Условное матожидание

Классная работа

Важные формулы:

$$\rho_{X|Y}(x|y_0) = \frac{\rho_{X,Y}(x, y_0)}{\rho_Y(y_0)}$$

$$\rho_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{X|Y}(x|y)\rho_Y(y)dy$$

$$E(X|Y = y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} x\rho_{X|Y}(x|y_0)dx$$

$$E(X|Y)(y) = \int_{-\infty}^{\infty} x\rho_{X|Y}(x|y)dx$$

1. Пусть совместная плотность случайного вектора (ξ, η) равна:

   $$\rho_{\xi,\eta}(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(y+1)}, & 0 \le x, y \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

   Найти:

   (a) одномерные(маргинальные распределения) ξ и η

   (b) условные плотности ξ по η и η по ξ

2. Найти $E(\xi|\eta)$, если совместная плотность случайного вектора (ξ, η) равна:

   $$\rho_{\xi,\eta}(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

3. Пусть случайная величина ξ имеет стандартное нормальное распределение. Найти $E(\xi|\xi^2)$

4. Пусть независимые случайные величины ξ и η имеют геометрическое распределение с параметром p каждая. Найти условное распределение $\rho(\xi = k|\xi + \eta = n)$.

Условное матожидание

Домашняя работа

1. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие равномерное распределение в отрезке [0, 1]. Найти:

   (a) $(0.5)E(\xi|\xi+\eta)$

   (b) $(0.5)E(\xi^2-\eta^2|\xi+\eta)$

   (c) $(0.5)E(\xi-\eta|\xi+\eta)$

   (d) $(0.5)E(\xi|\xi+2\eta)$

2. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром 1, а t > 0. Найти:

   (a) $(0.5)E(\xi|min(\xi,t))$

   (b) $(0.5)E(\xi|max(\xi,t))$

3. (2)Пусть независимые случайные величины ξ и η имеют стандартное нормальное распределение. Найти $E(\xi^2+\eta^2|\xi+\eta)$.

4. (1)Найти $E(\xi|\eta)$, если совместная плотность случайного вектора (ξ,η) равна:

$$\rho_{\xi,\eta}(x,y)=\begin{cases}\frac{1+9x^2y^2}{8}, & -1\le x,y\le 1\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

5. Пусть $\xi_1,\dots\xi_n$ — независимые случайные величины, имеющие равномерное распределение в отрезке $[0,1]$. Найти:

   (a) $(0.5)E(\xi_1|max(\xi_1,\dots\xi_n))$

   (b) $(0.5)E(\xi_1|min(\xi_1,\dots\xi_n))$