Добрый день, коллеги! Я Швецов Григорий, студент группы ФН2-42Б, представляю свою курсовую работу– «Качественно-аналитическое исследование систем ОДУ». Мой научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Прикладная математика» Галанин Михаил Павлович.

Постановкой задачи является исследование, а также рассмотрение решения задачи Коши системы ОДУ (1), изображенной на слайде, которая моделирует полет ракеты в среде с трением при заданных начальных скорости и массе.

Исследование системы начинается с поиска особых точек. Из системы получаем одну особую точку P(0,-f­0/B). Сделаем замену переменных, тем самым перенесем точку покоя в начало координат. Получаем нелинейную систему.

Для дальнейшего исследования системы необходимо ее линеаризовать. Ляпунов показал, что в большом числе случае анализ устойчивости особой точки нелинейной системы можно заменить анализом устойчивости системы, линеаризованной в окрестности стационарного состояния. Представим правые части уравнений системы (2) функциями двух переменных, зависящими от скорости и массы. Предположим, что они по крайней мере имеют непрерывные частные производные. Тогда мы можем разложить их по формуле Тейлора, отбросив нелинейные члены. Получим линейную систему – систему первого приближения и соответствующую ей матрицу Якоби. Отброшенные при линеаризации нелинейные члены являются очень маленькими, и чем ближе мы к особой точке, тем они меньше.

Фазовые портреты системы (3) различаются в зависимости от собственных значений. Для матрицы Якоби составим определитель и найдем собственные числа. Если вещественные части всех корней уравнения отрицательны, то точка покоя асимптотически устойчива. Если вещественная часть хотя бы одного корня уравнения положительна, то точка покоя системы неустойчива. Если уравнение имеет чисто мнимые корни, то точка покоя системы устойчива, но не асимптотически. Бесконечное множество решений (особых точек) возможно, когда определитель матрицы Якоби равен нулю. При этом возможны три случая: когда одно собственное число равно нулю, то геометрическим местом точек покоя будет прямая, когда оба собственных значения равны нулю, то вся фазовая плоскость состоит из особых точек, либо прямая.  
Также тип точки покоя, а также характер её устойчивости можно определить, не находя собственных значений матрицы Якоби, а зная только её след и определитель.

Я начал исследование устойчивости точки покоя с невырожденного узла. Подберем параметры по таблице для узла. При таких параметрах получаются отрицательные различные собственные значения, что говорит нам об асимптотической устойчивости особой точки. Все траектории стремятся к особой точке, касаясь, того собственного вектора, чьё значение меньше по модулю. Фазовые траектории похожи на ветви парабол. На слайде представлены два фазовых портрета – линейной и нелинейной систем. Они отличаются, так как взята большая окрестность и начинают играть роль нелинейный члены, но если взять окрестность особой точки достаточно маленькую – фазовые портреты станут похожими.

В работе также представлены и другие случаи.

Если линеаризация имеет особую точку типа узел, фокус или седло, фазовый портрет исходной (нелинейной) системы в окрестности особой точки похож на фазовый портрет линеаризации. Для центров это неверно. Фазовые кривые линейного центра обязательно замкнуты. Фазовые кривые соответствующей нелинейной особой точки могут быть и фокусами. Его ещё называют медленным фокусом.

Для нахождения аналитического решения предположим, что гамма и ф0 равны нулю. Параметры гамма и ф0 отвечают за затухание скорости горения топлива. Тогда система перепишется в ином виде. Первое и второе уравнения – с разделяющимися переменными. Находим общие интегралы и получаем частное решение удовлетворяющее задачи Коши. Графическое представление частного решения системы представлено на слайде.

В ходе работы получены следующие результаты:

1. Изучена линеаризация нелинейных систем ОДУ.
2. Исследована устойчивость точки покоя в зависимости от различных параметров задачи.
3. Найдено аналитическое решение системы ОДУ.

**Тезисы**

1. Понятие устойчивости точки покоя связано с малой окрестностью начала координат в фазовом пространстве, то поведение решения системы будет определяться главными линейными членами разложения.
2. В случае, когда *оба корня* характеристического уравнения имеют *отличные от нуля действительные части* (*грубые* с*истемы*), уравнение первого приближения определяют не только устойчивость стационарного состояния, но и характер фазовых траекторий в достаточно малой его окрестности.
3. Если *действительные части обоих корней* характеристического уравнения *равны нулю* или если *один корень**равен нулю*, а *другой отрицателен*, то *уравнения* (5.8)*не дают**ответа*на вопрос об *устойчивости состояния равновесия*, и необходимо *рассматривать члены более высокого порядка**малости в разложении в ряд Тейлора правых частей уравнений*
4. С помощью линеаризации можно понять, как выглядит фазовый портрет вблизи каждой из особых точек, но получить надежную информацию о том, что происходит между ними, как ведут себя траектории, выходя из этих окрестностей, и как выглядит глобальная картинка мы не можем. В общем случае точное построение фазового портрета нелинейной системы является исследовательской задачей, не имеющей универсального решения. Однако на практике можно получить приближенные решения и слелать какие-то выводы с помощью численных методов.

