Определение положения и ориентации видеокамеры

Григорий Бартош
Руководитель: Александр Смирнов, компания Геоскан

Санкт-Петербургский Академический Университет

Среда, 30 мая 2018 года

Overview

1. Постановка задачи
2. Обзор существующих решений
3. Решение
   - Трансформации при малых углах
   - Нахождение малых углов
   - Оценка времени работы
4. Итог

Постановка задачи

Дано

1. Модель камеры
   a) Разрешение камеры: $Width \times Height$
   b) Угловой размер: α_{Height}
2. Множество из n точек
   a) Координаты в трехмерном пространстве: $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
   b) Координаты на изображение: $P_{pix} = \begin{pmatrix} u_{pix} \\ v_{pix} \end{pmatrix}$

Задача.

По данной информации требуется найти

1. Координаты камеры: $t = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}$
2. Эйлеровы углы поворота: $\omega_x, \omega_y, \omega_z$

Так а что надо?

Введем функцию ошибки, которую будем минимизировать.

$T = \left(R \mid t\right)$ — R — трехмерная матрица поворота, T — матрица трансформации

$P_H := \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}$ — P_H — луч задаваемый точкой на изображение

$P := \begin{pmatrix} 0 & -1 & v \\ 1 & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{pmatrix}$ — P — кососимметричная матрица P_H

Тогда для идеального случая будет верно:

$$PT \begin{pmatrix} X \\ \hline 1 \end{pmatrix} = \vec{0}$$

Ошибкой будет сумма отклонений, и она должна стремится к нулю.

$$\left(PT \begin{pmatrix} X \\ \hline 1 \end{pmatrix}\right) \cdot \left(PT \begin{pmatrix} X \\ \hline 1 \end{pmatrix}\right) \to \min$$

Обзор существующих решений

- **Алгоритмы, работающие за время $\omega(n)$**
  О них чуть позже.
  Минусы: Нелинейное время работы.
- **Bundle adjustment**
  Широко используется при решение задачи 3D SLAM. Примеры:
  a) PTAM (2007 год)
  b) ORB-SLAM (2015 год)

  Более общая задача.
  Минусы: Нелинейное время работы.
- **Поиск минимумы ошибки стандартными средствами**
  Пример:
  Метод отжига. Автор: Андрей Крутиков (СПбАУ, 2015 год)
  Минусы: Большая константа + неточный.

Идея I: Трансформации при малых углах

Матрица поворота строится из поворотов вокруг осей.

$$R = \begin{pmatrix} \cos\omega_z & -\sin\omega_z & 0 \\ \sin\omega_z & \cos\omega_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\omega_y & 0 & \sin\omega_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\omega_y & 0 & \cos\omega_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_x & -\sin\omega_x \\ 0 & \sin\omega_x & \cos\omega_x \end{pmatrix}$$

Если повороты малые (до $\approx 20^\circ$), можно линеризовать матрицу.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & -\omega_z & 0 \\ \omega_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \omega_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\omega_y & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\omega_x \\ 0 & \omega_x & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 1 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 1 \end{pmatrix}$$

Идея II: Нахождение малых углов

Нужно найти T так, чтобы: $(PT\begin{pmatrix} X \\ 1 \end{pmatrix}) \cdot (PT\begin{pmatrix} X \\ 1 \end{pmatrix}) \to \min$

Посмотрим повнимательнее:

$$T\begin{pmatrix} X \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\omega_z & \omega_y & t_x \\ \omega_z & 1 & -\omega_x & t_y \\ -\omega_y & \omega_x & 1 & t_z \end{array}\right) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - \omega_z y + \omega_y z + t_x \\ y + \omega_z x - \omega_x z + t_y \\ z - \omega_y x + \omega_x y + t_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Пусть $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z & -y \\ 0 & 1 & 0 & -z & 0 & x \\ 0 & 0 & 1 & y & -x & 0 \end{pmatrix}, \mu = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$

Используя введенные переменные можем переписать равенство:

$$T\begin{pmatrix} X \\ 1 \end{pmatrix} = G\mu + X$$

Идея II: Нахождение малых углов

$(PG\mu + PX) \cdot (PG\mu + PX) \to \min$ — Перепишем функцию минимизации

$G^T P^T (PG\mu + PX) = 0$ — Приравняем производную к 0

$G^T P^T PG\mu = -G^T P^T PX$ — Получили простую СЛУ

$(\sum G^T P^T PG)\mu = -\sum G^T P^T PX$ — Суммируем по всем точкам

Получили систему **всего из 6** уравнений и неизвестных.

Найдем матрицу поворота:

$$R = I + \frac{\sin\theta}{\theta}\omega_\times + \frac{1-\cos\theta}{\theta^2}\omega_\times^2$$

I — единичная матрица

$$\theta = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$$

$$\omega_\times = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

И где ответ?

T_{Strat} — произвольная трансформация.
$T_{res} = T_i T_{res}$ — итеративно уточняем ответ.
И долго его уточнять? Нет!

А мы точно получим ответ?

Не совсем...

Однако!

Скорость схождения

10-я итерация

Число итераций

$ITR_{check} = 10$

E — математическое ожидание числа итераций.

$$E = (1 - P[\text{get good}])(ITR_{check} + E) + \\ P[\text{get good}](E[\text{itr for good}] + P[\text{out of time}](ITR_{check} + E))$$

$$E = \frac{(1 - P[\text{get good}])ITR_{check} + P[\text{get good}]E[\text{itr for good}]}{P[\text{get good}] - P[\text{out of time}]}$$

$$E \approx 36.4733$$

Итог

Получили **быстрый** и **точный** алгоритм.