

10 мая 2023 г.

Лабораторная работа №5

В данной лабораторной работе предлагается реализовать в виде алгоритма для ЭВМ численные методы решения интегральных уравнений. Каждый из вопросов озаглавлен темой, с которой он связан.

Дополнительные вопросы

- **Метод квадратур.** Какие квадратуры Вы использовали в данной лабораторной работе? Какую точность они имеют (порядок, ведущий член погрешности)? Подтвердите расчётами, что такая же точность достигается в Вашей реализации квадратурных формул.
- **Критерий останова.** Какой критерий останова использовался для метода простой итерации? Вычислите априорную оценку погрешности (приведена в методическом пособии), содержащую множитель

$$q = |\lambda| \max_{a \leq x \leq b} \int_a^b |K(x, s)|$$

(допустимо пользоваться системами компьютерной алгебры). Проверьте, действительно ли достигаемая погрешность меньше оцениваемой?

Результаты расчётов лучше всего свести в таблицу «число итераций — достигнутая точность — погрешность, предсказанная теорией» или представить графики наблюдаемой ошибки и априорной оценки в зависимости от числа k итераций в логарифмическом масштабе.

- **Замена ядра вырожденным.** Как меняется погрешность решения с увеличением числа слагаемых в разложении ядра по формуле?

Составьте таблицу вида «число слагаемых — достигнутая точность».

- **Сингулярные уравнения.** Установить расчётным путём наименьшее количество точек разбиения окружности, необходимое для получения точного решения сингулярного интегрального уравнения (точное решение можно получить из правой части заменой тригонометрической функции $\sin \leftrightarrow \cos$ и умножением на ± 2).

Какое количество узлов потребовалось для передачи качественного характера решения?

- **Регуляризация.** Для решения сингулярного интегрального уравнения в методическом пособии предлагается вводить дополнительную неизвестную R .

Постройте таблицу, содержащую зависимость величины R от числа узлов сетки.