Непрерывные случайные величины. Плотность.

Классная работа

1. Случайная величина ξ имеет функцию распределения F_ξ, определенную равенством
$$F_\xi(x) = \begin{cases} 4^x, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$
Найдите вероятности $P(\xi \geq -2)$ и $P(-1 < \xi < 0)$. Найдите плотность $\rho_\xi(x)$.

2. Случайная величина ξ имеет непрерывную функцию распределения $F_\xi(x)$. Найдите функцию распределения случайной величины $\eta = 3 - 2\xi$.

3. Вспомним задачу о двух лыжниках. 2 лыжника условились о встрече в промежуток времени $[0, 1]$. Момент прихода на встречу каждым выбирается равновероятно. Пусть $\theta = |t_1 - t_2|$. Найдите:

   (a) функцию распределения $F_\theta(x)$

   (b) плотность вероятности $\rho_\theta(x)$

   (c) матожидание $E\theta$

   (d) дисперсию $E\theta$

4. Функция распределения случайной величины ξ имеет вид $F_\xi(x) = a + b\,\mathrm{arctg}(x)$. Найдите:

   (a) параметры a и b

   (b) плотность вероятности.

5. Дана плотность вероятности $\rho_\xi = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. Доказать что:

   (a) $E_\xi = \mu$

   (b) $\sigma_\xi = \sigma$

Непрерывные случайные величины. Плотность.

Домашняя работа

1. (0.5б)В квадрате $[0,1]^2$ наугад выбирается точка $\omega = (\omega_1, \omega_2)$. Случайная величина ξ задается равенством $\xi(\omega) = \omega_1 + \omega_2$. Найдите функцию распределения $F_\xi(x)$.

2. (0.5б)Случайная величина ξ имеет непрерывную функцию распределения $F_\xi(x)$. Найдите функцию распределения случайной величины $\eta = 1 - 3\xi^2$.

3. (1б)Плотность распределения случайной величины ξ задана формулой
$$f_\xi(x) = \begin{cases} Cx^{-3/2}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$
Найти:
   (a) постоянную C;
   (b) плотность распределения $\eta = 1/\xi$
   (c) $P\{0,1 < \eta < 0,2\}$.

4. (0.75б)Случайная величина ξ имеет распределение Коши с плотностью $\rho_\xi(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$. Найдите плотность и функцию распределения случайной величины $\eta = \frac{1}{1+\xi^2}$.

5. (0.75б)Случайная точка A имеет в круге радиуса R равномерное распределение. Найти математическое ожидание и дисперсию расстояния точки A от центра.

6. (2б)3 лыжника условились о встрече в промежуток времени $[0,1]$. Момент прихода на встречу каждым выбирается наудачу в пределах указанного часа. $\theta = \max\left(|t_1 - t_2|, |t_2 - t_3|, |t_1 - t_3|\right)$ Найдите:
   (a) функцию распределения $F_\theta(x)$
   (b) плотность вероятности $\rho_\theta(x)$
   (c) матожидание $E\theta$
   (d) дисперсию $E\theta$