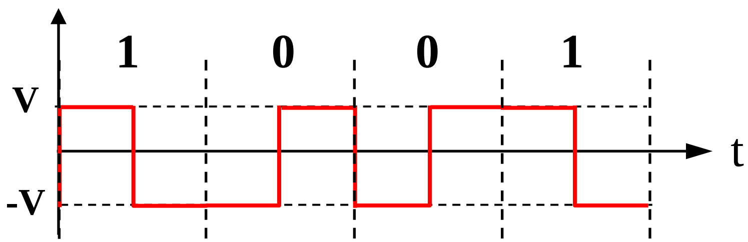
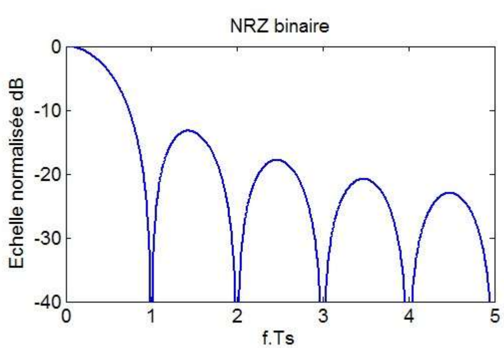
Communications Numériques

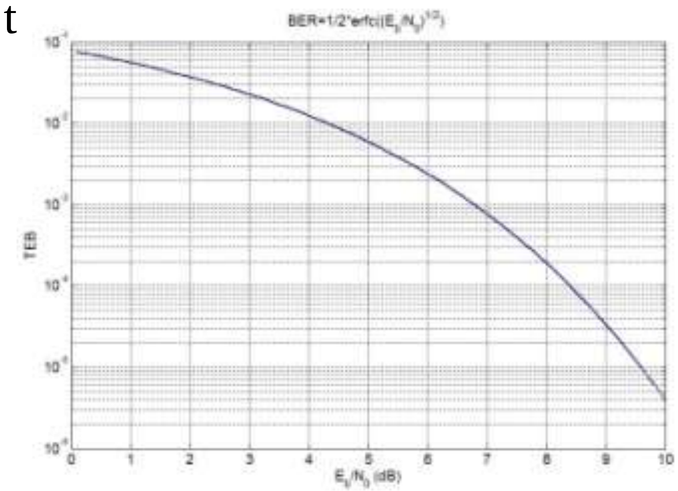
Master 2 FESUP

Eric Vourc'h

eric.vourch@satie.ens-cachan.fr







Plan du cours

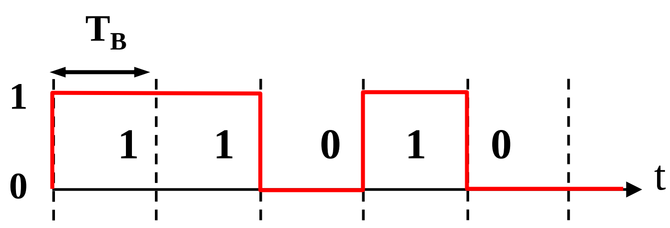
- ✓ Introduction
- ✓ Les transmissions en bande de base
- ✓ Les transmissions sur fréquence porteuse
- ✓ Les systèmes de transmission numériques par fibre optique

Généralités sur les signaux numériques

La transmission d'une information numérique passe par la création d'un signal qui peut être considéré de deux points de vues : sous son aspect temporel, ou sous son aspect fréquentiel.

Variations temporelles d'un signal numérique

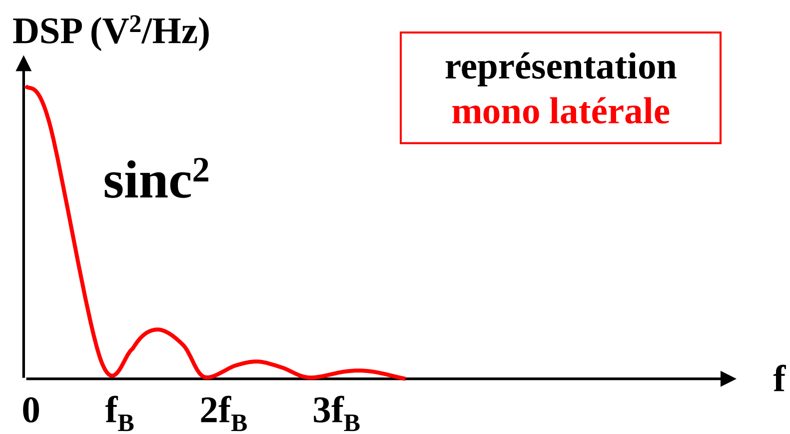
Données numériques
(Séquence PSA)



T_B : Temps bit

Spectre d'un signal numérique

$$\gamma_s(f) \triangleq TF\{corr_{ss}(\tau)\} = TF\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} s^*(t).s(t+\tau)dt\right\}$$



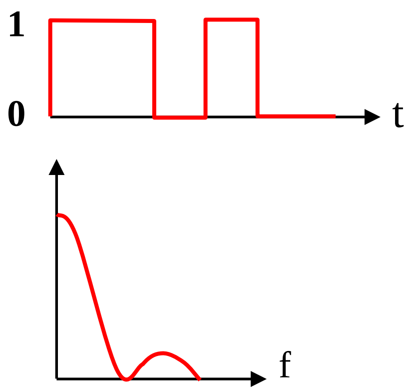
Spectre en bande de base

$f_B = 1/T_B$ débit binaire

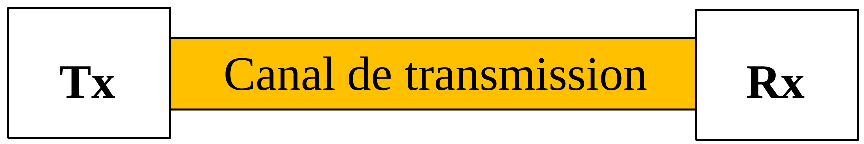
Introduction

Les deux modes de transmission numérique

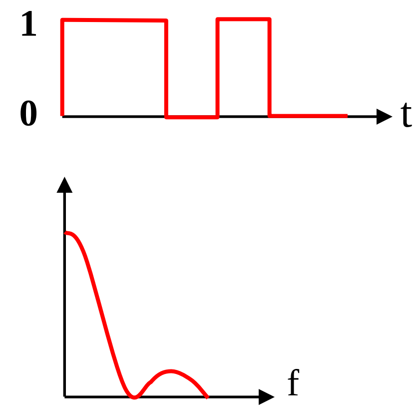
- ✓ **Transmission en bande de base**
- ✓ **Transmission sur fréquence porteuse**



Signal en bande de base

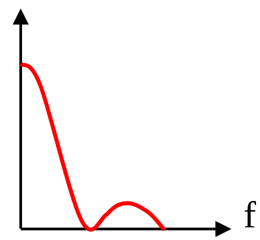


Espace libre,
ligne,
guide d'onde,
fibre optique…

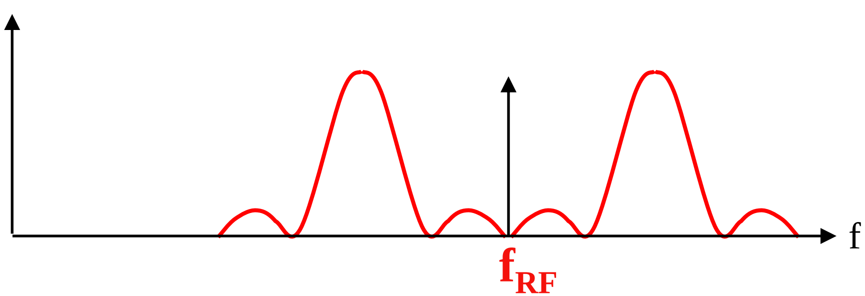


Signal en bande de base

Transmission en bande de base →



Transmission sur fréquence porteuse →



▪ **Canal de transmission :**

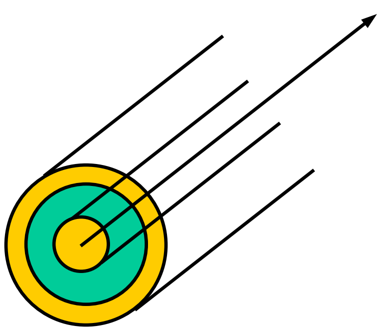
La principale contrainte qui détermine le mode de transmission (en bande de base ou sur fréquence porteuse) est le type de canal de transmission

Canal de transmission : support ou milieu de propagation des signaux (câble, guide d'ondes, espace libre)

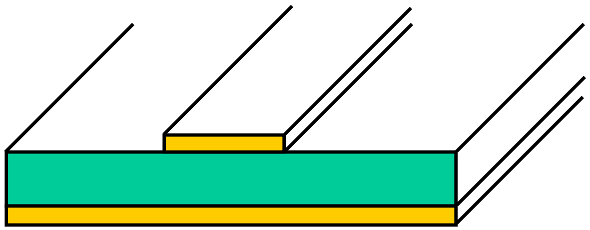
▪ **Les guides TEM (transverse électromagnétiques) ou lignes de transmission :**

Exemples : paires téléphonique, câbles coaxiaux, lignes microruban

Elles permettent de faire des transmissions en bande de base et sur fréquence porteuse.
Elles n'ont pas de fréquence de coupure basse…



Câble coaxial

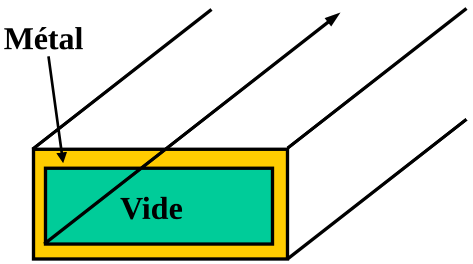


Ligne microruban

- **Guides non TEM :**

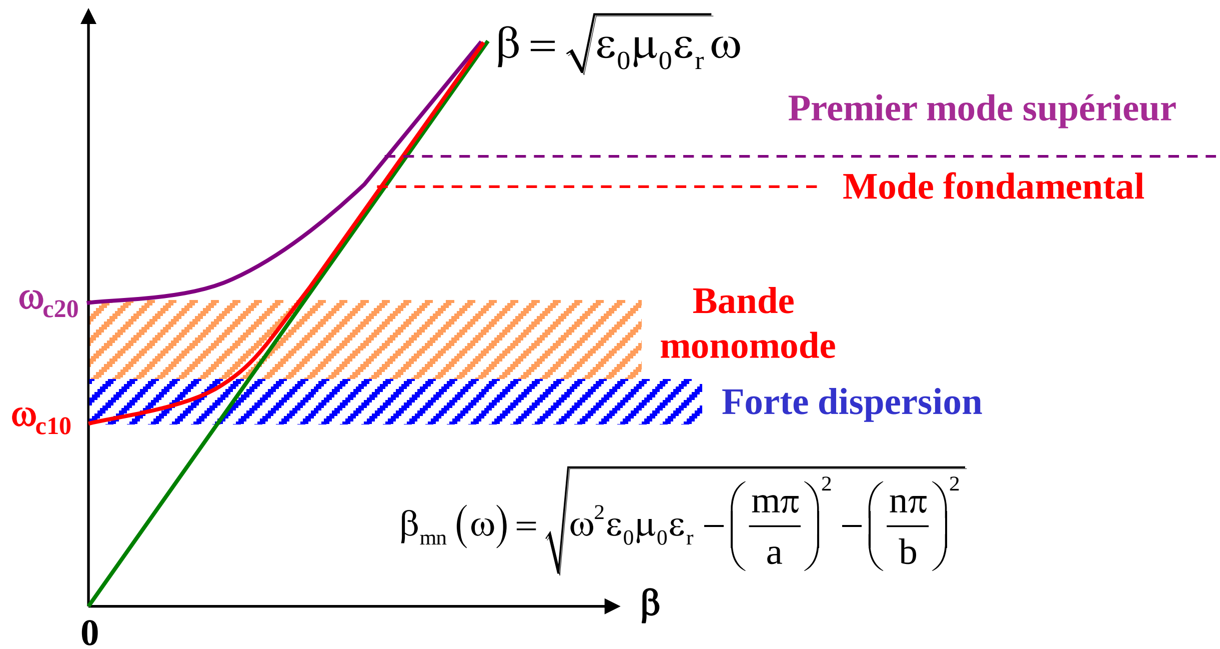
Exemples: les guides rectangulaires métalliques, guides cylindriques métalliques

Ils permettent de faire uniquement des transmissions sur fréquence porteuse, car ils ont une fréquence de coupure basse. Ils ont également une fréquence maximum d'utilisation (ces fréq. Sont liées aux dimensions du guide considéré).



Guide rectangulaire métallique

ω Diagramme de dispersion



A chaque mode correspond une fréquence de coupure ω_c (fréquence en deçà de laquelle il n'y a pas de propagation : $\beta = 0$).

- **L'espace libre :** **les transmissions se font sur fréquence porteuse**

Ondes acoustiques : fortement atténuées, faible vitesse de propagation, nécessité de Tx/Rx en vision directe

⬇

Aux ondes sonores correspondent des ondes EM en basses fréquences (exple voix ≅ 4kHz)

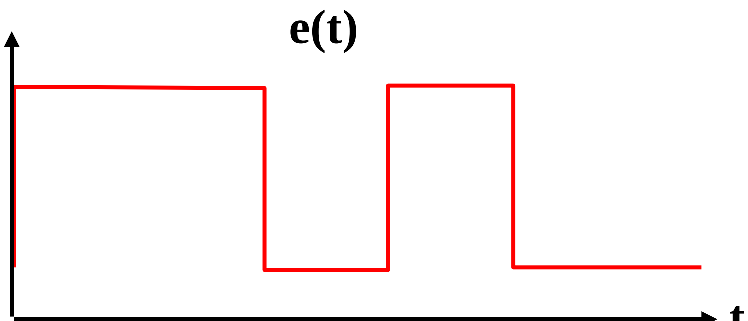
⬇

La transmission en espace libre d'une info sonore (numérisée ou non) nécessite de recourir à une fréquence porteuse.

En effet, les dimensions des antennes sont de l'ordre de $\lambda/2$.
La transmission de basses fréquences ($1kHz < f < 100kHz \Leftrightarrow 300km > \lambda > 3km$).
Nécessiterait des antennes immenses…

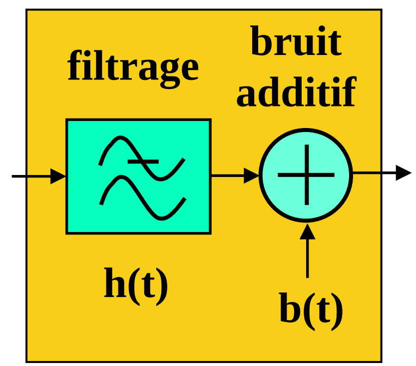
- **Distorsions subies par l'information numériques et conséquences sur la qualité de la transmission :**

Emission

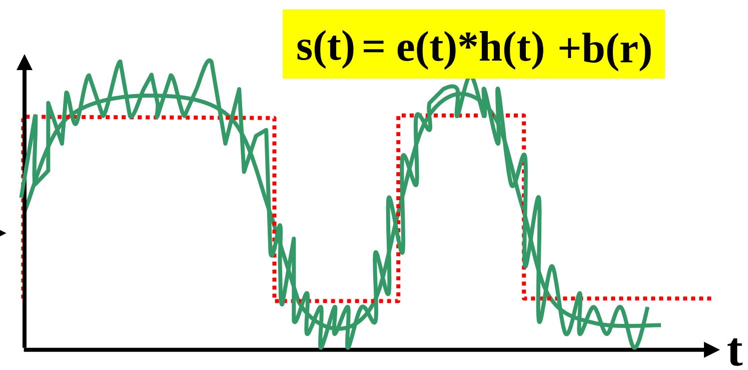


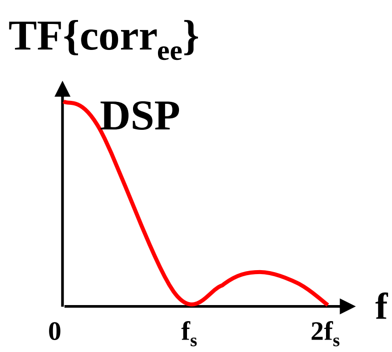
Canal

2 distorsions

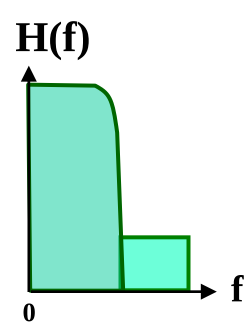


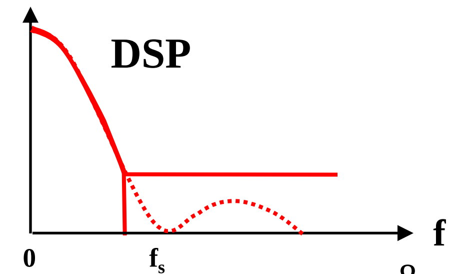
Réception



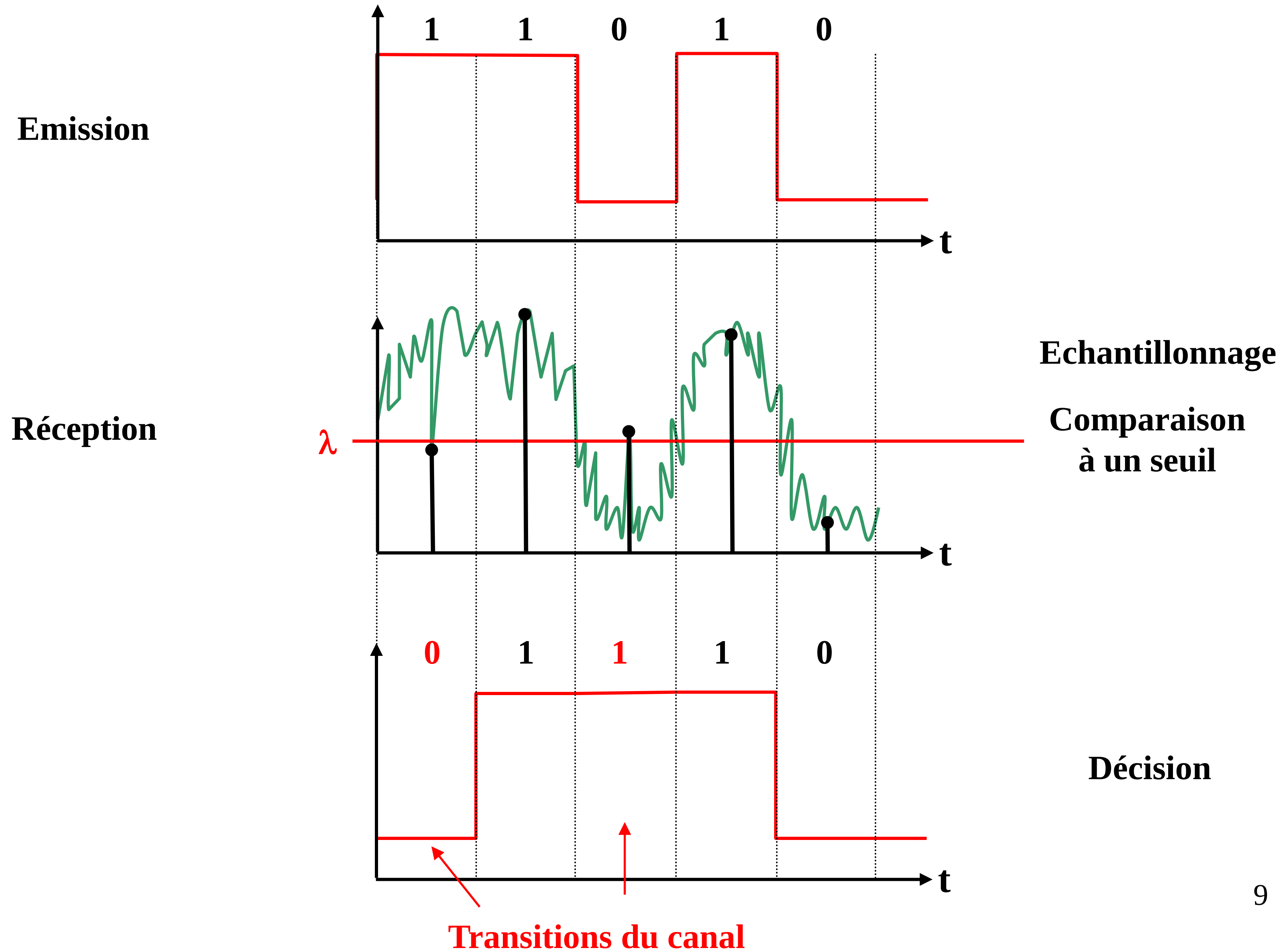


Filtrage



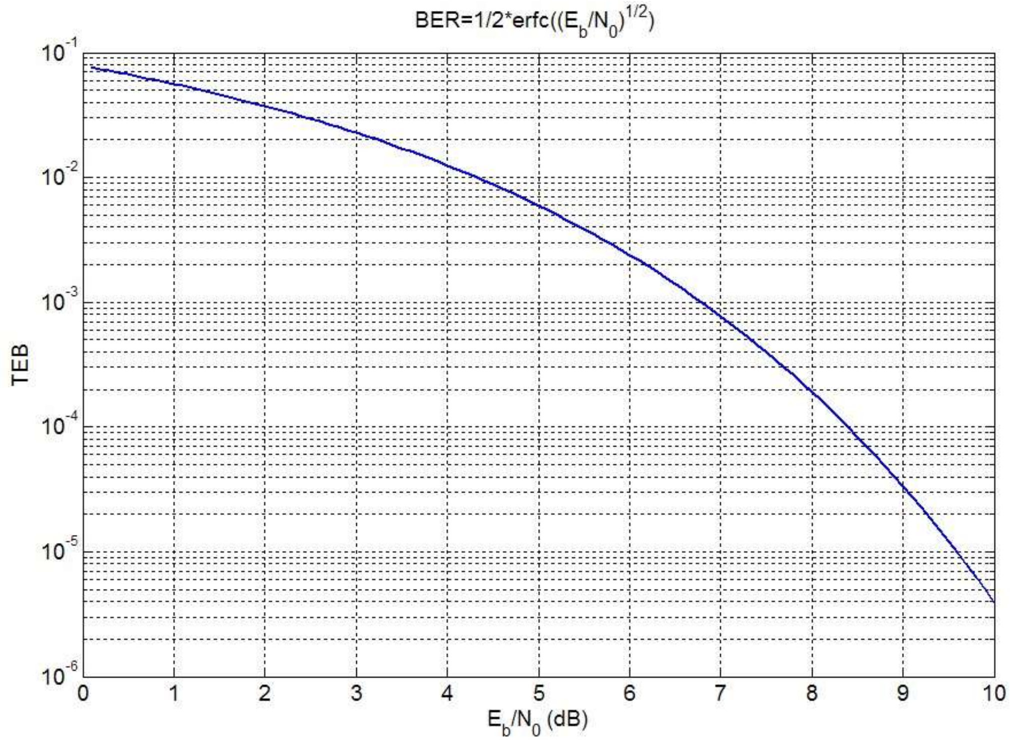


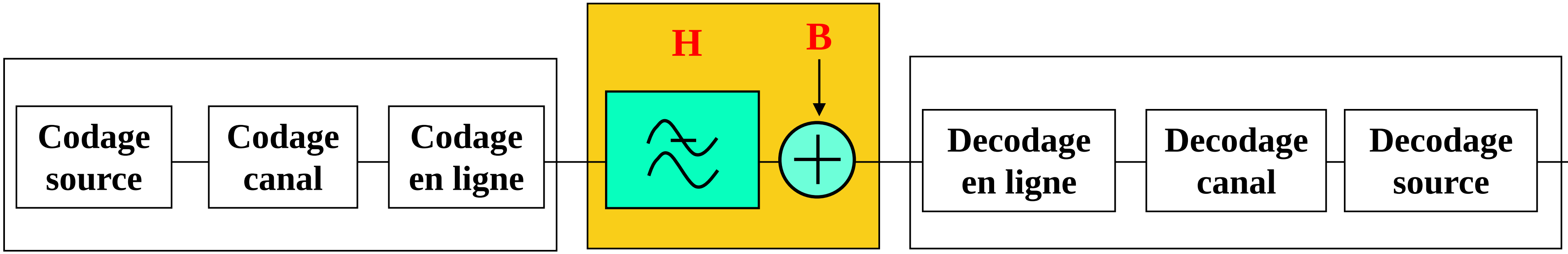
Erreurs lors de la reconstitution des données (récepteur optimal)



Contraintes	Leviers	
	Transm. en BdB	Transm. sur freq porteuse
Débit	Codage source	
BER	Sondage de canal Codage canal S/N Codage en ligne (respect du critère de Nyquist)	Format de modulation
Occupation spectrale	Codage en ligne	Format de modulation
Efficacité spectrale (bit/s/Hz)	Codage en ligne	Format de modulation

La quantité d'erreurs commises (taux d'erreur binaire, TEB ou BER…) est une fonction décroissante du S/N.





➔ **Codage source : compression de l'information, ou comment réduire la quantité de données binaires transmise (symboles codés par des mots de longueurs variables, algorithme de Huffman…)**

➔ **Codage canal : redondance pour la correction des erreurs causées en réception par le bruit additif du canal (but : améliorer le BER).**

➔ **Codage en ligne : mise en forme des données sous forme d'impulsions. Un des critères de choix du code en ligne est le rapport largeur de spectre/débit binaire.**

Codage sans répétition

Symboles	Mots codés	Mots reçus	Détection des transition	Correction des erreurs
0	0	0	NON	NON
1	1	1	NON	NON

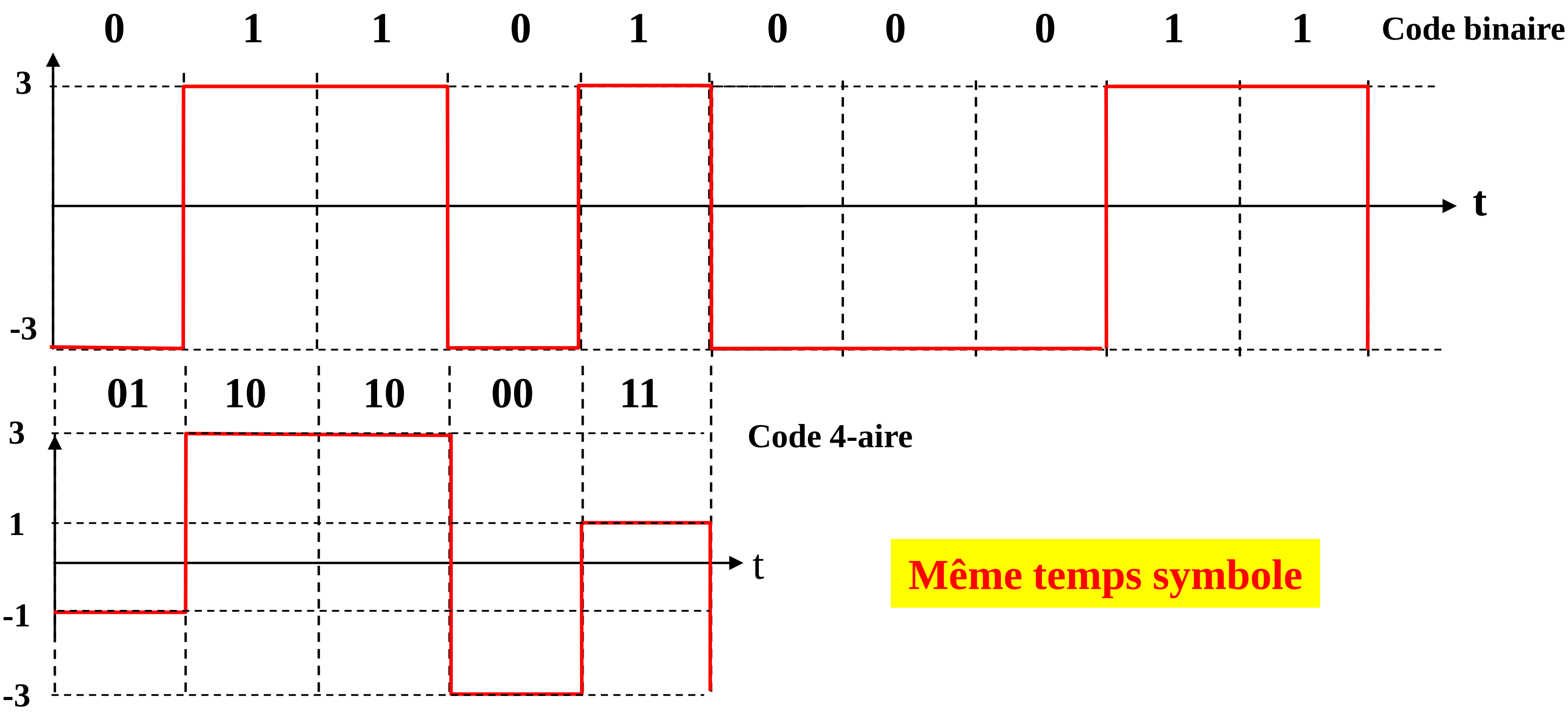
Codage par double répétition

Symboles	Mots codés	Mots reçus	Détection des transition	Correction des erreurs
0	00	00	NON	NON
1	11	01	OUI	NON
		10	OUI	NON
		11	NON	NON

Codage par triple répétition

Symboles	Mots codés	Mots reçus	Détection des transition	Correction des erreurs
0	000	000	NON	NON
1	111	001	OUI	OUI
		010	OUI	OUI
		011	OUI	OUI
		100	OUI	OUI
		101	OUI	OUI
		110	OUI	OUI
		111	NON	NON

Comparaison codage binaire/quaternaire :



Même temps symbole

Expression du signal e(t) issu d'un codeur en ligne :

Supposons un code M-aire :

Le codeur peut émettre M = 2^n signaux $S_i(t)$ de durée T (temps symbole).

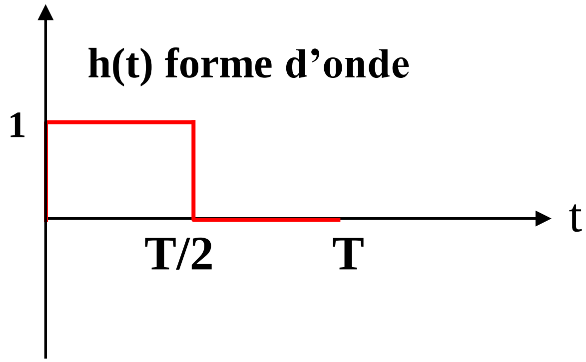
Le signal généré vaut : $$e(t) = \sum_k S_{i(k)}(t - kT) \quad ; \quad i(k) = 0, 1, \ldots, (M-1)$$

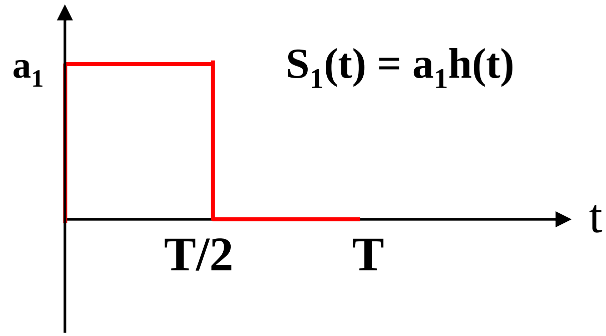
où
$$\begin{cases} \text{k varie de } -\infty \text{ à } +\infty \\ \text{i(k) est fct° du symbole émis à l'instant kT} \end{cases}$$

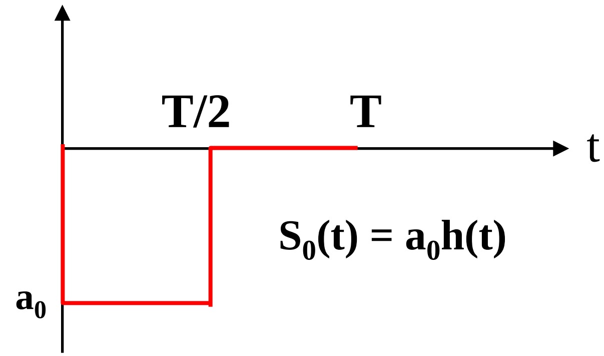
Pour la plupart des codes, les signaux $S_{i(k)}(t)$ peuvent s'exprimer en fct° d'une forme d'onde unique h(t) (voir fig.) :

$$S_{i(k)} = a_{i(k)} h(t - kT)$$ **où h(t) est la forme d'onde unique**

Exple : Signal **binaire** basé sur une forme d'onde unique







On a alors
$$\boxed{e(t) = \sum_k a_{i(k)} h(t - kT)}$$

où les $a_{i(k)}$ prennent leur valeur dans un alphabet à M éléménts $\{A_0, A_1, \ldots, A_{M-1}\}$

<u>Critères de choix d'un code en ligne :</u>

- ➔ **Rapidité de modulation**
- ➔ **Sensibilité au bruit**
- ➔ **Occupation spectrale**
- ➔ **Récupération d'horloge en réception (lié au spectre du code : il est bon que celui-ci présente une raie à la fréquence d'horloge)**

Les caractéristiques spectrales sont importantes

<u>Densité spectrale de puissance d'un code en ligne :</u>

Rq. : Dans ce cours nous désignerons souvent la DSP par le mot spectre.

Expression de la DSP d'un code en ligne :

On a $e(t) = \sum_k a_{i(k)} h(t-kT)$ **que l'on écrira** $e(t) = \sum_k a_k h(t-kT)$

$i(k) = 0, 1, \ldots, (M-1)$

Rq. : e(t) peut être vu comme le filtrage d'un signal a(t) tel que $a(t) = \sum_k a_k \delta(t-kT)$

par un filtre de réponse impulsionnelle h(t)

$$a(t) = \sum_k a_k \delta(t-kT) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow e(t) = a(t) * h(t)$$

"Filtre" forme d'onde

Soient : $\begin{cases} \gamma_e(f) & \text{la DSP de e(t)} \\ \gamma_a(f) & \text{la DSP de } a(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT) \\ H(f) & \text{la TF de h(t)} \end{cases}$

$$\gamma_a(f) \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow \boxed{\gamma_e(f) = \underline{\gamma_a(f)}\,|H(f)|^2}$$

"Filtre"
forme d'onde

$\gamma_a(f)$ est une fonction de la fréquence qui **ne dépend que des propriétés statisques des symboles a_k.**

Que vaut $\gamma_a(f)$? **(Cf Glavieux p. 14-15 et annexe I)**

$$\gamma_a(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{2\sigma_a^2}{T}\sum_{k=1}^{\infty}\Gamma'_a(k)\cos(2\pi fT) + \frac{m_a^2}{T^2}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right)$$

avec

- m_a **moyenne**
- σ_a^2 **variance**
- $\Gamma'_a(k)$ **fct° d'autocorrélation normalisée des symboles a_k centrés.**

Les symboles a_k étant stationnaires (leurs propriétés statistiques sont invariantes dans le temps).

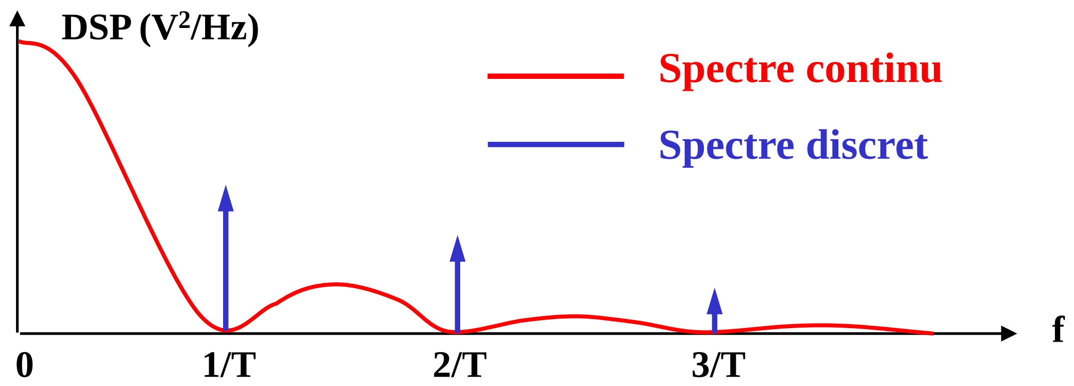
$$\begin{cases} m_a = E[a_n]\ \forall n & \text{espérance mathématique = moyenne statistique} \\ \sigma_a^2 = E\left[(a_n - m_a)^2\right]\ \forall n \\ \Gamma'_a(j) = \dfrac{E\left[(a_n - m_a)(a_{n-k} - m_a)\right]}{\sigma_a^2}\ \forall n,k \end{cases}$$

Après multiplication de $\gamma_a(f)\ par \left|H(f)\right|^2$, la DSP de γ$_e$(f) peut s'exprimer comme la somme d'un spectre continu en fréquence $\gamma_e^c(f)$

$$\gamma_e^c(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2 + \frac{2\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma'_a(k)\cos(2\pi fT)$$

et d'un spectre de raies (discret) $\gamma_e^d(f)$

$$\gamma_e^d(f) = \frac{m_a^2}{T^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left|H(\frac{k}{T})\right|^2 \delta(f - \frac{k}{T})$$



$$\gamma_e^c(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2 + \frac{2\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma'_a(k)\cos(2\pi fT) \qquad \gamma_e^d(f) = \frac{m_a^2}{T^2}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left|H(\frac{k}{T})\right|^2 \delta(f-\frac{k}{T})$$

Rq. : L'expression du spectre d'un code en ligne se simplifie considérablement si :

- **Si les symboles a_k sont indépendants alors** $\Gamma'_a(k) = cc_{a_k} = 0$ → $\boxed{\gamma_e^c(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2}$

- **Si la moyenne m_a des symboles a_k est nulle** → $\boxed{\gamma_e^d(f) = 0}$

Si ces deux conditions sont réunies alors : $\boxed{\gamma_e(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2}$

Avec $\sigma_a^2 = E\left[\left(a_n - m_a\right)^2\right] = E\left[a_n^{\,2}\right]$ **puisque m_a est nulle**

A retenir : **La DSP d'un code en ligne dépend**

➔ **de la TF de la forme d'onde h(t)**

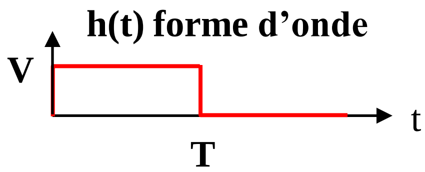
➔ **Des propriétés statistiques des symboles a_k**

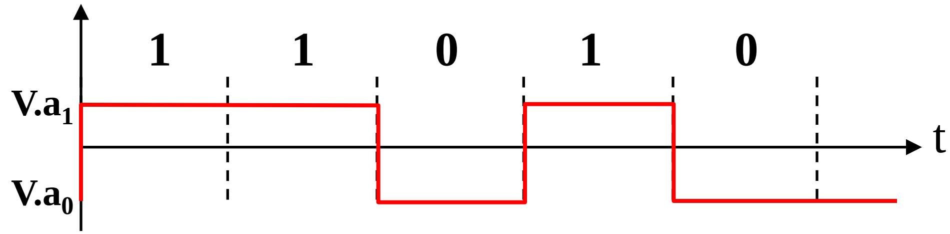
Exemples de codes en ligne :

- **Codes en ligne à symboles indépendants (décorrélés)**
- **Codes en ligne à symboles dépendants (corrélés)**

• Codes en ligne à symboles indépendants (décorrélés):

Le code NRZ binaire (Non Retour à Zéro) :





$$S_k = a_k.V.h(t)$$

Caractéristiques statistiques des données

$$b_1 \rightarrow a_1 = 1\,;\, b_0 \rightarrow a_0 = -1 \quad \text{où} \quad b_i \ \textit{désigne le bit considéré}$$

$$m_a = p_1 a_1 + p_0 a_0 = \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}(-1) = 0$$

!!! Le calcul se fait sans tenir compte de la mise en forme h(t)

$$\boldsymbol{m_a = 0}$$

$$\sigma_a^2 = E\left[(a_n - m_a)^2\right] = E\left[a_n^{\ 2}\right] = \sum_{n=1}^{N} P_n a_n^2 = \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}1 = 1$$

