

Условные матожидание и дисперсия.

Базовый

1. Доказать, что энтропия $H(f(\xi)|\xi) = 0$.
2. Пусть ξ - случайная величина, отвечающая за кубик. Посчитайте $E\xi$ и $D\xi$ при условии, что у на кубике выпало или 3 или 4.
3. Пусть ξ - случайная величина, отвечающая за кубик. Посчитайте функции $E(\xi|H)$ и $D(\xi|H)$, где образующее разбиение равно $H = (\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\})$.
4. Посчитать индикатор для выпадения 1 или 2 на кубике при условии G сигма алгебры: $P(1_{1,2}|H)$.
5. Двумерное распределение пары целочисленных случайных величин ξ и η задаётся с помощью таблицы

	$\xi = -1$	$\xi = 0$	$\xi = 1$
$\eta = -1$	1/8	1/12	7/24
$\eta = 1$	5/24	1/6	1/8

где в пересечении столбца $\xi = i$ и строки $\eta = j$ находится вероятность $P\{\xi = i, \eta = j\}$. Найти:

- (a) Таблицу условной вероятности. В каждой клетке которой находится $p_{ij} = P(\xi = i|\eta = j)$.
 - (b) Мат. ожидание $E(\xi|\eta)$
 - (c) Дисперсия $D(\xi|\eta)$
6. Доказать свойство:

$$E(f(\eta)\xi|\eta) = f(\eta)E(\xi|\eta)$$

Условные матожидание и дисперсия.

Базовый

1. (1б) Пусть ξ - случайная величина, отвечающая за неправильный кубик с вероятностями выпадения значений (по порядку) $(\frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{12})$. Посчитайте функции $E(\xi|H)$ и $D(\xi|H)$, где образующее разбиение равно $H = (\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\})$.
2. Двумерное распределение пары целочисленных случайных величин ξ и η задаётся с помощью таблицы

	$\xi = -1$	$\xi = 0$	$\xi = 1$
$\eta = -1$	1/8	1/12	7/24
$\eta = 1$	5/24	1/6	1/8

где в пересечении столбца $\xi = i$ и строки $\eta = j$ находится вероятность $P\{\xi = i, \eta = j\}$. Найти:

- (0.5) Мат. ожидание $E(\eta|\xi)$
 - (0.5) Дисперсия $D(\eta|\xi)$
3. (0.5б) Имеется n пронумерованных писем и n пронумерованных конвертов. Письма случайным образом раскладываются по конвертам (все $n!$ способов равновероятны). Найдите математическое ожидание числа совпадений номеров письма и конверта (письмо лежит в конверте с тем же номером), при условии, в первые $n/3$ конвертов точно попали нужные письма.
 4. (0.5б) Денис играет в дартс, на котором отмечены области для всех результатов от 1 до 20. Меткость Дениса линейно возрастает с 0 для выбивания 1 и достигает максимума в 10ке, а потом линейно опускается до 0 в значении 20. Каково матожидание результата 4 бросков, если за все 4 броска Денис:
 - (а) ни разу не выбил больше 8
 - (б) выбивал от 9 до 14
 - (с) только от 15 и более