

Совместное распределение. Независимость.

Классная работа

1. Совместное распределение случайных величин ξ и η имеет плотность

$$\rho_{\xi,\eta}(x, y) = \begin{cases} x + y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

Найдите

- (a) E_{ξ}, E_{η}
 - (b) D_{ξ}, D_{η}
 - (c) $cov(\xi, \eta)$.
2. Случайные величины ξ и η независимы и нормально распределены с параметрами μ и σ . Найти коэффициент корреляции величин $a\xi + b\eta$ и $a\xi - b\eta$, а также их совместное распределение.
 3. Найти коэффициент корреляции между ξ и $\eta = e^{-\xi}$, если ξ имеет стандартное нормальное распределение $N(0, 1)$.

Совместное распределение. Независимость.

Домашняя работа

1. (1б) Совместное распределение случайных величин ξ и η имеет плотность

$$\rho_{\xi,\eta}(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{2}(x^2 + y^2), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

Найдите

- (a) E_ξ, E_η
 - (b) D_ξ, D_η
 - (c) $cov(\xi, \eta)$.
2. (1б) Пусть X, Y - независимые случайные величины с ф.р. $FX = 1 - e^{-ax}, FY = 1 - e^{-by}, x, y, a, b > 0$. Найти $E(XY)$.
3. (1б) Найти коэффициент корреляции между ξ и $\eta = e^{-\xi}$, если ξ имеет нормальное распределение с параметрами μ и σ .
4. (1б) Доказать, что не существует трех случайных величин ξ, η и θ таких, что коэффициент корреляции любых двух из них равен -1.
5. (1б) Пусть случайные величины ξ и η имеют нулевые средние значения, единичные дисперсии и коэффициент корреляции c . Показать, что $E \max(\xi^2, \eta^2) \geq 1 + \sqrt{1 - c^2}$.