

Разработать программу для решения двумерного уравнения Гельмгольца

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^2 u = f(x, y)$$

в квадратной области $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$ с граничными условиями

$$u(x, 0) = u(x, 1) = u(0, y) = u(1, y) = 0$$

и правой частью

$$f(x, y) = 2 \sin(\pi y) + k^2 (1-x)x \sin(\pi y) + \pi^2 (1-x)x \sin(\pi y).$$

Для численного решения уравнения на прямоугольной равномерной сетке использовать конечно-разностную схему «крест» второго порядка аппроксимации по обоим независимым переменным.

Полученную систему линейных алгебраических уравнений решить итерационным методом Якоби и Зейделя (точнее, «красно-черных» итераций).

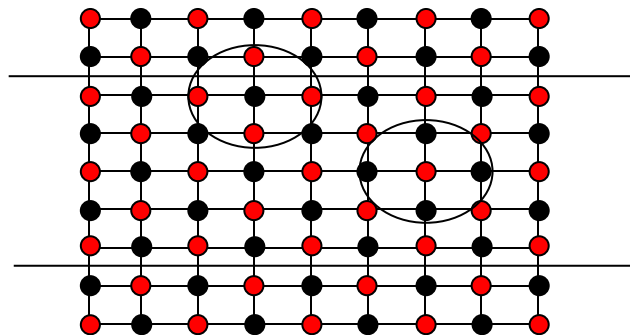
Обеспечить вывод на экран количества итераций до сходимости и погрешности (точное решение этой задачи $u(x, y) = (1-x)x \sin(\pi y)$).

В лаб. работе № 2 – с использованием OpenMP

В лаб. работе № 3 – с использованием MPI и трех способов пересылок:

- а) Send + Recv
- б) SendRecv
- в) Isend + Irecv

Схема метода «красно-черных» итераций:



Разностная схема в каждом внутреннем узле (без указания временных слоев, с которых брать величины):

$$-\frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{h^2} - \frac{y_{i,j+1} - 2y_{i,j} + y_{i,j-1}}{h^2} + k^2 y_{i,j} = f_{i,j}, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad j = 1, \dots, N-1$$

$$y_{0,j} = y_{N,j} = 0, \quad j = 0, \dots, N$$

$$y_{i,0} = y_{i,N} = 0, \quad i = 1, \dots, N-1$$

Резльтирующее соотношение:

$$(4 + k^2 h^2) y_{i,j} - y_{i+1,j} - y_{i-1,j} - y_{i,j+1} - y_{i,j-1} = h^2 f_{i,j}$$