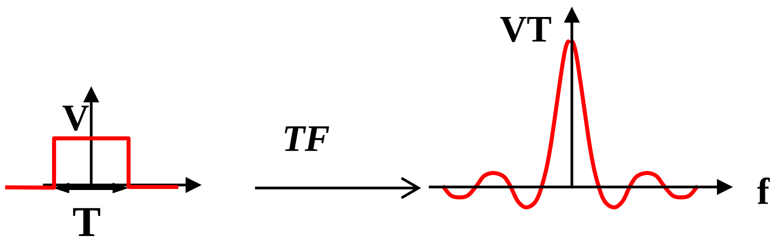
$$\boldsymbol{\sigma_a^2 = 1}$$

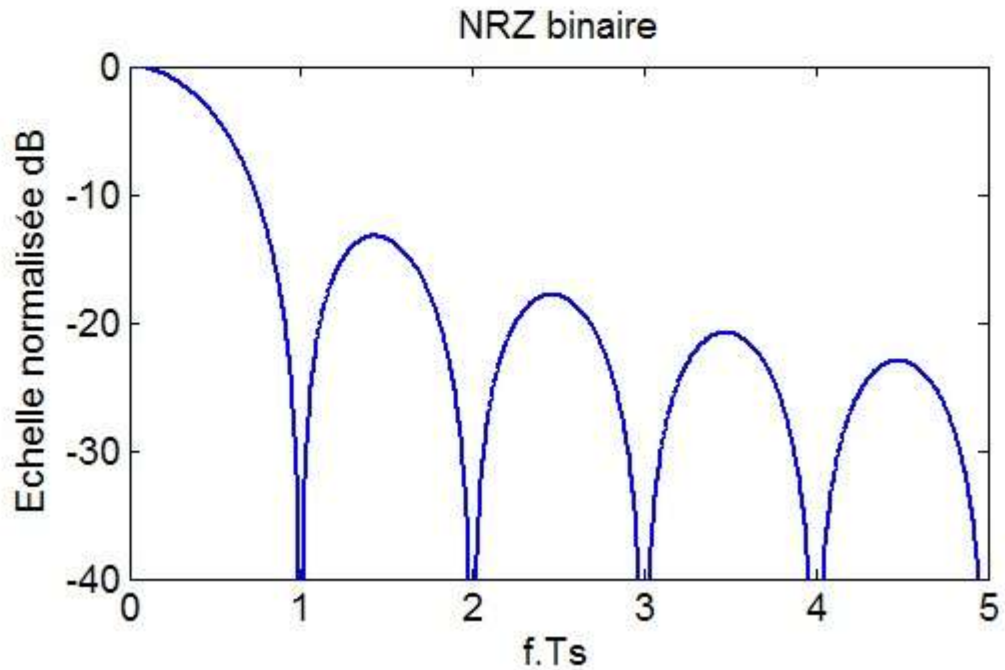
- **Les symboles sont indépendants**
- **La moyenne m_a des symboles a_k est nulle**

$$\Rightarrow \gamma_e(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2$$

$$h(t) = V \cdot \Pi_T(t) \xrightarrow{TF} H(f) = VT\frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT}$$

$$\Rightarrow \gamma_e(f) = V^2 T \frac{\sin^2(\pi fT)}{(\pi fT)^2}$$



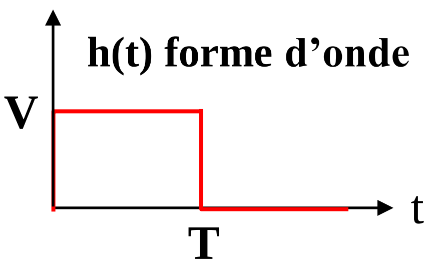


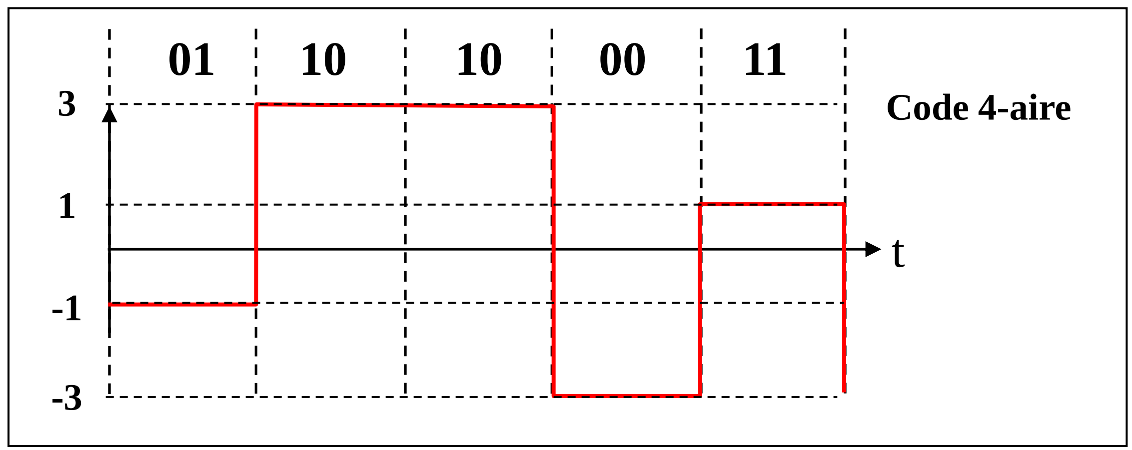
Le spectre (DSP) d'un code NRZ binaire s'annule ∀ les multiples de 1/T où T est le temps symbole

Le code NRZ M-aire :

Considérons un code NRZ M-aire dont les a_k prennent leur valeur dans un alphabet à M éléménts

$$a_k \in \{\pm 1, \pm 3, \ldots, \pm(2p+1), \ldots, \pm(M-1)\}$$





$$S_k = a_k.V.h(t)$$

<u>Le code NRZ M-aire :</u>

Considérons un code NRZ M-aire dont les a_k prennent leur valeur dans un alphabet à M éléménts

$$a_k \in \{\pm 1, \pm 3, \ldots, \pm(2p+1), \ldots, \pm(M-1)\}$$

(exple d'un code quaternaire)

$$symb_{00} \rightarrow a_{00} = -3\,;\ symb_{01} \rightarrow a_{01} = -1\,;\ symb_{11} \rightarrow a_{11} = 1\ symb_{10} \rightarrow a_{10} = 3$$

<u>Caractéristiques statistiques des données</u>

$$m_a = E[a_k] = \sum_k a_k p_k = \sum_{p=-(M-2)/2}^{(M-2)/2} (2p+1)\frac{1}{M} = 0$$

Le calcul se fait sans tenir compte de la mise en forme h(t)

$$\boldsymbol{m_a = 0}$$

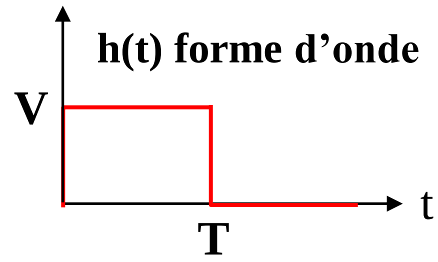
$$\sigma_a^2 = E\left[a_n{}^2\right] = \frac{\cancel{2}}{M} \sum_{p=0}^{(M/2)-1} (2p+1)^2 \quad \Rightarrow \sigma_a^2 = \frac{M^2-1}{3}$$

Le code NRZ M-aire :

- Les symboles sont indépendants
- $m_a = 0$

$$\Rightarrow \gamma_e(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2 \qquad avec \quad \sigma_a^2 = \frac{M^2-1}{3}$$

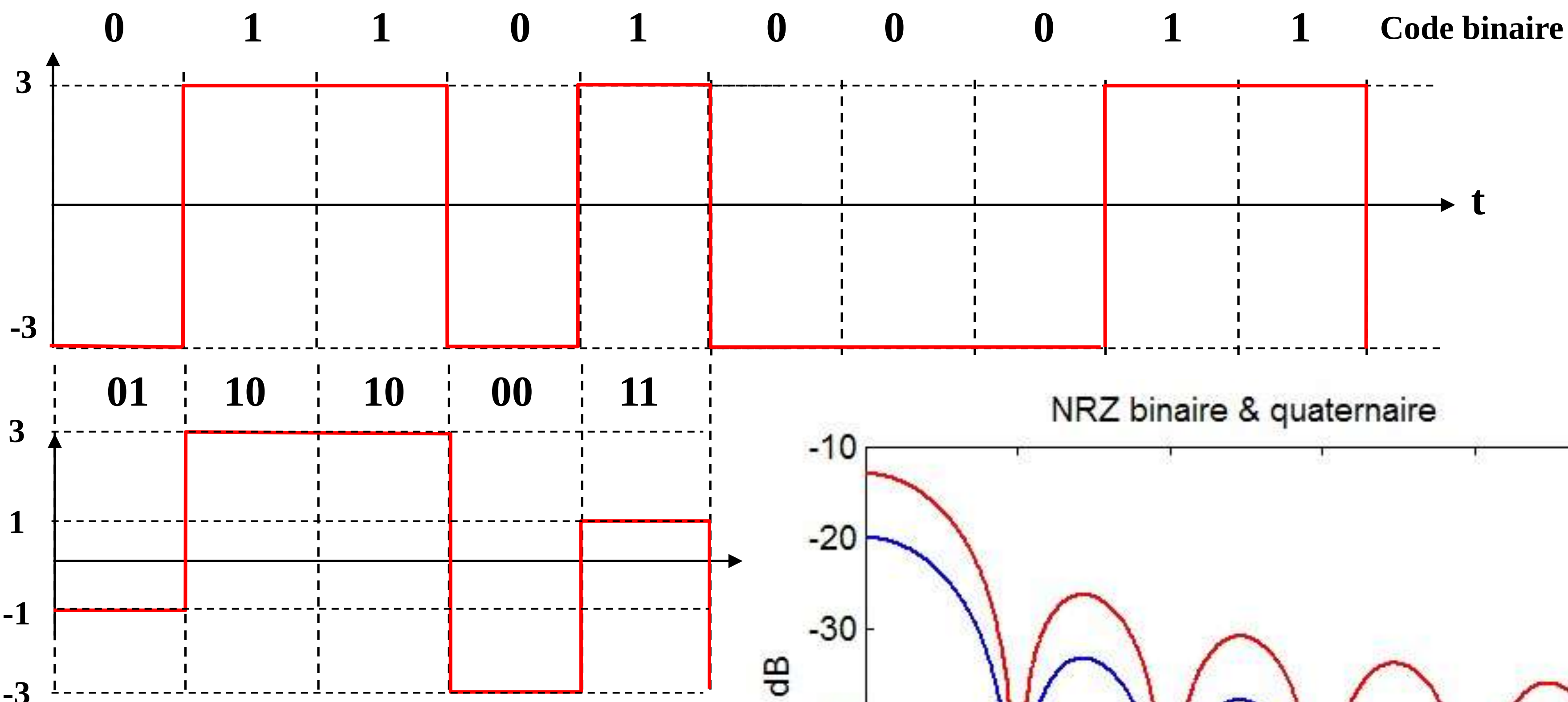
La forme d'onde h(t) est toujours la porte d'amplitude V et de temps symbole T.

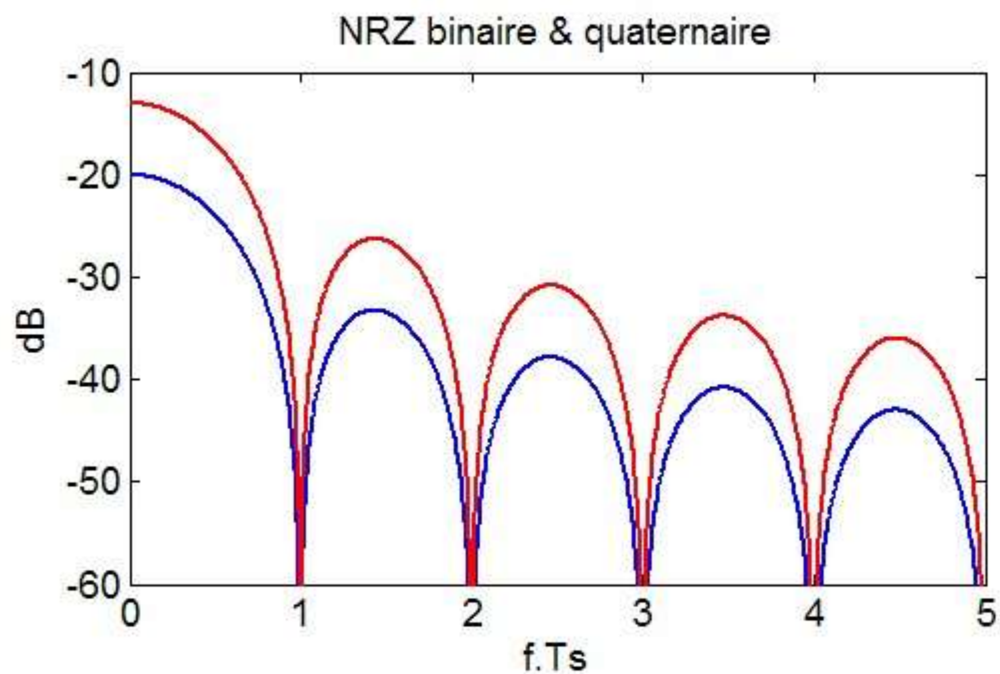


$$h(t) \xrightarrow{TF} H(f) = VT\,\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}$$

$$\Rightarrow \gamma_e(f) = \frac{M^2-1}{3} V^2 T \frac{\sin^2(\pi f T)}{(\pi f T)^2}$$

Comparaison code NRZ binaire/quaternaire :



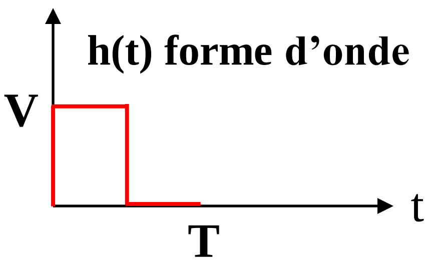


Un code quaternaire permet, pour un même temps symbole T, de transmettre dans une même bande passante $n=\log_2(M)$ fois plus de bits qu'un code binaire. Mais il est + sensible au bruit.

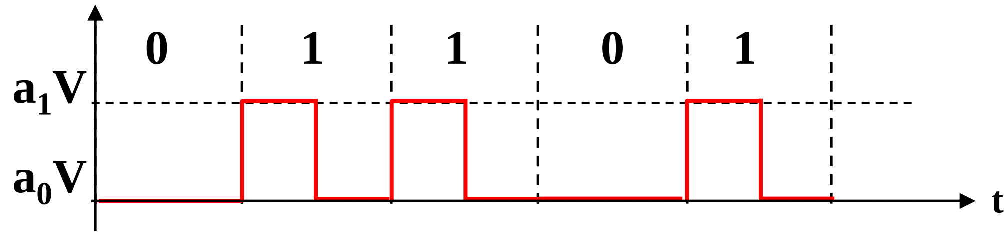
Comparaison faite en considérant la même amplitude max V…

Le code RZ binaire :

$$S_k = a_k.V.h(t)$$



$$a_k \in \{0,1\}$$



La forme d'onde h(t) est un signal de durée T constitué par une porte de durée λT (0<λ<1) suivie d'un retour à zéro de durée (1-λ)T.

Caractéristiques statistiques des données

$$m_a = p_1 a_1 + p_0 a_0 = \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}0 = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{m_a = \frac{1}{2}}$$

Le calcul se fait sans tenir compte de la mise en forme h(t)

$$\sigma_a^2 = E\left[(a_k - m_a)^2\right] = E\left[a_k^2 - 2m_a a_k + m_a^2\right] = E\left[a_k^2\right] - 2m_a E\left[a_k\right] + E\left[m_a^2\right]$$

$$\sigma_a^2 = E\left[a_k^2\right] - 2m_a^2 + m_a^2 \quad \boxed{\Rightarrow \sigma_a^2 = E\left[a_k^2\right] - m_a^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_a^2 = 1^2 p_1 - 0^2 p_0 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$

$$\boxed{\sigma_a^2 = \frac{1}{4}}$$

On a

$$m_a = \frac{1}{2} \qquad \sigma_a^2 = \frac{1}{4} \qquad H(f) = V\lambda T \frac{\sin(\pi f \lambda T)}{\pi f \lambda T} \qquad \lambda = \frac{1}{2}$$

Partie continue du spectre

$$\gamma_e^c(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|H(f)\right|^2 \Rightarrow \gamma_e^c(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} V^2 \lambda^2 T \frac{\sin^2(\pi f \lambda T)}{\left(\pi f \lambda T\right)^2} \Rightarrow \gamma_e^c(f) = \frac{1}{16} V^2 T \frac{\sin^2(\pi f T/2)}{\left(\pi f T/2\right)^2}$$

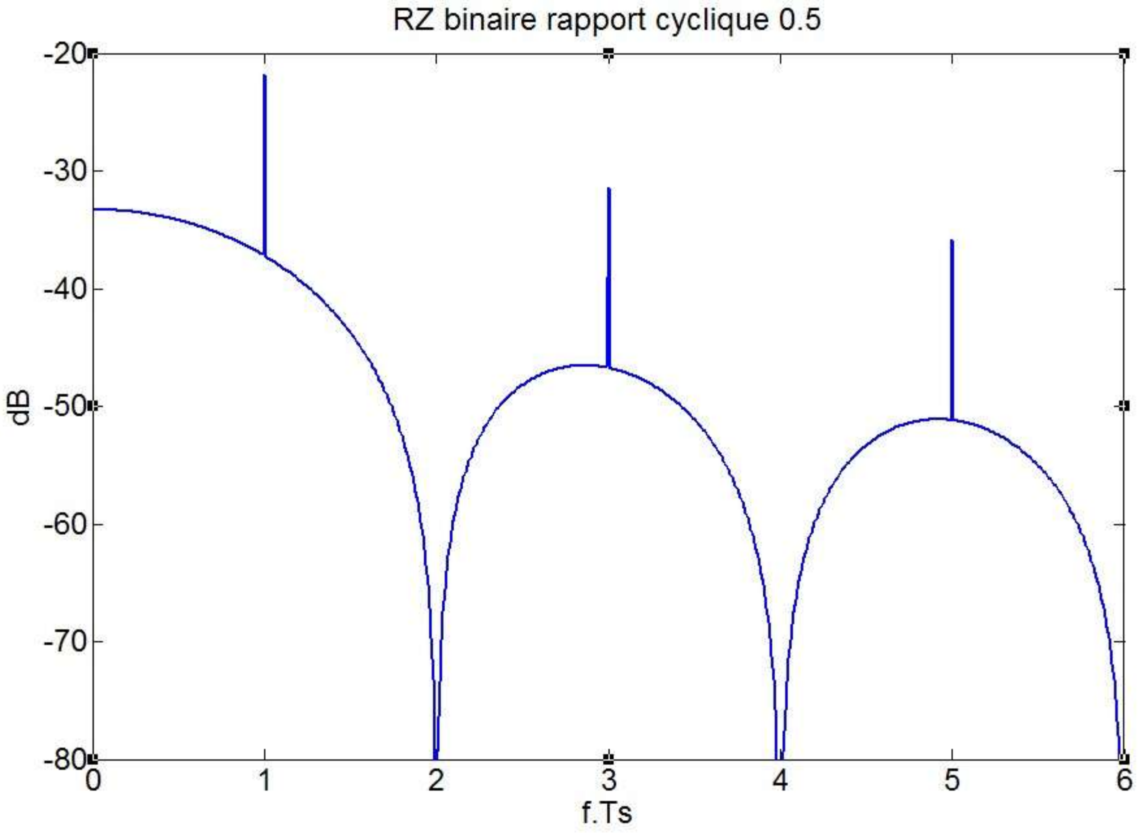
Partie discrete du spectre

$$\gamma_e^d(f) = \frac{m_a^2}{T^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left|H(\frac{k}{T})\right|^2 \delta(f - \frac{k}{T}) \Rightarrow \gamma_e^d(f) = \frac{m_a^2}{T^2} \lambda^2 V^2 T^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin(k\lambda\pi)}{k\lambda\pi}\right)^2 \delta(f - \frac{k}{T})$$

si λ=1/2 seuls les termes t.q.
k = 2p+1 sont non nuls

$$\Rightarrow \gamma_e^d(f) = \frac{1}{16} V^2 \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2 \pi^2} \delta(f - \frac{2p+1}{T})$$

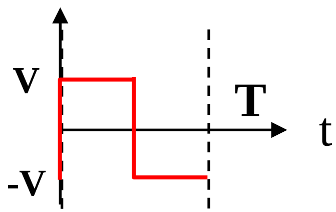
Le spectre du signal RZ est la superposition d'un spectre continu et d'un spectre discret (harmoniques impaires de (1/T))

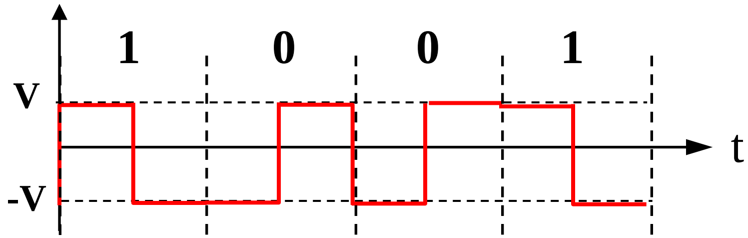


La raie à $1/T_s$ est utile pour la récupération d'horloge en réception.

Le code biphase binaire (Manchester) :

forme d'onde h(t)





Ce code en ligne présente une transition de V ↔ -V à chaque temps symbole ce qui peut faciliter la récupération d'horloge moyennant un traitement de détection des fronts en réception.

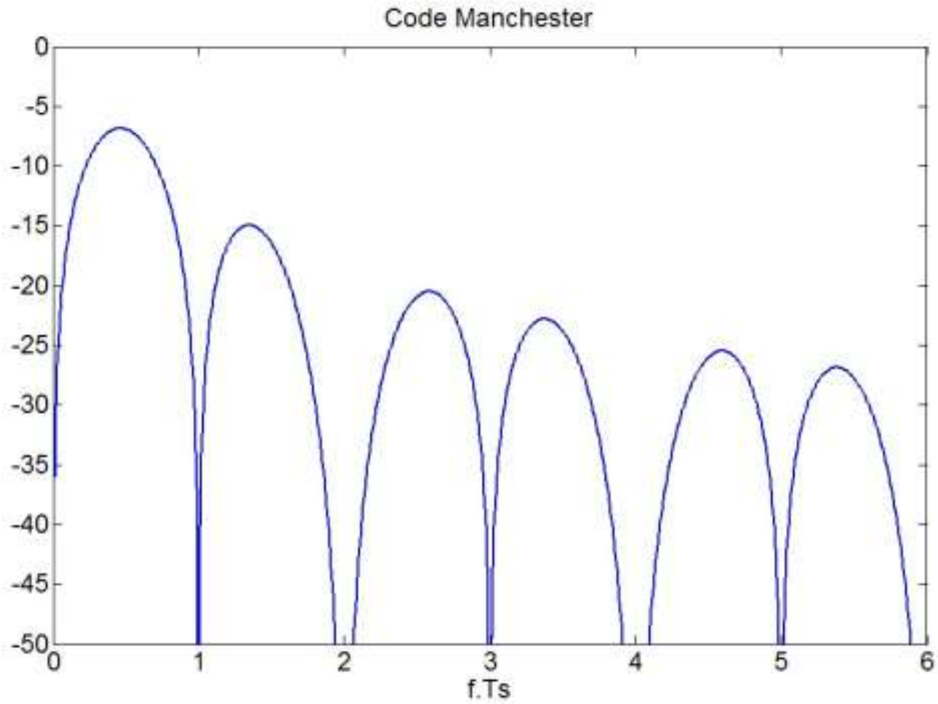
Rq : $m_a = 0 \Rightarrow$ le spectre ne présente pas de partie discrète

Le code biphase binaire (Manchester) :

$$\gamma_e(f) = V^2 T \sin^2\left(\frac{\pi fT}{2}\right) \sin_c^2\left(\frac{fT}{2}\right)$$

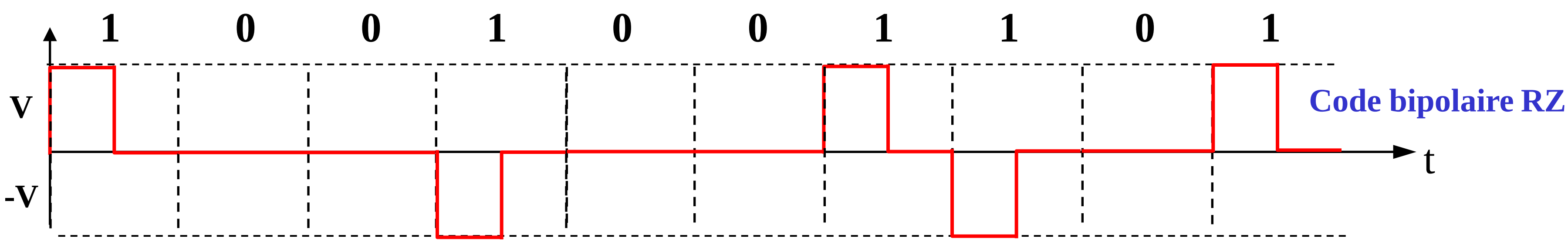
D'après "A. Glavieux"…

La DSP est nulle en f=0



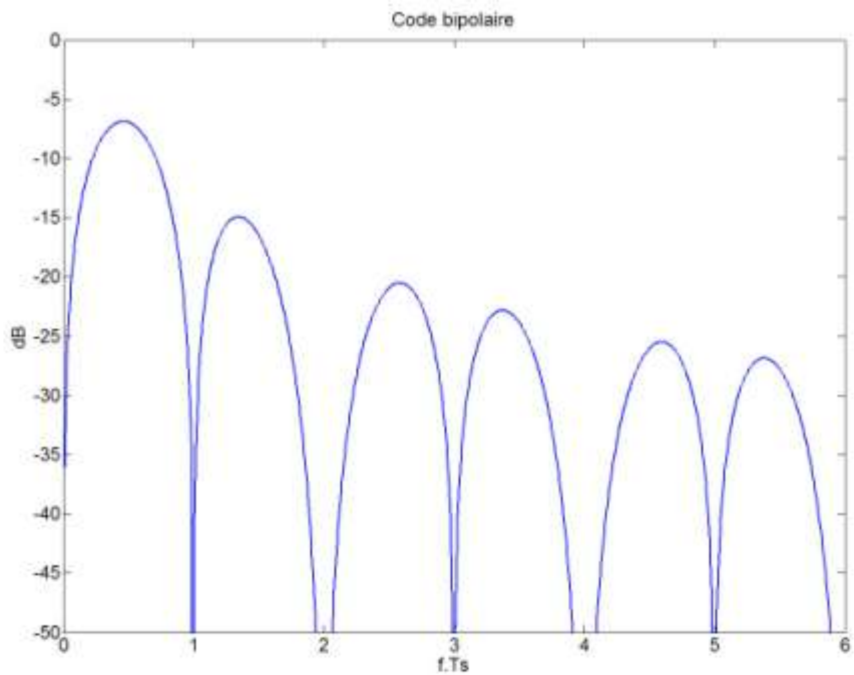
• Codes en ligne à symboles dépendants (corrélés):

Le code bipolaire : **Deux “1” successifs ne sont pas indépendants (règle d’alternance)**



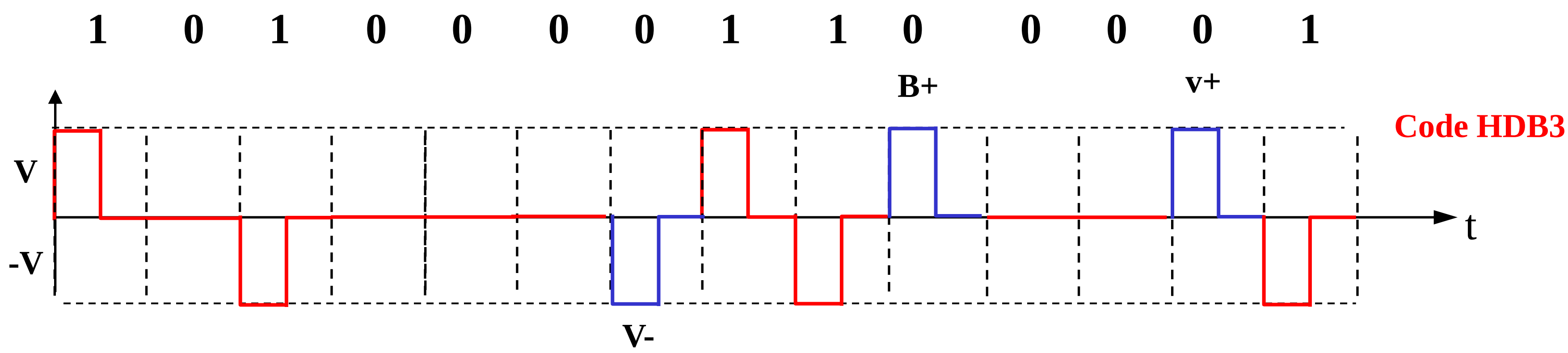
$$\gamma_e(f) = \frac{V^2T}{4}\sin^2(\pi fT)\sin_c^2\left(\frac{fT}{2}\right)$$

D’après “A. Glavieux”…



La DSP est nulle en f=0

Le code HDBn:



Code bipolaire : rêgle d'alternance bipolaire sur les "1" émis

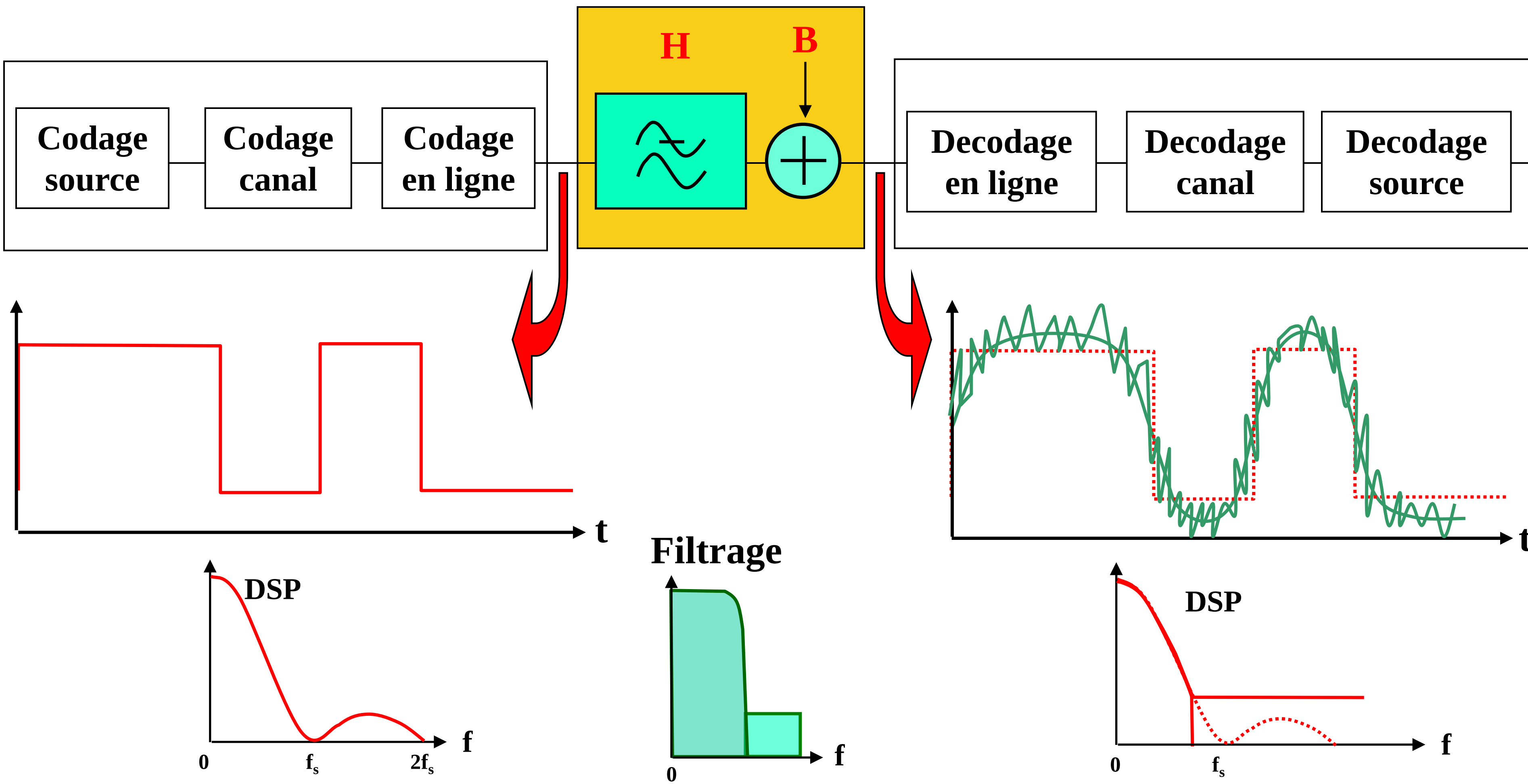
Bits de viol en (n+1)ième position (d'où le HDBn) lorsque n+1 "0" consécutifs sont transmis. Les bits de viol respectent la rêgle d'alternance bipolaire.

Bits de bourrage afin de ne pas confondre un "1" avec un bit de viol

Intérêt : permettre la récupération d'horloge
Le HDB3 est utilisé dans le RTC (réseau téléphonique commuté)

La DSP d'un HDB3 (RZ) est semblable à celle d'un code bipolaire RZ.

∃ 2 perturbations du canal
- Le filtrage ⇔ canal à bande limitée
- Le bruit additif

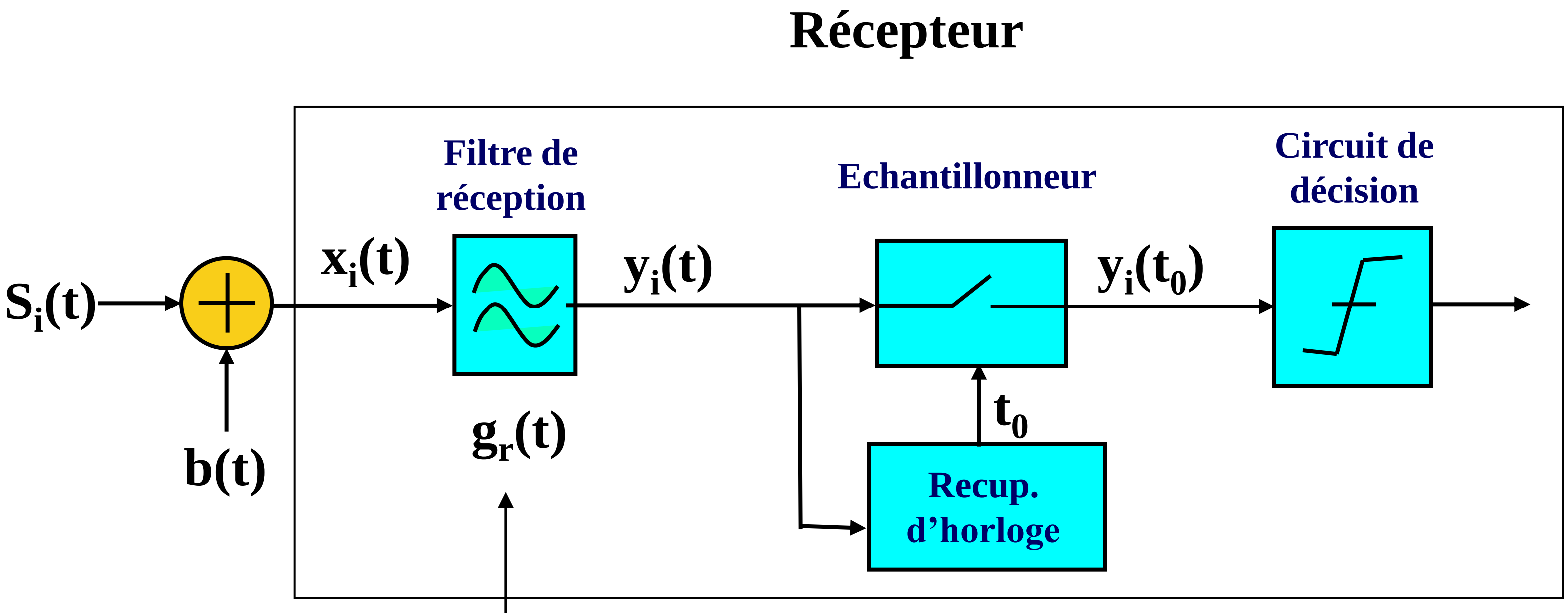


Le filtrage et le bruit du canal affectent la reconnaissance des symboles reçus et donc le TEB en réception.

Commençons par considérer un canal à bande illimitée (pas de filtrage)

• TEB en réception dans un canal à bande illimitée

On va chercher à quantifier les erreurs dues au bruit additif du canal



Sert à filtrer au maximum le bruit (bruit blanc : sa puissance est proportionnelle à la bande de fréquence)

➔ Entrée du filtre

En fait DS de tension quadratique (V^2/Hz)

$$x_i(t) = S_i(t) + b(t)$$ **avec b(t) bruit blanc gaussien** $$\Rightarrow \gamma_b(f) = \frac{N_0}{2}$$ **(DSP)**

i = 0,1

➔ Sortie du filtre

$$\frac{N_0}{2} \longrightarrow \boxed{G_r(f)} \longrightarrow \sigma^2$$

$$y_i(t) = S_i(t) * g_r(t) + \underbrace{b(t) * g_r(t)}_{n(t)}$$

avec $$\sigma^2 = \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} |G_r(f)|^2 \, df$$

Variance du bruit filtré
<{n(t)*g_r(t)}^{2}> (V^2)

➔ Sortie de l'échantillonneur

$$y_i(t_0) = S_i(t) * g_r(t)\Big|_{t_0} + n(t_0)$$

$$y_i(t_0) = U_i + n(t_0)$$

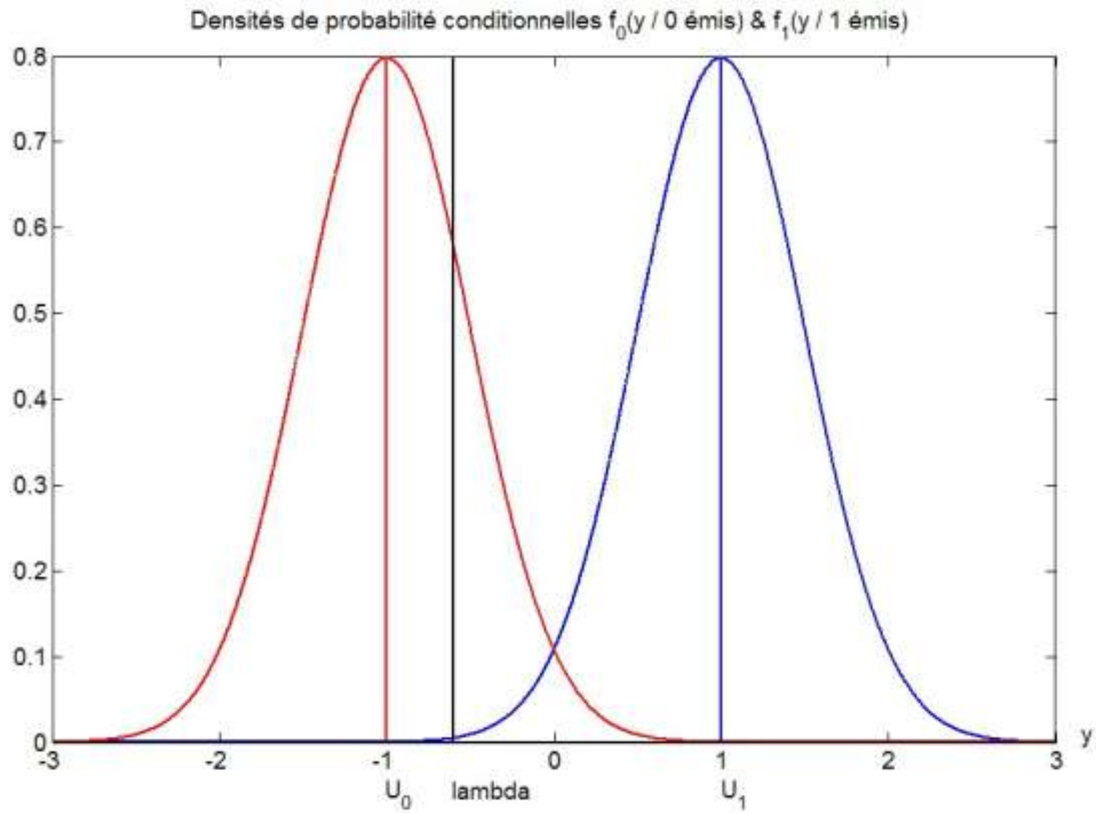
$y_i(t_0)$ peut être vue comme une variable aléatoire gaussienne de centrée sur U_i et d'écart type σ

Valeur certaine (i étant supposé fixé)

Densités de probabilité de y_1 et y_0 en sortie de l'échantillonneur

$$f_1(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y-U_1)^2}{\sigma^2 2} \right]$$

$$f_0(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{(y-U_0)^2}{\sigma^2 2} \right]$$



Probabilité d'erreur en sortie du comparateur à seuil

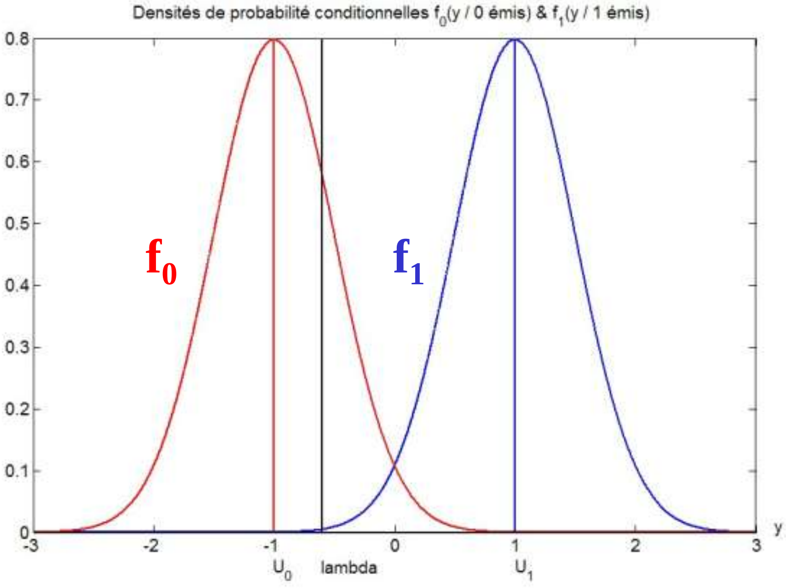
Proba d'erreur binaire

$$P_{eb} = p_0 \cdot P(1/0\,\acute{e}mis) + p_1 \cdot P(0/1\,\acute{e}mis)$$

Proba de décider "1" quand un "0" est émis

Proba d'émettre un "0"

$$P_{eb} = p_0 \cdot \int_{\lambda}^{\infty} f_0(y)dy + p_1 \cdot \int_{-\infty}^{\lambda} f_1(y)dy$$



Après calculs et chgt de variable :

$$P(0/1) = \frac{1}{2}\underline{\mathrm{e}rfc}\left[-\frac{(\lambda - U_1)}{\sigma\sqrt{2}}\right]$$

$$P(1/0) = \frac{1}{2}\underline{\mathrm{e}rfc}\left[\frac{(\lambda - U_0)}{\sigma\sqrt{2}}\right]$$

avec $erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty}\exp(-z^2)dz$

$$\Rightarrow P_{eb} = \frac{1}{2}p_1\,\mathrm{e}rfc\left[-\frac{(\lambda - U_1)}{\sigma\sqrt{2}}\right] + \frac{1}{2}p_0\,\mathrm{e}rfc\left[\frac{(\lambda - U_0)}{\sigma\sqrt{2}}\right]$$

<u>Seuil de décision optimal</u>

Dans le cas d'équiprobabilité $p_0 = p_1 = 1/2$, alors $\lambda = \frac{U_0 + U_1}{2}$

Alors $\boxed{P_{eb} = \frac{1}{2}\mathrm{e}rfc\left[\frac{(U_1 - U_0)}{2\sigma\sqrt{2}}\right]}$

← Équiprobabilité
← Seuil optimal

• Filtre de réception optimal (filtre adapté sous entendu au signal utile)

Le but est d'optimiser le rapport signal sur bruit $\frac{U_1 - U_0}{2\sigma\sqrt{2}}$ (d'ailleurs erfc(x) est décroissante…) en optimisant le filtrage du bruit. Le filtre optimal est celui dont la fonction de transfert épouse la TF des symboles émis.

