

# 人工智能导论第二次作业

2022 年 3 月 3 日

## 1 题目一

设有 2 个修道士和 2 个野人来到河边，打算乘一条索道从河的左岸渡到河的右岸。但索道只有一个轿箱，每次只能装载 1 人，在任何岸边野人的数目都不得超过修道士的人数，否则修道士就会被野人吃掉。假设野人和修道士都服从你的过河安排，且索道可自动返回（返回过程无需考虑）。请问如何制定过河计划才能把所有人都安全地渡过河去。请按照深度优先进行求解，列出状态和操作算子，进行相应的符号定义后，通过搜索树标注具体求解过程。

### 1.1 符号定义

$S_n$  表示第  $n$  种状态 ( $n = 0, 1, 2, \dots, 8$ ),  $O_m$  表示第  $m$  种状态 ( $m = 1, 2$ ),  $l_i$ 、 $r_i$  分别表示河流左岸和右岸的人数,  $i = 1$  表示修道士,  $i = 2$  表示野人。具体状态和操作状态如表 1、表 2 所示。

表 1: 操作集合

操作	描述
$O_1$	将 1 个修道士从左岸运到右岸
$O_2$	将 1 个野人从左岸运到右岸

表 2: 状态集合

状态	$l_1$	$l_2$	$r_1$	$r_2$
$S_0$	2	2	0	0
$S_1$	2	1	0	1
$S_2$	2	0	0	2
$S_3$	1	2	1	0
$S_4$	1	1	1	1
$S_5$	1	0	1	2
$S_6$	0	2	2	0
$S_7$	0	1	2	1
$S_8$	0	0	2	2

## 1.2 状态空间

过河一共有 9 个状态，状态空间图如图 1:

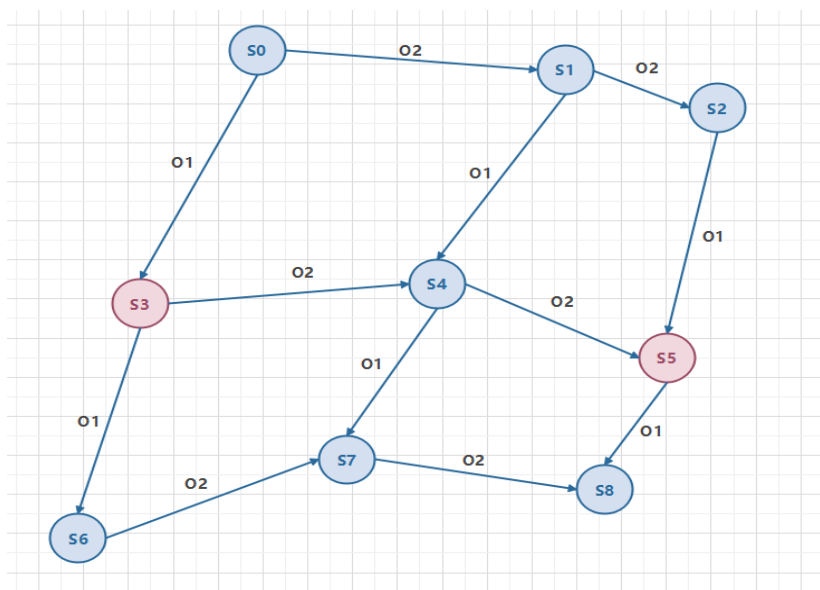


图 1: 状态空间图

红色结点代表野人个数大于修道士个数的状态，野人会吃掉修道士，故

$S_3$  和  $S_5$  状态不允许出现。各状态由操作  $O_1$ 、 $O_2$  连接。

$S_0$  为初始状态,  $S_8$  为目标状态, 即  $G = S_8$ , 根据状态空间图可得搜索树, 如图 2:

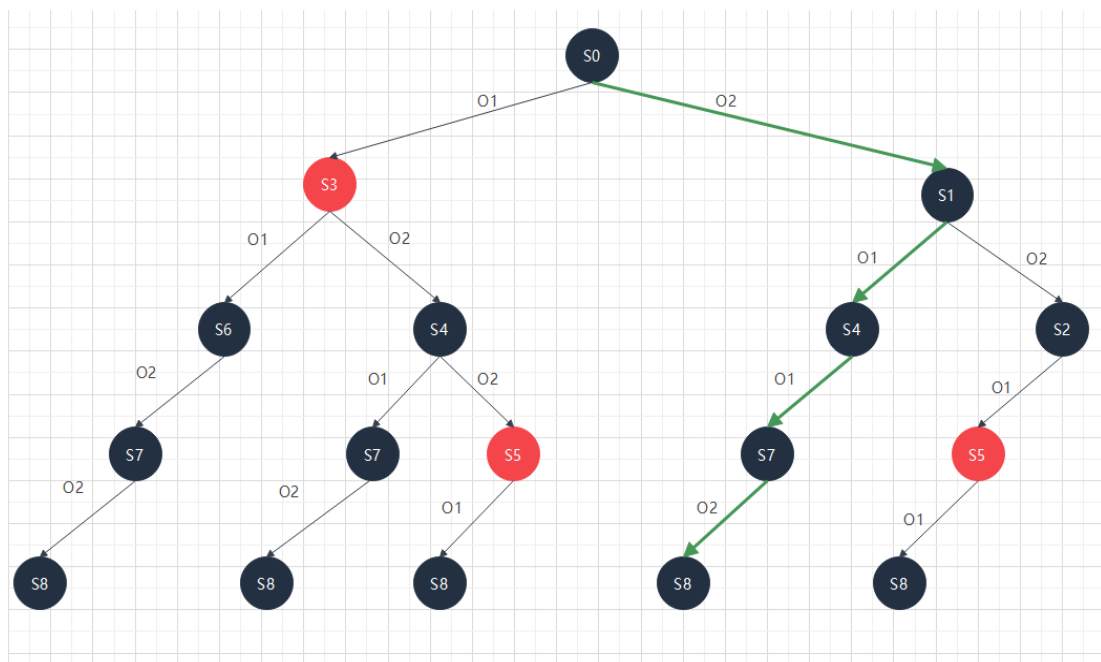


图 2: 搜索树

由于红色结点不可达, 通过深度优先得唯一的求解路径, 已在图 2 中用绿色箭头标出。

### 1.3 结果

路径为  $S_0 \xrightarrow{O_2} S_1 \xrightarrow{O_1} S_4 \xrightarrow{O_1} S_7 \xrightarrow{O_2} S_8$ , 即依次让野人、修道士、修道士、野人过河。

## 2 题目二

某无人车计划从 A 点开往 K 点，已知各节点间的实际距离，选取启发函数为各节点到终点的直线距离。请利用 A\* 搜索算法找到解路径（给出完整的搜索过程），请问是否为距离最短的路径，从启发函数的特性上解释原因。

