# ДЕТЕКТОР УГЛОВ ХАРРИСА

При движении объектов на видеоизображении или же на фотографиях, где они изображены с двух разных ракурсов, довольно часто, необходимо сопоставлять их друг с другом. Решение таких задач помогает отслеживать относительное движение камера-объект. Каким же образом это выполнить? Необходимо выбрать определенные ROI с помощью которых можно сопоставить два изображения. Одним из критериев используемых для сопоставления является взвешенные квадраты разности.

$$E_{WSSD}(u,v) = \sum_{x,y} w(x,y)\left[I(x+u,y+v) - I(x,y)\right]^2 \tag{1}$$

Где:

1. $I(x,y)$ - Исходное изображение
2. $I(x+u,y+v)$ - Смещенное на $(u,v)$ - изображение $I(x,y)$
3. $w(x,y)$ - взвешивающая матрица

Как же мы будем минимизировать (1)?

Попробуем разложить $I(x+u,y+v)$ в ряд Тейлора. в окрестности точки $(x+u,y+v)$

$$E_{WSSD}(u,v) = \sum_{x,y} w(x,y)\left[I(x+u,y+v) - I(x,y)\right]^2$$

$$E_{WSSD}(u,v) \approx \sum_{x,y} w(x,y)\left[I(x,y) + u\dot{I}_x(u,v) + y\dot{I}_y(u,v) - I(x,y)\right]^2$$

Сокращаем и раскладываем квадрат

$$E_{WSSD}(u,v) \approx \sum_{x,y} w(x,y)\left[u^2\dot{I}_x^2(u,v) + 2uv\dot{I}_x(u,v)\dot{I}_y(u,v) + y^2\dot{I}_y^2(u,v)\right]$$

То что указано в скобках представляет собой квадратичную форму $x^T Ax$:

$$E_{WSSD}(u,v) \approx \sum_{x,y} w(x,y)\begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{I}_x^2(u,v) & \dot{I}_x(u,v)\dot{I}_y(u,v) \\ \dot{I}_y(u,v)\dot{I}_x(u,v) & \dot{I}_y^2(u,v) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

Положим, что

$$M = \sum_{x,y} w(x,y)\begin{bmatrix} \dot{I}_x^2(u,v) & \dot{I}_x(u,v)\dot{I}_y(u,v) \\ \dot{I}_y(u,v)\dot{I}_x(u,v) & \dot{I}_y^2(u,v) \end{bmatrix} \tag{2}$$

тогда

$$E_{WSSD}(u,v) \approx \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

Отметим, что (2) представляет собой взвешенную матрицу взаимной корреляции, без смещения по среднему. Находя, собственные значения Матрицы $M$ мы можем построить эллипс, который они формируют.

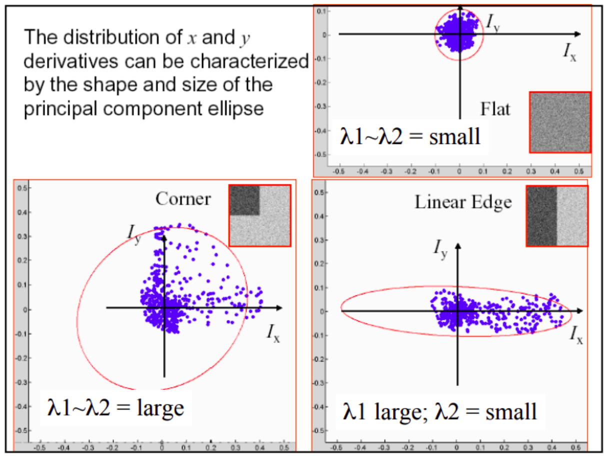


Figure 1: Исходные изображения, диаграммы разброса(ось x - $\dot{I}_x$ ось y - $\dot{I}_y$ ) и достроенный эллипс

Известно, что, матрица квадратичной формы может быть изображена в виде эллипса, где корни из собственных значений равны длинам полуосей.

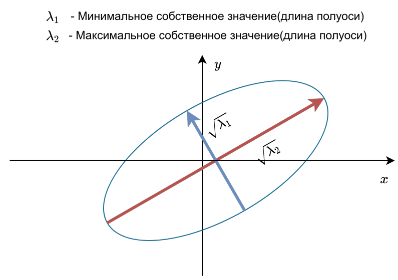


Figure 2: Квадратичная форма

Таким образом, тип ROI можно классифицировать по собственным значениям:

- Если $\lambda_1$и $\lambda_2$ велики, то ROI - угол
- Если одно из собственных значений велико, то ROI прямая
- Если $\lambda_1$и $\lambda_2$ малы, то ROI - сплошной участок

Графически такие регионы можно поделить следующим образом:

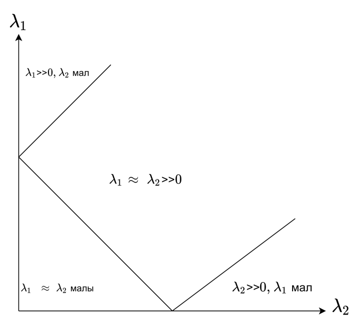


Figure 3: $\lambda_1(\lambda_2)$

Итак, Харрис в своей статье привел уравнение, которое измеряет наличие и степень угловатости участка:

$$R = detM - ktr(M)^2 \tag{3}$$

где

- $detM = \lambda_1\lambda_2$- по свойству определителей квадратичных форм
- $tr(M) = \lambda_1 + \lambda_2$ - по свойству следа матриц квадратичных форм
- $k$ - взвешивающая константа. Эмпирически оптимальный диапазон $k \in [0.04, 0.1]$

Итак, алгоритм выглядит следующим образом:

**Algorithm 1** Детектор Харриса

1. Найти матрицу $M = \sum_{x,y} w(x,y) \begin{bmatrix} \dot{I}_x^2(u,v) & \dot{I}_x(u,v)\dot{I}_y(u,v) \\ \dot{I}_y(u,v)\dot{I}_x(u,v) & \dot{I}_y^2(u,v) \end{bmatrix}$
2. Рассчитать значение $R = detM - ktr(M)^2$
3. Установить порог $R$. Подавить немаксимумы

## ВЫВОД

Был показан детектор углов Харриса. В качестве опоры он использует частные производные (например, с помощью оператора Собеля). Используя уравнение (3), устанавливая порог и подавляя немаксимумы можно выделить координаты углов на изображении. Интуиция заключена в том, что строя зависимости $\dot{I}_y(u,v)\left(\dot{I}_x(u,v)\right)$ можно результаты аппроксимировать эллипсами, где их собственные значения являются полуосями. Критерий по короторому принимается решение о том, какой формы объект на участке, являются величины собственных значений матрицы M.