Réponse impulsionnelle du filtre adapté (au signal utile) : $g_r^{opt}(t) = k\left[S_1(t_0 - t) - S_0(t_0 - t)\right]$

➔Exprimons $\frac{U_1 - U_0}{2\sigma\sqrt{2}}$

$$➔\ U_1 - U_0 = \left[S_1(t) - S_0(t)\right] * k\left[S_1(t_0 - t) - S_0(t_0 - t)\right]\Big|_{t=t_0}$$

$$U_1 - U_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[S_1(\tau) - S_0(\tau)\right] \cdot k\left[S_1(\tau - t_0 + t) - S_0(\tau - t_0 + t)\right] d\tau \Big|_{t=t_0}$$

$$U_1 - U_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left|S_1(\tau) - S_0(\tau)\right|^2 d\tau$$

On suppose le signal réel $(\ )^2 = |\ |^2$

D'après Parseval : $$\int_{-\infty}^{+\infty}\left|S_1(\tau)-S_0(\tau)\right|^2 d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty}\left|\hat{S}_1(f)-\hat{S}_0(f)\right|^2 df = \underline{E_d} = U_1 - U_0$$

ε de la ≠ entre les symboles

➔ Exprimons $2\sigma\sqrt{2}$ $\cdots\dfrac{U_1-U_0}{2\sigma\sqrt{2}}$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|G_r(f)\right|^2 df \xrightarrow{Parseval} \sigma^2 = \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|g_r(t)\right|^2 dt$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|S_1(t_0-t)-S_0(t_0-t)\right|^2 dt \qquad \Rightarrow \sigma^2 = \frac{N_0}{2}E_d$$

D'où $$\frac{U_1-U_0}{2\sigma\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{E_d}{4N_0}}$$

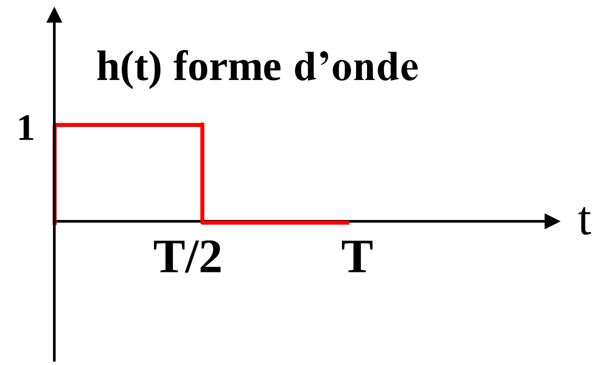
$$\boxed{\Rightarrow P_{eb} = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{E_d}{4N_0}}\right)}$$

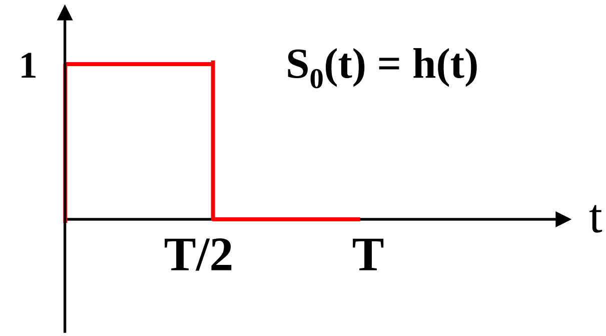
(V²)

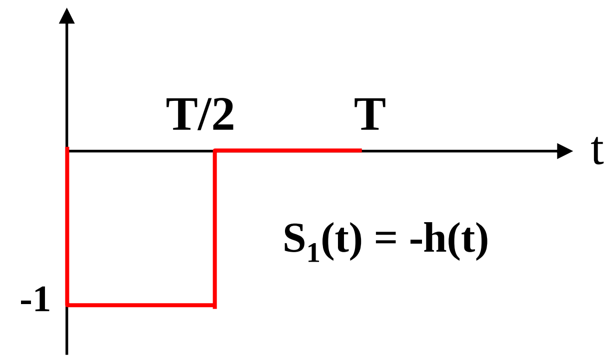
(V²)

🡐 **Équiprobabilité**
🡐 **Seuil optimal**
🡐 **Filtre adapté**

Et lorsque le signal binaire basé sur une forme d'onde unique





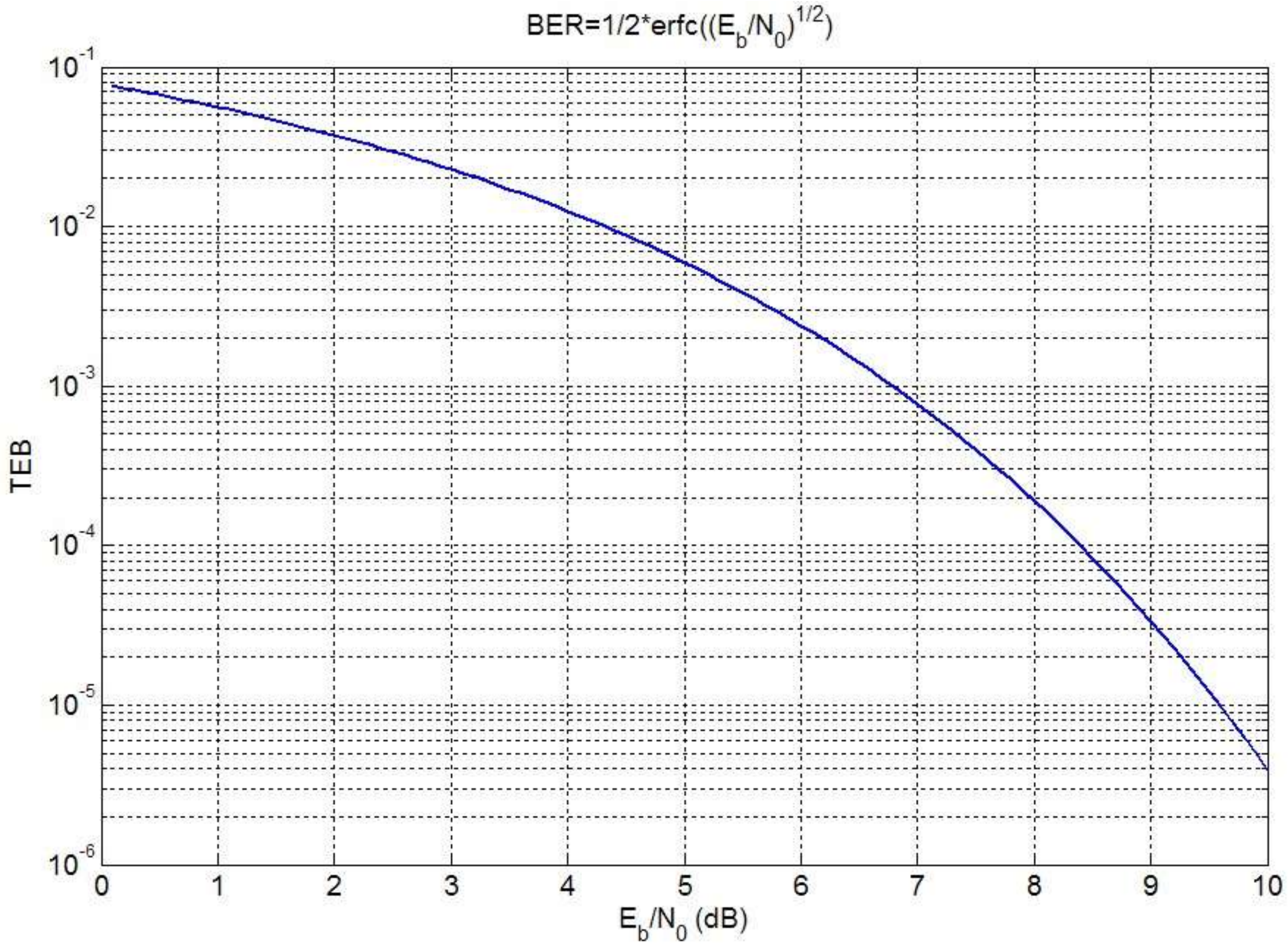


$$E_d = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| h(\tau) + h(\tau) \right|^2 d\tau = 4\int_{-\infty}^{+\infty} \left| h(\tau) \right|^2 d\tau = 4\int_{-\infty}^{+\infty} \left| H(f) \right|^2 df = 4E_b$$

Alors $$\boxed{\Rightarrow P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)}$$

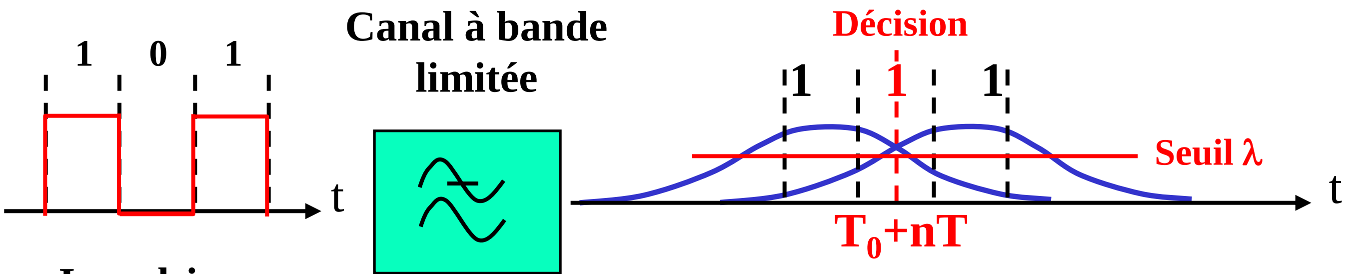
(V²)

- **Équiprobabilité**
- **Seuil optimal**
- **Filtre adapté**
- **Forme d'onde unique avec $a_i = \pm 1$**


BER=1/2*erfc((E_b/N_0)^1/2)
10^-1
10^-2
10^-3
10^-4
10^-5
10^-6
TEB
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
E_b/N_0 (dB)

• Perturbations liées à la limitation en bande passante du canal

Considérons maintenant l'effet du filtrage du canal (bande limitée) sur les symboles reçus.



Impulsions émises

Empiètement des symboles adjacents sur le signal (symbole) utile détecté à t_0+nT

Interférences Entre Symboles (IES)

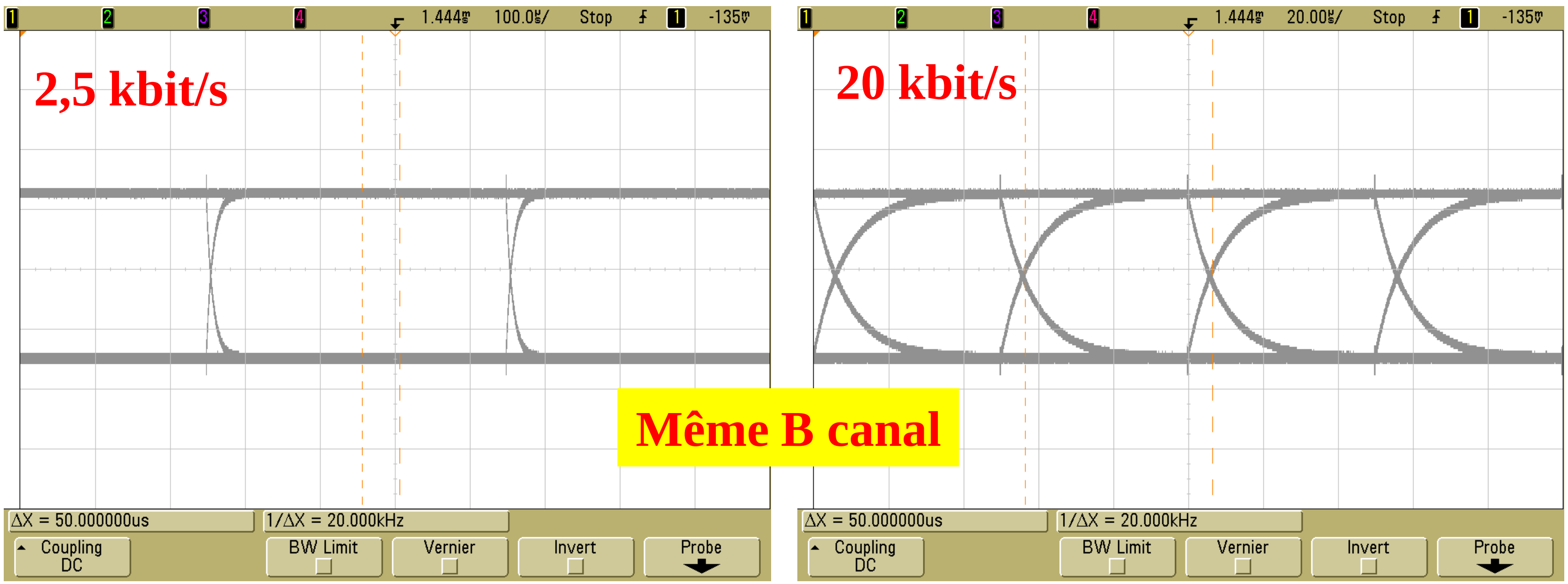
Dégradation du TEB

• Perturbations liées à la limitation en bande passante du canal

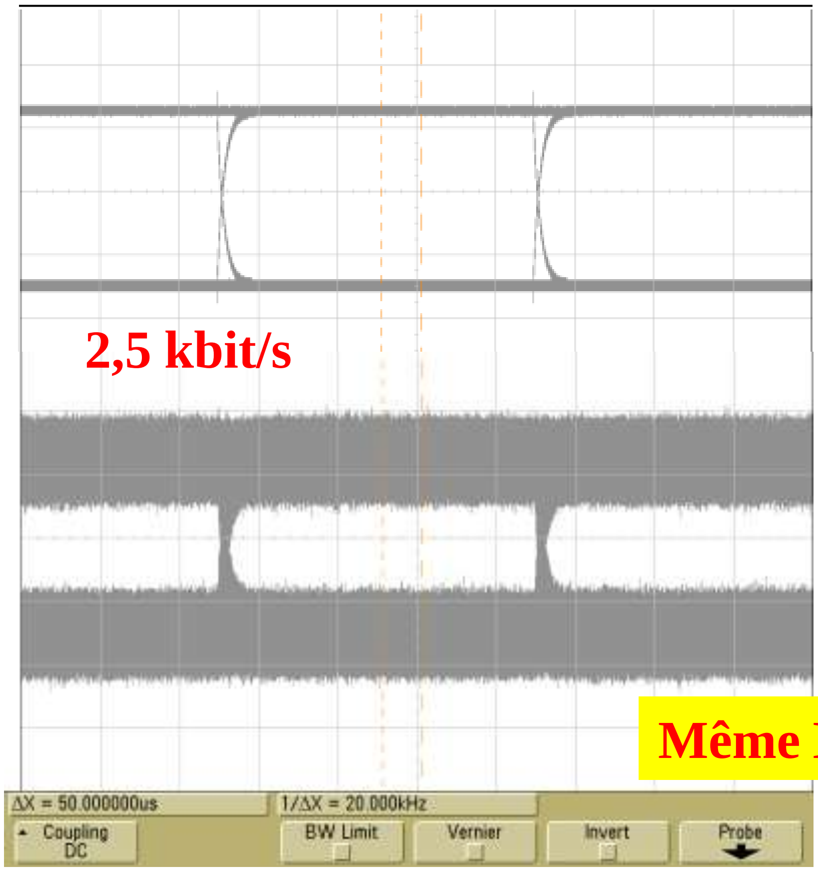
Diaramme de l'oeil :

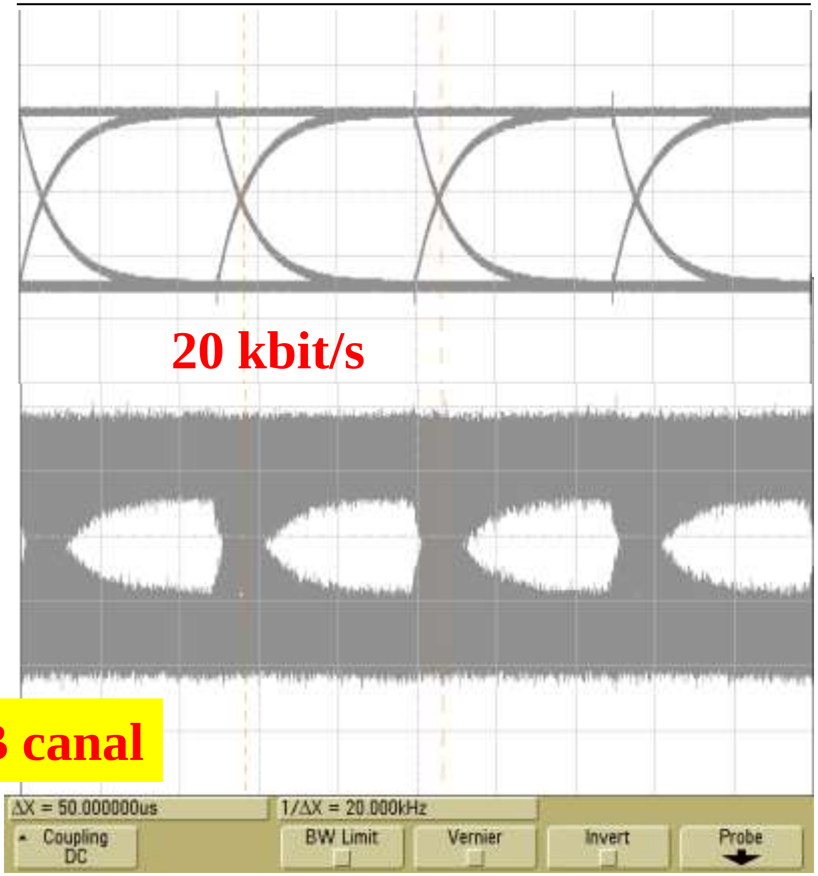
L'observation à l'oscilloscope de la superposition des symboles reçus (rémanence ∝) est appelée diagramme de l'oeil.

Dans un canal de bande B fixée, l'↗ du débit symbole ⇒ l'↗ de l'IES et donc la fermeture du diagramme de l'oeil :

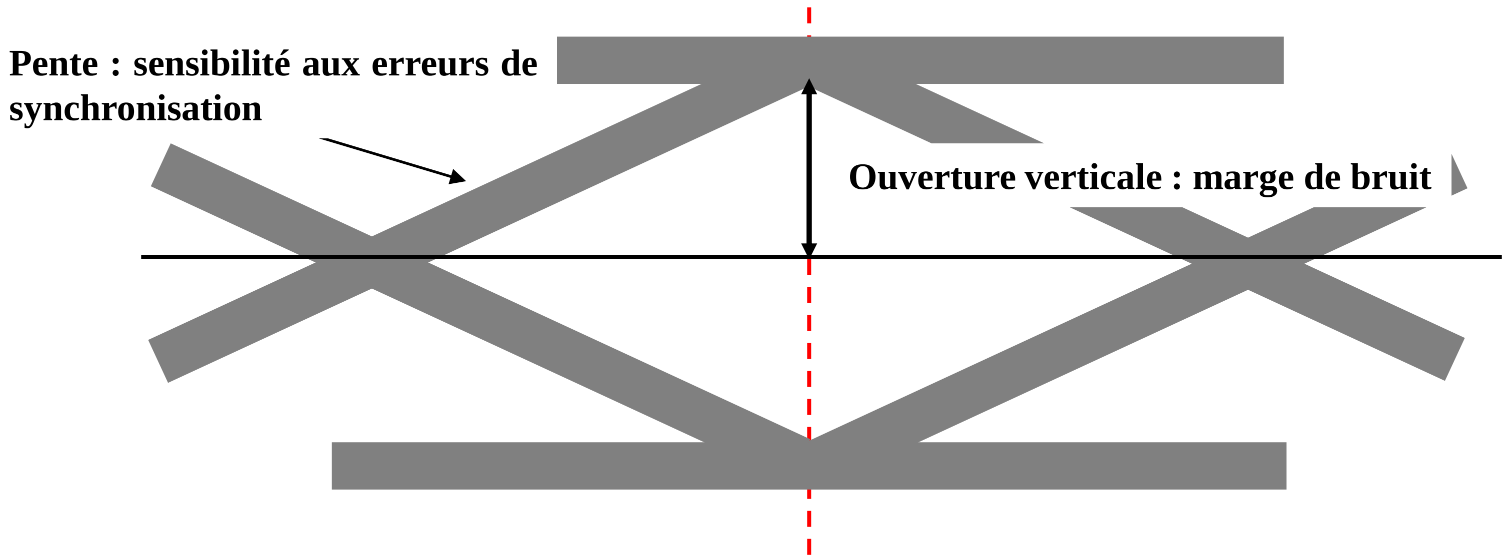


En présence de bruit le diagramme de l'oeil aura également tendance à se fermer :





Même B canal

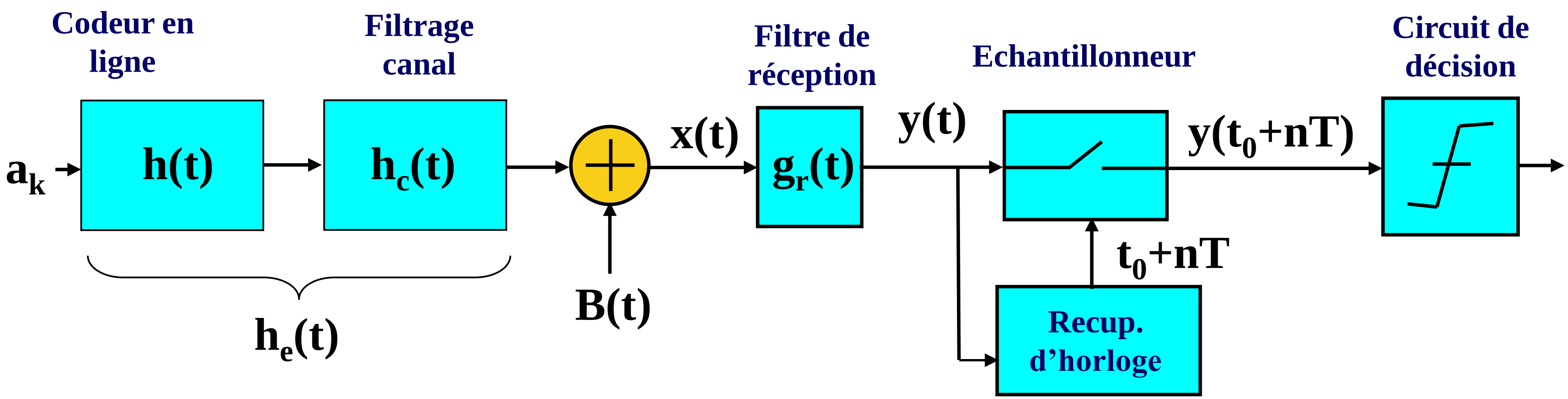


Meilleur instant de décision

Le rapport entre l'épaisseur des traits et de l'ouverture verticale est une indication du rapport signal sur bruit et donc du TEB.

Mais le diagramme de l'oeil reste une mesure qualitative de la *qualité* de transmission.

• Signal échantillonné $y(t_0+nT)$ enréception



$$x(t) = \sum_k a_k h(t-kT) * h_c(t) + B(t)$$

$$y(t) = \sum_k a_k h(t-kT) * h_c(t) * g_r(t) + B(t) * g_r(t)$$

$$\boxed{y(t) = \sum_k a_k r(t-kT) + b(t)}$$

en posant $\begin{cases} b(t) = B(t) * g_r(t) \\ r(t) = h(t) * h_c(t) * g_r(t) \end{cases}$

On échantillonne à l'instant t_0+nT

$$y\left(t_0+nT\right)=\sum_k a_k r\left(t_0+(n-k)T\right)+b(t_0+nT)$$

On pose m=n-k

$$y\left(t_0+nT\right)=\underbrace{a_n r(t_0)}_{\text{Information utile relative au n}^{\text{ième}}\text{ symbole que l'on veut reconnaitre}}+\underbrace{\sum_{m\neq 0} a_{n-m} r\left(t_0+mT\right)}_{\text{IES des symboles m}\neq\text{n sur le symbole m}}+\underbrace{b(t_0+nT)}_{\text{bruit}}$$

Information utile relative au n^{ième} symbole que l'on veut reconnaitre

IES des symboles m≠n sur le symbole m

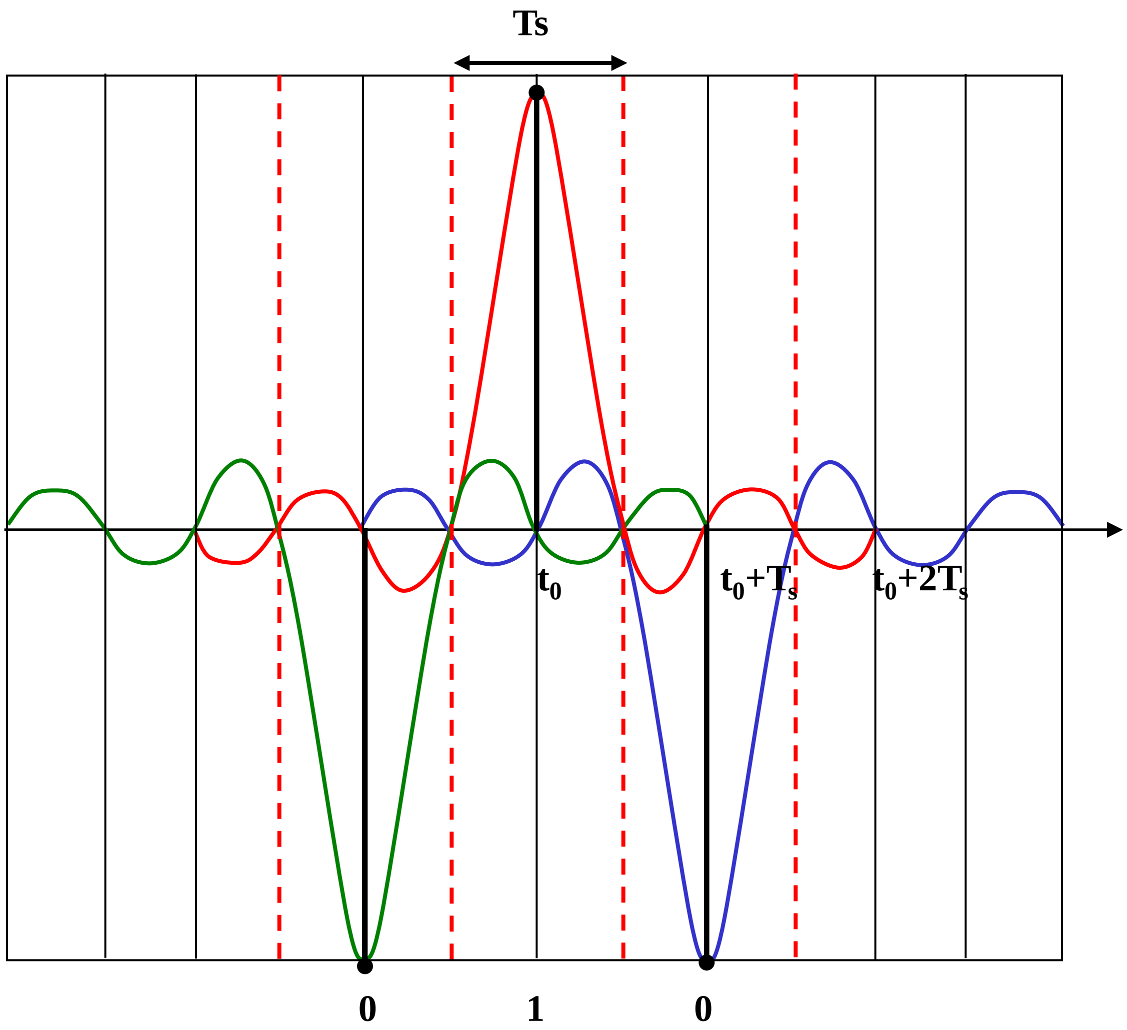
bruit

Parasitage de l'info n par l'étalement des symboles adjacents

On veut qu'à t_0 il n'y ait pas d'IES

Mathématiquement cela revient à annuler les termes d'IES $\boldsymbol{r\left(t_0+mT\right)\ \forall\ m=n-k\neq 0}$

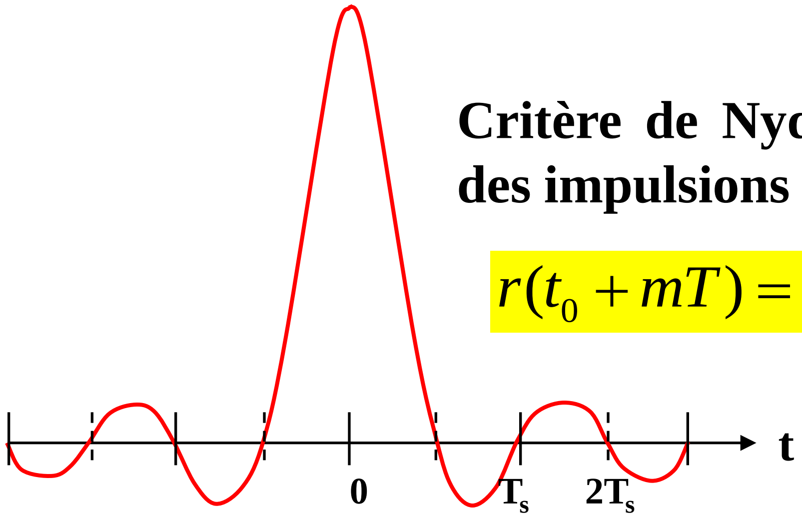
• Critère de Nyquist sur la forme temporelle des impulsions reçuesc



Critère de Nyquist

$$r(t_0 + mT) = 0 \quad \forall m \neq 0$$

Aux instants de décision pas d'IES



Critère de Nyquist porte sur la forme d'onde temporelle des impulsions qui doivent s'annuler ∀ kT

$$r(t_0 + mT) = 0 \quad \forall m \neq 0$$

• Critère de Nyquist sur le spectre des impulsions

Quelle condition doit vérifier le spectre des impulsions pour qu'il n'y ait pas d'IES aux instants de décision ?

Vous reprendrez bien un peu de calculs?

Faisons abstraction du bruit et considérons une impulsion reçue r(t); calculons son spectre

Impulsion échantillonnée $r_e(t)$

$$r_e(t) = r(t)\sum_n \delta(t - t_0 - nT)$$

$$r_e(t) = r(t)\left(\sum_n \delta(t - nT)\right) * \delta(t - t_0)$$

$$R_e(f) = R(f) * \left(\frac{1}{T}\sum_n \delta(f - \frac{n}{T})\right) e^{-j2\pi f t_0}$$

$$R_e(f) = R(f) * \left(\frac{1}{T}\sum_n \delta(f - \frac{n}{T}) e^{-j2\pi f t_0}\right)$$

$$R_e(f) = \frac{1}{T}\sum_n R(f - \frac{n}{T})e^{-j2\pi\frac{nt_0}{T}}$$ **(1)**

Or par ailleurs $$r_e(t) = r(t)\sum_n \delta(t - t_0 - nT)$$

$$r_e(t) = \sum_n \underbrace{r(t_0 + nT)}_{\text{Indép de t}}\delta(t - t_0 - nT)$$

$$R_e(f) = \sum_n r(t_0 + nT)e^{-j2\pi f(t_0 + nT)}$$ **(2)**

(1)=(2) ⇒ $$\frac{1}{T}\sum_n R(f-\frac{n}{T})e^{-j2\pi\frac{nt_0}{T}} = \sum_n r(t_0+nT)e^{-j2\pi f(t_0+nT)} \quad (3)$$

Or, rappelons la condition de Nyquist $r(t_0+mT)=0 \quad \forall m \neq 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{T}\sum_n R(f-\frac{n}{T})e^{-j2\pi\frac{nt_0}{T}} = r(t_0)e^{-j2\pi f t_0}$$

$$\Rightarrow \sum_n R(f-\frac{n}{T})e^{-j2\pi(f-\frac{n}{T})t_0} = Tr(t_0)$$

$$\boxed{\Rightarrow \sum_n \frac{R(f-\frac{n}{T})}{r(t_0)}e^{-j2\pi(f-\frac{n}{T})t_0} = T}$$

Critère de Nyquist : si R(f) vérifie cette formule alors il n'y a pas d'IES à l'instant de décision

$$\boxed{\Leftrightarrow \sum_n R^{(t_0)}\left(f-\frac{n}{T}\right)=T}$$

avec $$\underbrace{R^{(t_0)}(f)=\frac{R\left(f-\frac{n}{T}\right)}{r(t_0)}e^{j2\pi f t_0}}$$

TF de l'impulsion normalsée par rapport à r(t_0) et déphasée…

C'est une somme de motifs (sprectres) translatés.
Or, si le spectre est de largeur B<1/2T, il ne peut y avoir recouvrement des motifs et la somme ne peut être constante (=T).

On ne peut pas transmettre sans IES un signal de rapidité de modulation $R=\frac{1}{T}$ **dans une bande** $<\frac{1}{2T}$

<u>Objectif :</u> pas d'IES aux instants t_0-nT de prise de décision (aux autres instants peu importe)

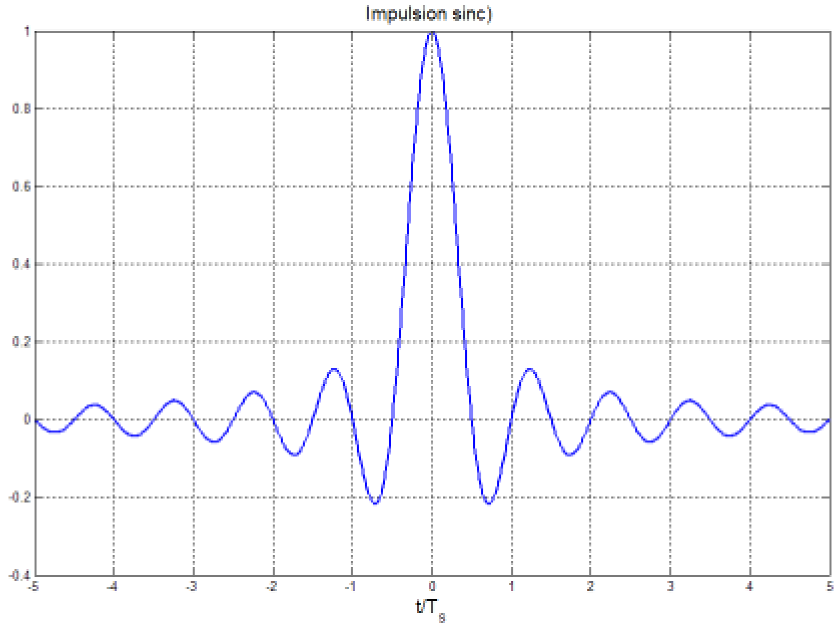
(1) Critère de Nyquist : la forme d'onde temporelle des impulsions doit s'annuler ∀ kT (T temps symbole)

(2) On traduit le critère de Nyquist en fréquence ⇒ on obtient la condition équivalente sur le spectre des impulsions (reçues).

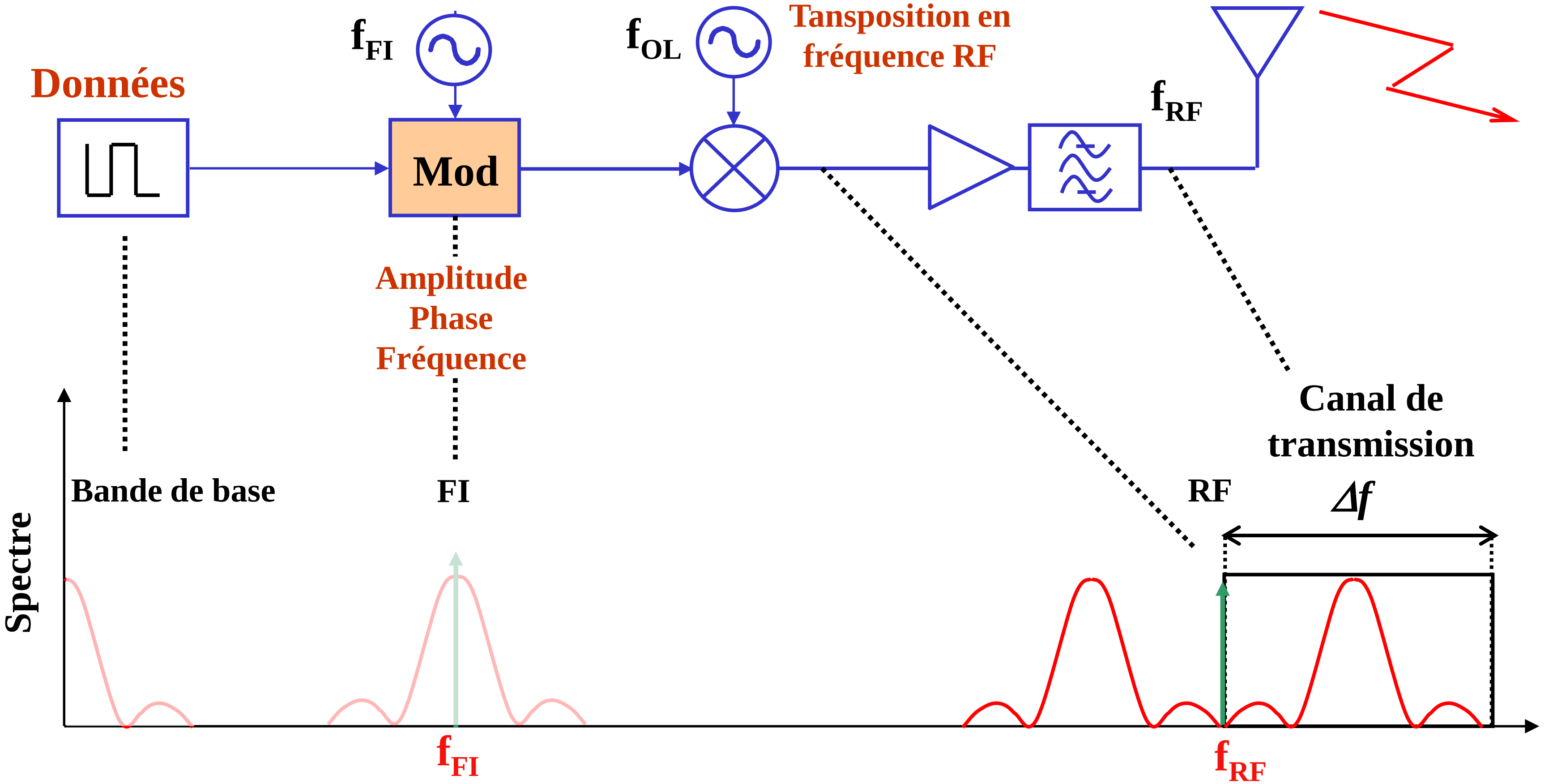
(3) On en déduit une condition nécessaire (mais pas suffisante) pour que le critère de Nyquist soit respecté :
Ben fréquence ⇒ B ≥ f/2 (f=fréquence symbole)

Pour n'avoir pas d'IES on peut prendre n'importe quelle forme d'impulsion qui satisfasse le critère de Nyquist (annulation tous les kT) : sinus cardinal cosinus surélevé…

• Exemples d'impulsions satisfaisant au critère de Nyquist



• Transmission numérique sur fréquence porteuse :



Objectif : adapter le signal au canal de transmission

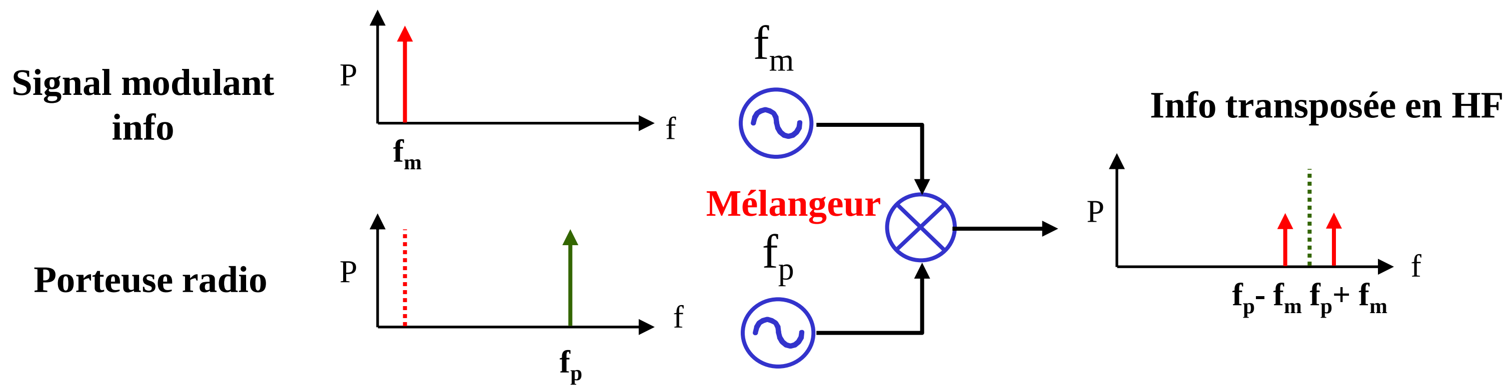
Transmission sur fréquence porteuse — Transposition en fréquence

Principe de base → ***la multiplication***

$$\cos a * \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

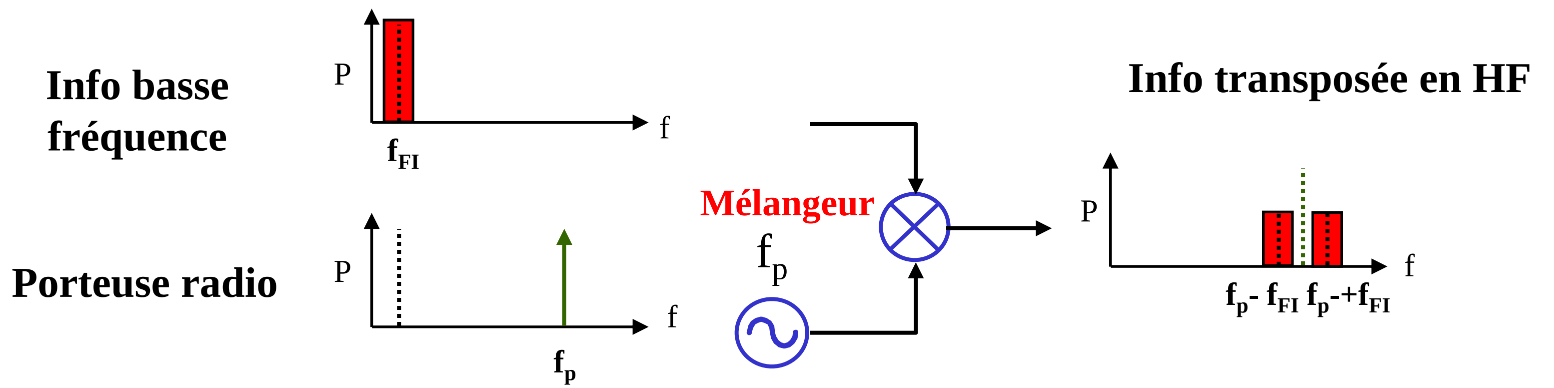
Le simple fait de multiplier un signal oscillant à une fréquence f_m par un signal oscillant à une fréquence f_p génère deux signaux l'un à la fréquence $f_p - f_m$ et l'autre à $f_p + f_m$.

$$A\cos\left(2\pi f_p t\right) * B\cos\left(2\pi f_m t\right) = \frac{1}{2}AB\left\{\cos\left[2\pi\left(f_p+f_m\right)t\right]+\cos\left[2\pi\left(f_p-f_m\right)t\right]\right\}$$



Ceci peut être vu comme une transposition du signal basse fréquence en haute fréquence.

