Semántica de primer Orden

Hemos comentado en clase que la complejidad del problema de la satisfacibilidad en lógica de primer orden tiene que ver con la existencia de modelos infinitos:

1. Dé un ejemplo de fórmula satisfacible pero que no tenga modelos finitos, es decir, que solo se pueda satisfacer en estructuras con universo infinito.
2. Dé un ejemplo de fórmula que genera una rama infinita en el método de tablas semánticas.

1.- Dé un ejemplo de fórmula satisfacible pero que no tenga modelos finitos, es decir, que solo se pueda satisfacer en estructuras con universo infinito.

$\forall x \exists y (Mayor(x, y))$ dado Mayor(x,y): “y es mayor que x”

Esta fórmula dice que para todo x, existe un y tal que y es mayor que x. Esto requiere un universo infinito ya que, si tuviéramos uno finito, siempre tendríamos un elemento máximo ‘x’, el cual no tendrá un elemento mayor ‘y’.

En un universo infinito siempre habrá un y>x para cualquier x.
Si x=5 se puede tomar y=6, si x=300, y=4000, y así sucesivamente.

2.-Dé un ejemplo de fórmula que genera una rama infinita en el método de tablas semánticas.

$$\exists x P(x) \wedge \forall y (P(y) \rightarrow \exists z P(z))$$

-Existe al menos un elemento que satisface P(x) Y para cada elemento y tal que P(y) es verdadero, debe existir al menos un z tal que P(z) también sea verdadero.

La tabla semántica nunca se cerrará porque siempre se introduce un nuevo elemento para satisfacer P(z), lo que genera una rama infinita que nunca termina debido a la necesidad de introducir infinitos elementos.

1.	$(\exists x)Px \,\&\, (\forall y)(Py \supset (\exists z)Pz)$ ✓	
2.	$(\exists x)Px$ ✓	
3.	$(\forall y)(Py \supset (\exists z)Pz)$	
4.	Pa	
5.	$Pa \supset (\exists z)Pz$ ✓	
6.	$\sim Pa$	$(\exists z)Pz$ ✓
7.	$\times$	Pb
8.		$Pb \supset (\exists z)Pz$ ✓
9.	$\sim Pb$	$(\exists z)Pz$ ✓
10.	$\times$	Pc
11.		$Pc \supset (\exists z)Pz$ ✓
12.	$\sim Pc$	$(\exists z)Pz$ ✓
13.	$\times$	Pd
14.		$Pd \supset (\exists z)Pz$ ✓
15.	$\sim Pd$	$(\exists z)Pz$ ✓
16.	$\times$	Pe