**Слайды 1-2**

Добрый день, коллеги! Я Швецов Григорий, студент группы ФН2-52Б, представляю свою курсовую работу - «Математическое моделирование термоупругого разрушения хрупкого материала». Мой научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Прикладная математика» Галанин Михаил Павлович.

Целью моей работы является построение и анализ одномерной модели разрушения стержня, а также решение задачи термоупругости разностной схемой и нахождение аналитического решения для линейного случая.

Начнем с постановки задачи. При построении моделей из хрупких материалов будем исходить из следующей математической модели термоупругого материала. Рассмотрим сплошную среду в квазистационарном одномерном приближении и в качестве базовых соотношений выберем следующие:

1. **Тензор малых деформаций Коши в предположении существования его аддитивного разложения.**Здесь эпсилон\_е – тензор упругих деформаций, эпсилон\_T – тензор температурных деформаций. Тензор температурных деформаций пропорционален изменению температуры с коэффициентом пропорциональности, называемом также коэффициентом теплового расширения.
2. **Обобщенный закон Гука.**В общем случае напряжения и деформации описываются тензорами второго ранга в трехмерном пространстве. Связывающий их тензор называется тензор коэффициентов упругости. Данный тензор является тензором четвертого ранга и содержит 81 коэффициент. Его вид определяется моделью рассматриваемой среды.
3. **Уравнение равновесия.**где b­\_i – проекции вектора плотности объемных сил на соответствующие оси, а сигма\_ij – компоненты тензора напряжений.

**Слайд 3**

Разрушение принято делить на два типа: вязкое и хрупкое. Под хрупким разрушением подразумевают разрушение, которое накапливает рассеянные повреждения и распространение изолированных трещин. Опишем разрушение тела с помощью модели размазанных трещин.

Для моделирования разрушения топливных таблеток из диоксида урана (UO2) применяют подход размазанных трещин. Идея модели заключается в том, что при нагружении хрупкого материала, когда значения напряжений превышают предел прочности, модель опис|ывают разгрузку по всей длине стержня. Подход размазанных трещин является более простым для вычислений в силу того, что разрывами деформаций и перемещений, вызванными растрескиванием, пренебрегают. Следовательно, при растрескивании модифицируется лишь зависимость напряжений от деформаций в интересующем элементе. Данная модель может быть применима к материалам, у которых пластические деформации пренебрежимо малы. Также, важным требованием является линейное поведение материала до предела прочности. Примерами таких материалов являются бетон и керамика.

Топливная таблетка ведет себя как хрупкий материал, ее пластическими деформациями можно пренебречь. Для моделирования разрушения топливных таблеток из диоксида урана применяют модели разрушения керамики, для которых характерно поведение, изображенное на рисунке.

При напряжениях, меньших некоторого условного предела прочности, материал ведет себя как линейно-упругий, при превышении имеет место разгрузка по нелинейному закону. Когда напряжение равно пределу прочности материала, считается, что трещина инициировалась. Экспериментальную кривую можно аппроксимировать зависимостью (1) напряжений от деформаций. Зависимость (1) справедлива в тех случаях, когда полные деформации не превосходят некоторого предела, большего предела прочность в 5-10 раз.

**Слайд 4**

Используем следующую нелинейную зависимость напряжения от деформации. Где епсилон\_е – упругая деформация, сигма\_фв – переменный предел прочности, в недеформированном состоянии материала равен пределу прочности при растяжении.

Упругую составляющую можно представить следующем образом, где полная деформация, деформация за счет трещин, рассчитанное на предыдущем временном шаге. При первоначальном нагружении, когда материал не подвергается нагрузкам, большим предела прочности, значение деформации за счет трещин равно нулю.

**Слайд 5**

В качестве тестовой задачи рассмотрим одномерный стержень длины l, закрепленный на концах, а также квазистационарную задачу для него. Будем решать уравнение равновесия на каждом временном слое. Приложим знакопеременную нагрузку за счет изменения температуры на стержень. Данной постановке задачи отвечает следующая математическая модель. Будем решать задачу методом конечных разностей на равномерной сетке.

**Слайд 6**

Пусть в качестве F(x), tau(t) выберем такие функции, представленные на слайде. Пусть длина стержня 10 м, конечный момент времени 20 с. Для линейного случая составим дифференциальное уравнение и найдем аналитическое решение. Рассмотрено поведение стержня на 3 периодах нагружения.

**Слайд 7**

На слайде представлен график зависимости напряжения от деформации. Наблюдается сначала постепенное нагружение до напряжений, равных пределу прочности s𝑓, материал ведет себя как линейно-упругий с модулем Юнга 𝐸. На графике видно, что при значениях напряжений, больших предела прочности, происходит разгрузка материала по нелинейному убывающему закону, в свою очередь при уменьшении e – e𝑇 разгрузка по линейному закону с модулем Юнга, равным исходному. После этого происходит повторный этап нагружения по той же прямой, по которой происходила разгрузка, и далее цикл нагружения и разгрузки повторяется.

**Слайд 8**

На данном слайде представлены три графика. График зависимости деформаций за счет трещин имеет ступенчатый вид, что подтверждает цикличность процесса, а также способность модели накапливать информацию о разрушении стержня в предыдущие моменты времени. Горизонтальные участки графика соответствуют линейному случаю.

**Слайд 9**

На текущем слайде представлен график зависимости напряжений от времени. Видно, что напряжения с течением времени не превышают предела прочности. Из графика видно, что напряжение материала уменьшается, что приведет к полной разгрузке материала.

**Слайд 10**

Таким образом, мною была построена мат модель разрушения стержня. Методом конечных разностей на равномерной сетке решена задача термоупругости. Для линейного случая найдено аналитическое решение.