De façon analogue, la multiplication d'un signal occupant une bande de fréquence B par une porteuse de fréquence f_p,transpose la bande en question de part et d'autre de f_p.

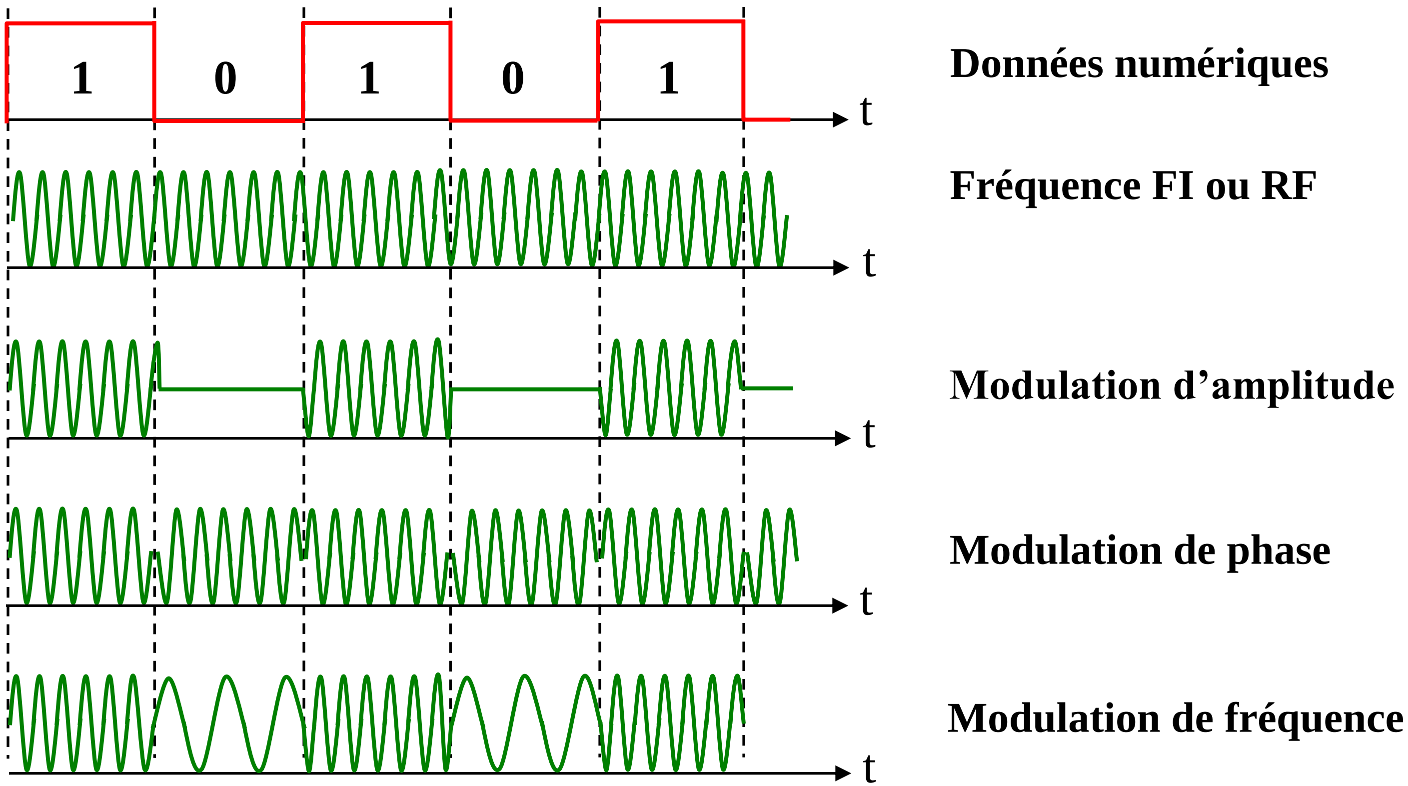


Classiquement, le spectre que l'on transpose à la fréquence f_p est celui d'une fréquence intermédiaire ayant subi une modulation numérique.

La modulation numérique d'une porteuse (ou FI) consiste à faire varier l'amplitude, la fréquence ou la phase d'une onde sinusoïdale (porteuse) en fonction des éléments binaires à transmettre.

Les éléments binaires peuvent être regroupés en n-uplets au nombre de M ($M=2^n$) auquel cas la grandeur modulée pourra présenter M états ≠.

• Illustration : modulations numériques à 2 états



Le choix du format de modulation est fait principalement sur deux critères :

➔ **L'efficacité spectrale (bit/s)/Hz**

➔ **Le TEB pour un même S/N**

Des critères techniques (facilité de mise en oeuvre…) peuvent aussi rentrer en ligne de compte.

Pour chaque format de modulation numérique tout comme pour les signaux en bande de base il est donc important de connaître :

➔ **Le spectre correspondant**

➔ **Le TEB(S/N) correspondant**

➔ **Les circuits de modulation et de démodulation**

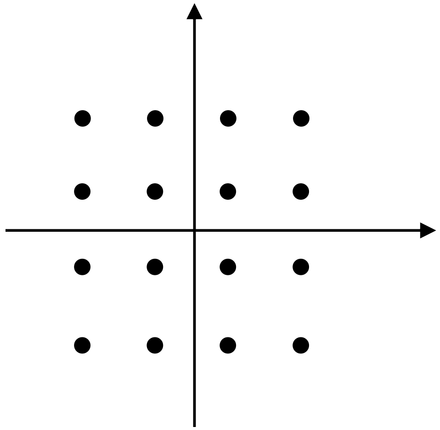
On peut représenter géométriquement les différents états de modulation dans le plan de Fresnel

Pour les modulations numériques d'amplitude et de phase on peut représenter géométriquement les différents états du signal modulé s(t) dans le plan de Fresnel.

$$s(t) = A_{k(i)} \cos(2\pi f_0 t + \phi_{k(i)}) \quad avec \quad i \in \{0,...M-1\} \text{ où } M = 2^n$$

Chaque état de modulation i est représenté par un vecteur de module A_i et d'angle ϕ_i.

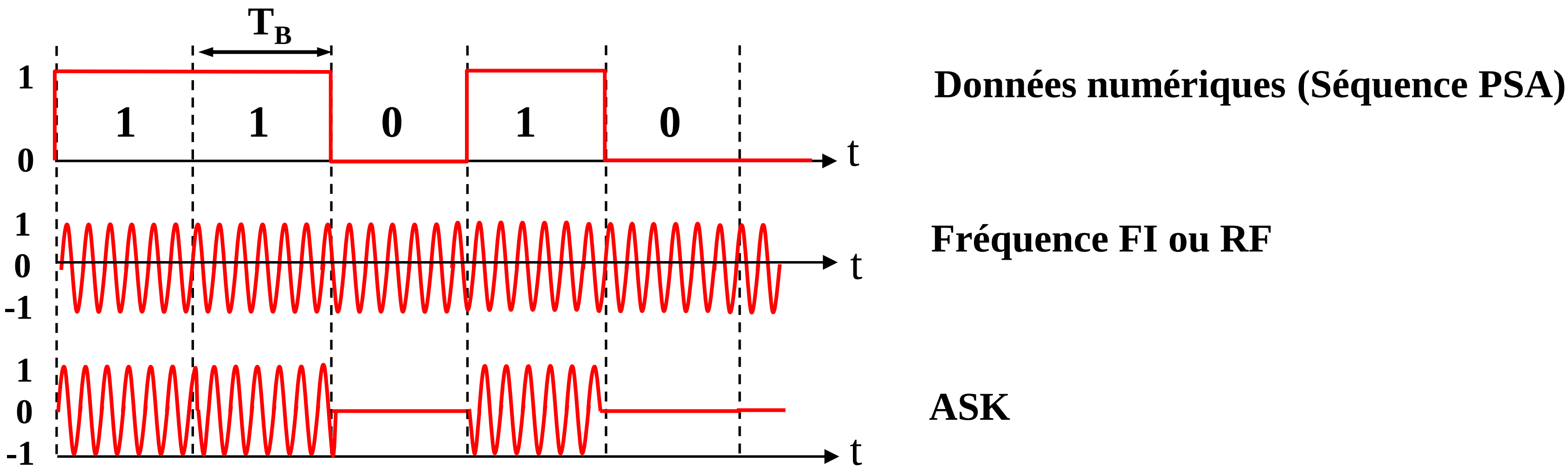
Cette représentation des états de modulation est appelée constellation.



Constellation d'une MAQ 16

• Modulation OOK ou ASK :

OOK : On Off Keying
ASK : Amplitude Shift Keying



Le signal modulé s(t) est le produit des données i(t) ("i" pour info) en bande de base par la porteuse p(t).

$$\left.\begin{aligned} i(t) &= \sum_k a_k h(t-kT) \\ p(t) &= A\cos 2\pi f_0 t \end{aligned}\right\} \Rightarrow s(t) = p(t)\cdot i(t) = A\cos(2\pi f_0 t)\cdot \sum_k a_k h(t-kT)$$

Spectre d'une modulation OOK :

- **DSP bilatérale du signal en bande de base**

$$\gamma_i = \frac{T_s}{4}\sin c^2(fT_s) + \frac{1}{4}\delta(f)$$

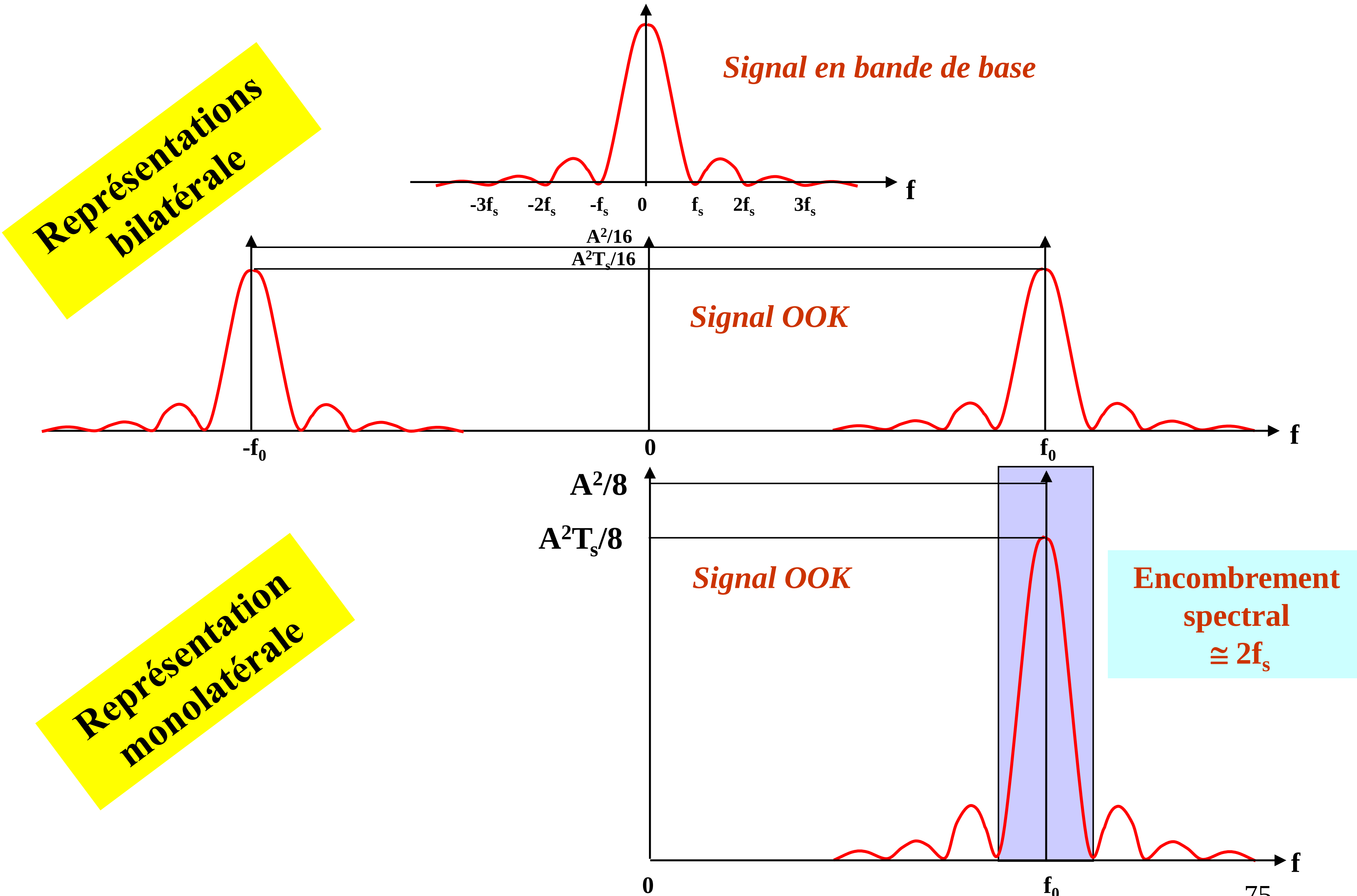
Composante continue

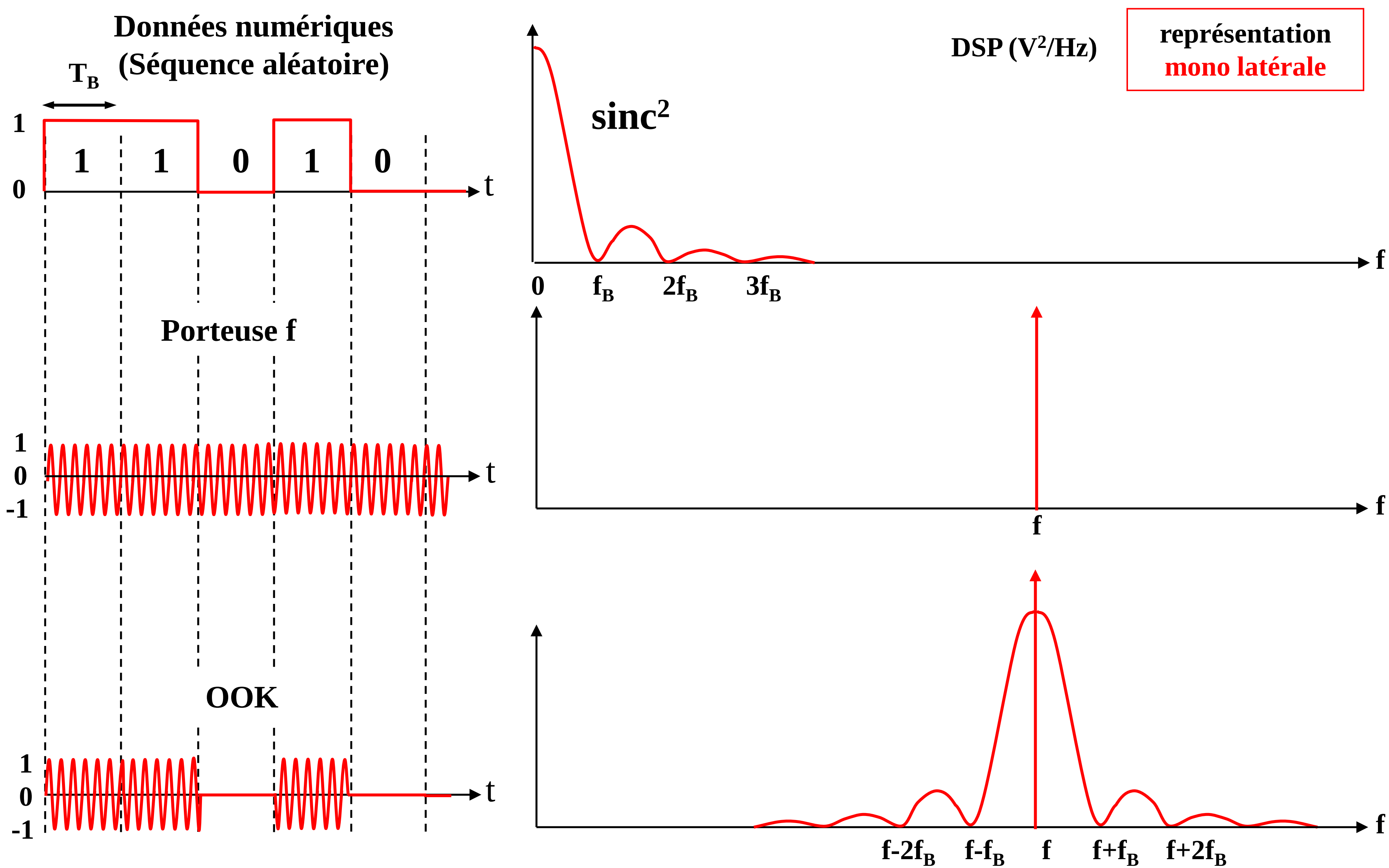
- **DSP bilatérale γ_s du signal OOK**

On admet le résultat qui n'est pas immédiat et nécessite de passer par les notions d'envelopes complexes…

$$\gamma_s = \frac{A^2}{16}\left[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)\right] + \frac{A^2 T_s}{16}\left[\sin c^2\left[(f + f_0)T_s\right] + \sin c^2\left[(f - f_0)T_s\right]\right]$$

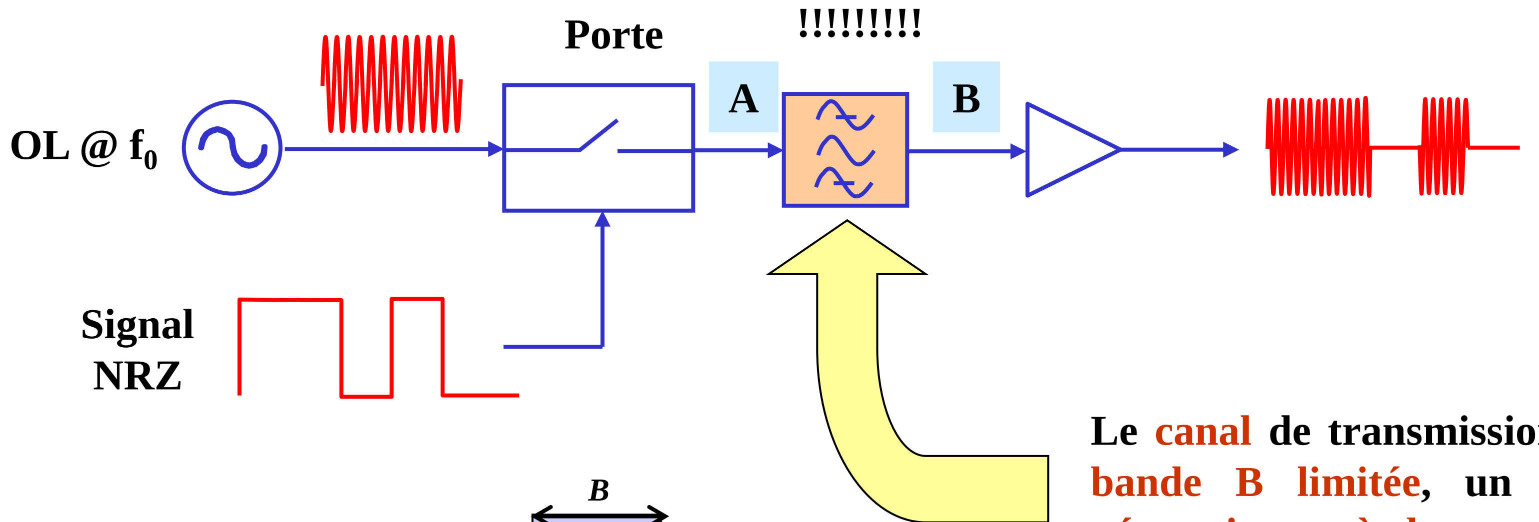
Transmission sur fréquence porteuse **Modulation ASK**



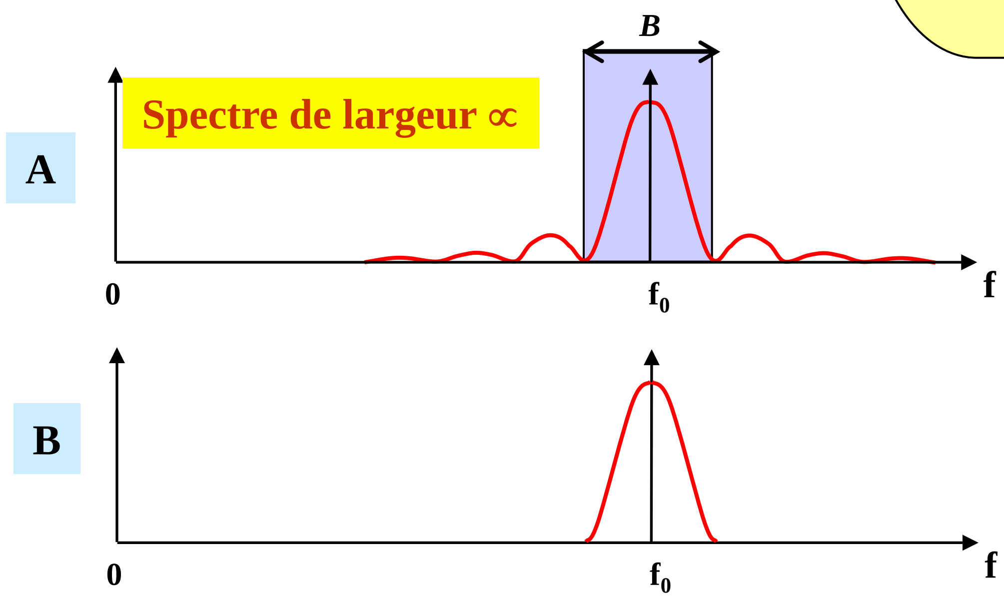

Données numériques
(Séquence aléatoire)
T$_B$
1
0
1
1
0
1
0
t
Porteuse f
1
0
-1
t
OOK
1
0
-1
t
DSP (V^2/Hz)
représentation
mono latérale
sinc^2
0
f$_B$
2f$_B$
3f$_B$
f
f
f
f
f-2f$_B$
f-f$_B$
f
f+f$_B$
f+2f$_B$
f

Transmission sur fréquence porteuse — Modulation ASK

Modulateurs ASK :



Le **canal** de transmission ayant une **bande B limitée**, un **filtrage est nécessaire après la porte** (le filtrage du signal NRZ n'empêcherait pas une bande ∝ en A)

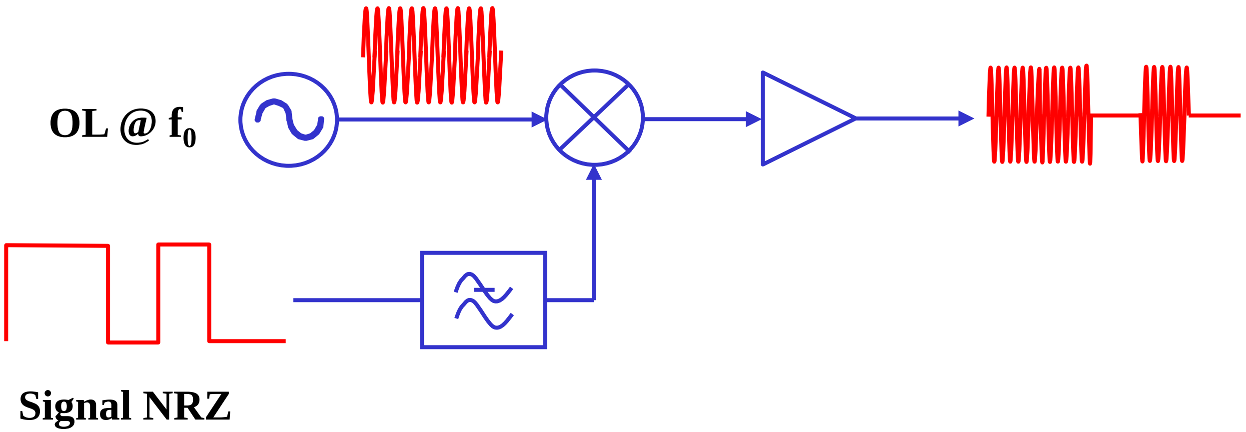


Le facteur de qualité Q du filtre passe bande peut s'avérer élevé (si le débit numérique est lent devant la fréquence porteuse) :

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{f_0}{\alpha f_b}$$

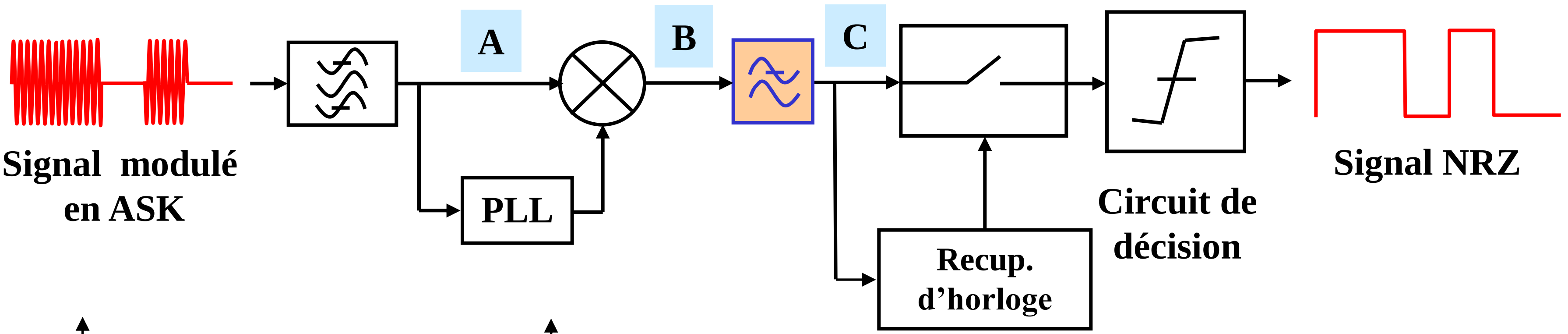
Modulateurs ASK :

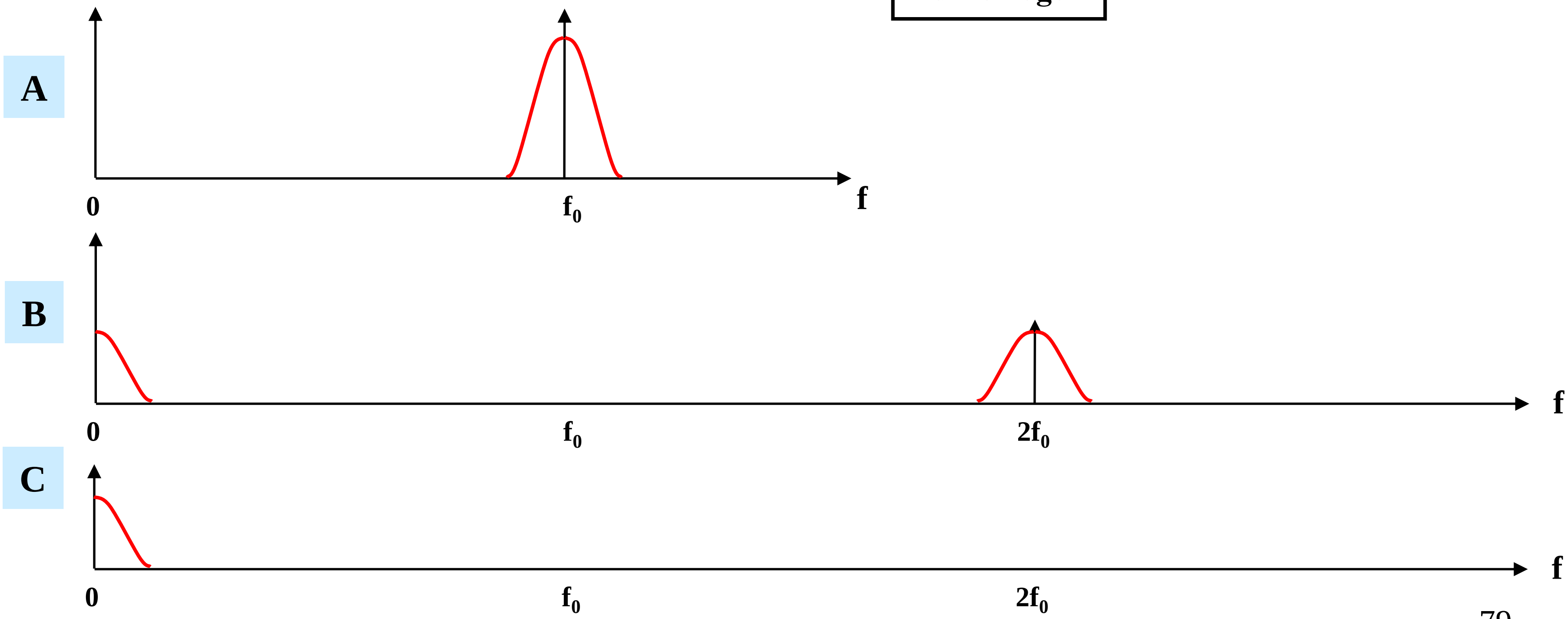
Pour s'affranchir de cette difficulté technologique le modulateur ASK peut être réalisé comme suit :



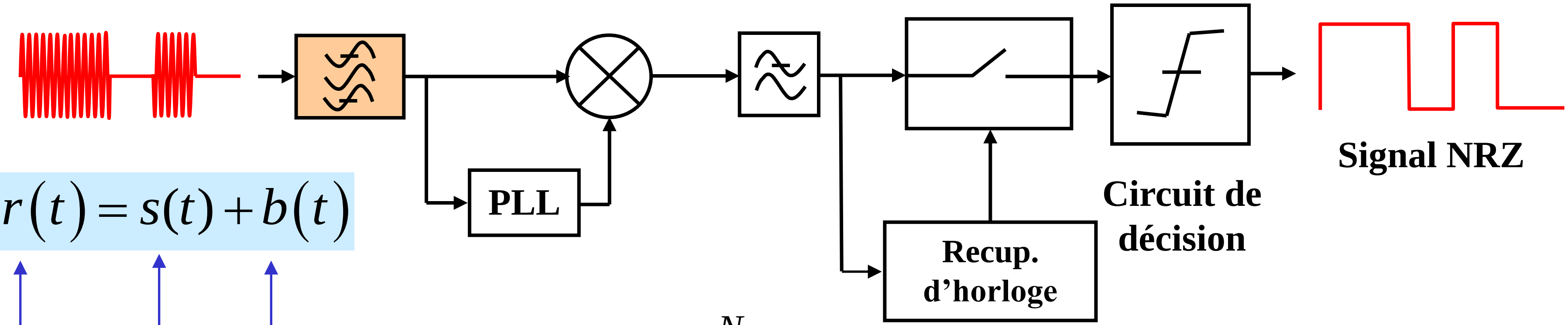
Démodulateurs ASK :

- **Démodulation cohérente**





- **BER**



$$r(t) = s(t) + b(t)$$

Signal reçu

Bruit blanc $\gamma_b(t) = \dfrac{N_0}{2}$

Signal ASK $s(t) = A\cos(2\pi f_0 t)\cdot\sum_k a_k h(t-kT)$

Si le filtre passe bande est adapté (aux impulsions du signal ASK) :

$$\boxed{P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_d}{4N_0}}\right)}$$

Vu à la télé

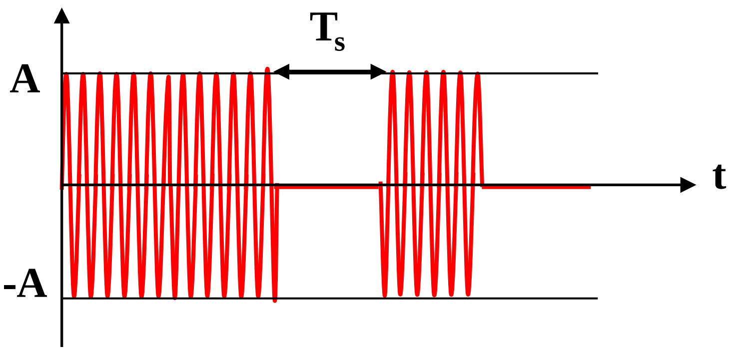
Même résultat qu'en bande de base

Équiprobabilité 0 & 1 ; Seuil optimal

Où E_d est l'ε du *signal différence* entre les symboles $E_d = \int \left|S_1(t) - S_0(t)\right|^2 dt$

$$P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_d}{4N_0}}\right)$$

$E_d = S_1(t) - S_0(t)$ **ε du signal différence entre les symboles**



$$E_d = \int_0^{T_s} \left[A\cos\omega_0 t - 0\right]^2 dt = \int_0^{T_s} A^2 \cos^2\left(\omega_0 t\right) dt$$

Or, l'ε moyenne par bit est $\boxed{E_b = \frac{1}{2} E_d}$ *

$$\boxed{\Rightarrow P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)}$$

$$* \quad E_b = \frac{1}{2}\int_0^{T_s} S_1^2(t)dt + \frac{1}{2}\int_0^{T_s} S_0^2(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^{T_s} S_1^2(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^{T_s} A^2\cos^2\left(\omega_0 t\right)dt = \frac{1}{2}E_d$$

$p_1 = p_0 = 1/2$

Sachant que $$E_d = \int_0^{T_s} \left[A\cos\omega_0 t - 0 \right]^2 dt = \frac{A^2 T_s}{2} \quad \Rightarrow P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{A^2 T_s}{8N_0}} \right)$$

$$E_d = \int_0^{T_s} A^2 \cos^2(\omega_0 t)\,dt = A^2 \int_0^{T_s} \frac{\cos(2\omega_0 t)+1}{2} dt = A^2 \int_0^{T_s} \frac{\cos(2\omega_0 t)+1}{4\omega_0} d(2\omega_0 t)$$

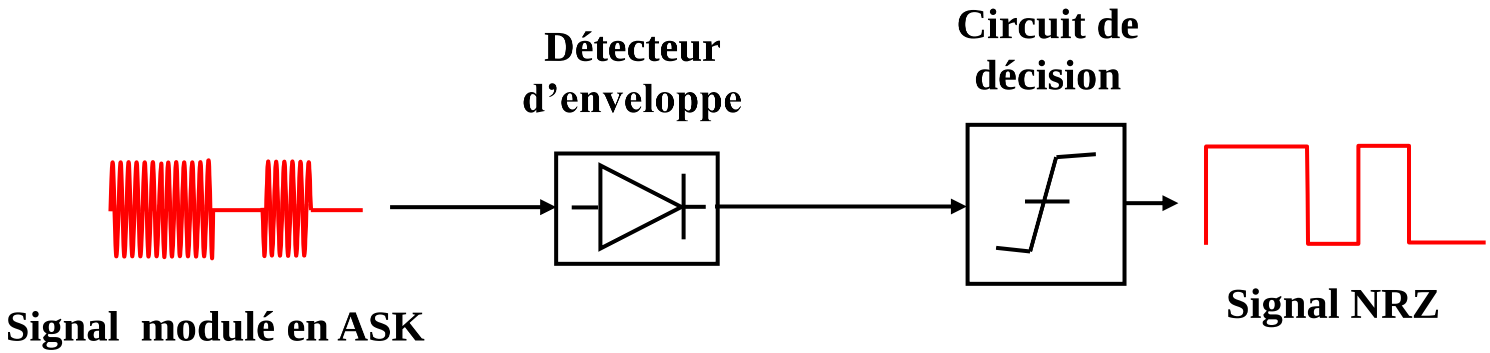
$$E_d = \frac{A^2}{4\omega_0}\left[\sin(2\omega_0 t) + 2\omega_0 t\right]_{t=0}^{t=T_s} = \frac{A^2 T_s}{2}$$

<u>Rque :</u> dans le cas particulier traité pour l'étude en bande de base on trouvait $P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$
car on avait alors a_1=+1 et a_0= -1.

En modulation ASK on a a_1= 1 et a_0= 0.
Ceci explique le facteur 2 au dénominateur… $P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right)$

En effet ; en moyenne dans ce cas l'ε du signal est deux fois moindre…

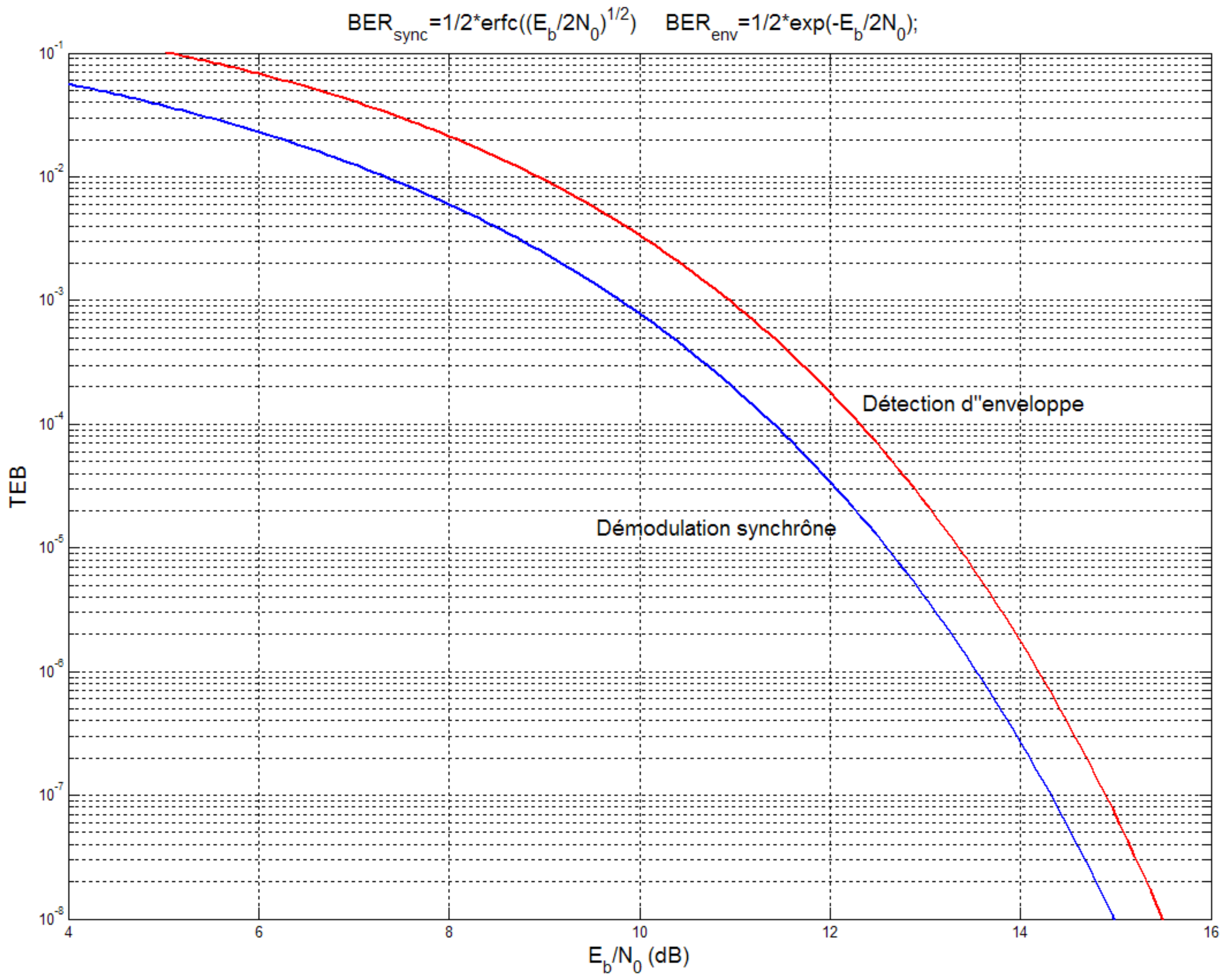
Démodulateurs ASK : • **Démodulation par détection d'enveloppe**



• **BER**

"On" montre que $$\boxed{P_{eb} = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2N_0}}}$$

La démodulation par détection d'enveloppe requière un circuit plus simple que la démodulation cohérente. Cependant le BER est plus élevé.


