

Задача N тел

Требуется произвести моделирование движения N тел, взаимодействующих посредством гравитационного притяжения друг к другу.

Пусть m_i – массы тел, которые мы будем считать материальными точками,

$\vec{r}_i(0) = \vec{r}_{i0} = (x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})^T$ – известные начальные положения тел,

$\vec{v}_i(0) = \vec{v}_{i0} = (v_{x,i0}, v_{y,i0}, v_{z,i0})^T$ – известные начальные скорости всех тел системы.

Движение тел описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений, которая получается из уравнений Ньютона:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i, \\ \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{a}_i, \end{cases}$$

где \vec{a}_i – ускорение, которое имеет i -е тело, и которое вычисляется по закону всемирного тяготения:

$$\vec{a}_i = - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N \frac{Gm_j(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3}.$$

Для упрощения реализации можно задаться малым положительным числом ε , тогда суммирование в предыдущей формуле можно вести «сквозным счетом» по всем индексам:

$$\vec{a}_i = - \sum_{j=1}^N \frac{Gm_j(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{\max\{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3, \varepsilon^3\}}.$$

Для расчета движения тел следует задаться малым шагом по времени τ и вести расчет с применением метода Рунге – Кутты p -го порядка точности, т.е. погрешность будет пропорциональна величине шага по времени в p -й степени.

В расчетах величину гравитационной постоянной принять равной $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$.

Необходимо провести два расчета, используя одну и ту же программу, отличающуюся только блоком ввода исходных данных:

- 1) Тестовая задача о движении 4-х тел; исходные данные – в прилагаемом текстовом файле в следующем формате:

N

$m_1, x_{10}, y_{10}, z_{10}, v_{x,10}, v_{y,10}, v_{z,10}$

...

$m_N, x_{N0}, y_{N0}, z_{N0}, v_{x,N0}, v_{y,N0}, v_{z,N0}$

Для оценки правильности результатов можно использовать «эталонные» решения, сохраненные в файлах traj1.txt, traj2.txt, traj3.txt, traj4.txt, в которых записаны положения тел в моменты времени с шагом 0.1 с в следующем формате:

$t, x_i(t), y_i(t), z_i(t)$

ПРИМЕЧАНИЕ: при получении «эталонных» решений расчет проводился с существенно более мелким шагом, в файлы записаны лишь положения тел в указанные моменты времени.

Необходимо продемонстрировать (например, средствами визуализации Mathematica), что Ваше решение близко к «эталонному» и при этом действительно реализован метод первого порядка точности, т.е. погрешность убывает примерно в n^p раз при n -кратном измельчении шага.

- 2) Задача о движении большого числа тел, решаемая в параллельном режиме для большого количества тел (порядка десятков тысяч). Массы тел, их начальные положения и скорости можно задавать случайным образом.

Контролируемой величиной здесь является время выполнения одного шага расчета по времени в последовательном и параллельном режиме.

Для получения корректных результатов рекомендуется выполнять несколько шагов по времени, а окончательный результат (время выполнения расчета) затем делить на количество выполненных шагов.