{\eta+r} > 0. \tag{7}$$

Из (4) имеем

$$\frac{du}{d\eta} = \frac{\eta}{1-r-\epsilon}. \tag{8}$$

Сравнивая (7) и (8), непосредственно обнаруживаем, что для любого η будет

$$du/d\eta > dv/d\eta,$$