

# Непрерывные случайные величины. Плотность.

## Классная работа

1. Случайная величина  $\xi$  имеет функцию распределения  $F_\xi$ , определенную равенством

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 4^{-x}, & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

Найдите вероятности  $P(\xi \geq -2)$  и  $P(-1 < \xi < 0)$ . Найдите плотность  $\rho_\xi(x)$ .

2. Случайная величина  $\xi$  имеет непрерывную функцию распределения  $F_\xi(x)$ . Найдите функцию распределения случайной величины  $\eta = 3 - 2\xi$ .
3. Вспомним задачу о двух лыжниках. 2 лыжника условились о встрече в промежуток времени  $[0, 1]$ . Момент прихода на встречу каждым выбирается равновероятно. Пусть  $\theta = |t_1 - t_2|$ . Найдите:
  - (a) функцию распределения  $F_\theta(x)$
  - (b) плотность вероятности  $\rho_\theta(x)$
  - (c) математическое ожидание  $E\theta$
  - (d) дисперсию  $E\theta$
4. Функция распределения случайной величины  $\xi$  имеет вид  $F_\xi(x) = a + b \arctg(x)$ . Найдите:
  - (a) параметры  $a$  и  $b$
  - (b) плотность вероятности.
5. Дана плотность вероятности  $\rho_\xi = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ . Доказать что:
  - (a)  $E_\xi = \mu$
  - (b)  $\sigma_\xi = \sigma$

# Непрерывные случайные величины. Плотность.

## Домашняя работа

1. (0.5б) В квадрате  $[0, 1]^2$  наугад выбирается точка  $\omega = (\omega_1, \omega_2)$ . Случайная величина  $\xi$  задается равенством  $\xi(\omega) = \omega_1 + \omega_2$ . Найдите функцию распределения  $F_\xi(x)$ .
2. (0.5б) Случайная величина  $\xi$  имеет непрерывную функцию распределения  $F_\xi(x)$ . Найдите функцию распределения случайной величины  $\eta = 1 - 3\xi^2$ .

3. (1б) Плотность распределения случайной величины  $\xi$  задана формулой

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Cx^{-3/2}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

Найти:

- (а) постоянную  $C$ ;
  - (б) плотность распределения  $\eta = 1/\xi$
  - (с)  $P\{0, 1 < \eta < 0, 2\}$ .
4. (0.75б) Случайная величина  $\xi$  имеет распределение Коши с плотностью  $\rho_\xi(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ . Найдите плотность и функцию распределения случайной величины  $\eta = \frac{1}{1+\xi^2}$ .
  5. (0.75б) Случайная точка  $A$  имеет в круге радиуса  $R$  равномерное распределение. Найти математическое ожидание и дисперсию расстояния точки  $A$  от центра.
  6. (2б) 3 лыжника условились о встрече в промежуток времени  $[0, 1]$ . Момент прихода на встречу каждым выбирается наудачу в пределах указанного часа.  $\theta = \max(|t_1 - t_2|, |t_2 - t_3|, |t_1 - t_3|)$  Найдите:
    - (а) функцию распределения  $F_\theta(x)$
    - (б) плотность вероятности  $\rho_\theta(x)$
    - (с) матожидание  $E\theta$
    - (д) дисперсию  $E\theta$