

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ХАФФА

В компьютерном зрении или обработке изображений часто встречаются задачи извлечения фигур правильной формы: прямые и окружности.

Поиск прямых линий

Известно, что уравнение прямой имеет вид $y = ax + b$. При поиске линий на изображении близких к вертикальной оси коэффициент a может стремиться к бесконечности. Этот тревожный факт приводит к поиску уравнения прямой с другими параметрами (которые приняты в полярной системе координат), в которой коэффициенты будут ограничены.

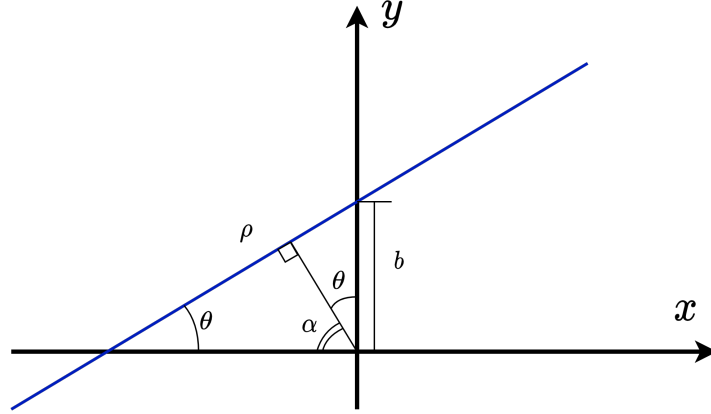


Figure 1: Схематический рисунок

Известно, что $a = \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$. Таким образом

$$y = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} x + b$$

$$y \cos \theta = x \sin \theta + b \cos \theta$$

Определим $b \cos \theta = \rho$ и получим следующее уравнение:

$$x \sin \theta - y \cos \theta + \rho = 0$$

Повернем систему координат вдоль оси x на $\pi/2$ и получим следующее:

$$x \sin \theta + y \cos \theta - \rho = 0 \quad (1)$$

Таким образом угол ограничен $\theta \in [0, 2\pi]$ а ρ размерностью изображения.

Допустим у нас есть множество точек, через которых можно провести линию. Подставляя координаты точек (x, y) и подставляя их в уравнение (1) получим прямые в пространстве Хаффа

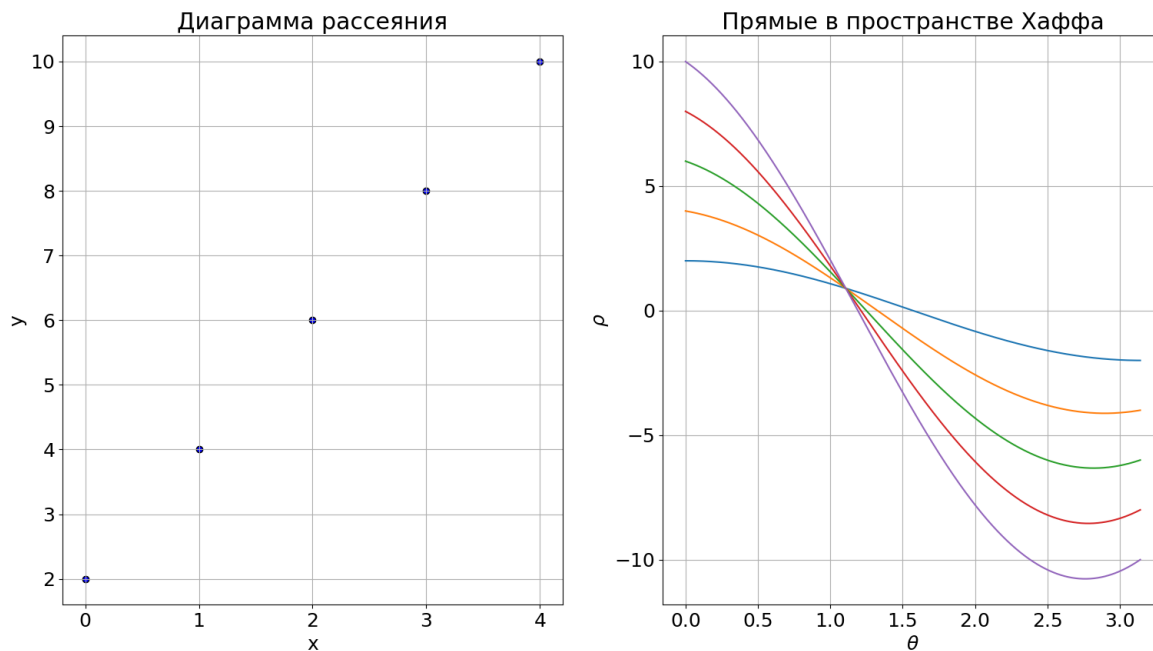


Figure 2: Преобразование Хаффа для поиска прямых

Таким образом точка пересечения всех синусоид в пространстве Хаффа является прямой в пространстве (x, y) с параметрами (ρ, θ) в точке пересечения. Подставляя значения из уравнения $y = 2x + 2$ в (1) получим проверенные искомые координаты, которые совпадают с теми, что указаны на рисунке справа.

