

Ликбез по матану. Геометрическая вероятность

Базовый

1. Найти

(a) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} x \sin x dx$

(b) Площадь внутри $C = \{y = x^2, y = 2 - \sqrt{4 - x^2}, x = 2, x = 0\}$

(c) $\oint_C x dy + y dx$

(d) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

2. 2 лыжника условились о встрече между 10 и 11 часами утра у подножия горы (склона), причем договорились ждать друг друга не более 10 минут, чтобы не замерзнуть. Считая, что момент прихода на встречу каждым выбирается наудачу в пределах указанного часа, найдите вероятность того, что встреча состоится.
3. На плоскости, замощённой одинаковыми прямоугольниками со сторонами 10 и 20 (прямоугольники примыкают сторонами), рисуют случайную окружность радиуса 4. Найдите вероятность того, что окружность имеет общие точки ровно с тремя прямоугольниками.

Геометрическая вероятность

Домашка

1. (1б) Задача Бюффона. Плоскость разграфлена параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии $2a$. На плоскости наудачу, бросается игла длины $2l$ ($l < a$). Найти вероятность того, что игла пересечет какую-нибудь прямую.
2. (1б) Найти объем параболоида $C = \{z > 0, z = 1 - y^3 - x^3\}$ через интеграл
3. (1б) Коэффициенты p и q квадратного уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

выбираются наудачу в промежутке $[0, 1]$. Спрашивается, чему равна вероятность того, что корни будут действительными числами?

4. (1б) Отрезок длины a случайным образом разделен на 3 части. Найти вероятность того, что длины хотя бы двоих частей не меньше, чем $a/5$.
5. (1б) Однородный прямой круговой конус с высотой h и радиусом основания r случайно бросается на горизонтальную плоскость.
 - (a) Найти вероятность того, что он упадет на основание;
 - (b) вычислить эту вероятность при $r = h$;
 - (c) при каком отношении r/h эта вероятность равна $1/4$?
6. k лыжников условились о встрече в промежуток времени $[0, T]$, причем договорились ждать друг друга не более $T/10$ минут. Считая, что момент прихода на встречу каждым выбирается наудачу в пределах указанного часа, найдите вероятность того, что встреча состоится.
 - (a) (1б) $k=3$
 - (b) (1б) k - произвольное