

Совместное распределение. Независимость. Условное матожидание и дисперсия.

Классная работа

1. Совместное распределение случайных величин ξ и η имеет плотность

$$\rho_{\xi,\eta}(x,y) = \begin{cases} 4(x+y), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

Найдите

- (a) E_{ξ}, E_{η}
 - (b) D_{ξ}, D_{η}
 - (c) $E_{\xi\eta}$
 - (d) $cov(\xi, \eta)$.
2. Случайные величины ξ и η независимы и нормально распределены с параметрами μ и σ . Найти коэффициент корреляции величин $a\xi + b\eta$ и $a\xi - b\eta$.
3. Найти коэффициент корреляции между ξ и $\eta = e^{-\xi}$, если ξ имеет стандартное нормальное распределение $N(0, 1)$.
4. Совместное распределение случайных величин ξ и η имеет плотность $\rho = 1 - e^{-(x+y)}$ ($x, y > 0$). Найти:
- (a) $E(\xi|\eta = 2)$
 - (b) $D(\xi|\eta = 2)$
 - (c) $E(\xi|\eta)$
 - (d) $D(\xi|\eta)$

Совместное распределение. Независимость. Условное матожидание и дисперсия.

Домашняя работа

1. (16) Совместное распределение случайных величин ξ и η имеет плотность

$$\rho_{\xi,\eta}(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{2}(x^2 + y^2), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

Найдите

- (a) E_{ξ}, E_{η}
 - (b) D_{ξ}, D_{η}
 - (c) $cov(\xi, \eta)$.
2. (16) Пусть X, Y - независимые случайные величины с ф.р. $FX = 1 - e^{-ax}, FY = 1 - e^{-by}, x, y, a, b > 0$. Найти $E(XY)$.
3. (16) Найти коэффициент корреляции между ξ и $\eta = e^{-\xi}$, если ξ имеет нормальное распределение с параметрами μ и σ .
4. (16) Доказать, что не существует трех случайных величин ξ, η и θ таких, что коэффициент корреляции любых двух из них равен -1.
5. (16) Пусть случайные величины ξ и η имеют нулевые средние значения, единичные дисперсии и коэффициент корреляции c . Показать, что $E \max(\xi^2, \eta^2) \geq 1 + \sqrt{1 - c^2}$.