В самом преобразовании Хаффа строится множество таких линий в аккумуляторную матрицу и затем извлекаются локальные или глобальный экстремумы. (Предполагается, что контуры уже найдены)

Поиск окружностей

Другой вариант - поиск окружностей с помощью преобразования Хаффа. Предположим, что известен радиус окружности $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$. Также известно, что $x = x_0 + R\cos\theta$ и $y = y_0 + R\sin\theta$. Построив по этим уравнениям множество окружностей с радиусами R получим их пересечение в центре искомой окружности.

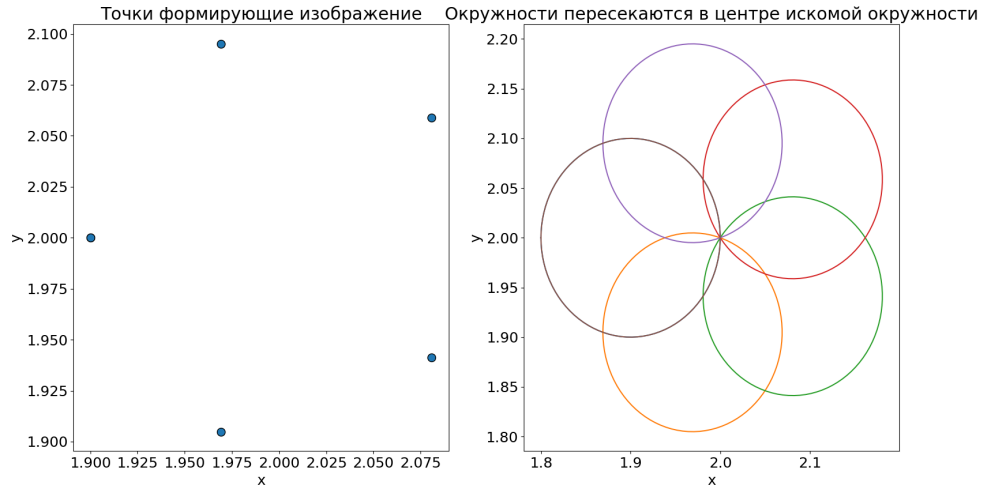


Figure 3: Преобразование Хаффа для поиска окружностей

В том случае когда радиусы неизвестны строятся трехмерные конические изображения, где дополнительная ось - радиус. Точка пересечения представляет собой полную информацию об исходной окружности. Это начало координат (x_0, y_0, R)

Множество односторонних конических поверхностей

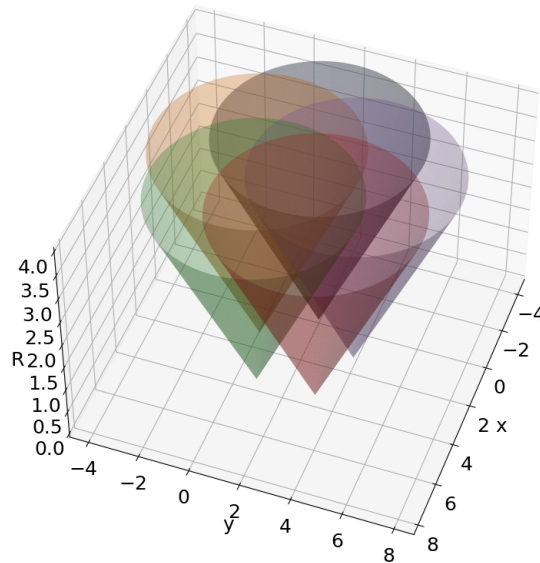


Figure 4: Исходное изображение в трехмерном пространстве Хаффа

Вывод:

Были показаны принципы поиска прямых и окружностей с использованием преобразования Хаффа. Для прямых было показано, что точка (x, y) в декартовом пространстве строится в пространстве Хаффа по формулы (1) для зеркально

отраженной системы координат. Параметры прямой (ρ, θ) (1) являются точкой пересечения синусоид. Для множества точек $\{x\}, \{y\}$ формирующих окружность на изображении с известным радиусом R было показано, что строится множество окружностей с центрами в $\{x\}, \{y\}$. Центр искомой окружности есть точка пересечения. Если радиус R неизвестен, то строятся конические поверхности, а их пересечение есть искомый центр (x, y) с радиусом R . Полученные результаты укладываются в аккумуляторную матрицу. Сначала строится первая фигура, и в тех пикселях где она определена, в аккумуляторную матрицу по соответствию вносится единица. Затем, также вносится вторая фигура, и в аккумуляторную матрицу добавляется единица в тех точках, в которых определена вторая фигура, затем третья и так далее. После такой итерационной процедуры ищутся экстремумы, которые и есть наши искомые координаты.