

Problema 7: Cambio de moneda

Ana Martín Conejo
Ruben Cazorla Rodríguez
Lucía Cárdenas Palacios
Joaquin Cotrina Santos

1. ¿Cuántos elementos del array hay que calcular?

Para ver cuántos elementos hay que calcular, primero hay que definir un par de variables.

El vector k , el cual contiene los valores de cada tipo de moneda (v_1, v_2, \dots, v_k). Necesitaremos saber la longitud del vector, ya que indicará cuantos tipos de monedas disponemos para el cambio.

Y, por último, la variable C , que indica la cantidad que debemos pagar utilizando los diferentes tipos de monedas.

Con estas variables definidas, podemos crear un array para representar cada posibilidad de cambio, siendo las filas el tipo de moneda utilizado, y las columnas la cantidad a cambiar.

Con estas variables definidas, el array tendría adoptaría esta forma:

	0	1	2	...	C
v_1					
...					
v_k					

Por tanto, se necesitaría $k * (C+1)$ elementos para llenar todo el array.

Un ejemplo sencillo:

Supongamos que $k = \{1,2\}$ y $C = 4$

$k \setminus C$	0	1	2	3	4
1	0	1	2	3	4
2	0	1	1	2	2

Se necesitaría rellenar $(2 * (4 + 1))$, que serían **10** celdas.

2. ¿Cuál es el crecimiento del tiempo y el espacio necesario en función del crecimiento del tamaño de la entrada?

En el **caso del tiempo**, tiene que ir rellenando el array de casilla en casilla, dependiendo de la cantidad de filas y columnas que tenga, en un caso genérico donde podríamos tener infinitud de tipos de monedas a usar, el orden de magnitud sería **$O(k * C)$** .

Pero si vamos a un ejemplo más realista, como el sistema monetario español, el vector k es un valor fijo, por lo que depende únicamente de la variable C , que sería **$O(C)$** .

Y en el **caso del espacio**, hay que tener en cuenta el valor en binario de la cantidad a pagar.

Por ejemplo, si $C=32$, su representación en memoria ocupará 6 bits para almacenar los números del 1 al 32 y el array tendrá 32 columnas, pero si $C=64$, su representación ocupará 7 bits para almacenar los números del 1 al 64 teniendo 64 columnas). Por tanto, podemos deducir que el espacio que se ocupará en memoria una sola celda es: 2^b , Siendo b el número de bits para representar C ($2^b=C$), es decir, **$\log_2 C = b$** .

Con esto, tenemos en cuenta que hay que rellenar un total de C celdas, luego sabemos que su crecimiento en memoria es exponencial, y por tanto, su orden de magnitud es **$O(b * 2^b)$** .