BERsync=1/2*erfc((Eb/2N0)^1/2) BERenv=1/2*exp(-Eb/2N0);
TEB
Eb/N0 (dB)
Détection d''enveloppe
Démodulation synchrône
10-1
10-2
10-3
10-4
10-5
10-6
10-7
10-8
4
6
8
10
12
14
16

Avantages et inconvénients de l'ASK :

Avantage : **Simplicité de circuits (comparée aux autres modulations numériques) et donc faible coût.**

Inconvénients: **Moins performante que les autres modulations numériques en termes d'efficacité spectrale (bit/s/Hz) et de TEB pour un même S/N.**

En raison de son faible coût, la modulation ASK est utilisée dans les systèmes de transmission grand public courtes distances. Deux bandes de fréquences porteuses à 224 MHz zt 433 MHz sont normalisées pour ce type d'applications.

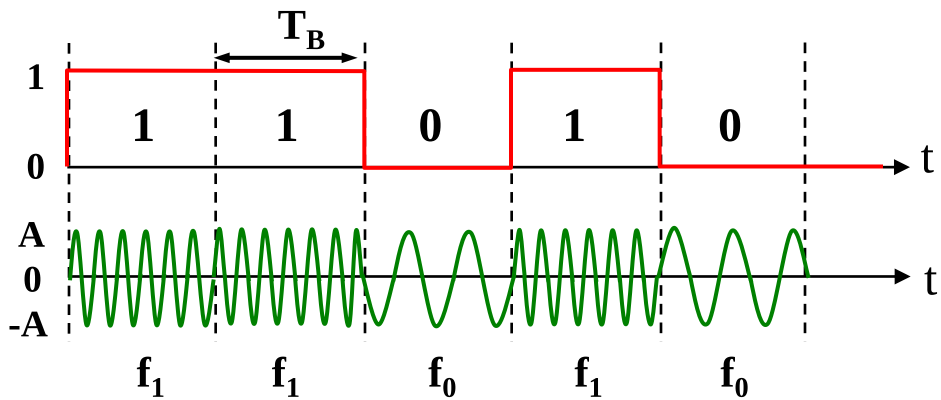
Rque: **L'ASK est utilisée en télécommunications par fibre optique car les détecteurs optiques ne sont sensibles qu'aux variations d'intensité du signal (insensibles à la fréquence et à la phase). Dans ces systèmes les fréquences porteuses sont de l'ordre de 193 THz (fréquences optiques infrarouges) et les débits peuvent atteindre 40 Gbit/s…**

Transmission sur fréquence porteuse — Modulation FSK

<u>Modulation FSK</u> FSK : Frequency Shift Keying

Aussi appelée modulation par déplacement de fréquence (MDF).

à un « 0 » on associe une fréquence $f_0 = f_p - \Delta f$ et à un « 1 » on associe la fréquence $f_1 = f_p + \Delta f$



Données numériques signal NRZ

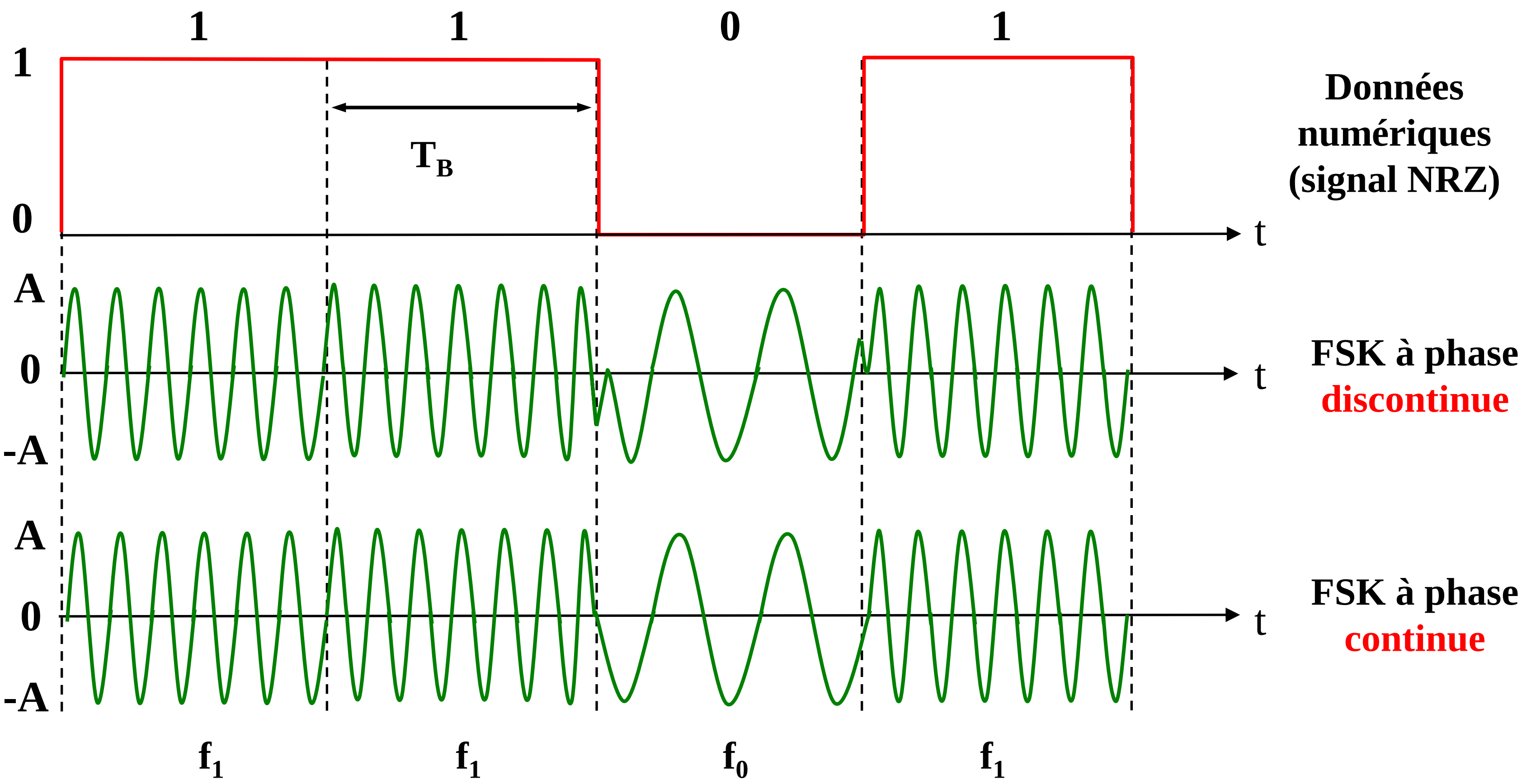
FSK

Une modulation FSK est définie par :

- f_p **fréquence centrale du spectre FSK** $f_p = \dfrac{f_1 + f_0}{2}$
- Δf **excursion en fréquence** $\Delta f = \dfrac{|f_1 - f_0|}{2}$
- f_B **débit binaire** $f_B = \dfrac{1}{T_B}$

On distingue deux types de FSK :

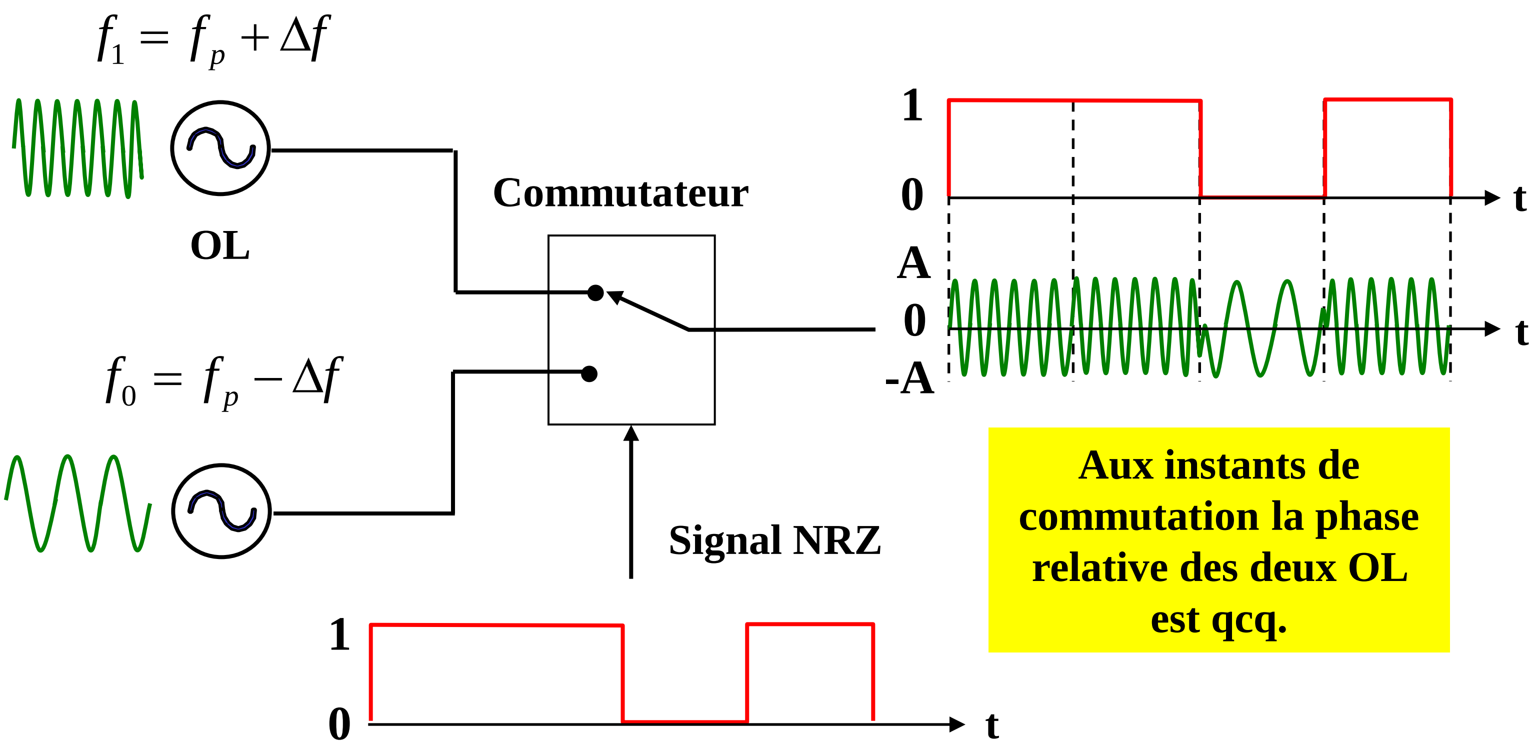
- FSK à phase discontinue
- FSK à phase continue



La FSK à phase discontinue présente un spectre plus large que celui d'une FSK à phase continue

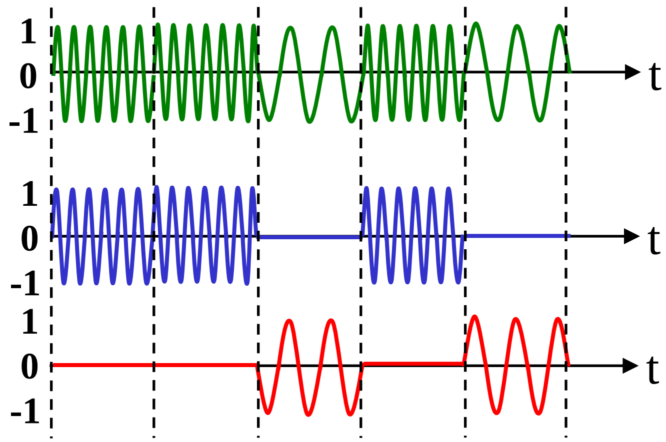
- **FSK à phase discontinue**

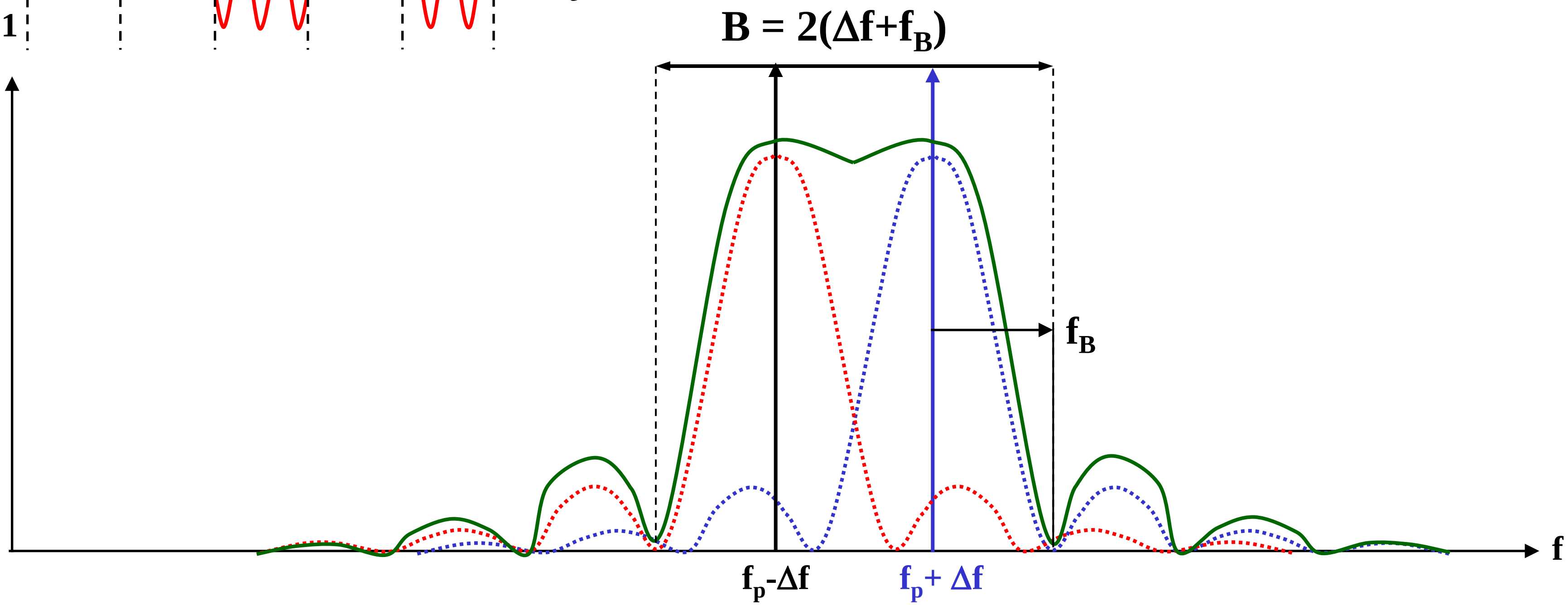
Modulateurs FSK (phase discontinue) :

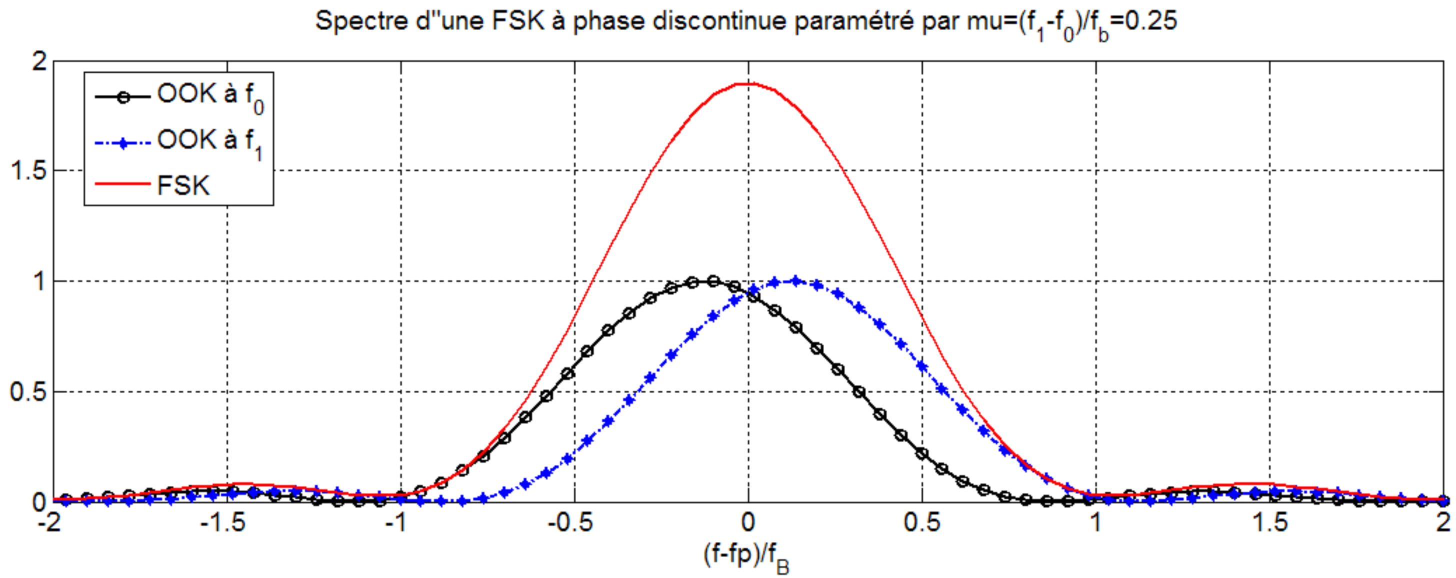


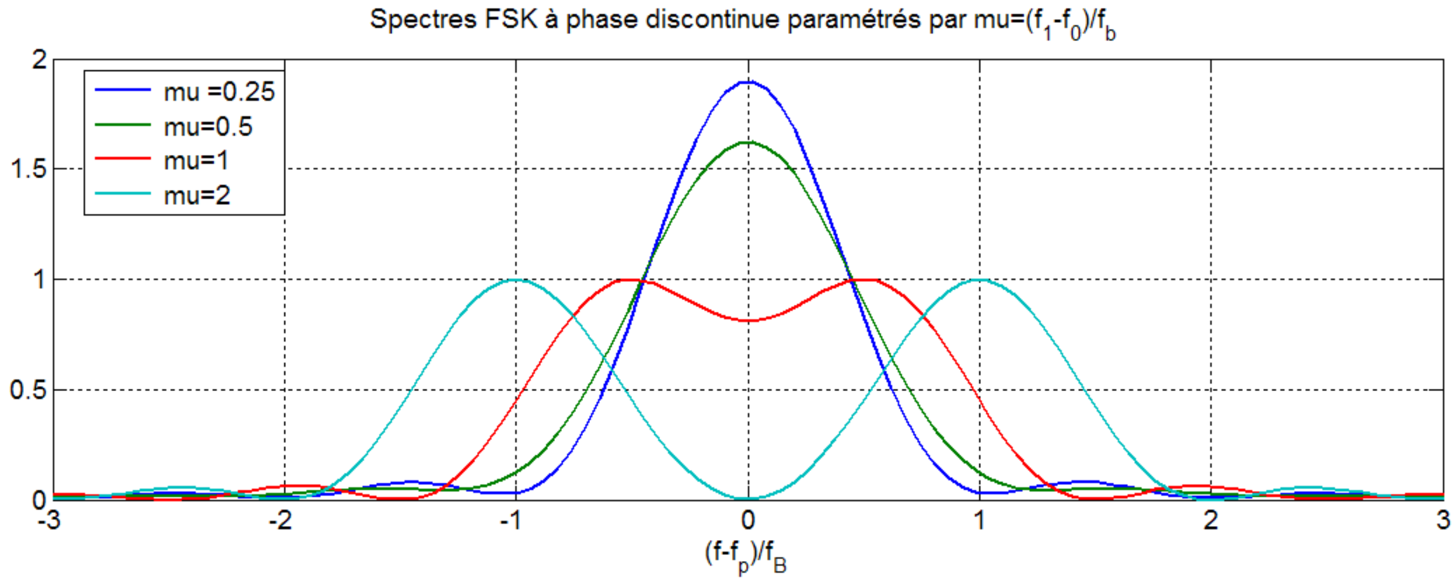
Aux instants de commutation la phase relative des deux OL est qcq.

- **DSP d'un signal FSK à phase discontinue ⇔ superposition de deux ASK**





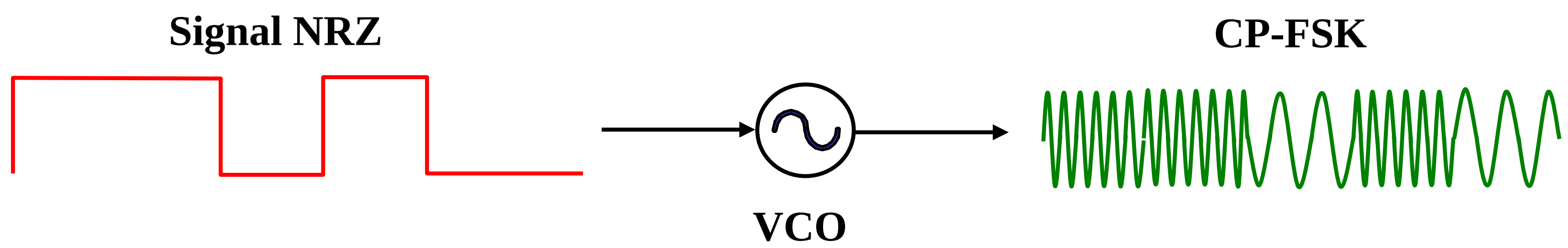

Spectre d''une FSK à phase discontinue paramétré par mu=(f1-f0)/fb=0.25
OOK à f0
OOK à f1
FSK
2
1.5
1
0.5
0
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
(f-fp)/fB


Spectres FSK à phase discontinue paramétrés par mu=(f1-f0)/fb
mu =0.25
mu=0.5
mu=1
mu=2
2
1.5
1
0.5
0
-3
-2
-1
0
1
2
3
(f-fp)/fB

En pratique la FSK est peu utilisée, on lui préfère la CP-FSK (Continuous Phase Frequency Shift Keying)

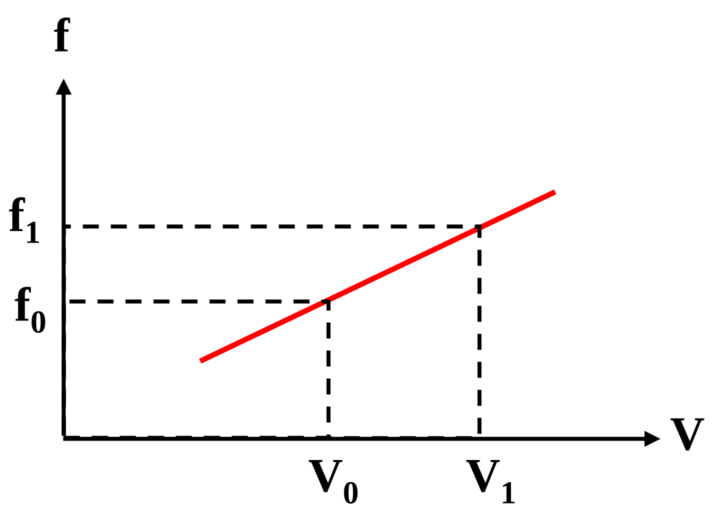
- **FSK à phase continue ou CP-FSK**

Modulateurs FSK (phase continue) :

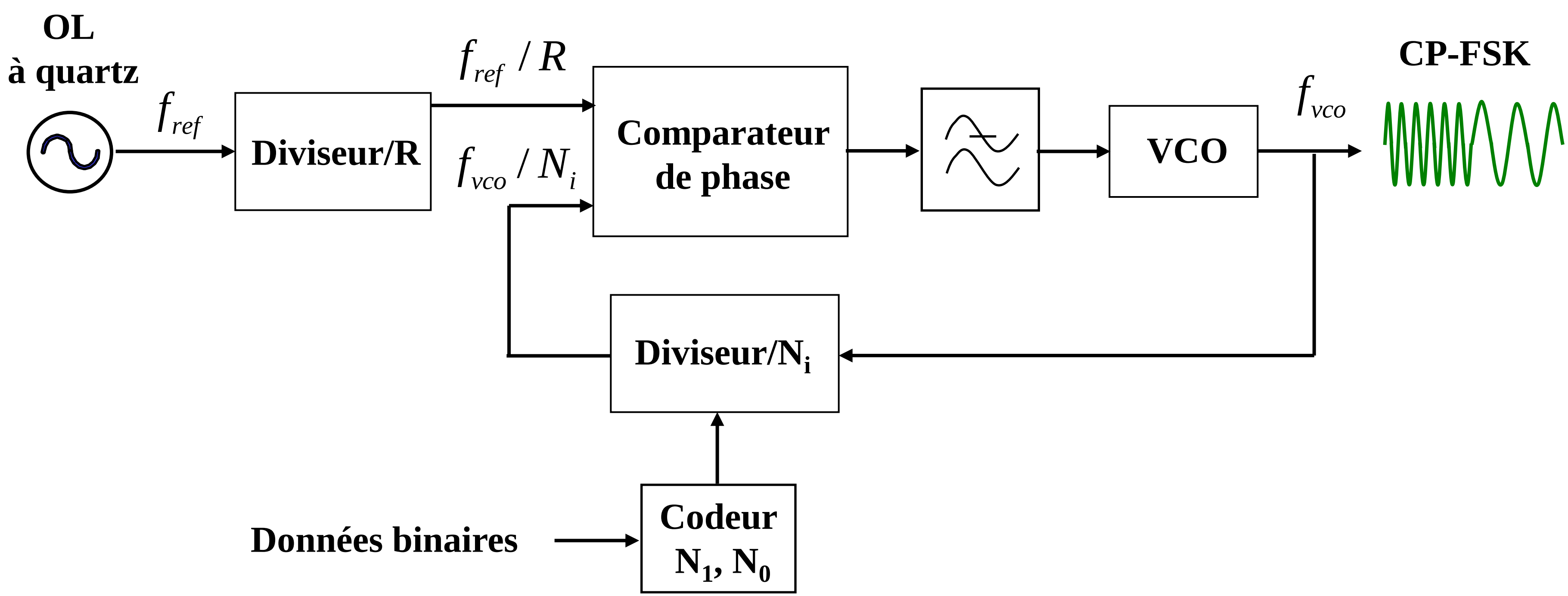


f_1 et f_0 sont issues d'un même VCO piloté par le signal NRZ des données.

Ceci garantit la continuité de phase aux sauts en fréquence.



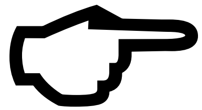
Modulateur FSK à PLL (phase continue) :

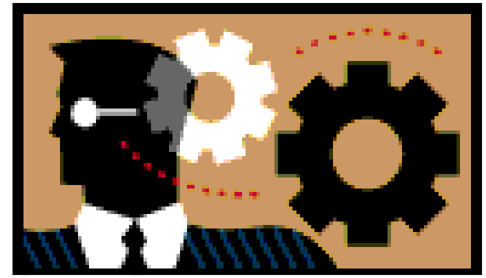


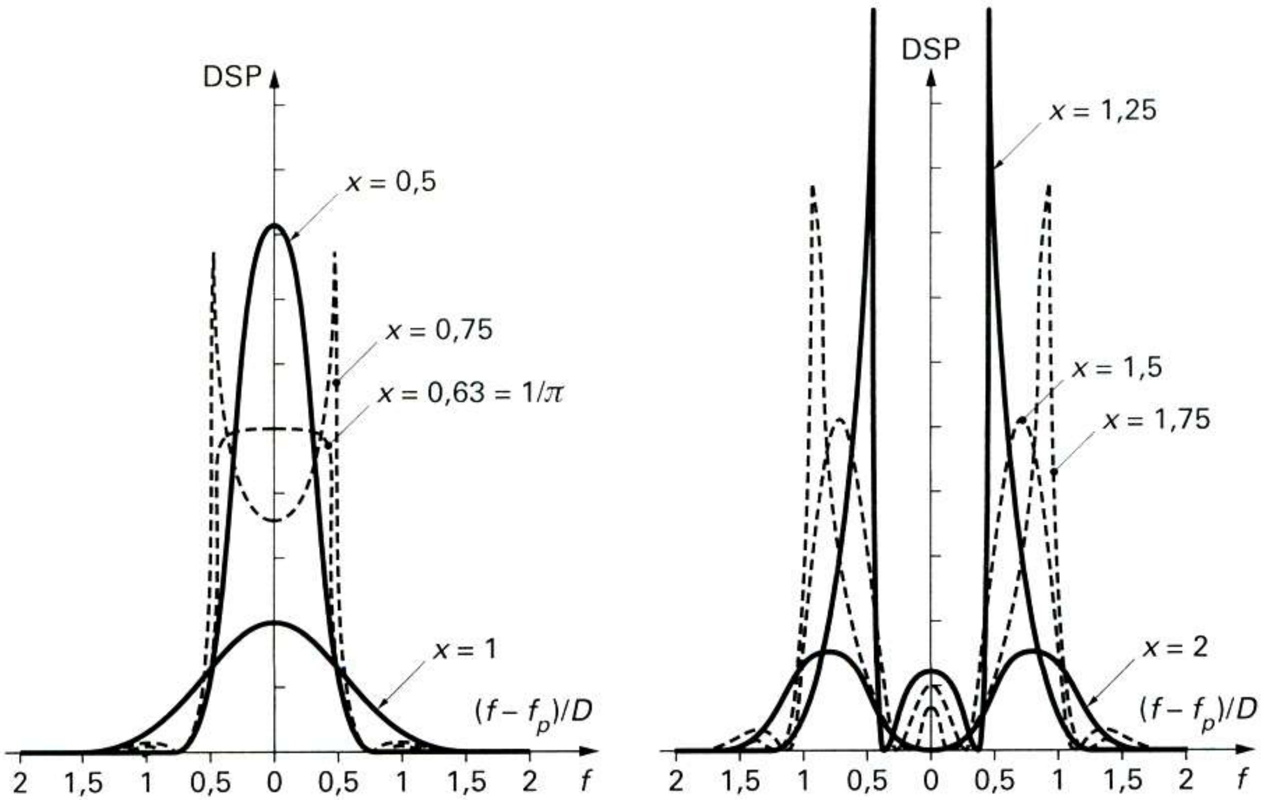
PLL verrouillée $\Rightarrow \dfrac{f_{ref}}{R} = \dfrac{f_{vco}}{N_i} \Rightarrow f_{vco} = \dfrac{N_i}{R} f_{ref}$

- **DSP d'un signal CP-FSK**

Le calcul est, comment dire ?



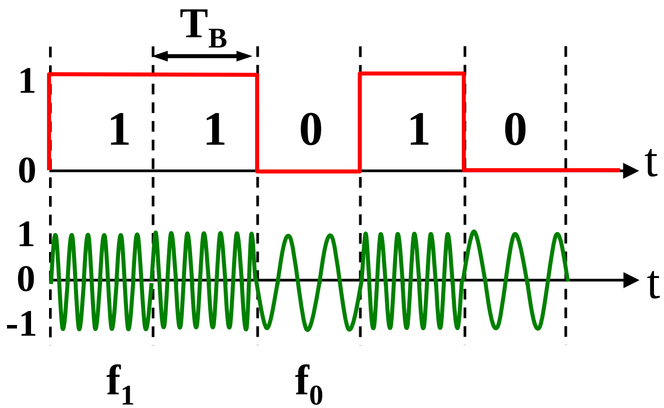


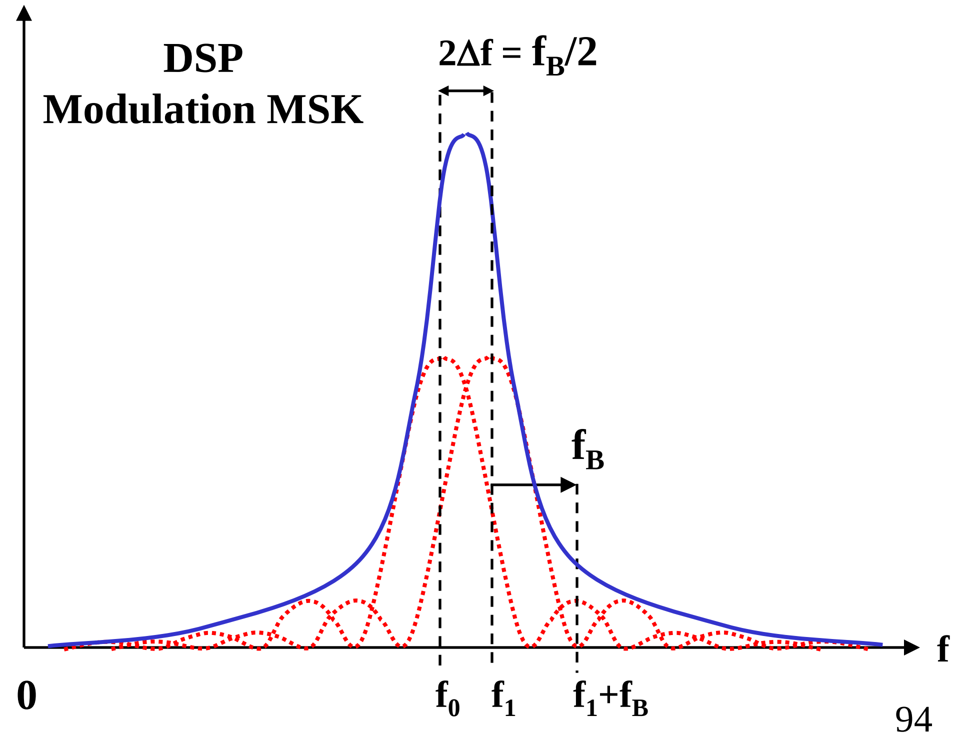


• MSK (Minimum Shift Keying)

La modulation MSK est le cas particulier de FSK où l'intervalle entre f_1 et f_0 est minimum (en deçà la détection n'est plus possible).

$$(f_1-f_0)/f_B = 0{,}5 \quad \text{où } f_B = 1/T_B$$





Une MSK peut être vue comme une modulation de phase.

<u>Codage d'un 0</u> $A\cos(2\pi f_0 t) = A\cos[2\pi(f - \Delta f)t]$
$= A\cos[2\pi(f - f_B/4)t] = A\cos[2\pi f t - \Phi_0]$ où $\Phi_0 = (\pi f_B/2)t$ avec $t \in [0\ T_B]$

<u>Codage d'un 1</u> $A\cos(2\pi f_1 t) = A\cos[2\pi(f + \Delta f)t]$
$= A\cos[2\pi(f + f_B/4)t] = A\cos[2\pi f t - \Phi_1]$ où $\Phi_1 = -(\pi f_B/2)t$ avec $t \in [0\ T_B]$

• Modulateur MSK

La MSK pouvant être vue comme une modulation de phase, comme toute modulation de ce type, elle peut être réalisée au moyen d'un modulateur IQ.

$$s(t) = \cos(\omega_0 t - \Phi_k)$$ **Signal modulé en phase**

Or $$s(t) = \cos(\Phi_k)\cos(\omega_0 t) + \sin(\Phi_k)\sin(\omega_0 t)$$

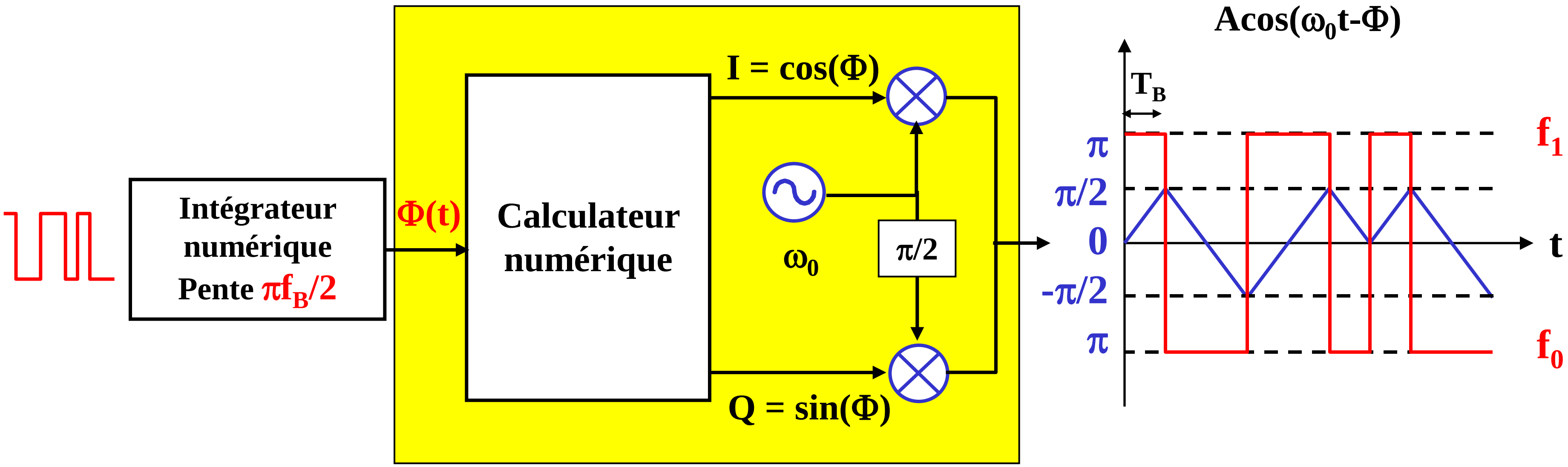
$$s(t) = \underline{I}\cos(\omega_0 t) + \underline{Q}\sin(\omega_0 t)$$

In phase **In Quadrature**

Codage d'un 0 $A\cos(2\pi f_0 t) = A\cos[2\pi(f - \Delta f)t]$
$= A\cos[2\pi(f - f_B/4)t] = A\cos[2\pi ft - \Phi_0]$ où $\Phi_0 = (\pi f_B/2)t$ avec $t \in [0\ T_B]$

Codage d'un 1 $A\cos(2\pi f_1 t) = A\cos[2\pi(f + \Delta f)t]$
$= A\cos[2\pi(f + f_B/4)t] = A\cos[2\pi ft - \Phi_1]$ où $\Phi_1 = -(\pi f_B/2)t$ avec $t \in [0\ T_B]$

Modulateur IQ



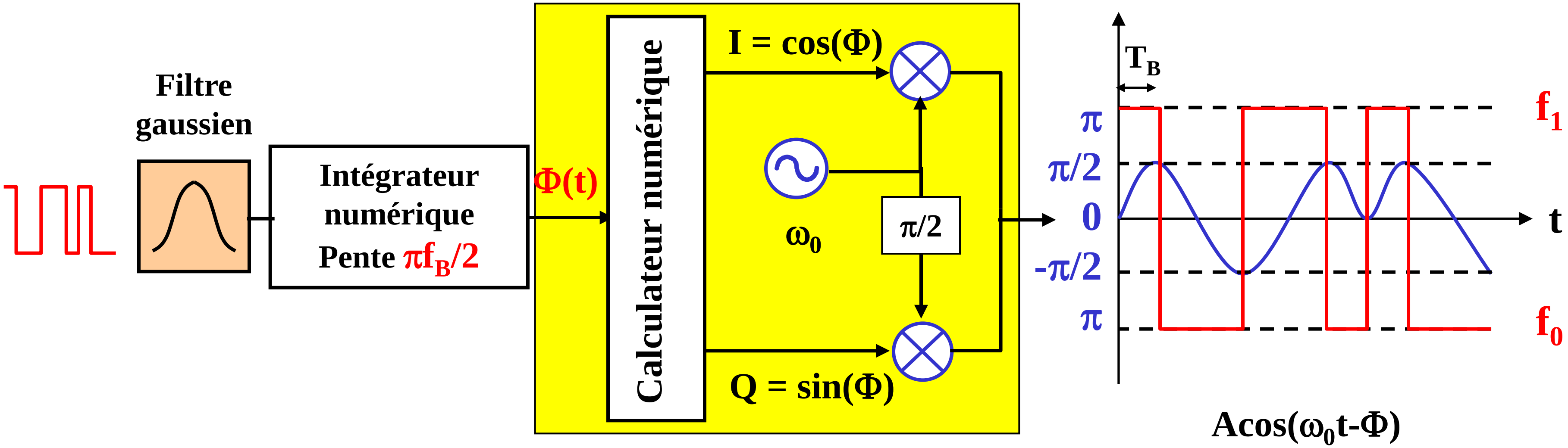
• GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying)

Pour le GSM (téléphone mobile 2G) le format de modulation numérique utilisé est le GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying)

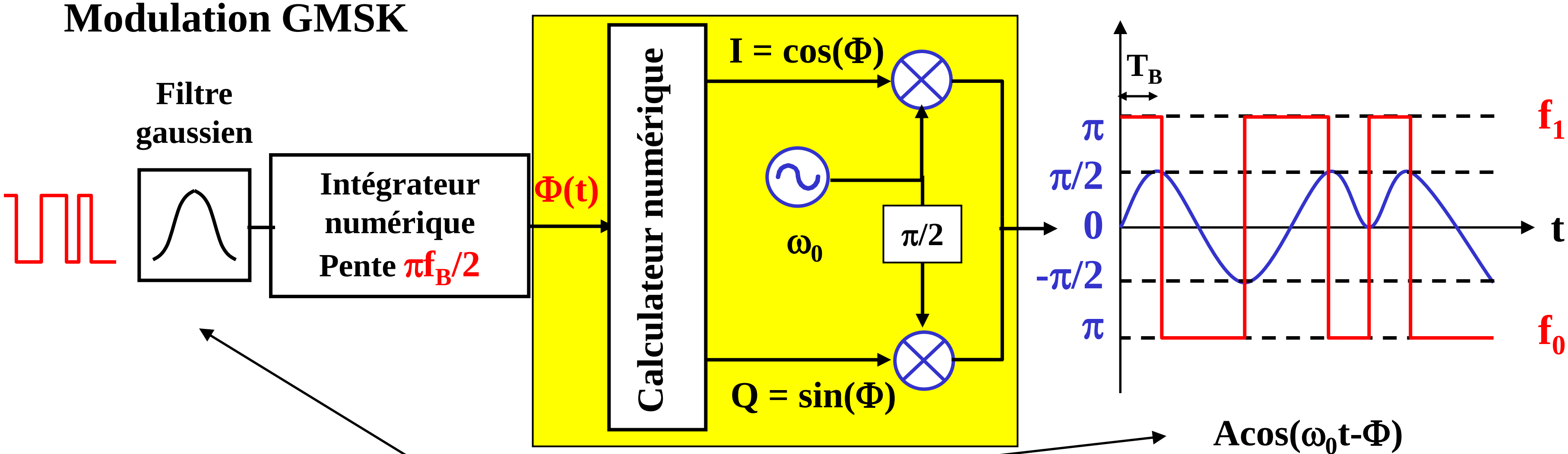
Il s’agit d’une MSK précédée d’un filtrage gaussien des données destiné à diminuer la bande passante du signal modulé en atténuant les lobes secondaires du spectre

Du point de vue de la phase du signal modulé, le filtrage gaussien des données permet d’ adoucir les transitions …

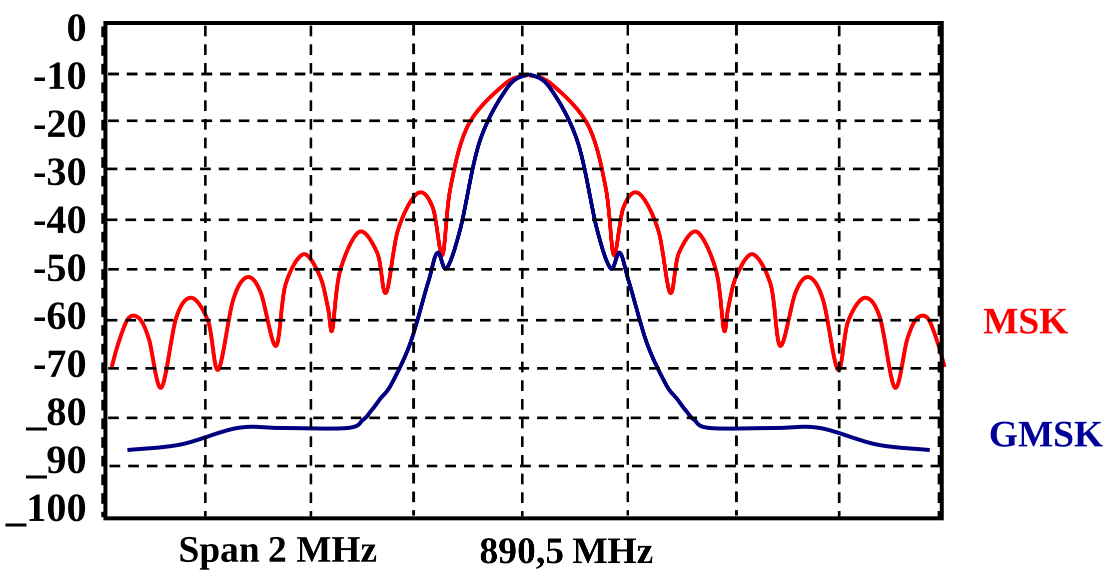
Et nous n’avons rien contre un peu de douceur ♥♥♥ n’est-ce pas ?



