

Определение модуля Юнга на основе исследования деформации деформаций растяжения и изгиба

Ковешников Григорий

3 декабря 2021 г.

Цель работы: экспериментально получить зависимость между напряжением и деформацией (Закон Гука) для двух тел: одноосного растяжения и чистого изгиба; по результатам измерений вычислить модуль Юнга.

Работу можно разделить на две части: в первой части наблюдаем растяжение проволоки под действием грузов разной массы, во второй части рассматриваем стержень, изгибаемый под действием силы, действующей перпендикулярно одной из его сторон, измеряя зависимость удлинения от массы находим модуль Юнга для обеих частей эксперимента.

Определение модуля Юнга по измерениям растяжения проволоки: В ходе эксперимента используем прибор Лермантова. Измерив все параметры установки занесем их значения в таблицу 1.

После настройки оптического прибора и наведения его на шкалу выведем формулу для зависимости значений на шкале от деформации проволоки, учитывая конструкцию установки. Вычислим максимально допустимую массу грузов, учитывая напряжение разрыва проволоки: Учитывая то, что общая масса всех грузов равна, и то, максимально допустимая масса равна: То эксперимент выполняется для любого количества грузов из имеющихся. Теперь увеличивая количество грузов по одному будем измерять изменение длины на шкале и дойдя до максимального количества, будем снимать по одному грузу и также измерять показания на шкале, проведем такой эксперимент 3 раза и занесем данные в таблицу,:

В силу того, что изначально на проволоке находилось 2 груза, то проволока была напряжена, значит на первых грузах удлинение будет расти нормально. Построим график функции:

Таблица 1: Параметры установки:

l_{\parallel} , мм	l_{\perp} , мм	r , мм	d_{wire} , мм
134.0 ± 1	176.3 ± 1	15	0.46

Таблица 2: Измерения первой части:

m, г	0	245.2	490.5	736.1	980.5	1226.6	1472.2	1717.7	1963.2
l, мм	15.0	17.7	20.2	22.6	25.1	27.1	29.8	32.2	34.5
m, г	2208.8	1963.2	1717.7	1472.2	1226.6	980.5	736.1	490.5	245.2
l, мм	36.7	34.5	32.2	29.7	27.5	25.1	22.7	20.2	17.6
m, г	0	245.2	490.5	736.1	980.5	1226.6	1472.2	1717.7	1963.2
l, мм	15.0	17.5	20.2	22.7	24.9	27.3	29.7	32.0	34.3
m, г	2208.8	1963.2	1717.7	1472.2	1226.6	980.5	736.1	490.5	245.2
l, мм	36.7	34.4	31.9	29.5	27.1	24.7	22.2	19.8	17.2
m, г	0	245.2	490.5	736.1	980.5	1226.6	1472.2	1717.7	1963.2
l, мм	14.5	17.2	19.7	22.2	24.6	27.0	29.3	31.7	33.3
m, г	2208.8	1963.2	1717.7	1472.2	1226.6	980.5	736.1	490.5	245.2
l, мм	36.2	34.0	31.7	29.4	27.0	24.6	22.1	19.7	17.1

Таблица 3: Параметры установки:

l_{AB} , мм	a_1 , мм	b_1 , мм	a_2 , мм	b_2 , мм	a_3 , мм	b_3 , мм
500 ± 1	± 1	± 1	± 1	± 1	± 1	± 1

Определение модуля Юнга по измерениям изгиба балки:

Измеряем параметры установки и занесем данные в таблицу: Под действием грузов разной массы измеряем изменение центральной точки балки под действием перпендикулярной силы, измерения будем проводить с помощью индикатора, расположим брусок точно посередине между призм установки. Из теоретических соображений был выведен закон, по которому находим модуль Юнга:

$$E = \frac{Pl^3}{4ab^3y_{max}}$$

Проведем эксперимент зависимости силы от смещения точки ее приложения для балки 2 для одного груза:

Занесем данные в таблицу:

Δl_x , мм	0	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0
Δl_y , мм	11.19	11.26	11.16	11.20	11.19	11.18	11.19	11.21	11.21

Понятно, что изменения силы в малых (около сантиметра) пределах не существенно, по сравнению со случайной погрешностью измерения прибора. Занесем данные измерений зависимости массы грузов в таблицу, для трех балок:

Построим 3 графика $P(y_{max})$ для каждого груза:

Тогда найдем модуль Юнга для каждого бруска по наклону графика и погрешности:

$$P = \left(E \cdot \frac{4ab^3}{l^3} \right) \cdot y_{max}; \quad k = \left(E \cdot \frac{4ab^3}{l^3} \right)$$

С помощью метода наименьших квадратов найдем найдем k:

$$k = \frac{\langle Py_{max} \rangle}{\langle y_{max}^2 \rangle}$$

Случайная погрешность: $\sigma_{rand} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle P^2 \rangle}{\langle y_{max}^2 \rangle} - k^2}; \quad \sigma_{rand} =$

Систематическая погрешность:

$$\varepsilon_{syst} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + \left(3 \frac{\sigma_b}{b} \right)^2 + \left(3 \frac{\sigma_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{y_{max}}}{y_{max}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_P}{P} \right)^2}$$

$$\varepsilon_{syst} =$$

Т.к. $E = \frac{kl^3}{ab^3y_{max}}$, то $\sigma_E = \sqrt{\sigma_{rand}^2 + (\varepsilon_{syst}E)^2}; \quad \sigma_E =$

$E = (\pm)$ Табличные значения модуля Юнга для латуни и дерева равны соответственно: $E_w =$, $E_l =$. Сравнивая полученные результаты с табличными значениями получаем, что в пределах погрешности результаты равны табличным.

Вывод: из обеих частей эксперимента применяем способы нахождения модуля юнга для упругих тел и получаем равенство в пределах погрешностей.