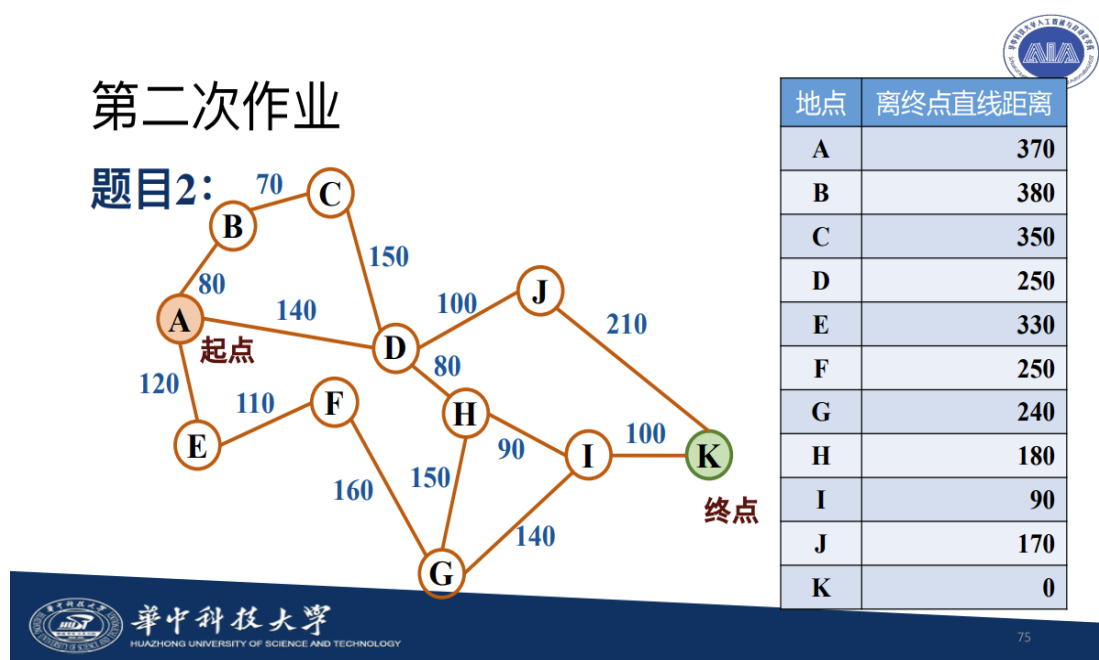


图 3: 各结点间的距离和离终点的直线距离

### 2.1 证明 A\* 搜索算法结果的最优性

$n$  为结点序号,  $f(n)$  为估价函数,  $g(n)$  是从初始结点到  $n$  结点的实际代价, 在本题中代价即为距离,  $h(n)$  是从  $n$  结点到目的结点的最佳路径的估计代价, 本题中为  $n$  结点到目的结点的直线距离, 三者满足:

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (1)$$

A\* 算法是一种启发式图搜索算法, 是由 A 算法加强条件而来, 定义  $h^*(n)$  为状态  $n$  到目的状态的最优路径的代价, A\* 算法满足:

$$h(n) \leq h^*(n), \forall n \quad (2)$$

因此估价函数最优，如果问题有解，那么 A\* 算法获得的解必然时最优的，即 A\* 算法具有可采纳性。对于启发函数  $h(n)$ ，如果它满足：

- 1) 对所有状态  $n_i$  和  $n_j$ ，其中  $n_j$  是  $n_i$  的后裔，满足  $h(n_i) - h(n_j) \leq cost(n_i, n_j)$ ，其中  $cost(n_i, n_j)$  是从  $n_i$  到  $n_j$  的实际代价。
- 2) 目的状态的启发函数值为 0 或  $h(Goal) = 0$ 。

通过考察本题中各结点的启发函数  $h(n)$ ，可知它满足以上两个条件，即启发函数满足单调性，即在整个搜索空间都是局部可采纳的，启发策略无论何处都是可采纳的，总是从祖先状态沿着最佳路径到达任一状态。[1]

综上所述，本题满足可采纳性和单调性条件，因此用 A\* 算法求得的路径一定是最短路径。

## 2.2 A\* 搜索算法

根据 A\* 算法原理得到的算法流程图如图 4：

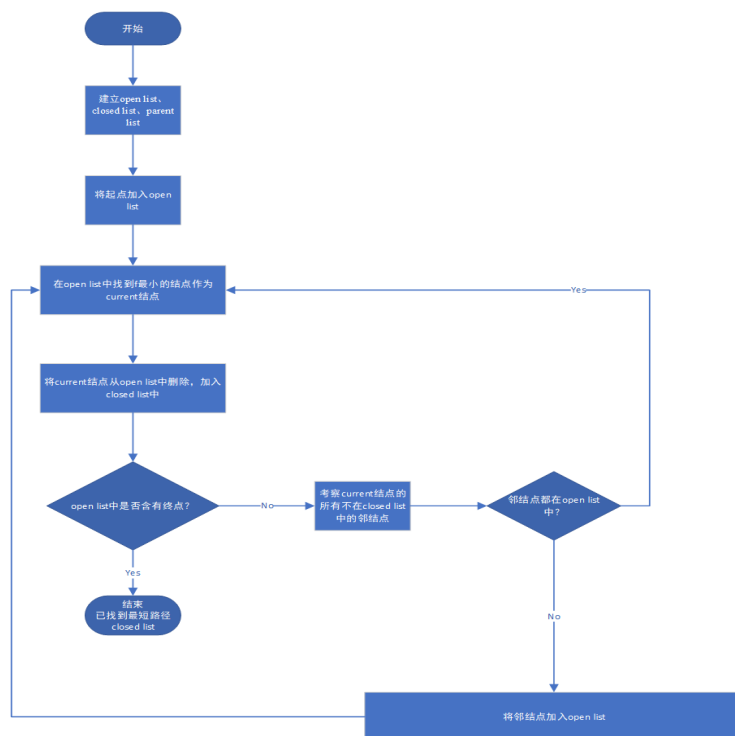


图 4: A\* 算法流程图

## 2.3 搜索过程

通过 MATLAB 得到结果,源码见 Github 的 <https://github.com/GrimaceLittleBoss/Astar-algorithm.git>。过程如图 5 所示:

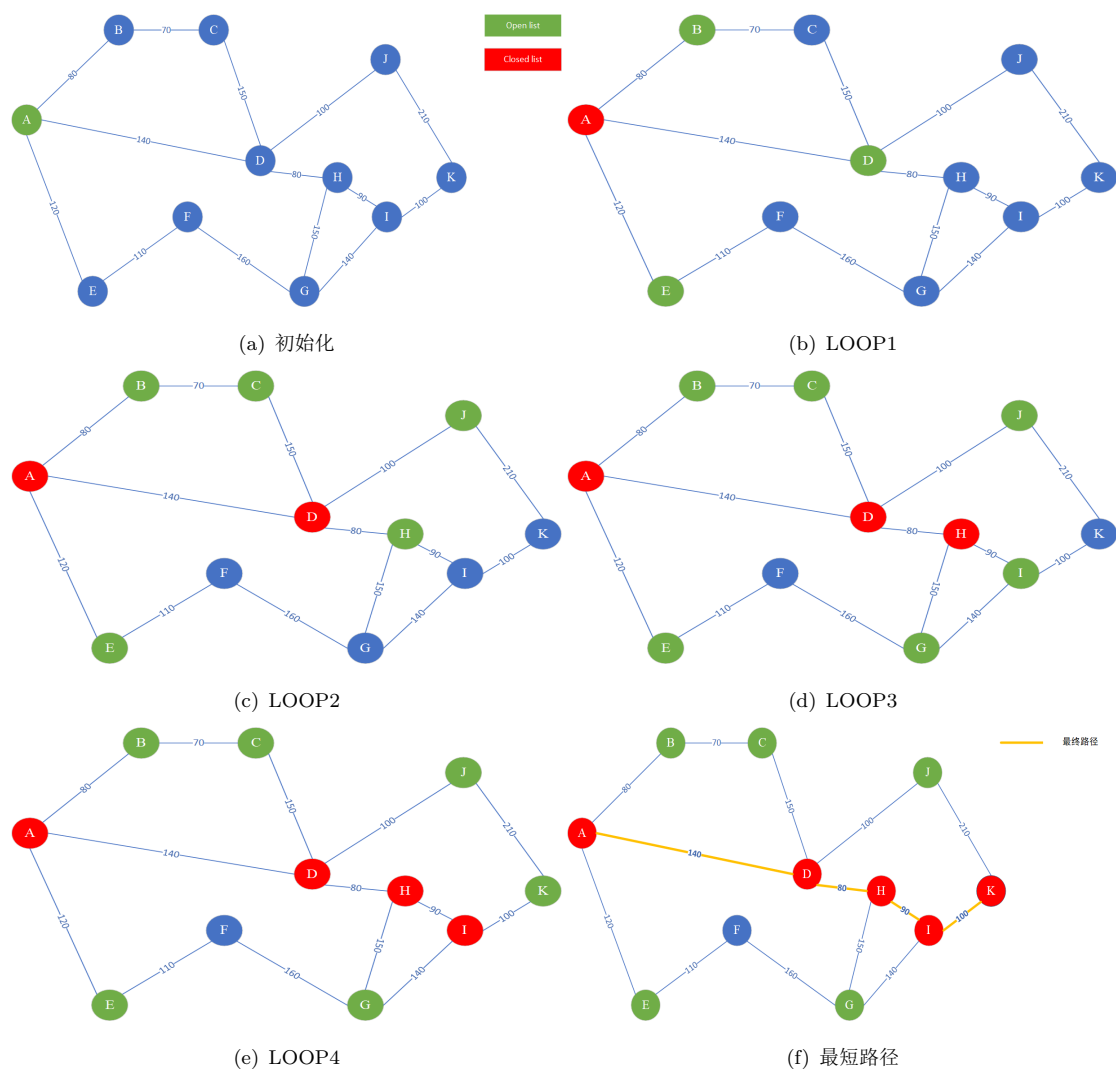


图 5: 搜索过程

## 2.4 结果

根据 A\* 算法, 最佳路径为  $A \xrightarrow{140} D \xrightarrow{80} H \xrightarrow{90} I \xrightarrow{100} K$ , 总路程为 410。

## 参考文献

- [1] 王万良. 人工智能导论 [M]. 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2020.11