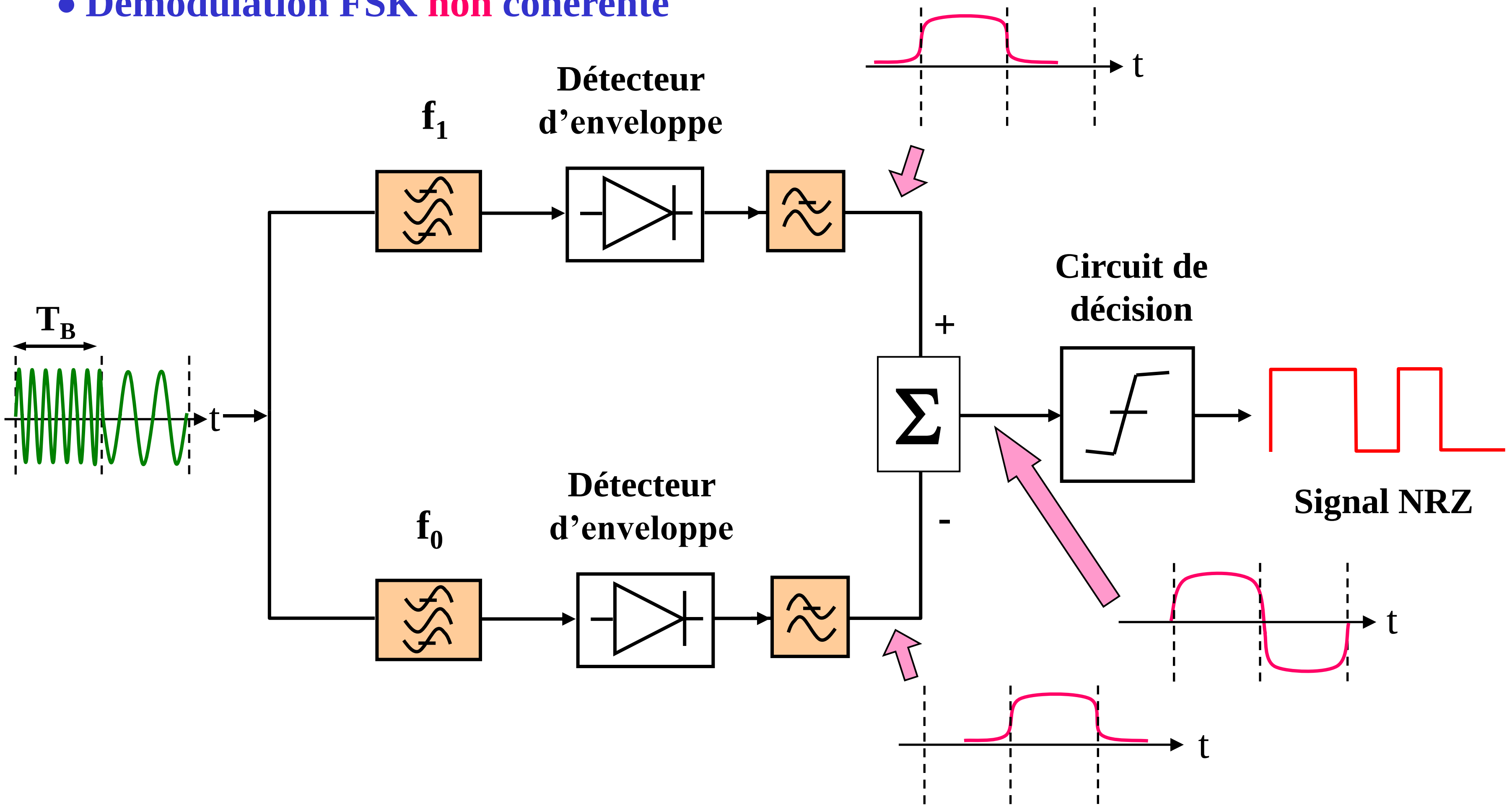
Modulation GMSK



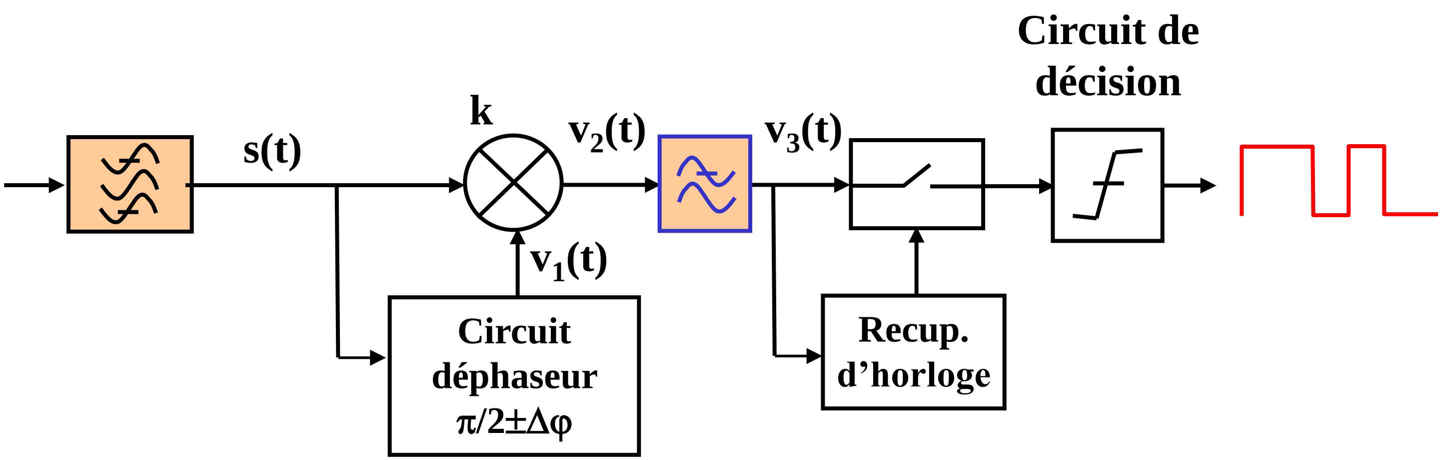
Filtrage gaussien ⇒ transitions de phase plus douces diminution de l'ocupation spectrale



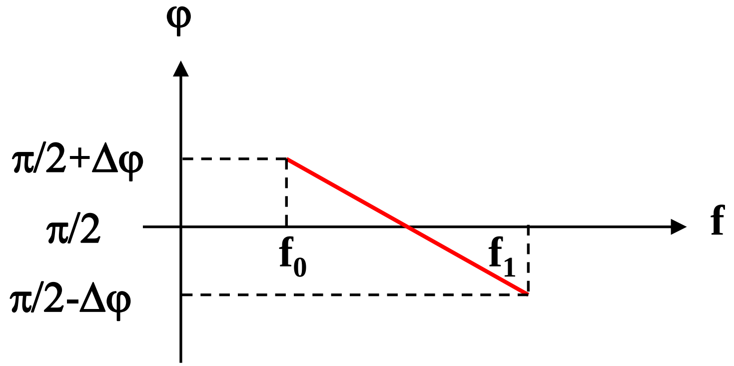
• Démodulation FSK non cohérente



• **Démodulateur FSK en quadrature**



Caractéristique du déphaseur



Réception d'un 1

$$s(t) = A\cos\left(2\pi f_1 t\right)$$ **Durant T_s**

$$v(t) = A\cos\left(2\pi f_1 t + \frac{\pi}{2} - \Delta\varphi\right)$$

$$v_2(t) = s(t) * v(t) = k\frac{A^2}{2}\left[\cos\left(2\pi f_1 t + \frac{\pi}{2} - \Delta\varphi\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \Delta\varphi\right)\right]$$

$$\boxed{v_3(t) = -k\frac{A^2}{2}\sin\left(\Delta\varphi\right)}$$ **Durant T_s**

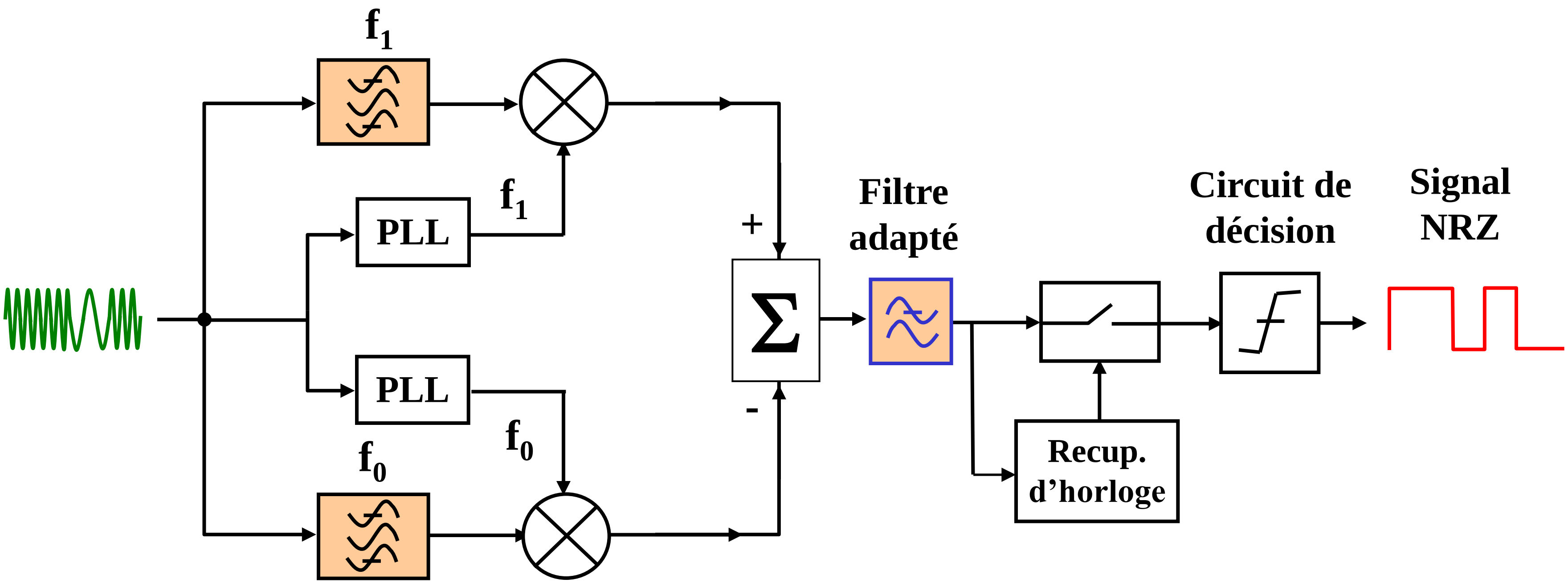
On a deux niveaux…

Réception d'un 0

$$\boxed{v_3(t) = +k\frac{A^2}{2}\sin\left(\Delta\varphi\right)}$$

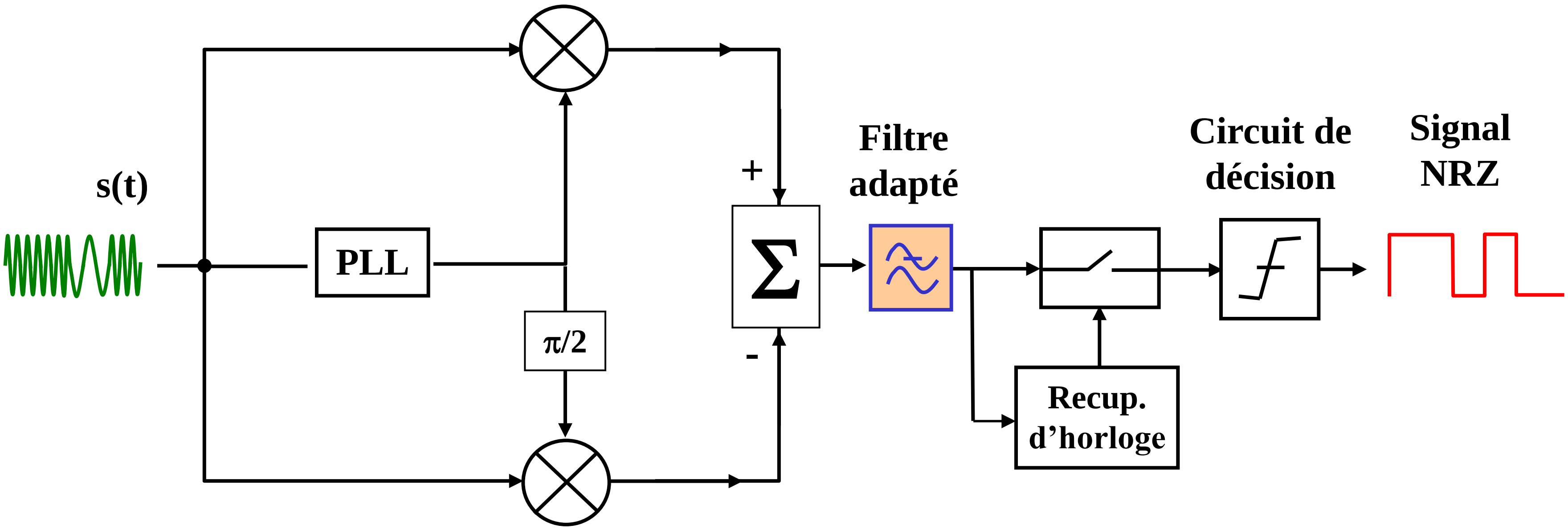
Durant T_s

• Démodulation FSK cohérente



Il faut que les OL soient en phase avec les porteuses f_1 et f_0 émises.

• **Démodulation FSK cohérente avec signaux orthogonaux**



$$\boxed{f_p = \frac{f_1 + f_0}{2}} \qquad \Delta f = \frac{\left| f_1 - f_0 \right|}{2}$$

Ce démodulateur cohérent est conçu pour fonctionner avec des signaux d'émission $s_1(t)$ et $s_0(t)$ orthogonaux

Signaux $s_1(t)$ et $s_0(t)$ orthogonaux : $\displaystyle\int_0^{T_S} s_1(t)s_0(t)dt = 0$

Ceci impose une condition reliant f_1 et f_0 : $\displaystyle\Rightarrow \int_0^{T_S} A^2\cos(2\pi f_0 t)\cos\left(2\pi f_1 t\right)dt = 0$

$$\Rightarrow \int_0^{T_S} \frac{A^2}{2}\left[\cos(2\pi\left(f_1+f_0\right)t)+\cos\left(2\pi\left(f_1-f_0\right)t\right)\right]dt = 0$$

$$\Rightarrow \frac{A^2}{4\pi\left(f_1+f_0\right)}\sin(2\pi\left(f_1+f_0\right)T_s)+\frac{A^2}{4\pi\left(f_1-f_0\right)}\sin\left(2\pi\left(f_1-f_0\right)T_s\right)=0$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{A^2}{4\pi\left(f_1+f_0\right)}}\sin(4\pi f_p T_s)+\frac{A^2}{4\pi\left(f_1-f_0\right)}\sin(4\pi\Delta f T_s)=0$$

$f_p >> \Delta f$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{A^2}{4\pi\left(f_1-f_0\right)}\sin(4\pi\Delta f T_s) \approx 0}$$

Condition d'orthogonalité

$$\boxed{\Rightarrow 4\pi\Delta f T_s = n\pi} \quad \boxed{\Rightarrow \mu = \frac{2\Delta f}{f_s} = n \times 0.5} \quad \boxed{\Rightarrow MSK \ : \ \mu_{\min} = 0.5}$$

Rque : **L'orthogonalité des signaux permet d'optimiser la décision et le TEB**

- **BER**

$$\boxed{P_{eb} = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2N_0}}}$$

Démodulation FSK non cohérente

$$\boxed{P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)}$$

Démodulation FSK cohérente

$$\boxed{P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)}$$

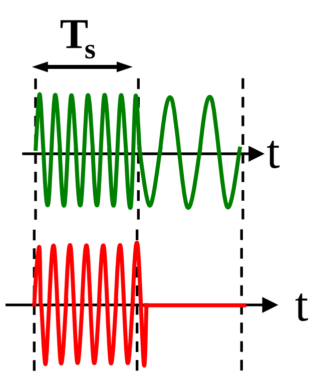
Démodulation MSK cohérente avec signaux orthogonaux

Où E_b est l'ε moyenne par bit $E_b = \frac{A^2 T_s}{2}$ **A= amplitude des sinusoïdes f_1 et f_0**

<u>Rque :</u> Pour l'ASK on avait une E_b deux fois moindre puisqu'un zéro le porte pas d'ε.

FSK

ASK

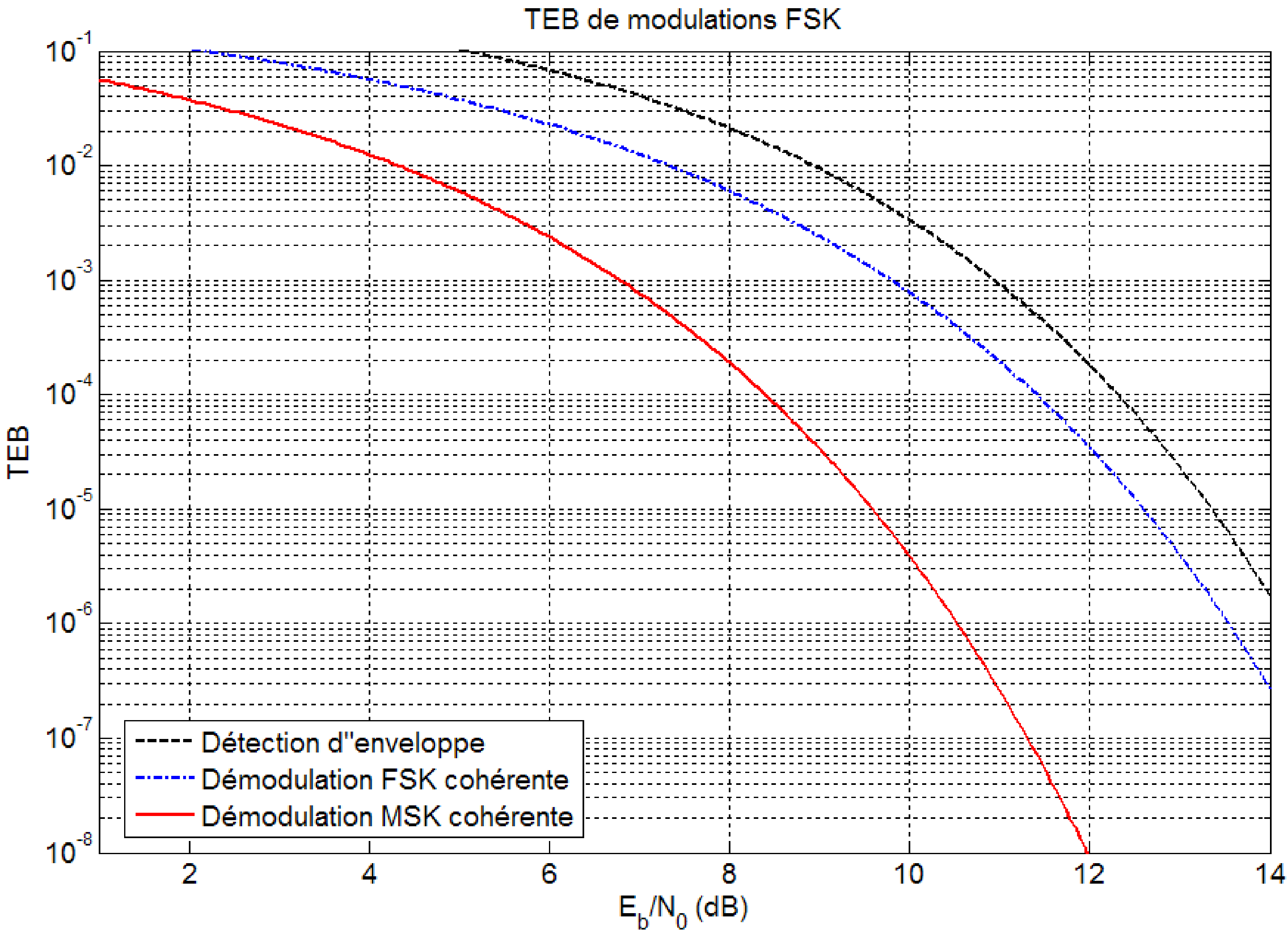


$$E_b = \frac{A^2 T_s}{2}$$

$$E_b = \frac{A^2 T_s}{4}$$

Pour comparer deux modulations num. on suppose une même E_b (moy)…

Modulations FSK : TEB



Modulation PSK :

PSK : Phase Shift Keying (modulation par saut de phase)

Pour représenter un bit ou un ensemble de bits on code la phase Φ_k de la porteuse.
Avec k $\in$[1,M] où $M = 2^n$ est le nombre d'états de phase possibles.

Une modulation M-PSK permet de coder n bits :

2-PSK (2 = 2^1) on code 1 bit
4-PSK (4 = 2^2) on code 2 bits
8-PSK (8 = 2^3) on code 3 bits

2-PSK $\Leftrightarrow$ BPSK : Binary Phase Shift Keying
4-PSK $\Leftrightarrow$ QPSK : Quadrature Phase Shift Keying

Une PSK peut être vue comme la superposition de deux ASK sur deux porteuses en quadrature.

$$A\cos(\omega t-\Phi_k) = A\cos(\Phi_k)\cos(\omega_0 t) + A\sin(\Phi_k)\cos(\omega_0 t + \pi/2)$$

$$= a_k A\cos(\omega_0 t) + b_k A\cos(\omega_0 t + \pi/2)$$

avec : $a_k = \cos(\Phi_k)$
$b_k = \sin(\Phi_k)$

• **Modulation MDP-2 (modulation par déplacement de phase à 2 états) ou 2-PSK**

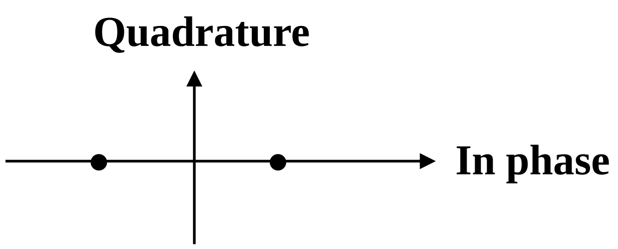
$$s(t)=\sum_k\left[A\cos\left(\omega_p t+\Phi_k\right)h\left(t-kT\right)\right]$$

En choisissant $0\rightarrow\Phi_k=0 \quad ; \quad 1\rightarrow\Phi_k=\pi$

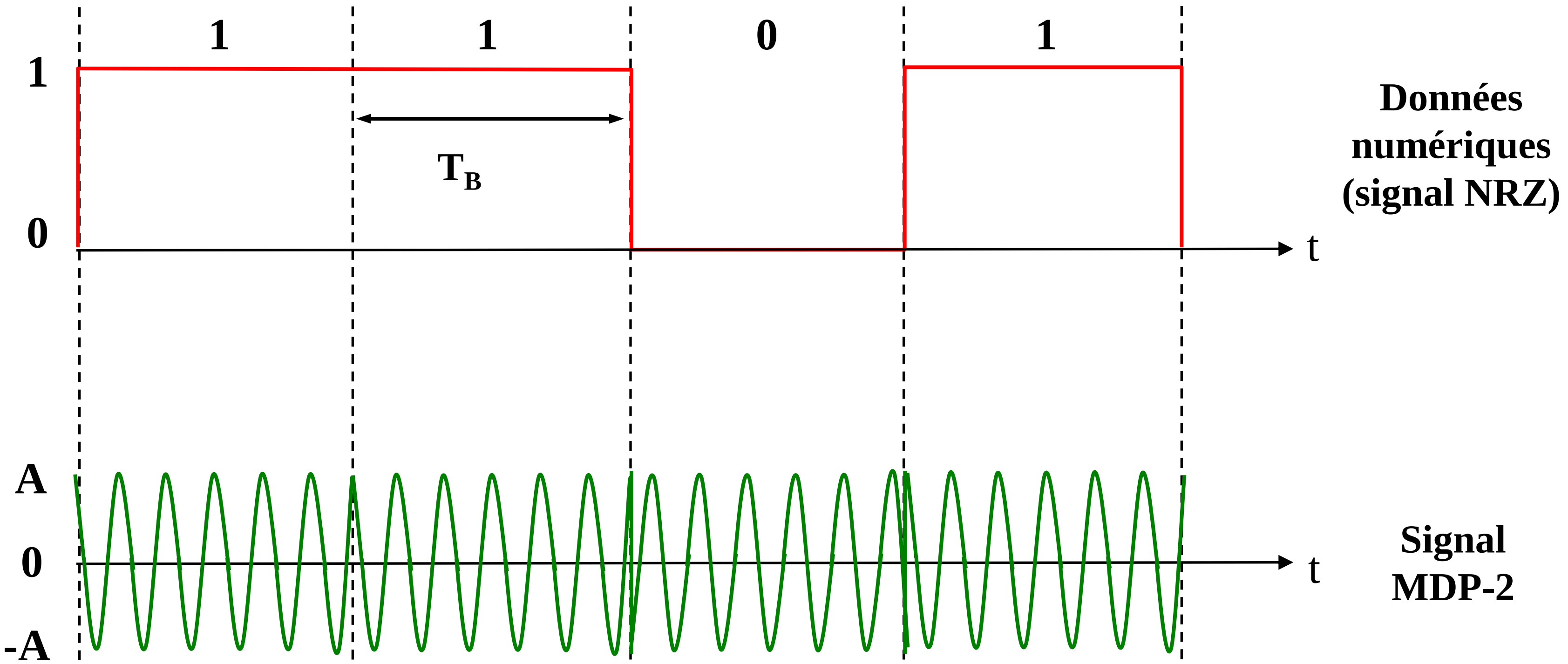
$$\Rightarrow s(t)=[\sum_k a_k h(t-kT)]A\cos\omega_p t$$ **avec** $a_k\in\{-1;1\}$

MDP-2 : on × la porteuse par ±1

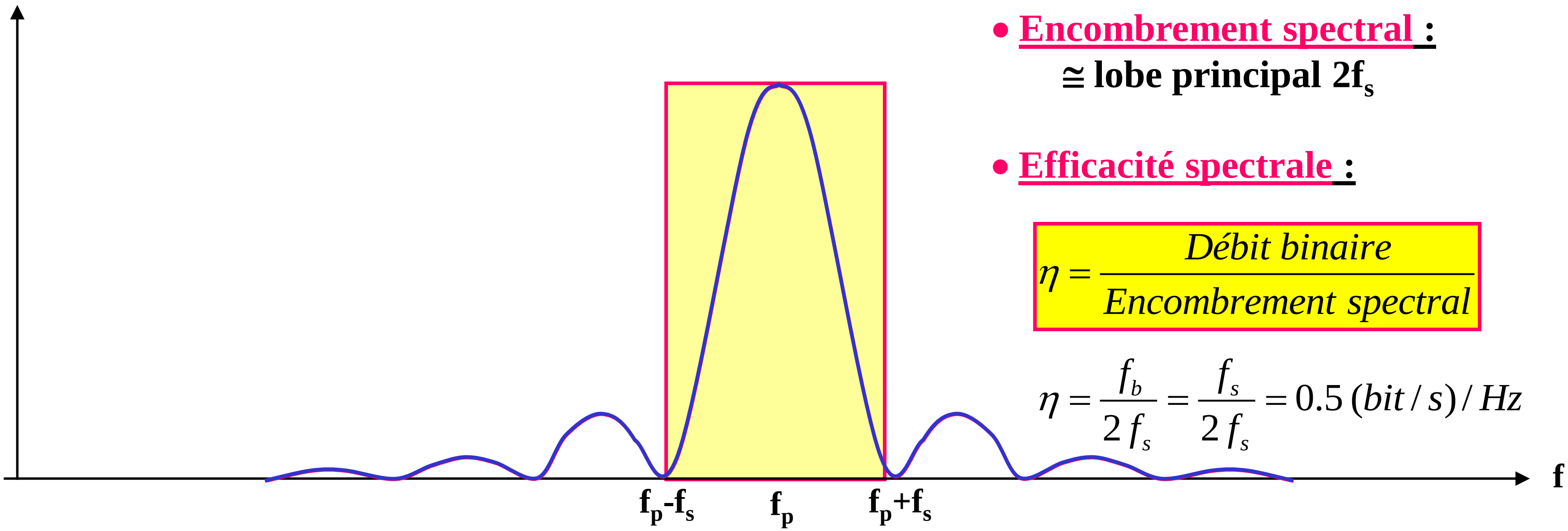
MDP-2 : constellation



MDP-2 : signal temporel



MDP-2 : spectre



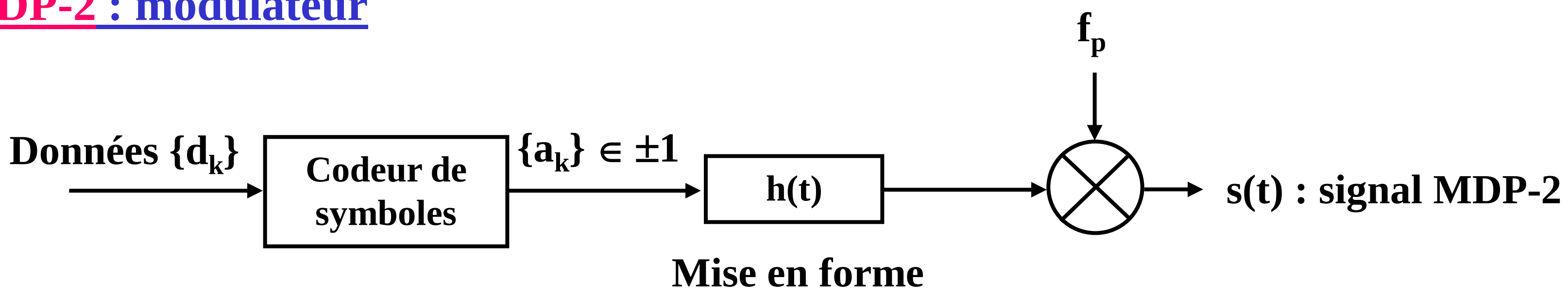
- **Encombrement spectral :**
  ≅ lobe principal $2f_s$

- **Efficacité spectrale :**

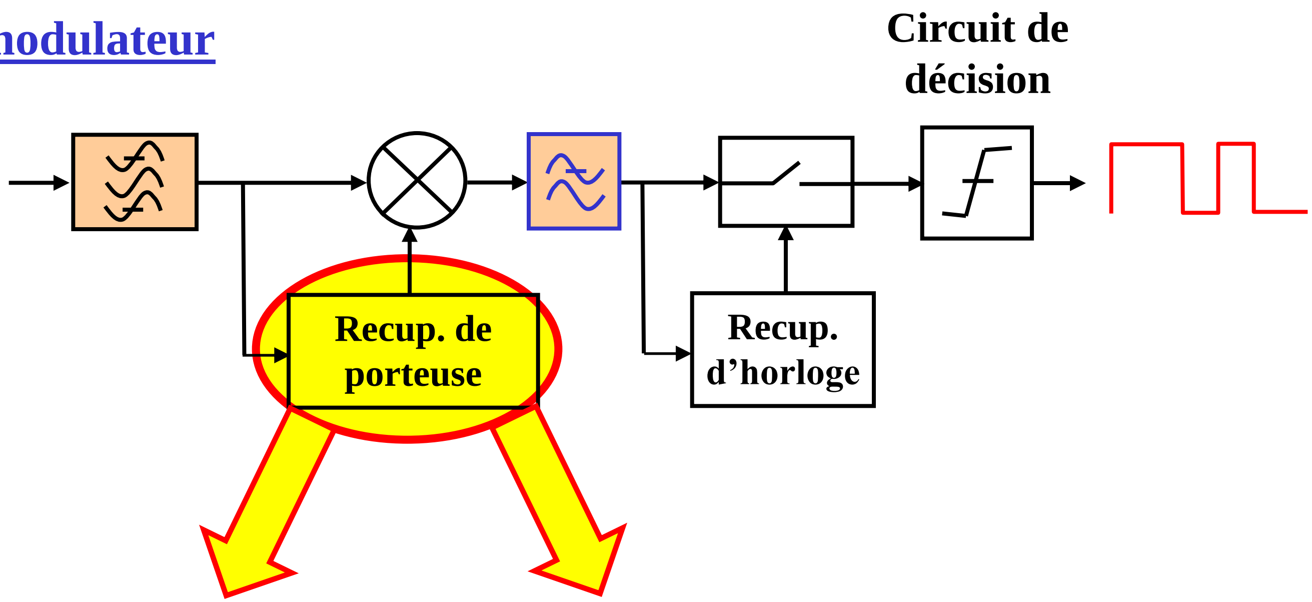
$$\boxed{\eta = \frac{\textit{Débit binaire}}{\textit{Encombrement spectral}}}$$

$$\eta = \frac{f_b}{2\,f_s} = \frac{f_s}{2\,f_s} = 0.5\,(bit/s)/Hz$$

MDP-2 : modulateur

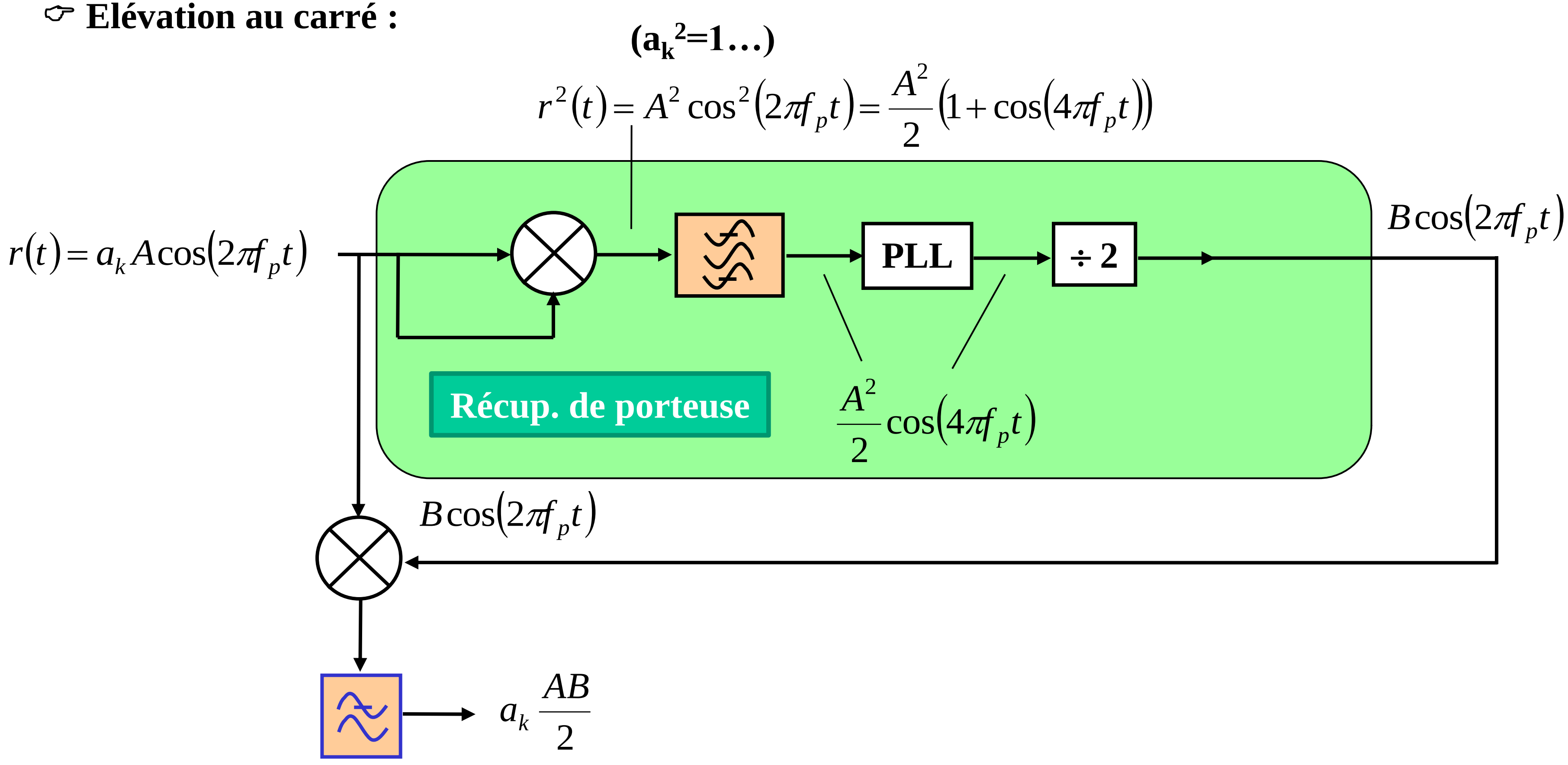


MDP-2 : démodulateur



☞ Elévation au carré ☞ Boucle de Costas

☞ **Elévation au carré :**

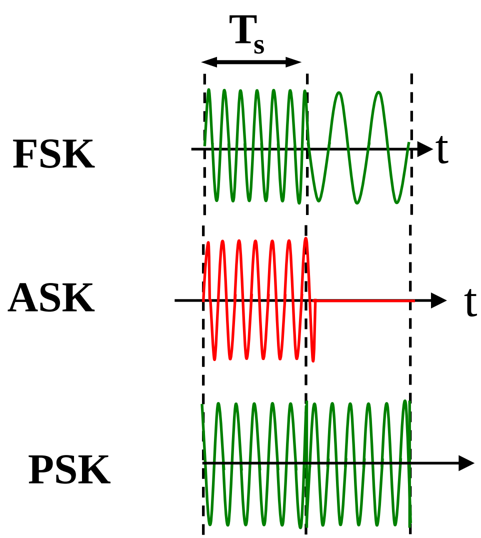


☞ **Boucle de Costas : Autre technique permettant de récupérer la porteuse…**

MDP-2 : BER $$\boxed{P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)}$$

Où E_b est l'ε moyenne par bit $E_b = \dfrac{A^2 T_b}{2}$ **A= amplitude des sinusoïdes f_p**

