

Algoritmia y Complejidad

Titulación: Grado en Informática

Curso: 2023-2024

Trabajo: Ejercicio 7-Cambio de Monedas

Autor: Cárdenas Palacios, Lucía

Cazorla Rodríguez, Rubén

Cotrina Santos, Joaquín

Martín Conejo, Ana

PROBLEMA: CAMBIO DE MONEDAS

Recordamos el ejercicio de programación dinámica del cambio de monedas:

- Pagar cantidad C con el número mínimo de monedas de varios valores v_1, v_2, \dots, v_k .

Datos de entrada:

- C = cantidad a pagar
- Lista con los valores de las monedas:
 $v_i, 0 \leq i < k$

Donde: v_i = valor de la moneda i

K = número de monedas de las que disponemos

Soluciones Posibles

- Si la cantidad a pagar C coincide con el valor de una de las monedas, tendríamos una solución trivial.
- Si no, tendríamos que definir un resultado como secuencia de decisiones que cumplan el principio de optimalidad.

Elementos del Array a calcular

El número de elementos del array que hay que calcular en el problema es el producto del número de diferentes valores de monedas k , y la del tamaño de la cantidad a pagar:

$$k*(C+1)$$

Se construiría entonces una matriz con k filas y $C+1$ columnas.

Cada celda de esta matriz representa la cantidad mínima de monedas necesarias para pagar esa cantidad específica con los diferentes valores de monedas disponibles.

Ejemplo

- Supongamos que tenemos $k=2$ tipos de monedas: $\{1,2\}$ y una cantidad a pagar $C=4$.

Se rellenarían 10 celdas:

$k \backslash C$	0	1	2	3	4
Moneda 1	0	1	2	3	4
Moneda 2	0	1	1	2	2

Para cada celda de la matriz, calcularemos la cantidad mínima de monedas necesarias para pagar esa cantidad específica utilizando los diferentes valores de monedas disponibles.

Estudio del crecimiento del espacio

- Si $C=32$, su representación en memoria ocupará 6 bits para almacenar los números del 1 al 32 (el array tendrá 32 columnas)
- Si $C=64$, su representación en memoria ocupará 7 bits para almacenar los números del 1 al 64 (el array tendrá 64 columnas)
- Si $C=128$, su representación en memoria ocupará 8 bits para almacenar los números del 1 al 128 (el array tendrá 128 columnas)

Luego podemos deducir que el espacio que se ocupará en memoria es:

$$b * 2^b$$

b = el número de bits a representar C

Estudio del crecimiento del espacio

Como vimos antes, podemos entonces concluir que el crecimiento del espacio será:

$$O(b * 2^b)$$

Estudio del crecimiento del tiempo

- El crecimiento del tiempo necesario depende del tamaño de la cantidad a pagar C , ya que es la variable de entrada que no podemos determinar a priori.
- La complejidad del tiempo será:

$$O(C)$$