

Зависимость. Ковариация.

Базовый

1. Пусть есть монетки, на одной стороне которых написано 1, на другой 2. Пусть ξ - ДСВ суммы результатов бросков 2х монеток, μ - произведение. Найдите медиану, матожидание случайных величин и сравните их между собой.
2. Докажите с помощью определений свойства мат.ожидания, дисперсии, ковариации.
 - (a) $E(\alpha\xi) = \alpha E(\xi)$
 - (b) $E(\xi + \mu) = E\xi + E\mu$
 - (c) $E(\alpha\xi + \beta\mu) = \alpha E\xi + \beta E\mu$
 - (d) $E(\xi\mu) = E\xi E\mu$ если независимы
 - (e) Матожидание в схеме бернулли равно np .
3. Докажите свойство $D(\alpha\xi) = \alpha^2 D(\xi)$
4. В каком случае $D(\xi + \mu) = D\xi + D\mu$? А в каком не равно? На какую величину они будут отличаться в общем случае?
5. Докажите свойства ковариаций
 - (a) $cov(\xi, \mu) = cov(\mu, \xi)$
 - (b) $cov(\alpha\xi, \mu) = (\xi, \mu)$
 - (c) $cov(\xi_1 + \xi_2, \mu) = cov(\xi_1, \mu) + cov(\xi_2, \mu)$
6. Двумерное распределение пары целочисленных случайных величин ξ и η задаётся с помощью таблицы

	$\xi = -1$	$\xi = 0$	$\xi = 1$
$\eta = -1$	1/8	1/12	7/24
$\eta = 1$	5/24	1/6	1/8

где в пересечении столбца $\xi = i$ и строки $\eta = j$ находится вероятность $P\{\xi = i, \eta = j\}$. Найти:

- (a) Среднеквадратичное отклонение: $\sigma(\xi, \eta)$
- (b) Ковариацию: $Cov(\xi, \eta)$,
- (c) Корреляцию: $r(\xi, \eta)$

Еще больше инструментов

Домашка

1. Возвращаемся к 6 домашке. Берем свою ДСВ и считаем для нее

- (a) (0.5) Медиану
- (b) (0.25) Среднеквадратичное отклонение

Берем любую ДСВ другой группы и считаем для 2х ДСВ

- (a) (0.7) Ковариацию
- (b) (0.3) Корреляцию

2. (0.5) Найти коэффициент корреляции между ξ и ξ^2 , если:

- (a) $P\{\xi = 0\} = 1/3, P\{\xi = 1\} = 1/2, P\{\xi = -1\} = 1/6$;
- (b) $P\{\xi = -2\} = P\{\xi = -1\} = P\{\xi = 1\} = P\{\xi = 2\} = 1/4$.

3. (0.5) Найти коэффициент корреляции между числом “единиц” и числом “шестёрок” при n бросаниях правильной игральной кости.

4. (0.75) Пусть ξ_1, ξ_2, \dots - независимые случайные величины, принимающие значения 1 и 0 с вероятностями p и $1 - p$ соответственно. Найти среднее значение и дисперсию суммы $\zeta = \eta_1 + \dots + \eta_n$, если:

- (a) $\eta_i = \xi_i \xi_{i+1}$;
- (b) $\eta_i = \xi_i \xi_{i+1} \xi_{i+2}$;
- (c) $\eta_i = 0$, если $\xi_i + \xi_{i+1}$ - чётное число
 $\eta_i = 1$, иначе

5. (1) Произведение двух независимых равномерно распределенных на $\{0, 1, \dots, 9\}$ однозначных чисел ξ и η можно записать в виде $\xi\eta = 10\zeta_1 + \zeta_2$. Найти законы распределения ζ_1 , и ζ_2 . Зависимы ли ζ_1 , и ζ_2 ?