Зависимость. Ковариация.

Базовый

1. Пусть есть монетки, на одной стороне которых написано 1, на другой 2. Пусть ξ - ДСВ суммы результатов бросков 2х монеток, μ - проиведение. Найдите медиану, матожидание случайных величин и сравните их между собой.

2. Докажите с помощью определений свойства мат.ожидания, дисперсии, ковариации.

   (a) $E(\alpha\xi) = \alpha E(\xi)$

   (b) $E(\xi + \mu) = E\xi + E\mu$

   (c) $E(\alpha\xi + \beta\mu) = \alpha E\xi + \beta E\mu$

   (d) $E(\xi\mu) = E\xi E\mu$ если независимы

   (e) Матожидание в схеме бернулли равно np.

3. Докажите свойство $D(\alpha\xi) = \alpha^2 D(\xi)$

4. В каком случае $D(\xi + \mu) = D\xi + D\mu$? А в каком не равно? На какую величину они будут отличаться в общем случае?

5. Докажите свойства ковариаций

   (a) $cov(\xi, \mu) = cov(\mu, \xi)$

   (b) $cov(\alpha\xi, \mu) = \alpha cov(\xi, \mu)$

   (c) $cov(\xi_1 + \xi_2, \mu) = cov(\xi_1, \mu) + cov(\xi_2, \mu)$

6. Двумерное распределение пары целочисленных случайных величин ξ и η задаётся с помощью таблицы

	$\xi = -1$	$\xi = 0$	$\xi = 1$
$\eta = -1$	1/8	1/12	7/24
$\eta = 1$	5/24	1/6	1/8

   где в пересечении столбца $\xi = i$ и строки $\eta = j$ находится вероятность $P\{\xi = i, \eta = j\}$. Найти:

   (a) Среднеквадратичное отклонение: $\sigma(\xi, \eta)$

   (b) Ковариацию: Cov (ξ, η),

   (c) Корреляцию: r (ξ, η)

Еще больше инструментов

Домашка

1. Возвращаемся к 6 домашке. Берем свою ДСВ и считаем для нее

   (a) (0.5)Медиану

   (b) (0.25)Среднеквадратичное отклонение

   Берем любую ДСВ другой группы и считаем для 2х ДСВ

   (a) (0.7) Ковариацию

   (b) (0.3) Корреляцию

2. (0.5)Найти коэффициент корреляции между ξ и ξ^2, если:

   (a) $P\{\xi = 0\} = 1/3, P\{\xi = 1\} = 1/2, P\{\xi = -1\} = 1/6$;

   (b) $P\{\xi = -2\} = P\{\xi = -1\} = P\{\xi = 1\} = P\{\xi = 2\} = 1/4$.

3. (0.5) Найти коэффициент корреляции между числом “единиц” и числом “шестёрок” при n бросаниях правильной игральной кости.

4. (0.75)Пусть $\xi_1, \xi_2, ...$ - независимые случайные величины, принимающие значения 1 и 0 с вероятностями p и $1-p$ соответственно. Найти среднее значение и дисперсию суммы $\zeta = \eta_1 + ... + \eta_n$, если:

   (a) $\eta_i = \xi_i \xi_{i+1}$;

   (b) $\eta_i = \xi_i \xi_{i+1} \xi_{i+2}$;

   (c) $\eta_i = 0$, если $\xi_i + \xi_{i+1}$ - чётное число
   $\eta_i = 1$, иначе

5. (1)Произведение двух независимых равномерно распределенных на $\{0, 1, \ldots, 9\}$ однозначных чисел ξ и η можно записать в виде $\xi\eta = 10\zeta_1 + \zeta_2$. Найти законы распределения ζ_1, и ζ_2. Зависимы ли ζ_1, и ζ_2?