Rque : **Pour l'ASK on avait une E_b deux fois moindre puisqu'un zéro le porte pas d'ε.**



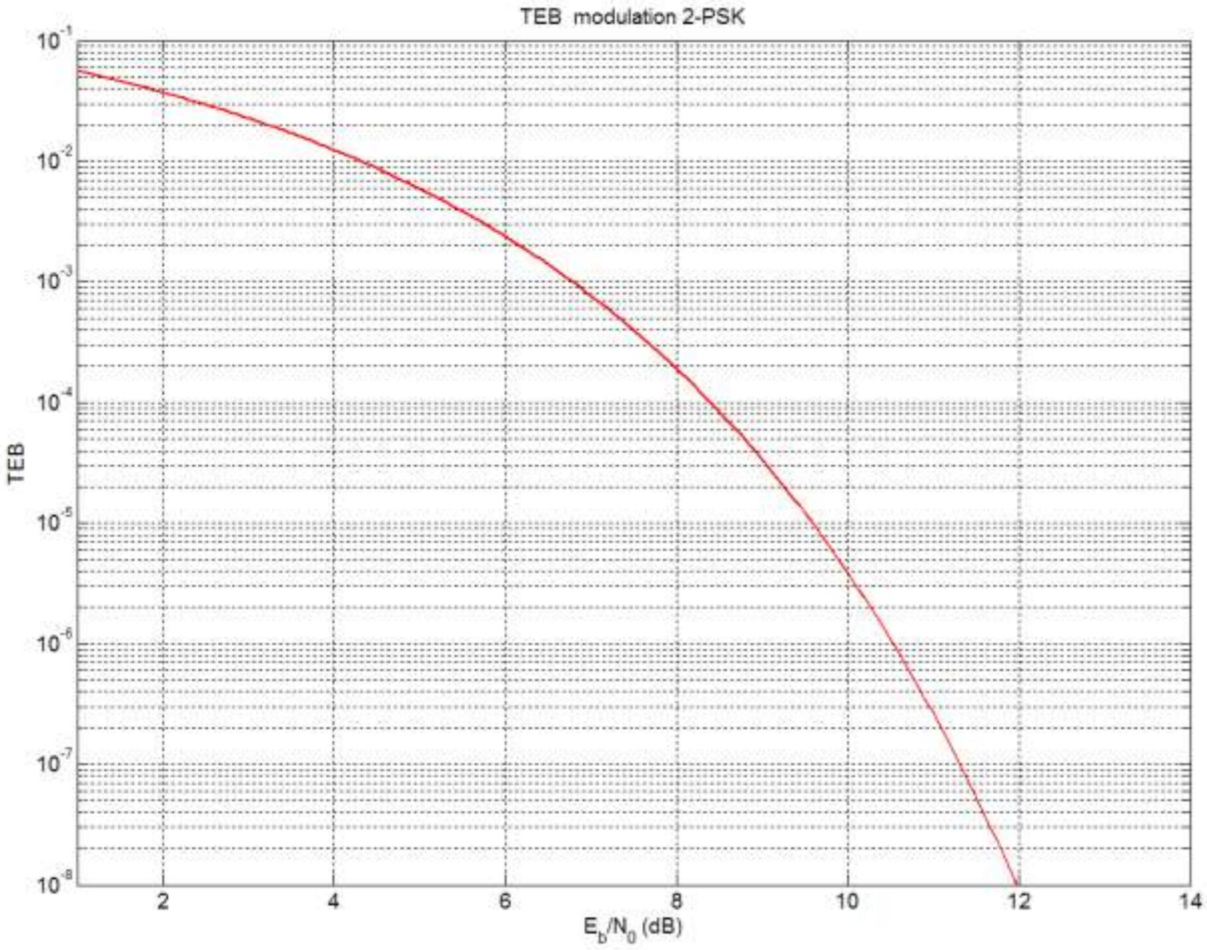
FSK: $E_b = \dfrac{A^2 T_b}{2}$

ASK: $E_b = \dfrac{A^2 T_b}{4}$

PSK: $E_b = \dfrac{A^2 T_b}{2}$

Pour comparer deux modulations num. on suppose une même E_b (moy)…

MDP-2 : BER


TEB modulation 2-PSK
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
TEB
2
4
6
8
10
12
14
E_b/N_0 (dB)

- **Modulation MDP-4 (modulation par déplacement de phase à 4 états) ou QPSK**

$$s(t)=\sum_k\left[A\cos\left(\omega_p t+\Phi_k\right)h\left(t-kT_s\right)\right] \qquad \Phi_k \in\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right\}$$

Soit, en décomposant le signal selon les voies I et Q :

$$s(t)=\left[\sum_k h\left(t-kT_s\right)\cos\Phi_k\right]A\cos\left(\omega_p t\right)-\left[\sum_k h\left(t-kT_s\right)\sin\Phi_k\right]A\sin\left(\omega_p t\right)$$

En posant $a_k = \cos\Phi_k$ et $b_k = \sin\Phi_k$

$$s(t)=\left[\sum_k h\left(t-kT_s\right)a_k\right]A\cos\left(\omega_p t\right)-\left[\sum_k h\left(t-kT_s\right)b_k\right]A\sin\left(\omega_p t\right)$$

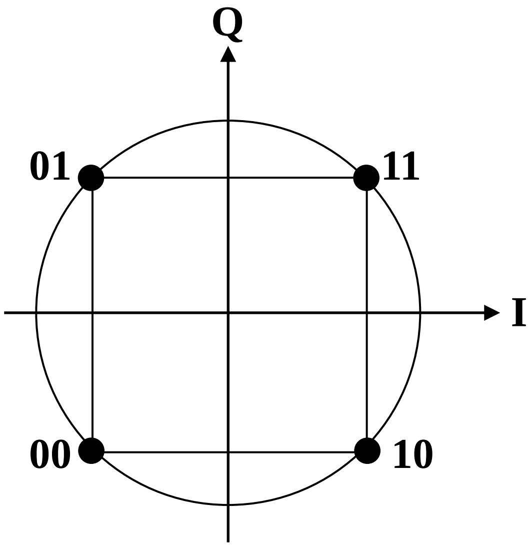
La QPSK est la modulation de deux porteuses en quadrature par deux signaux en bande de base i(t) et q(t).

$$i(t)=\sum_k h\left(t-kT_s\right)a_k$$

$$q(t)=\sum_k h\left(t-kT_s\right)b_k$$

QPSK : *constellation*

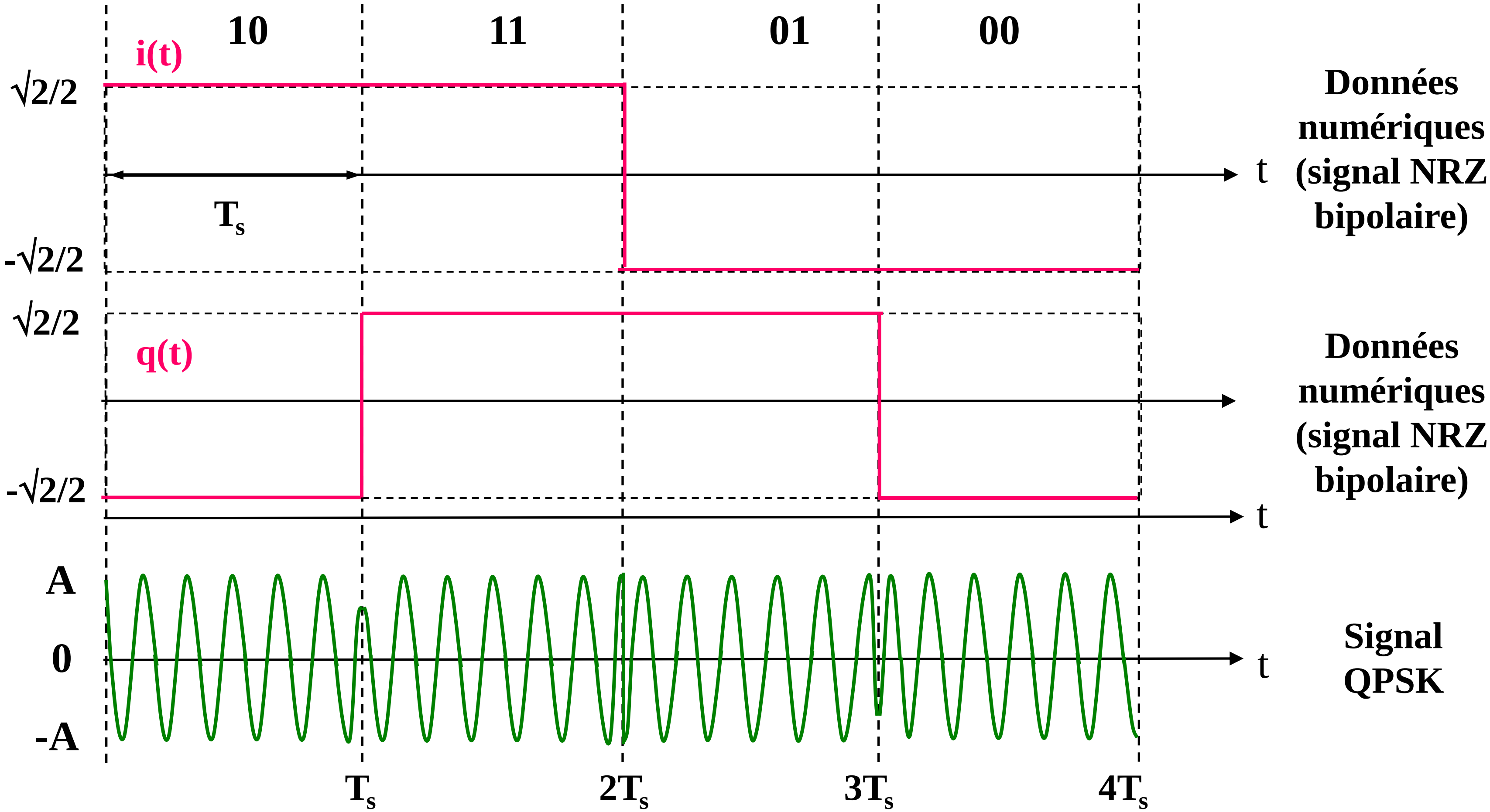
	a_k	b_k	Φ
11	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	$\pi/4$
01	$-\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	$3\pi/4$
00	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$5\pi/4$
10	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$7\pi/4$



D'après le tableau qui précède i(t) et q(t) sont deux signaux NRZ bipolaires...

D'après la constellation, les sauts de phase d'un symbole à l'autre peuvent être de $\pm \pi/2$ et $\pm \pi$.

QPSK : signal temporel

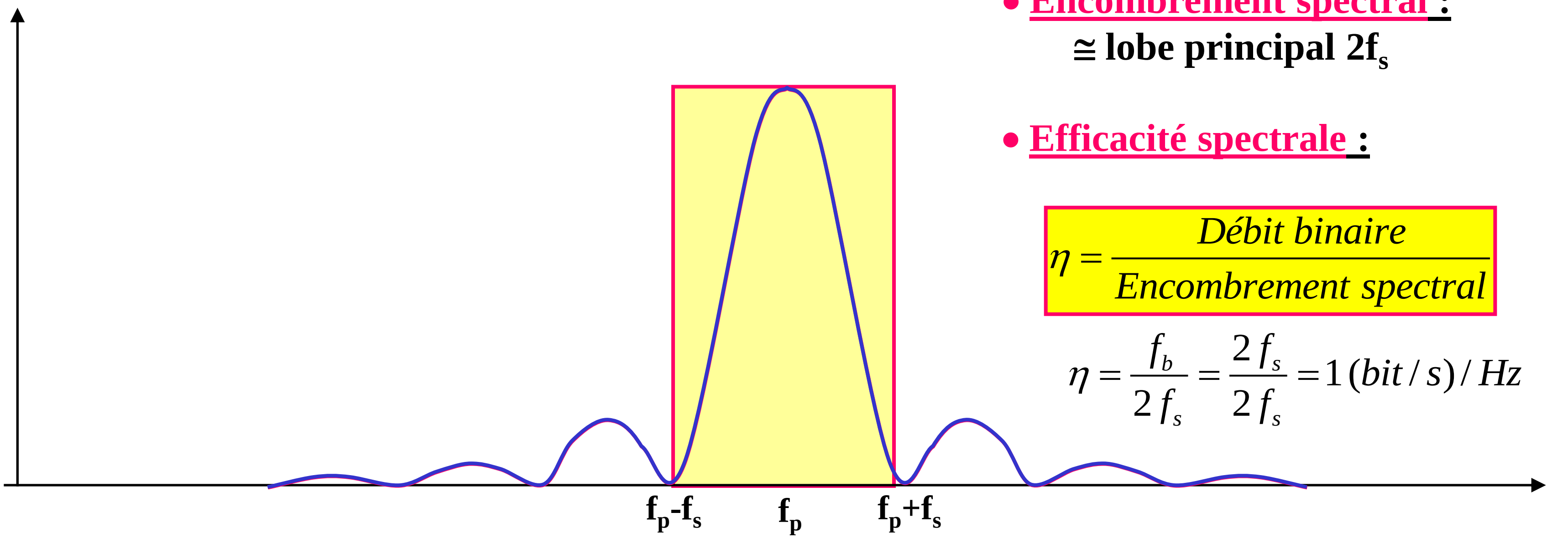


Les sauts de phase d'un symbole à l'autre peuvent être de $\pm\pi/2$ et π

QPSK : spectre

On peut considérer la QPSK comme la superposition de 2 ASK de deux porteuses en quadrature par deux signaux en bande de base de débit $1/T_s$

Les données sur les voies I et Q étant décorrélées le spectre de la PSK est la superposition des deux spectres ASK à la même fréquence …



- **Encombrement spectral :** $\cong$ lobe principal $2f_s$
- **Efficacité spectrale :**

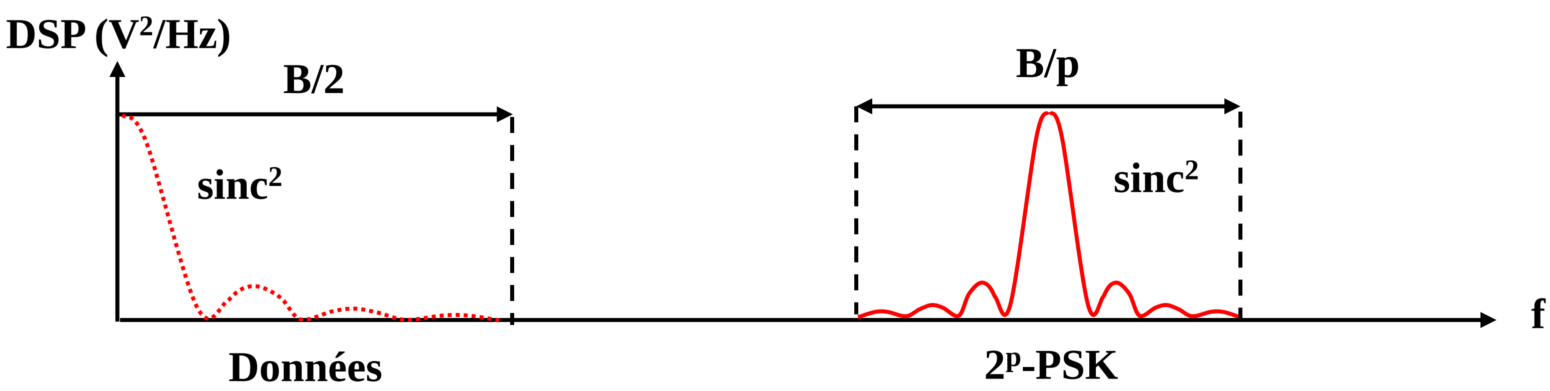
$$\boxed{\eta = \frac{\text{Débit binaire}}{\text{Encombrement spectral}}}$$

$$\eta = \frac{f_b}{2f_s} = \frac{2f_s}{2f_s} = 1\,(bit/s)/Hz$$

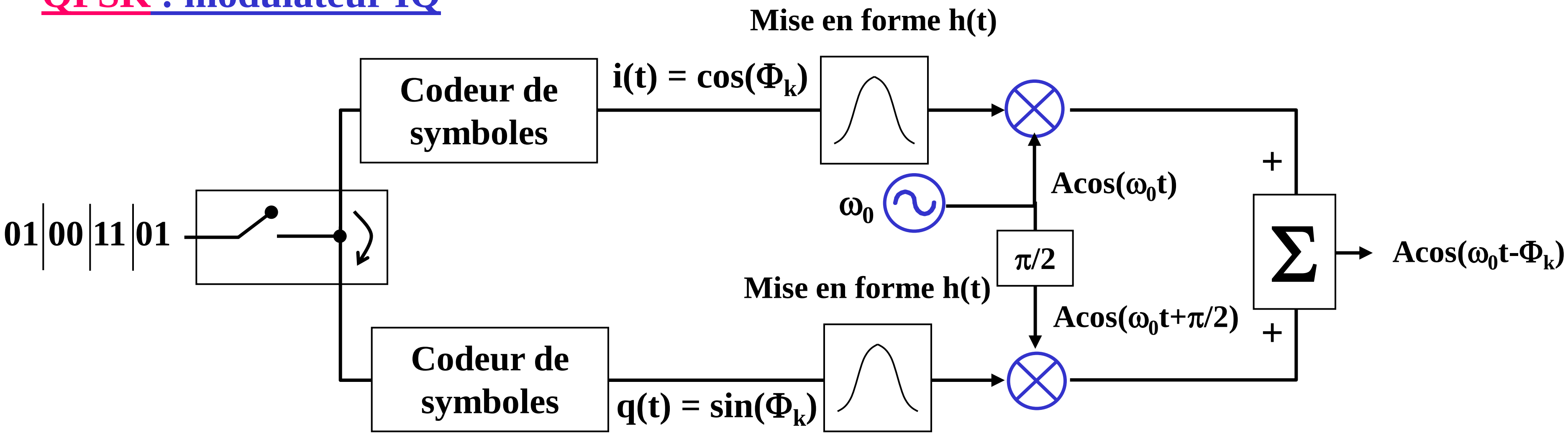
Remarque : Spectre d'une M-PSK

D'une manière générale le spectre d'une M-PSK ne dépend pas du nombre n de bits transmis par un symbole.

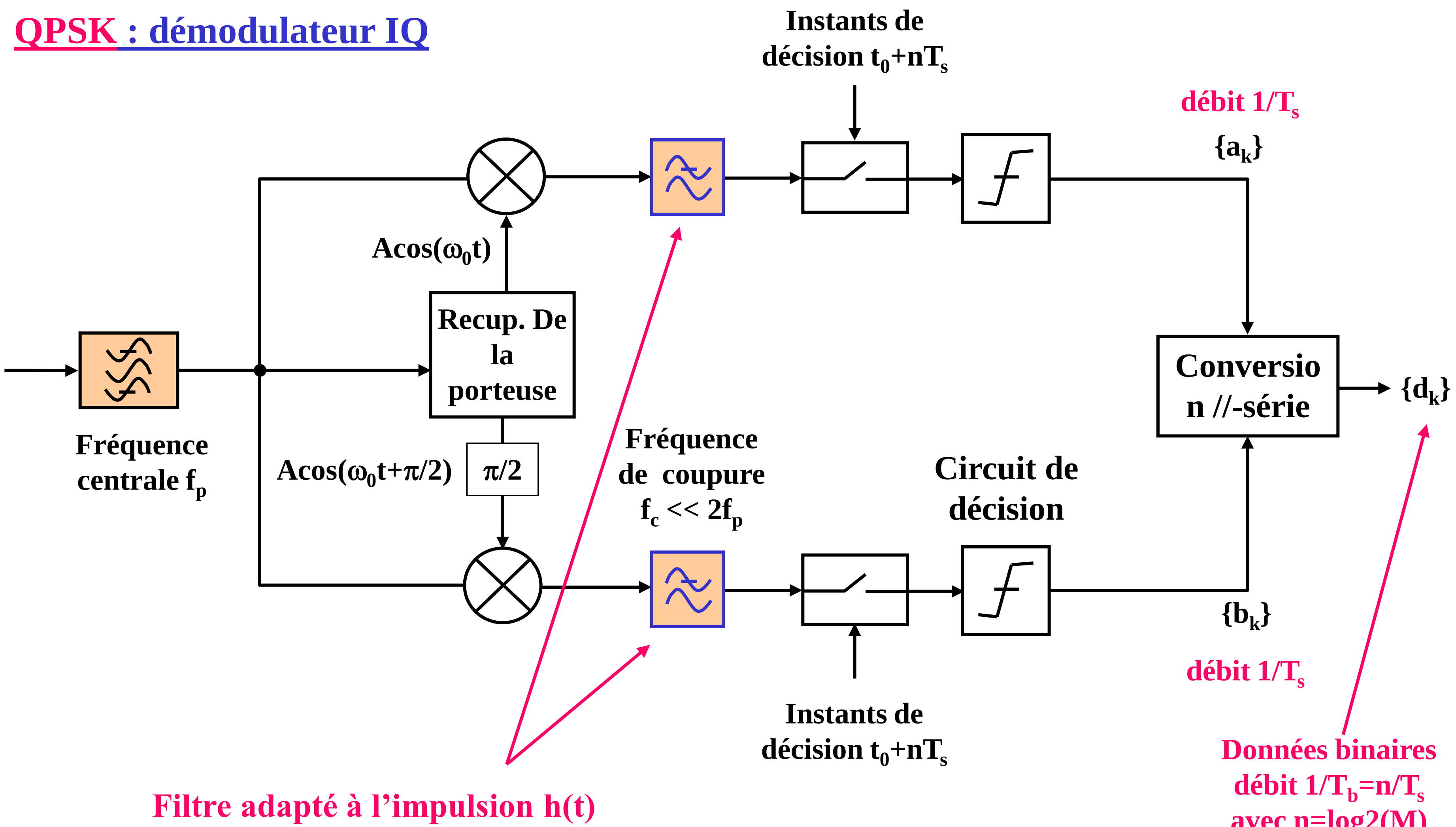
Si on se place à T_s fixé, l'efficacité spectrale (bit/s)/Hz d'une modulation M-PSK est n fois ($m = 2^n$) celle d'une modulation 2-PSK.



QPSK : modulateur IQ

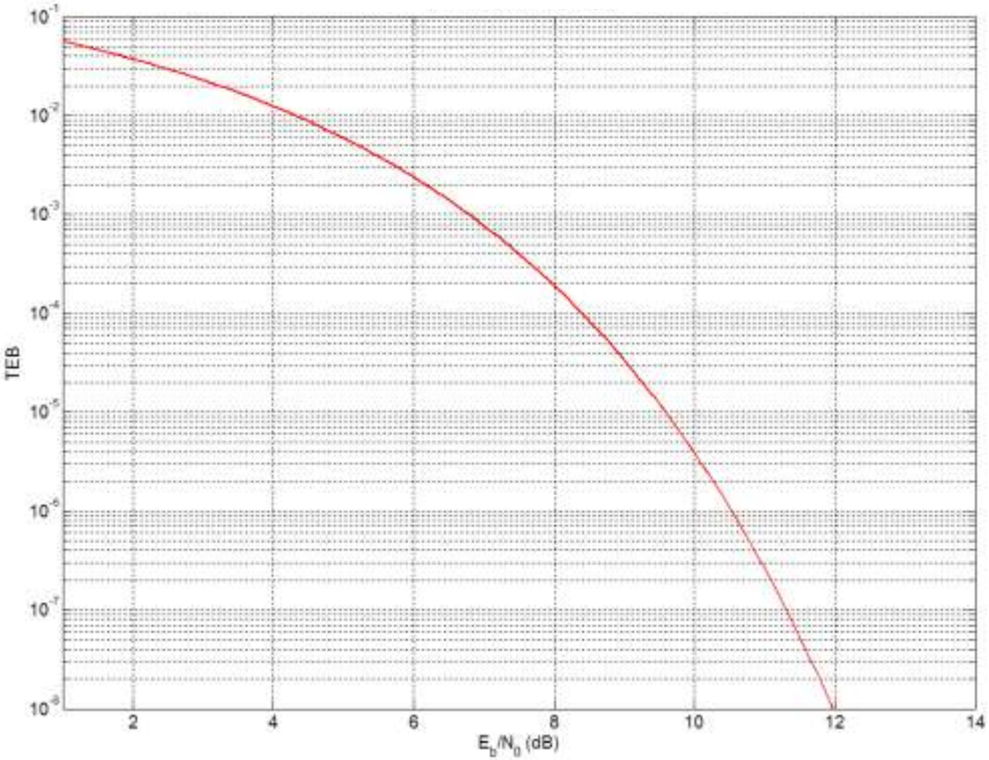


QPSK : démodulateur IQ



QPSK : BER $$\boxed{P_{eb} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)}$$ **comme MDP2…**

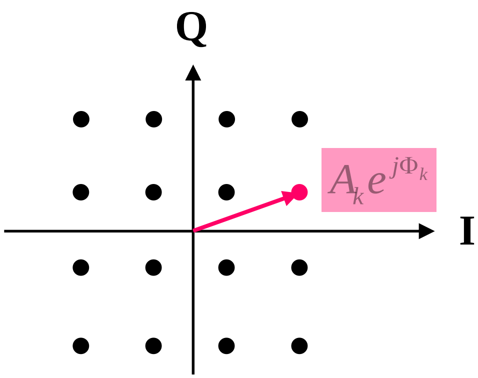
Où E_b est l'ε moyenne par bit $E_b = \frac{A^2 T_b}{2}$ **A= amplitude des sinusoïdes f_p**



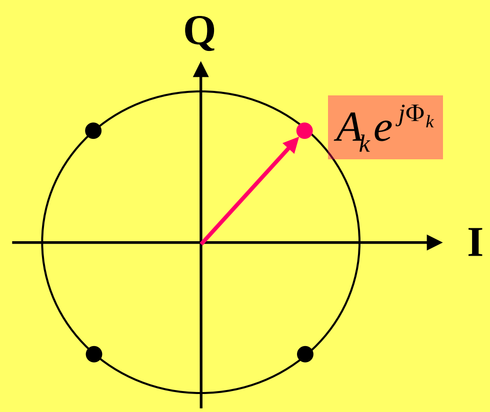
Modulation MAQ-M : *Modulation d'amplitude en quadrature à M états.*

Signal modulé $$s(t) = A\sum_k \left[a_k \cos 2\pi f_0 t + b_k \sin 2\pi f_0 t\right] h(t)$$

Point de la constellation $$A_k e^{j\Phi_k} \quad avec \quad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad et \quad \Phi_k = \text{atan}\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$$



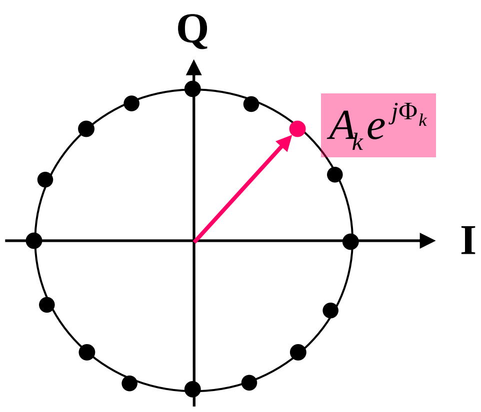
Constellation d'une MAQ 16



Constellation d'une MDP-4

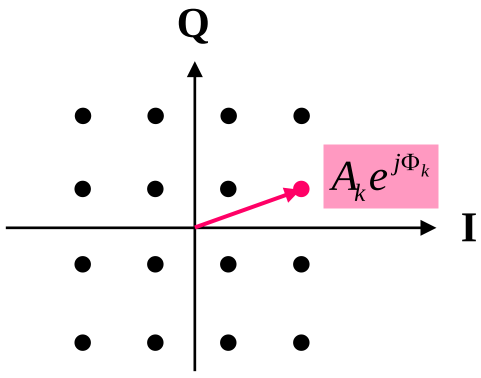
Remarque : les modulations PSK vues précédemment, peuvent être considérées, et réalisées, comme la modulation de deux porteuses I (en phase) et Q (en quadrature) par des symboles a_k et b_k respectivement. Pour une PSK le module $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = C^{te}$.

<u>Remarque :</u> En augmentant la valence d'une PSK on rapproche les points de la constellation et on augmente le risque d'erreur (sauf à d'augmenter le rayon $A = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ cad l'ε moyenne par bit E_b).



Constellation d'une 16-PSK

Une MAQ aux points uniformément répartis dans le plan de Fresnel est préférable.



Constellation d'une MAQ 16

$$s(t)=\left[\sum_k h(t-kT_s)a_k\right]A\cos(\omega_p t)-\left[\sum_k h(t-kT_s)b_k\right]A\sin(\omega_p t)$$

$$\left.\begin{aligned} i(t)&=\sum_k h(t-kT_s)a_k \\ q(t)&=\sum_k h(t-kT_s)b_k \end{aligned}\right\}$$

Signaux en bande de base de DSP (cf. cours plus haut…)

$$\gamma_i(f)=\gamma_q(f)=\frac{\sigma^2}{T_s}\left|H(f)\right|^2$$

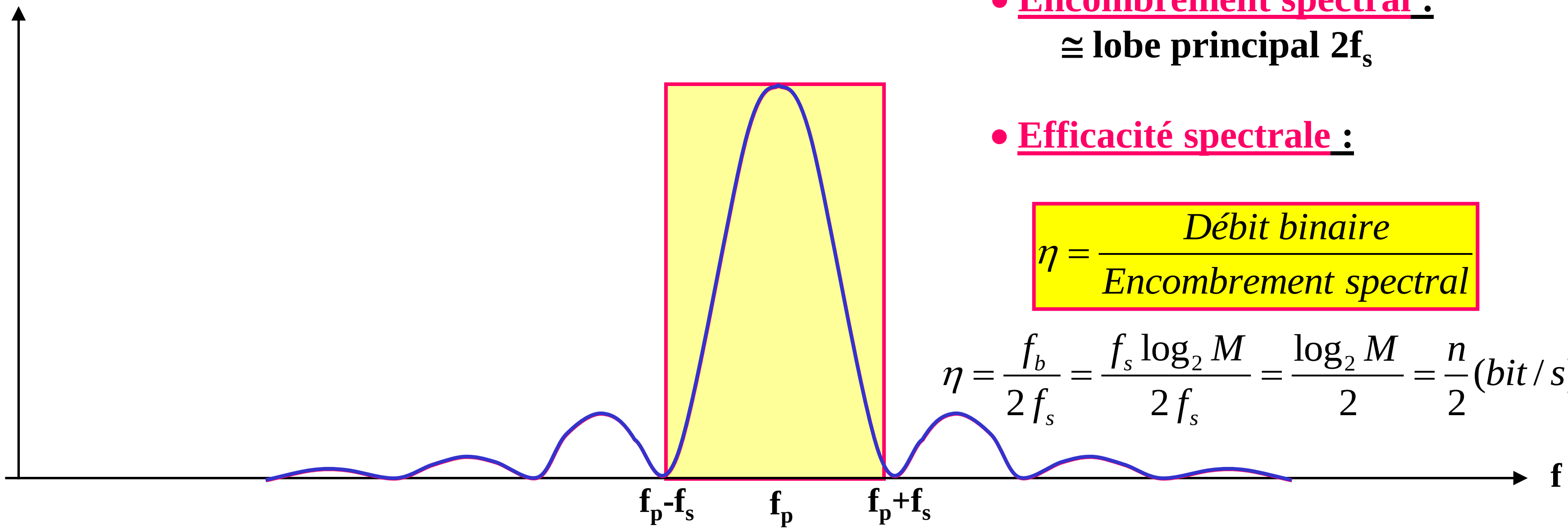
Avec ➔ H(f) TF de la forme d'onde h(t)

➔ σ = E[a_k]= E[b_k]

Les données sur les voies I et Q étant décorrélées, le spectre d'une MAQ est obtenu par la superposition des transposées autour de f_p des spectres des voies I et Q …

$$\gamma_s(f)=\gamma_i(f)=\gamma_q(f)=\frac{A^2T_s^2\sigma^2}{2T_s}\left[\left|H(f-f_p)\right|^2+\left|H(f+f_p)\right|^2\right]$$

MAQ : spectre **En supposant des impulsions de type NRZ…**



- **Encombrement spectral :**
  ≅ lobe principal $2f_s$

- **Efficacité spectrale :**

$$\boxed{\eta = \frac{\textit{Débit binaire}}{\textit{Encombrement spectral}}}$$

$$\eta = \frac{f_b}{2f_s} = \frac{f_s \log_2 M}{2f_s} = \frac{\log_2 M}{2} = \frac{n}{2}(bit/s)/Hz$$

• **Modulation et démodulation MAQ**

Même structure que pour la PSK…

• **BER MAQ-M**

"On" montre que

$$\boxed{P_{eb} = \frac{2}{\log_2 M}\left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}}\right) erfc\left(\sqrt{\frac{3\log_2 M}{2(M-1)}\frac{E_b}{N_0}}\right)}$$

Plus la valence ↑ plus le BER ↑ ; il faut donc ↑ le niveau de signal pour garantir un certain BER.

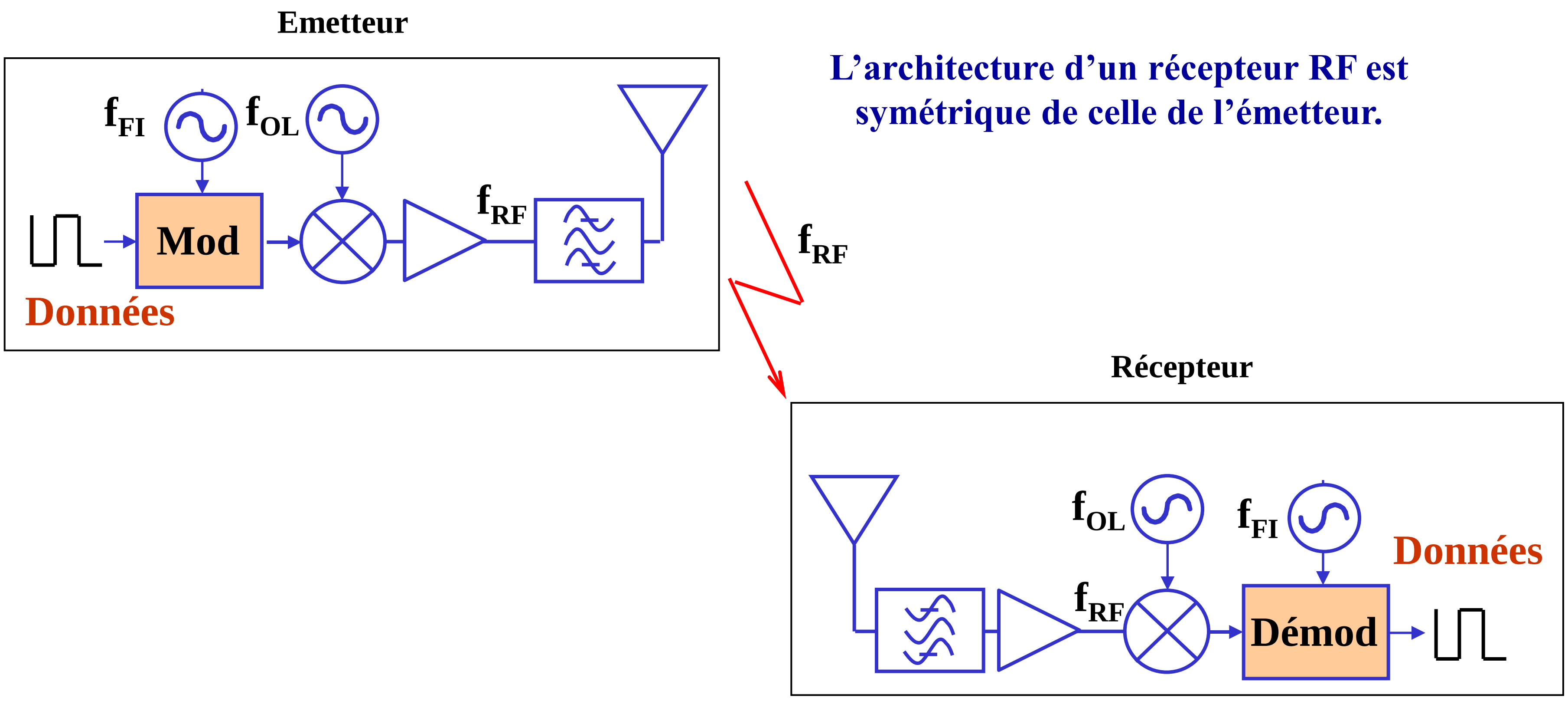
Conclusion

ASK et PSK sont des modulations linéaires qui peuvent être réalisées au moyen de modulateurs IQ…
La FSK est une modulation non linéaire qui présente le désavantage d'une large occupation spectrale (2 porteuses).

Désormais ce sont le MAQ qui sont utilisées par exemple l'ADSL : MAQ-1024 (=2^{10}, codage sur 10 bits) avec un débit de 16-20 Mbit/s ; le VDSL MAQ-32768 (=2^{15}, codage sur 15 bits) avec un débit de 56 Mbit/s …

Architecture d'un récepteur RF

L'architecture d'un récepteur RF est symétrique de celle de l'émetteur.



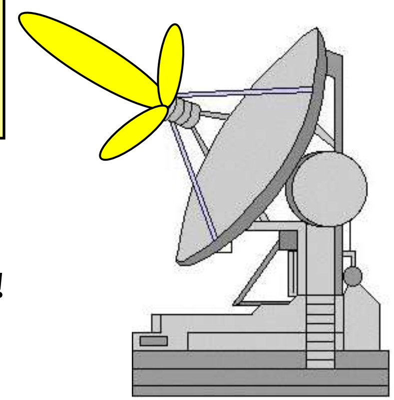
Exemple bilan d’une liaison satellite

d

Rapport signal sur bruit en réception

$$\frac{S}{N} = \frac{P_e G_e A_{el} G_r}{kTB}$$

Antenne directive



$$A_{el} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

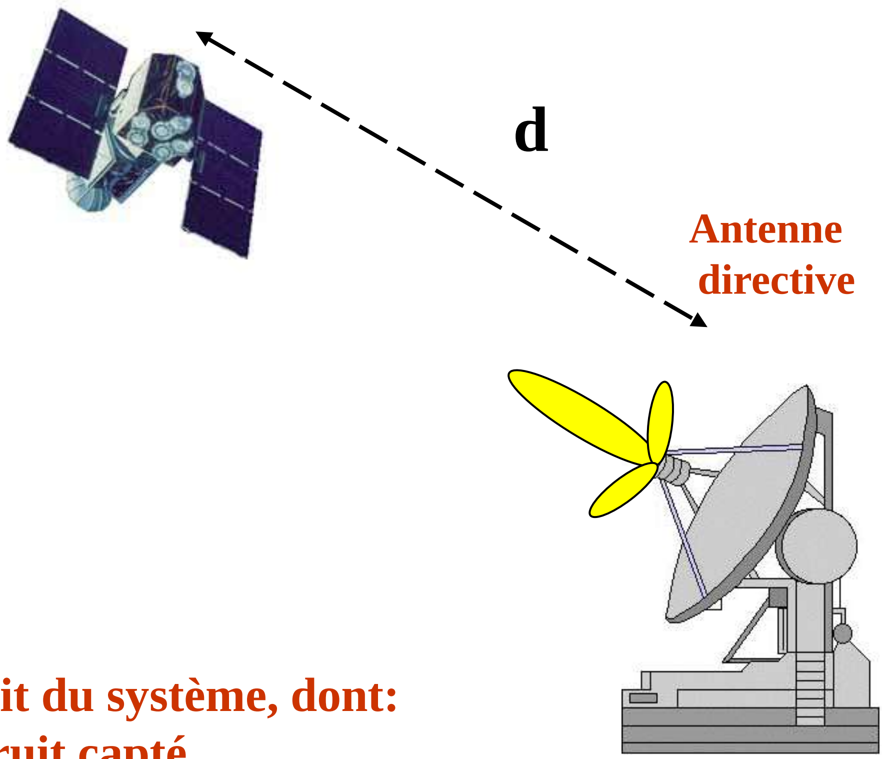
!!! Gain !!!

