

Контрольная 2. ДСВ.

1. (3б) Рассмотрим игру: игрок вносит в казино i монет, после каждого раунда он с вероятностью $3/5$ отдает одну монету, а с вероятностью $2/5$ забирает себе одну монету. Игра длится t раундов. Если в какой-то момент у игрока на руках окажется n монет или ни одной, то игра завершается досрочно. В конце игрок получит $2j$ монет, где j - число монет, которые у него остались. Вычислите матожидание выигрыша.
2. (3б) N солдат выстроились в шеренгу. Командир смотрит на шеренгу сбоку и видит, что более высокие солдаты загораживают низких или равных, и тех становится не видно. Чему равно математическое ожидание числа солдат, которых видно сбоку?
3. (3б) Вероятность попадания стрелка в цель 0.8 . Патроны выдаются стрелку до первого промаха. Найти распределение случайной величины ξ равной числу выданных патронов. Определить наиболее вероятное и среднее число выданных патронов.
4. (3б) Пусть случайные величины ξ и η независимы и одинаково распределены, причем $P(\xi = 1) = p$, $P(\xi = 0) = 1 - p$. Введем новую случайную величину

$$\zeta = \begin{cases} 0 & : (\xi + \eta) \bmod 2 = 0 \\ 1 & : (\xi + \eta) \bmod 2 = 1 \end{cases}$$

При каких p ξ и ζ будут независимыми?

5. Пусть независимые случайные величины ξ , η , ζ имеют одинаковое геометрическое распределение с параметром p . Найти:
 - (a) $P(\xi = \eta)$
 - (b) $P(\xi \geq \eta)$
 - (c) $P(\xi + \eta \leq \zeta)$
6. (3б) Пусть p_n - вероятность того, что число успехов в n испытаниях бернулли делится на 3. Найти рекуррентное соотношение для p_n , а из него - производящую функцию.

7. (12б) Двумерное распределение пары целочисленных случайных величин ξ и η задаётся с помощью таблицы

	$\xi = -1$	$\xi = -2$	$\xi = -3$
$\eta = 1$	0	$3/25$	$5/25$
$\eta = 2$	$4/25$	$3/25$	$4/25$
$\eta = 3$	$3/25$	$1/25$	$2/25$

где в пересечении столбца $\xi = i$ и строки $\eta = j$ находится вероятность $P\{\xi = i, \eta = j\}$. Найти:

- (a) (1) Маргинальные распределения ξ, η
 - (b) (1) Мат. ожидание $E\xi$ и $E\eta$
 - (c) (1) Дисперсия $D\xi$ и $D\eta$
 - (d) (1) Среднеквадратичное отклонение: $\sigma(\xi)$ и $\sigma(\eta)$
 - (e) (1) Ковариацию: $cov(\xi, \eta)$,
 - (f) (1) Корреляцию: $\rho(\xi, \eta)$
 - (g) (1) Информацию от выпадения $(\xi, \eta) = (-1, 3)$
 - (h) (1) Энтропию $H(\xi)$
 - (i) (1) Совместную энтропию $H((\xi, \eta))$
 - (j) (1) Условную энтропию $H(\xi|\eta)$
 - (k) (1) Условное матожидание $(\xi|\eta)$
 - (l) (1) Условную дисперсию $D(\xi|\eta)$
8. (3б) (Вместо 6, которая оказалось слишком сложной). Пусть k шариков случайно (равновероятно) размещаются в n ящиках. Найти среднее значение числа пустых ячеек.