➢ **Signal reçu** $S = P_e G_e A_{el} G_r$

Pe : puissance émise
Ge : gain de l’antenne d’émission
Ael : atténuation en espace libre
Gr : gain de l’antenne de réception

On pourrait aussi multiplier le signal reçu par l’atténuation atmosphérique à la fréquence utilisée

Exemple bilan d'une liaison satellite



Rapport signal sur bruit en réception

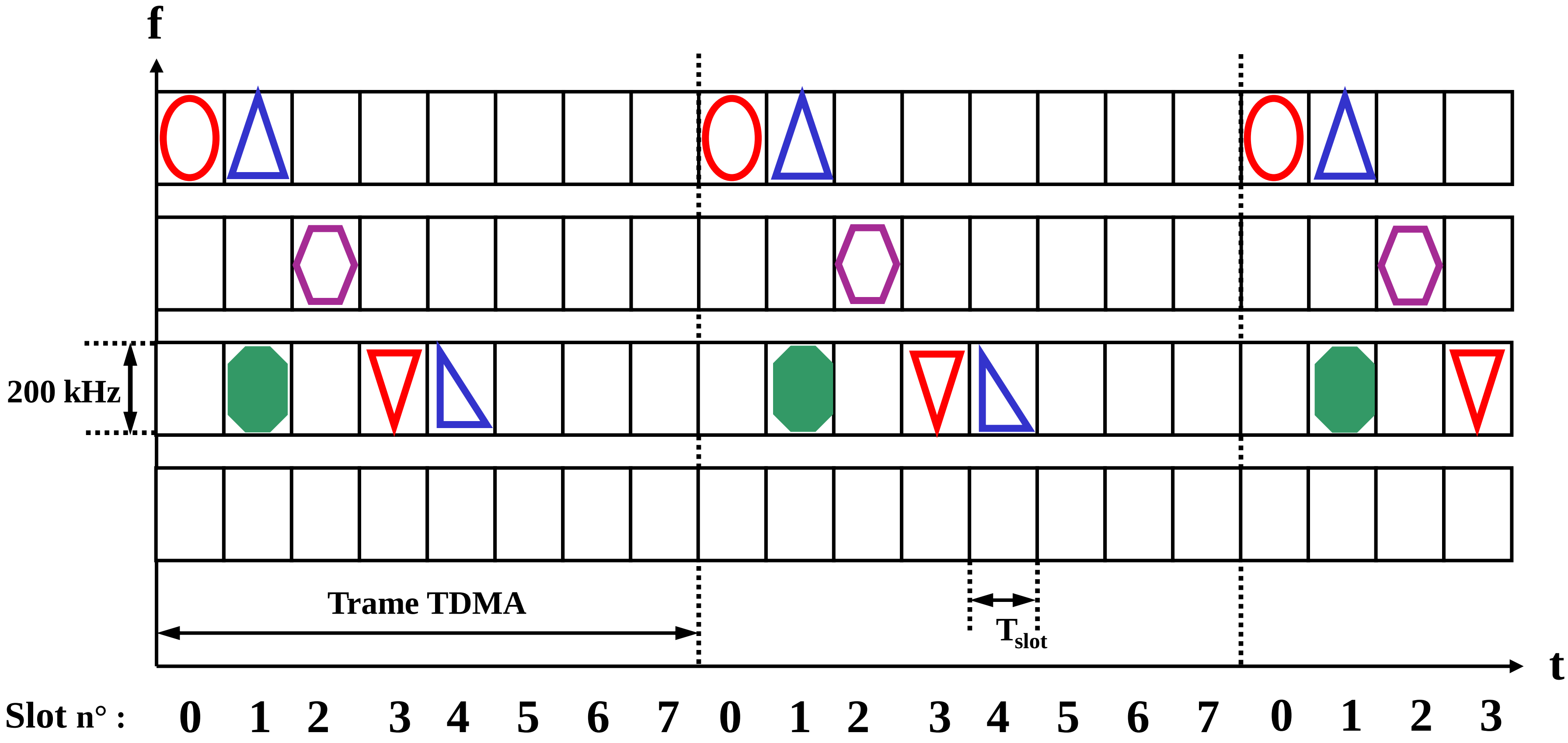
$$\frac{S}{N} = \frac{P_e G_e A_{el} G_r}{kTB}$$

➢ **Bruit reçu** $N = kTB$

$$T = T_a + T_r$$

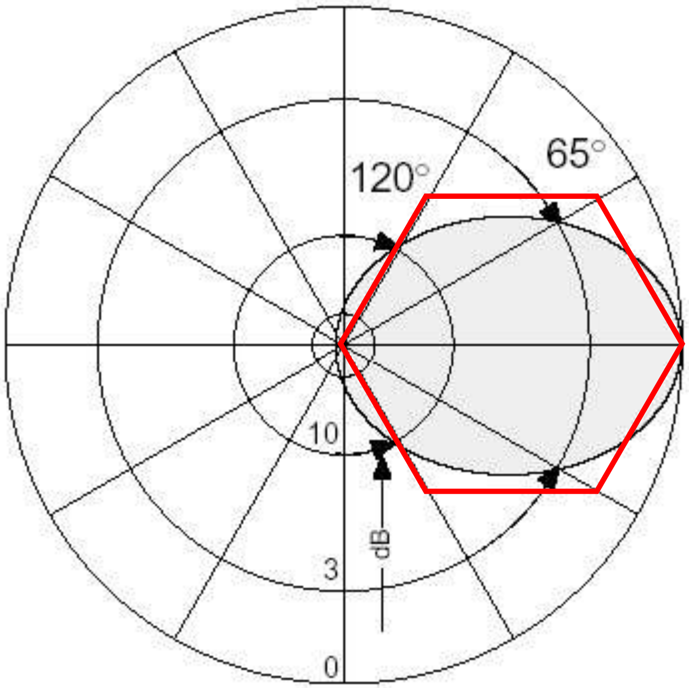
B : bande passante du système
T : température équivalente de bruit du système, dont:
Ta : Température équivalente du bruit capté
par l'antenne (galactique, environnement)
Tr : Température équivalente de bruit produit
par le récepteur

T_{slot} = 0,5769 ms T_{TDMA} = 4,562 ms = 8 T_{slot}

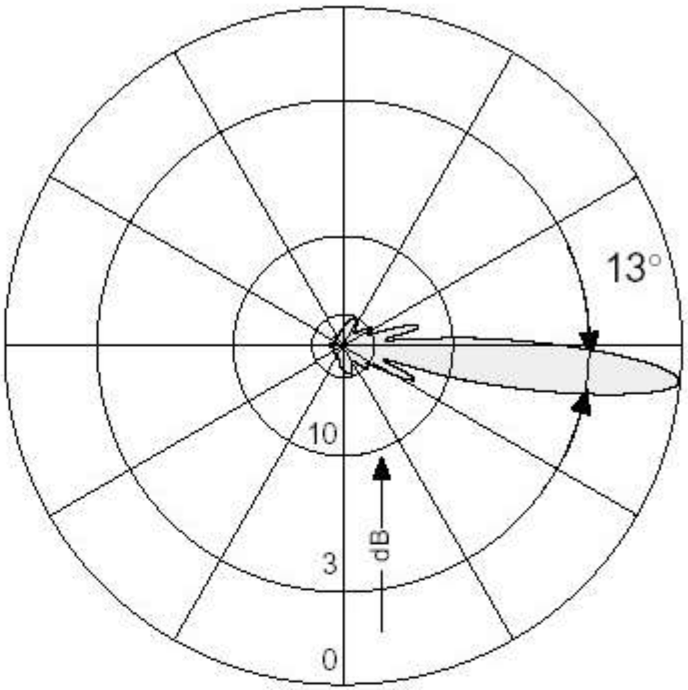


VPol Panel 806–960 65° 15.5dBi 6°T

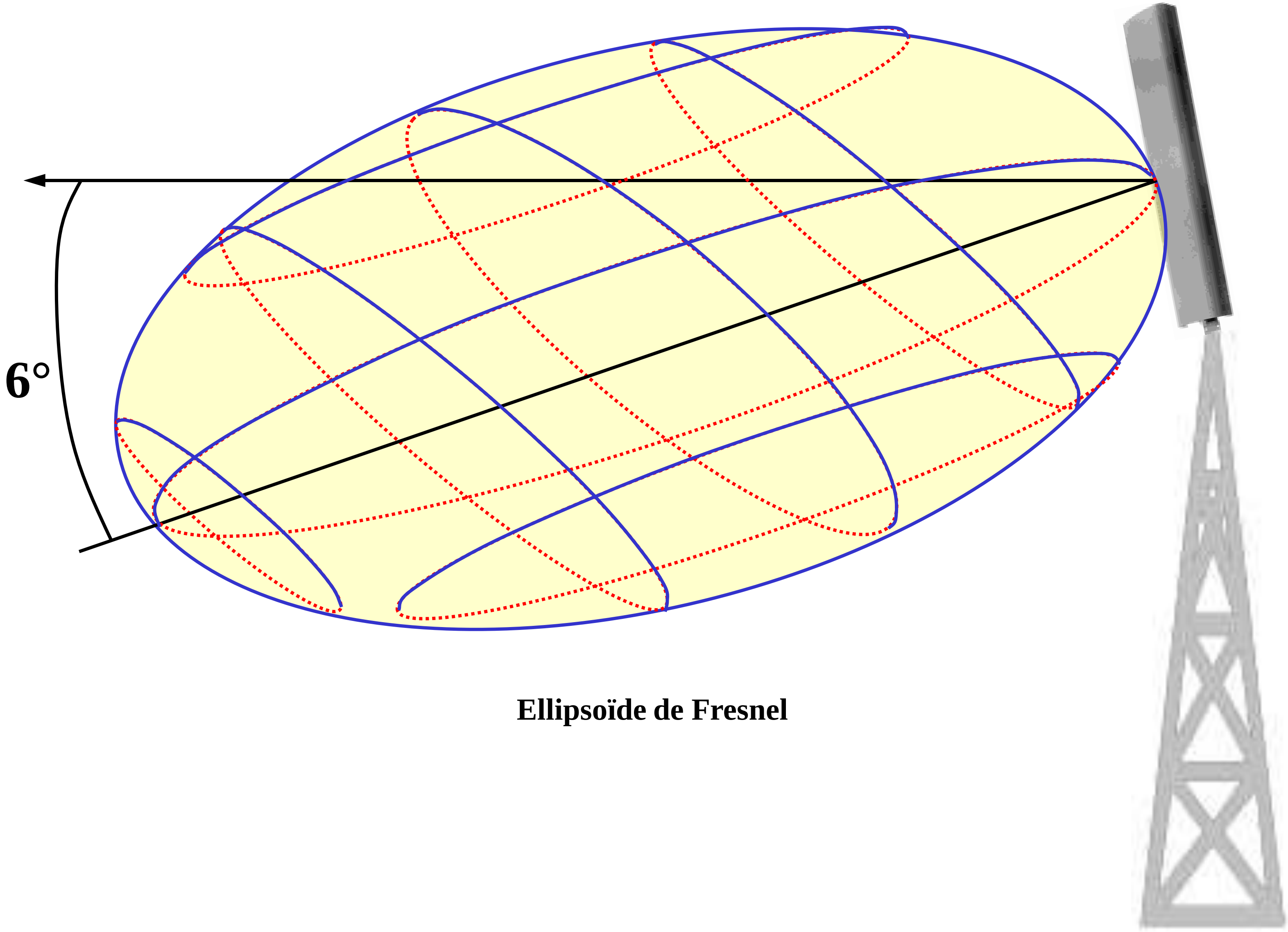
Type No.	**732 691**
Frequency range	806 – 960 MHz
Polarization	Vertical
Gain	15.5 dBi
Half-power beam width	H-plane: 65° E-plane: 13°
Electrical downtilt	6°, fixed
Front-to-back ratio	> 25 dB
Impedance	50 Ω
VSWR	< 1.3
Intermodulation IM3 (2 x 43 dBm carrier)	< –150 dBc
Max. power	500 W (at 50 °C ambient temperature)



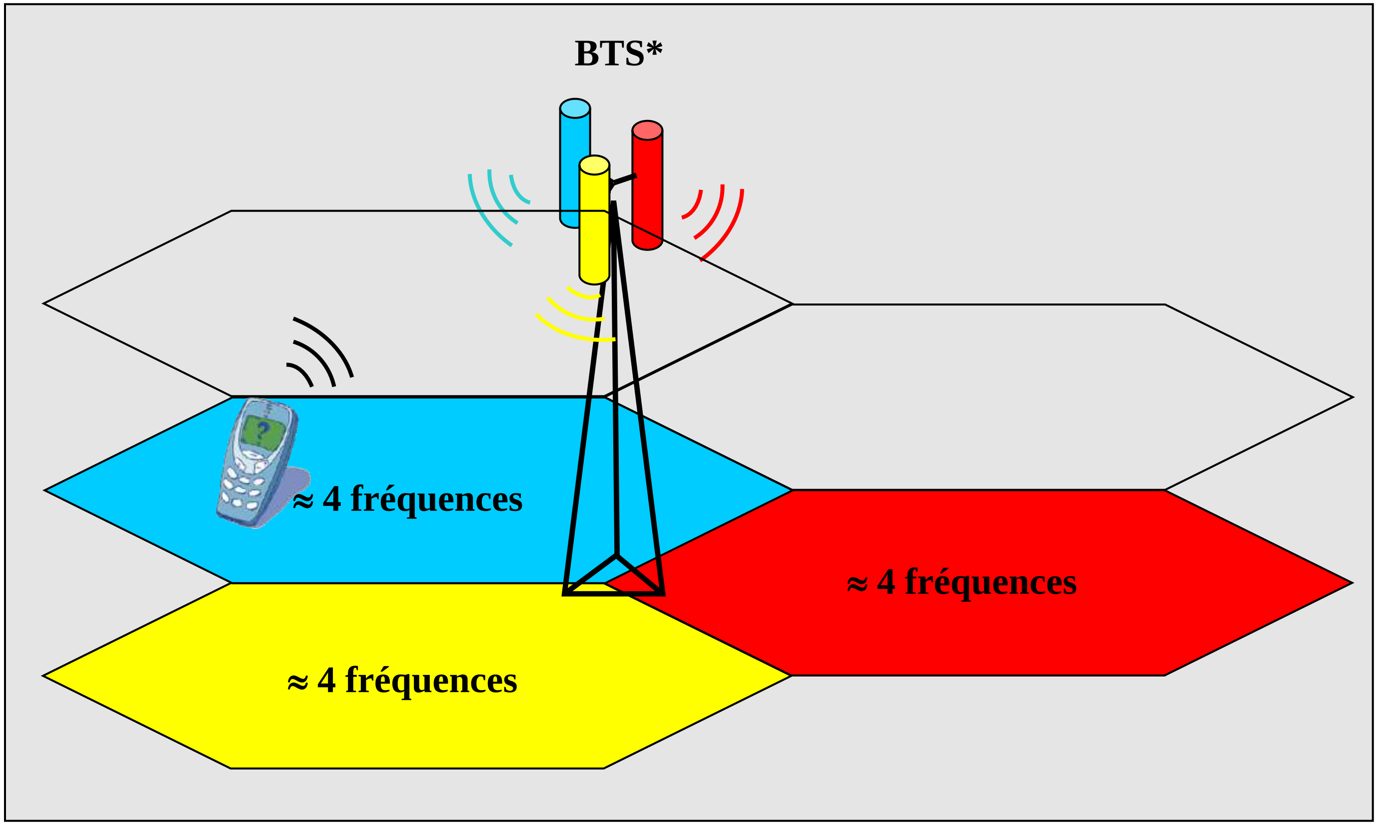
Horizontal Pattern



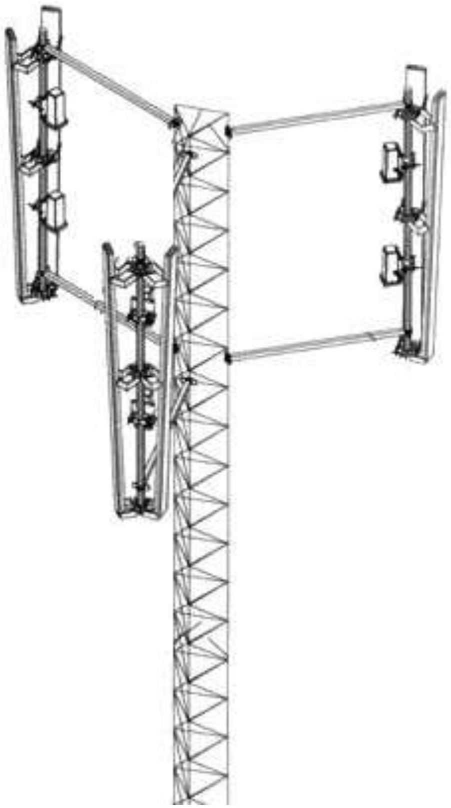
Vertical Pattern
6° electrical downtilt



Ellipsoïde de Fresnel

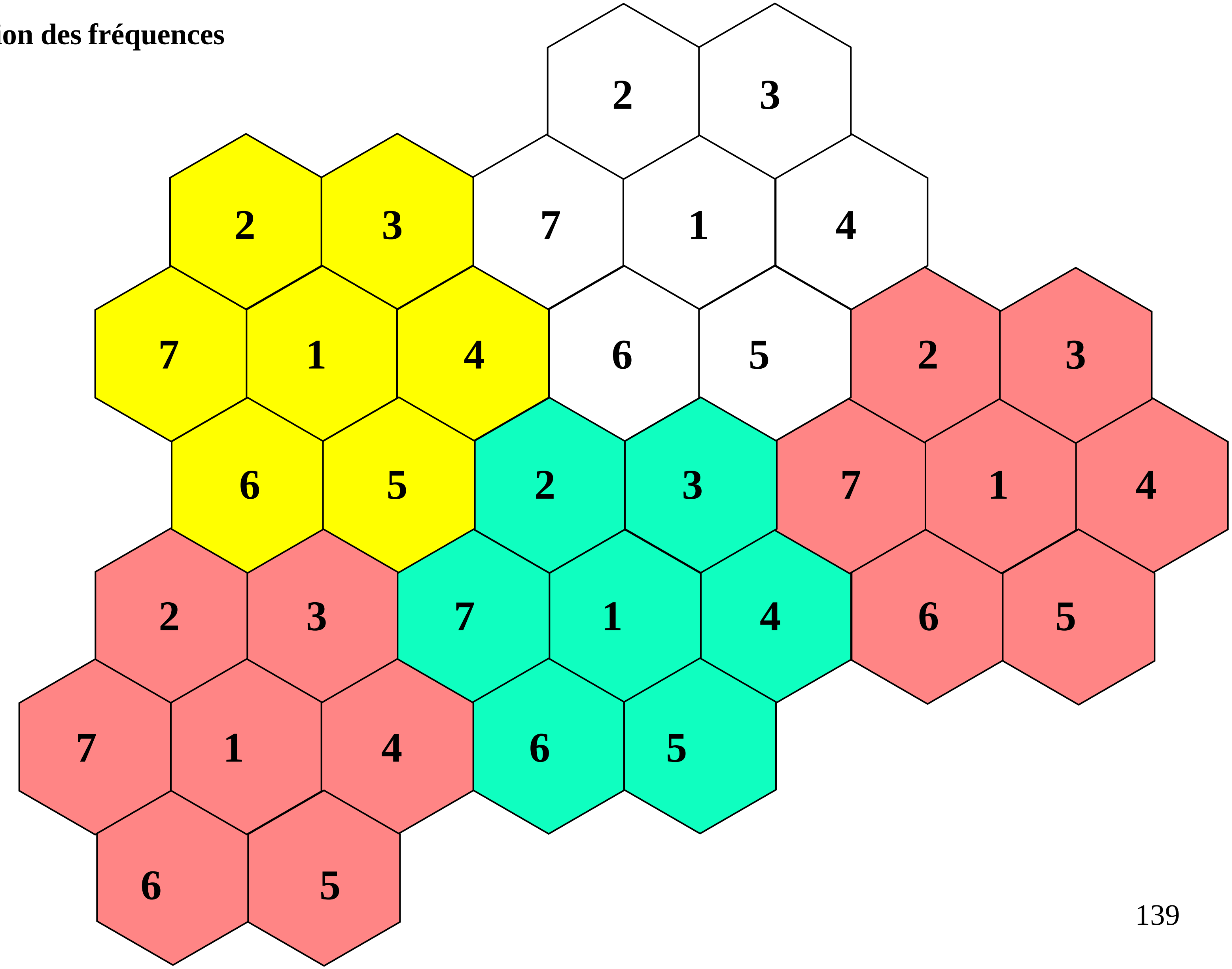


* BTS : Base Station Transceiver (Tx/Rx cad émetteur/récepteur)



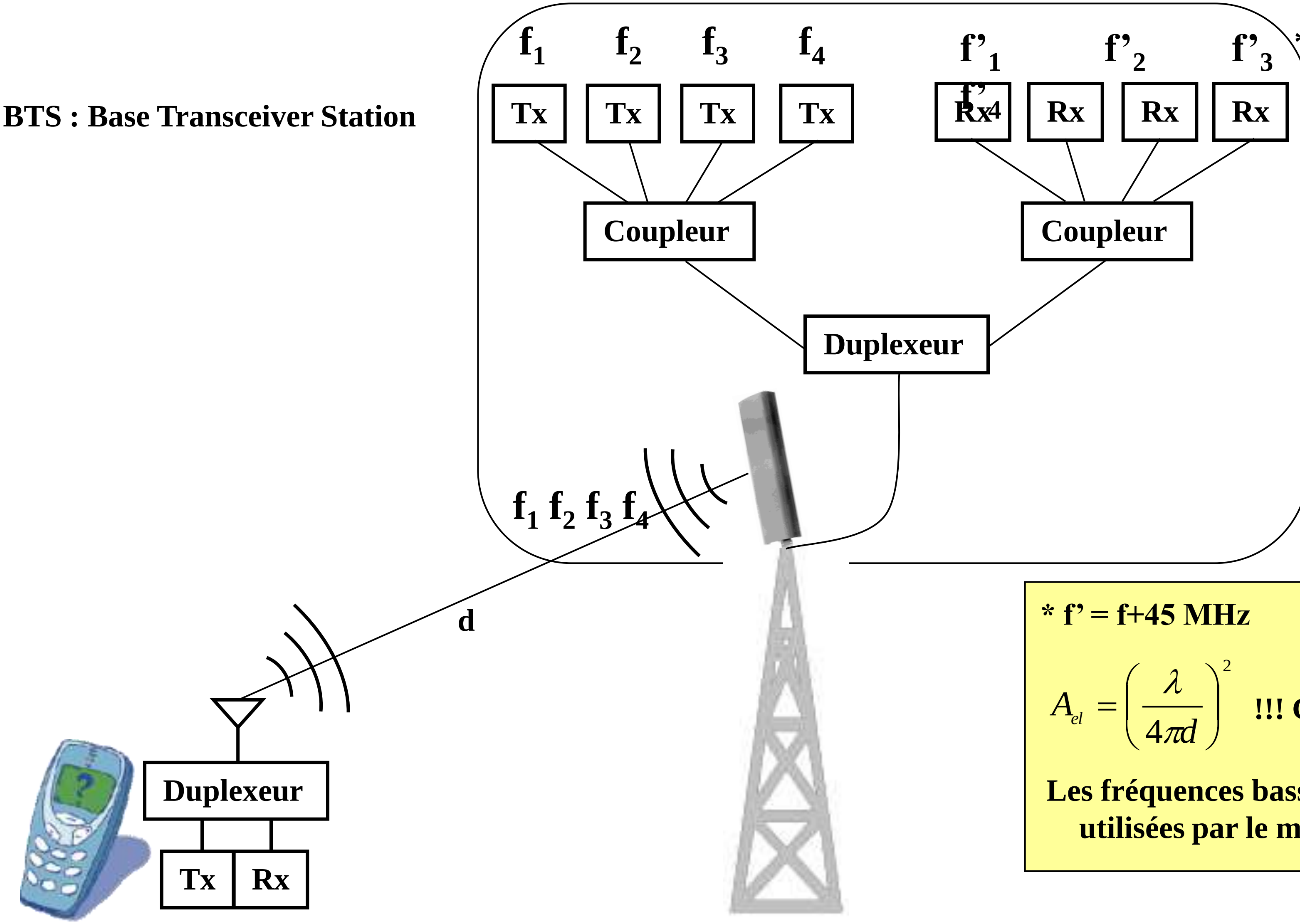
BTS* comportant
3*2=6 antennes
(diversité d'antennes)

Réutilisation des fréquences



➢ Exemple de système « HF » GSM-DCS — Synoptique d’une BTS

BTS : Base Transceiver Station



*** f’ = f+45 MHz**

$$A_{el} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2$$ **!!! Gain !!!**

Les fréquences basses sont utilisées par le mobile

Source : Réseaux GSM-DCS, p 148
Lagrange, Godlewski, Tabbane
Editions Hermes

Sens de la liaison	Montante	Descendante	
Partie réception	BTS	MS	
Sensibilité	– 104 dBm	– 102 dBm	C
Marge de protection (cf. 6.5.2.4)	3 dB	3 dB	D
Perte totale câble et connecteur	4 dB	0 dB	E
Gain d'antenne	12 dBi	0 dBi	F
Marge de masque (90 % de la surface)	5 dB	5 dB	G
Puissance médiane nécessaire	– 104 dBm	– 94 dBm	H=C+D+E–F+G
Partie émission	MS	BTS	
Puissance d'émission (classes 2 et 7)	33 dBm	38 dBm	I
Perte de couplage + isolateurs	0 dB	3 dB	K
Perte totale câbles et connecteurs	0 dB	4 dB	L
Gain d'antenne	0 dBi	12 dBi	M
PIRE	33 dBm	43 dBm	N=I–K–L+M
Bilan de liaison			
Affaiblissement maximal	137 dB	137 dB	O=N-H
Perte due au corps humain	3 dB	3 dB	P
Affaiblissement de parcours	134 dB	134 dB	O-P
Portée en extérieure	2 km		
Portée intérieure (marge de 15 dB)	0,7 km		

On considère un câble de perte 2 dB/100m d'une longueur de 120 mètres dans la station de base, un mobile de puissance 2W.
La portée est calculée sur la valeur O–P en considérant la loi d'Okumura Hata pour une zone urbaine (figure 6.4).
D'après [GSM 03.30 Annexe A.1].

Figure 6.6. *Exemple de bilan de liaison pour GSM 900*

➢ Exemple de système « HF » GSM-DCS

Bilan de liaison

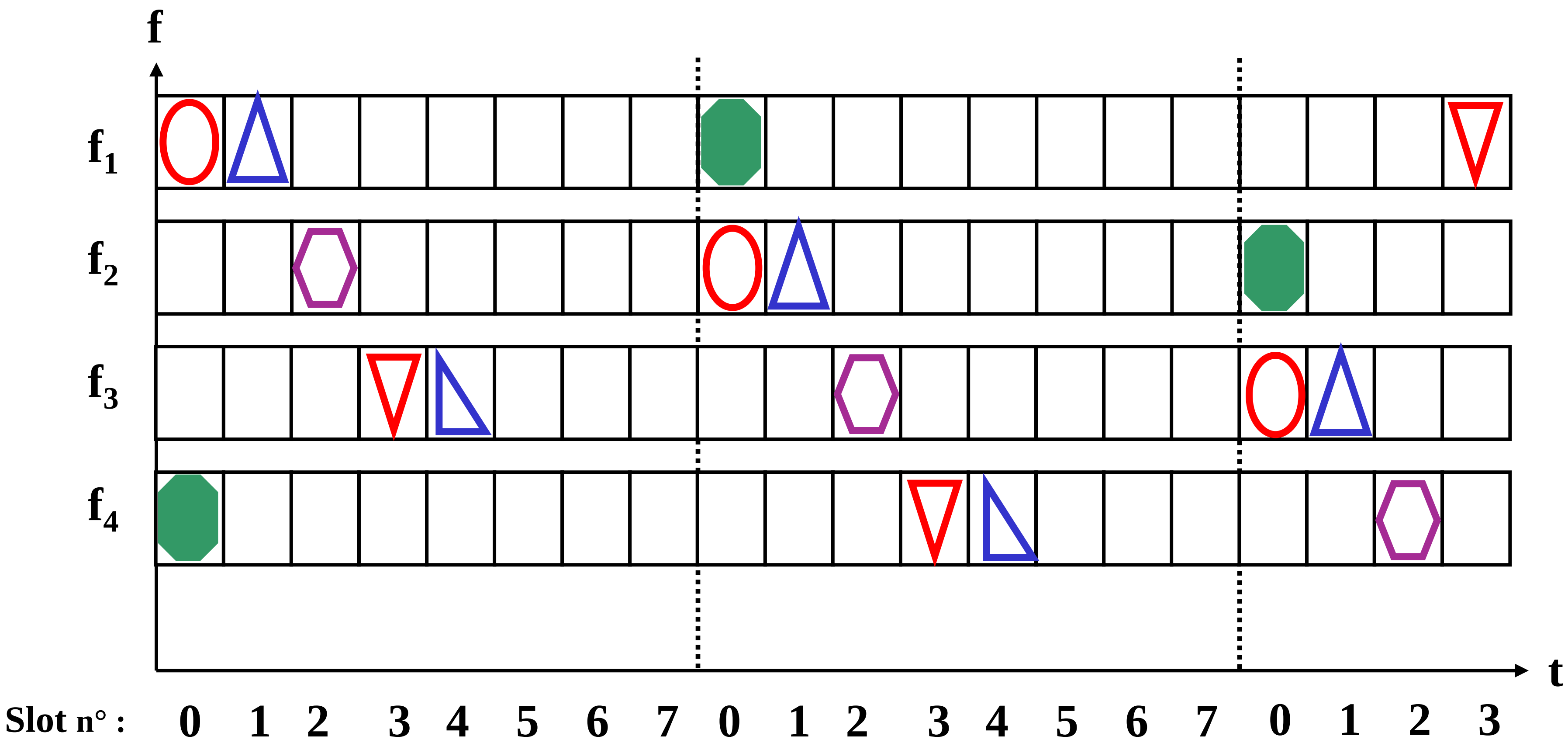
Source : Réseaux GSM-DCS, p 149
Lagrange, Godlewski, Tabbane
Editions Hermes

Sens de la liaison	Montante	Descendante	
Partie réception	BTS	MS	
Sensibilité	– 104 dBm	– 102 dBm	C
Marge de protection (cf. 6.5.2.4)	3 dB	3 dB	D
Perte totale câble et connecteur	2 dB	0 dB	E
Gain d'antenne	18 dBi	0 dBi	F
Gain de diversité	5 dB	0 dB	F'
Marge de masque (90 % de la surface)	6 dB	6 dB	G
Puissance médiane nécessaire	– 116 dBm	– 91 dBm	H=C+D+E–F–F'+G
Partie émission	MS	BTS	
Puissance d'émission (classes 1 et 2)	30 dBm	42 dBm	I
Perte de couplage + isolateurs	0 dB	3 dB	K
Perte totale câbles et connecteurs	0 dB	2 dB	L
Gain d'antenne	0 dBi	18 dBi	M
PIRE	30 dBm	55 dBm	N=I–K–L+M
Bilan de liaison			
Affaiblissement maximal	146 dB	146 dB	O=N-H
Perte due au corps humain	3 dB	3 dB	P
Affaiblissement de parcours	143 dB	143 dB	O-P
Portée en extérieure	2 km		
Portée intérieure (marge de 15 dB)	0,7 km		

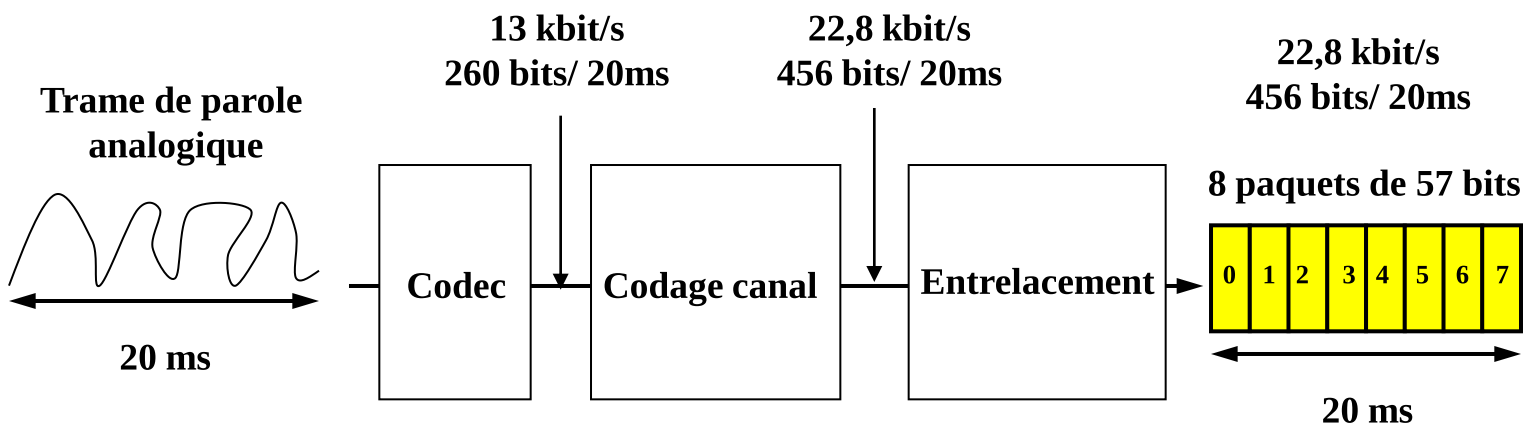
On considère un mobile de puissance 1W.
La portée est calculée en considérant la loi d'Hata pour une zone urbaine.
Noter l'utilisation de la diversité dans la station de base et l'utilisation d'antennes à fort gain pour supporter des affaiblissements plus importants que pour le bilan de liaison GSM 900 (ces techniques peuvent être aussi employées pour GSM 900).
D'après [GSM 03.30 Annexe A.3].

Figure 6.7. *Exemple de bilan de liaison pour DCS 1800*

Exemple de frequency hopping sur 4 fréquences



➢ Exemple de système « HF » GSM-DCS — Trames numériques



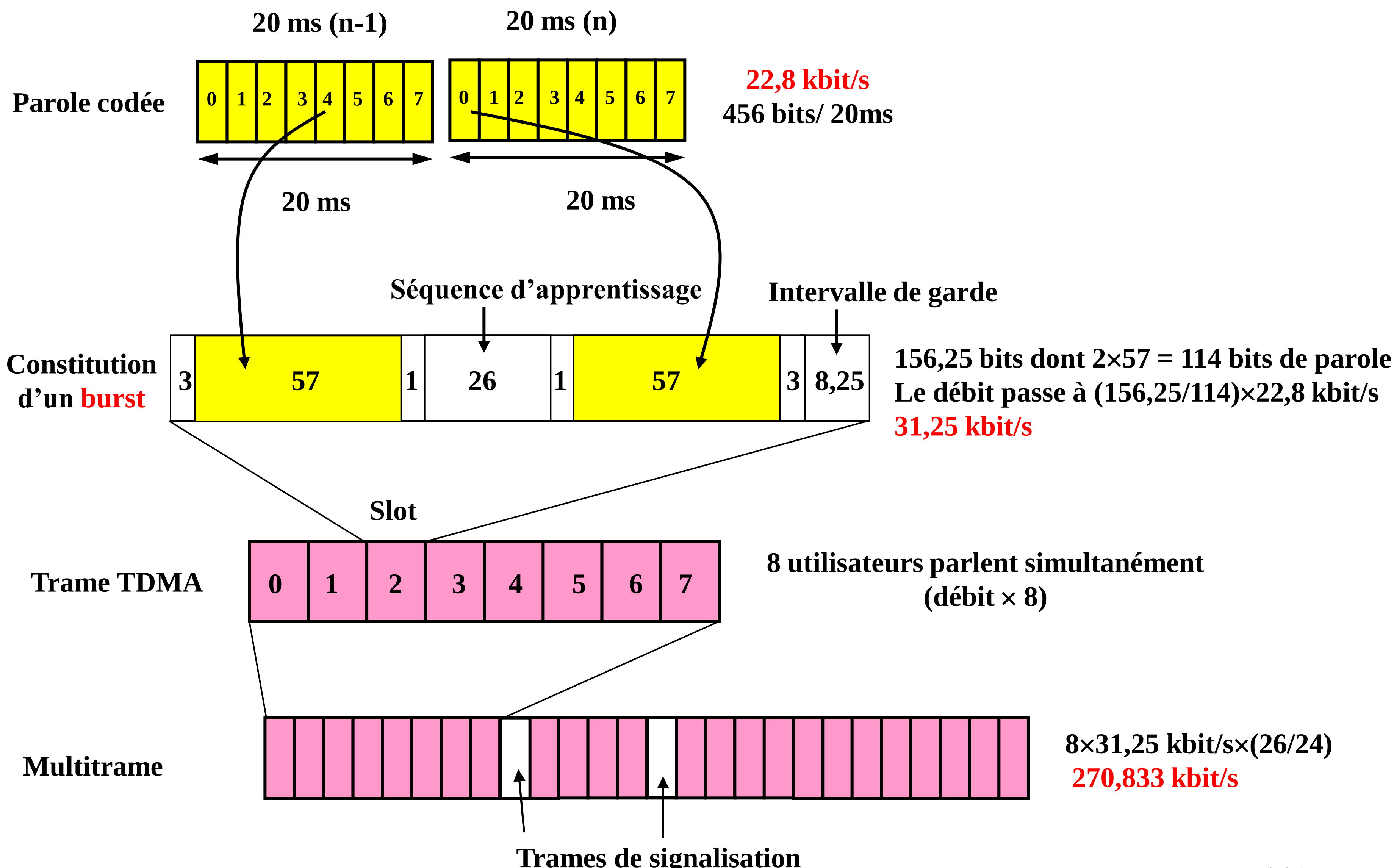
Séquence d'apprentissage

Intervalle de garde

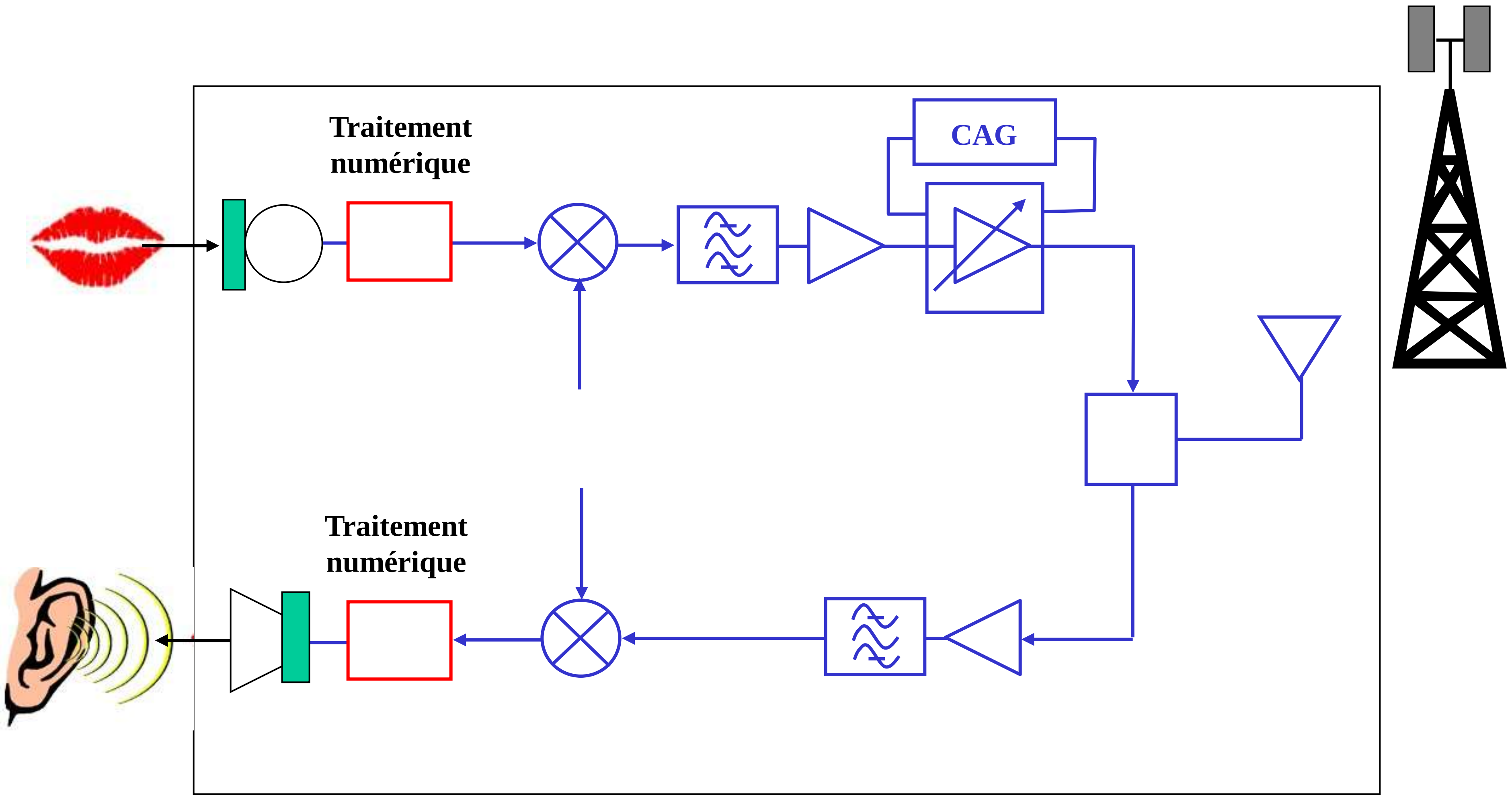
3	57	1	26	1	57	3	8,25

Contenu d'un burst

156,25 bits dont 2*57 = 114 bits de parole
Le débit passe à (156,25/114)*22,8 kbit/s= 31,25 kbit/s


20 ms (n-1)
20 ms (n)
Parole codée
0 1 2 3 4 5 6 7
0 1 2 3 4 5 6 7
22,8 kbit/s
456 bits/ 20ms
20 ms
20 ms
Séquence d'apprentissage
Intervalle de garde
Constitution d'un burst
3
57
1
26
1
57
3
8,25
156,25 bits dont 2×57 = 114 bits de parole
Le débit passe à (156,25/114)×22,8 kbit/s
31,25 kbit/s
Slot
Trame TDMA
0 1 2 3 4 5 6 7
8 utilisateurs parlent simultanément
(débit × 8)
Multitrame
8×31,25 kbit/s×(26/24)
270,833 kbit/s
Trames de signalisation

Synoptique de mobile GSM



∃ 2 perturbations du canal
- Le filtrage ⇔ canal à bande limitée
- Le bruit additif